

Relatório 3 - LIEC

Álgebra Booleana e Circuitos Lógicos

O que apresentar para este relatório:

- 1) Um printscreen de todas as montagens da Parte Prática realizadas no logisim identificando os exercícios resolvidos.

Introdução teórica

Álgebra de Boole

- George Boole desenvolveu um sistema de análise lógica por volta de 1850
- Este sistema é conhecido atualmente como álgebra de Boole ou Booleana.
- A Álgebra Booleana expressa a operação de um circuito ou uma proposição na forma de uma operação algébrica

Conceitos fundamentais da álgebra Booleana

- Proposição – todo enunciado que pode se afirmar ser verdadeiro ou falso.
- Exemplo
 - Amanhã vai chover – não constitui uma proposição, pois existe mais de duas respostas possíveis: Sim, Talvez e Não
 - Lisboa é a capital de Portugal é uma proposição, cuja resposta é sim.

Princípios da Álgebra Booleana

- Não contradição: uma proposição não pode ser simultaneamente verdadeira e falsa
- Terceiro excluído: uma proposição só pode tomar um dos dois valores possíveis, ou é verdadeira ou falsa, não sendo possível terceira hipótese.
- Operações Básicas

Considere F, X e Y proposições Lógicas (ou como chamaremos, variáveis lógicas):

- OU (OR) - Adição Lógica $F = X + Y$
- E (AND) - Multiplicação Lógica $F = X \cdot Y$
- Não (NOT) - Complemento (Negação) $F = X'$ ou $F = !X$ ou $F = \bar{X}$ ou $F = \sim X$
- As variáveis lógicas assumem estados distintos, e podem representar situações da vida real:

Nível Lógico 0	Nível Lógico 1
Falso	Verdadeiro
Desligado	Ligado
Baixo	Alto
Nao	Sim
Chave aberta	Chave Fechada

Tabela Verdade

- Cada entrada = 1 coluna
- Cada saída = 1 coluna
- As possíveis combinações de entradas podem assumir: $N = 2^n$, onde n = quantidade de variáveis de entrada e N as combinações entre zeros (0) e uns (1), ou Falso e Verdadeiro.

Exemplos utilizando as operações lógicas básicas:

- OU (OR) - Adição Lógica $F = X + Y$

X	Y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

- E (AND) - Multiplicação Lógica $F = X \cdot Y$

X	Y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- Não (NOT) - Complemento (Negação) $F = X'$ ou $F = \overline{X}$

X	F
0	1
1	0

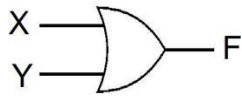
Portas Lógicas

- Portas lógicas são dispositivos ou circuitos lógicos que operam um ou mais sinais lógicos de entrada para produzir uma e somente uma saída, a qual é dependente da função implementada no circuito.
- Um computador é constituído por uma infinidade de circuitos lógicos, que executam as seguintes funções básicas:
 - a. realizam operações matemáticas
 - b. controlam o fluxo dos sinais
 - c. armazenam dados

- Naturalmente, cada operação lógica estudada na Álgebra de Boole está associada à respectiva porta lógica.

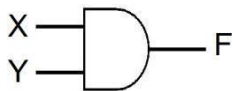
Cada porta lógica com a sua expressão, tabela verdade e símbolo:

OU (OR) -> $F = X + Y$



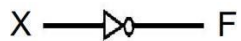
X	Y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

E (AND) -> $F = X \cdot Y$



X	Y	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Não (NOT) -> $F = \overline{X}$ ou $F = \overline{X}$



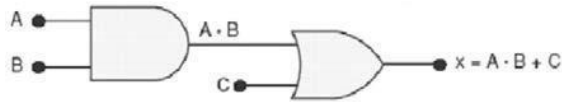
X	F
0	1
1	0

Precedência das operações : 1) NOT -> 2) AND -> 3) OR, mas podemos usar os parênteses para alterar esta precedência.

Associações de portas

Usando expressões booleanas, circuitos e tabelas podemos determinar a expressão lógica de saída quando portas são combinadas.

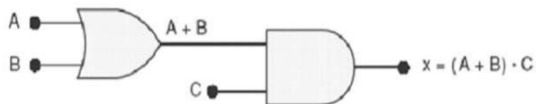
Exemplo 1:



ou $X = A \cdot B + C$

A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Exemplo 2:



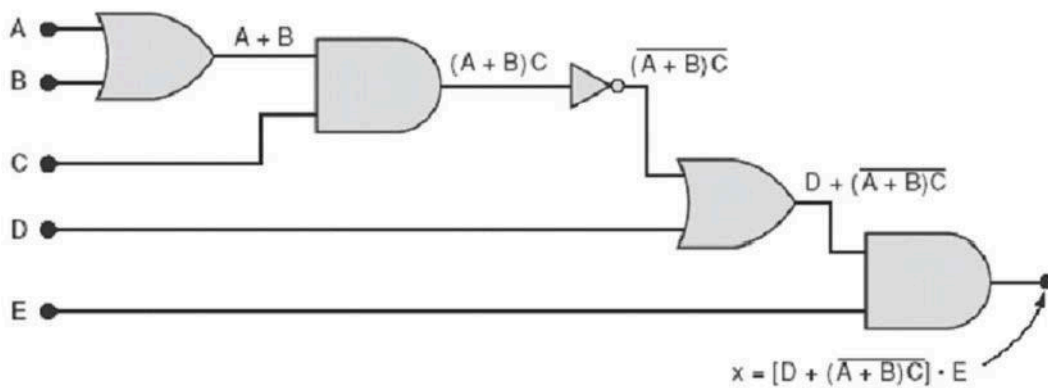
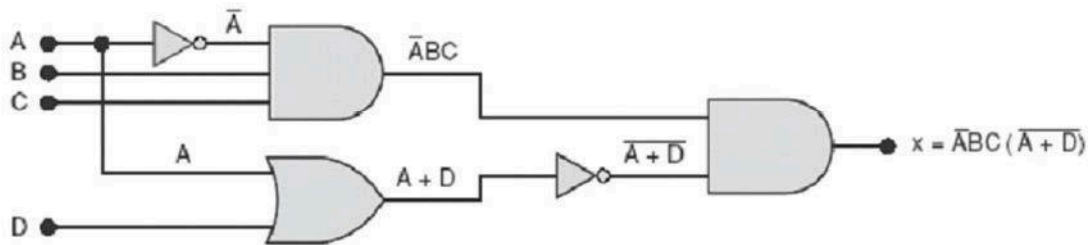
ou $X = (A + B) \cdot C$

A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Parte Prática




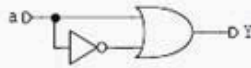
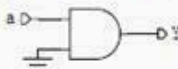

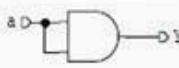
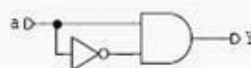


Para as experiências iremos utilizar inicialmente o programa Logisim.

1 - Como ficaria a tabela verdade para os circuitos abaixo, quantas linhas elas teriam? Monte esses circuitos no logisim.



2 - Veja como inserir portas, alterar a quantidade de entradas, inserir as entradas e saídas e finalmente avaliar o circuito.

3 - Primeiro iremos avaliar todos os teoremas booleanos fundamentais. Utilize o Logisim para avaliar os resultados:

A) $a + 0 = a$  <table data-bbox="702 228 777 336"> <tr><th>a</th><th>a+0</th></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table>	a	a+0	0		1		B) $a + 1 = 1$  <table data-bbox="1249 228 1347 336"> <tr><th>A</th><th>a+1</th></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table>	A	a+1	0		1																			
a	a+0																														
0																															
1																															
A	a+1																														
0																															
1																															
C) $a + a = a$  <table data-bbox="702 389 777 497"> <tr><th>a</th><th>a+a</th></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table>	a	a+a	0		1		D) $a + \bar{a} = 1$  <table data-bbox="1272 389 1347 497"> <tr><th>a</th><th>a+a-bar</th></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table>	a	a+a-bar	0		1																			
a	a+a																														
0																															
1																															
a	a+a-bar																														
0																															
1																															
E) $a \cdot 0 = 0$  <table data-bbox="702 586 777 694"> <tr><th>a</th><th>a.0</th></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table>	a	a.0	0		1		F) $a \cdot 1 = a$  <table data-bbox="1249 586 1347 694"> <tr><th>A</th><th>a.1</th></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table>	A	a.1	0		1																			
a	a.0																														
0																															
1																															
A	a.1																														
0																															
1																															
G) $a \cdot a = a$  <table data-bbox="702 743 777 851"> <tr><th>a</th><th>a.a</th></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table>	a	a.a	0		1		H) $a \cdot \bar{a} = 0$  <table data-bbox="1272 743 1347 851"> <tr><th>a</th><th>a.a-bar</th></tr> <tr><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table>	a	a.a-bar	0		1																			
a	a.a																														
0																															
1																															
a	a.a-bar																														
0																															
1																															
I) $a + a \cdot b = a$  <table data-bbox="654 945 777 1124"> <tr><th>a</th><th>b</th><th>a+ab</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr> </table>	a	b	a+ab	0	0		0	1		1	0		1	1		J) $a \cdot b + a \cdot \bar{b} = a$  <table data-bbox="1217 945 1340 1124"> <tr><th>a</th><th>b</th><th>ab+a-b</th></tr> <tr><td>0</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td></td></tr> </table>	a	b	ab+a-b	0	0		0	1		1	0		1	1	
a	b	a+ab																													
0	0																														
0	1																														
1	0																														
1	1																														
a	b	ab+a-b																													
0	0																														
0	1																														
1	0																														
1	1																														

Para os exercícios 4 e 5, você deverá projetar um circuito lógico que resolva o problema. Modele as entradas, saídas e elabore o circuito.

4 - Considere um sistema de alarme de uma empresa. Este alarme deve ser tocado quando algumas situações críticas e perigosas acontecerem. Existem 3 sensores espalhados pelo pátio da empresa:

- 1 sensor que detecta fogo;
- 1 sensor que detecta falta de energia;
- 1 sensor que detecta vazamento de gás.

O alarme deve sempre tocar quando houver detecção de fogo. Já quanto aos demais sensores, não há necessidade de alarme se houver um vazamento de gás mas não existe falta de energia (isto acontece porque havendo energia a exaustão é automaticamente acionada durante um vazamento de gás), porém caso falte energia e exista vazamento de gás, o alarme deve tocar. Projetar um circuito que toque o alarme a partir desses sensores.

5 - Considere que em uma disciplina o valor mínimo de aprovação seja 70 pontos. Existem 3 questões na prova, a primeira vale 40 pontos, a segunda 30 e a terceira também 30 pontos. Cada questão pode ser definida como certa ou errada a partir da resposta do aluno. Diante disso, projete um circuito que tenha como entrada o resultado das 3 questões (correta ou errada) e identifique se o aluno passou ou não.