Algoritmos e Estruturas de Dados III

Aula 9.1 – RLE e Métodos Estatísticos

Prof. Felipe Lara

PUC Minas

RLE – Run Length Encoding

PUC Minas

RLE – Run Length Encoding

Run-Length Encoding (Supressão de Repetições): O método RLE opera reduzindo o tamanho de sequências de símbolos repetidos.

Como: Substitui sequências de caracteres repetidos pelo número de ocorrências seguido do caracter

Exemplo

AAAABBBAABBBBBCCCCCCCCDABCAAABBBB
4A3BAA5B8CDABC3A4B (redução de 32B p/ 18 B)

RLE – Run Length Encoding

Formatos de imagem do tipo bitmap: TIFF (Tag Image File Format), BMP (Microsoft Windows Bitmap), PCX (PC Paintbrush File Format), MacPaint (Macintosh Paint) e TGA (Truevision Graphics Adapter).

Fácil implementação e de execução rápida, mas que não produz taxas de compressão comparáveis com métodos mais complexos, porém mais lentos

Explora a redundância existente entre os pixels de uma imagem (a tendência de que pixels adjacentes possuem valores iguais).

Classificação: Método de compressão simétrico, sem perdas e adaptativo

RLE – Run Length Encoding

Problema: se o texto contiver números, como diferenciar entre os caracteres e o número de repetições?

Usar um caractere especial precedendo o número
&4ABBBAA&5B&8CDABCAAA&4B (32 B p/ 24 B)

Caractere especial não pode ser utilizado no texto

Infelizmente, esse método **não funciona bem para textos** pois normalmente não há muitas repetições de caracteres

RLE – Run Length Encoding

Adequado para certas sequências binárias (por exemplo: imagens)

- armazena-se para cada linha o número de seqüências de 0’s e 1’s iniciando-se sempre com 0
- considerando que 5 bits são gastos para cada contagem, o exemplo abaixo reduz o arquivo de 310 para 205 bits

```
0001111111111111111111111111111
0011111111111110111111111111111
0001111111111100011111111111111
0000011111111100011111111111111
1100011111111100011111111111111
0000000001111100011111110000000
1100011111111100011111111111111
0000011111111100011111111111111
0011111111111110111111111111111
0001111111111111111111111111111
```

```
3 28
2 13 1 15
3 11 3 14
5 9 3 14
0 2 3 9 3 14
9 5 3 7 7
0 2 3 9 3 14
5 9 3 14
2 13 1 15
3 28
```

RLE – Run Length Encoding

Simples e rápido tanto para a compressão quanto para a descompressão
Taxa de compressão fortemente dependente da entrada de dados:

- **Imagem preto branco:** contém grande regiões brancas e será comprimida significativamente.
  - compressão boa

- **Imagem com cores chapadas:** tendem a apresentar extensas regiões de mesma cor
  - compressão boa

- **Imagem fotográfica:** muitas e sutis variações de cores/tons tende a não apresentar um boa taxa de compressão
  - tende a ter compressão ruim

Métodos Estatísticos

PUC Minas

Métodos Estatísticos

- Utilizam códigos de comprimentos variáveis.
    - Dados na informação original que aparecem com **maior frequência** são representados por **palavras-código menores**
    - Dados de **menor incidência** são representados por **palavras-código maiores**
- Ex: Shannon-Fano / Huffman

Métodos Estatísticos – Entropia

A capacidade de um texto ser comprimido pode ser medida pela ***entropia***.

Entropia:

- **a menor quantidade de *bits* por *símbolos* necessária para guardar o conteúdo de informação da fonte** e, portanto, para representar textos recuperáveis gerados por ela.

- Ela pode ser considerada um **limite para a compressão** e é usada como uma medida de eficiência para os métodos de compressão.

Métodos Estatísticos – Entropia

Baseada na estimativa (ou cálculo) da frequência de cada símbolo

- Símbolos mais frequentes usarão menos bits
- Símbolos menos frequentes usarão mais bits

Exemplo:

aaaeabbaaaabcaaadacaaabbaaaabbcaaaeaaaba

a: 26 vezes

b: 8 vezes

c: 3 vezes

d: 1 vez

e: 2 vezes

Métodos Estatísticos – Entropia

Exemplo:

aaaeabbaaaabcaaadacaaabbaaaabbcaaaeaaaba

Pa = 26/40 = 0,65

Pb = 8/40 = 0,2

Pc = 3/40 = 0,075

Pd = 1/40 = 0,025

Pe = 2/40 = 0,05

Métodos Estatísticos – Entropia

Exemplo:

aaaeabbaaaabcaaadacaaabbaaaabbcaaaeaaaba

$$S_x = -log_2(P_x)$$

- x = Símbolo
- S_x = Entropia de x
- P_x= Probabilidade de x

Pa = 26/40 = 0,65

Pb = 8/40 = 0,2

Pc = 3/40 = 0,075

Pd = 1/40 = 0,025

Pe = 2/40 = 0,05

Sa = **0,62** * 26

Sb = 2,32 * 8

Sc = 3,74 * 3

Sd = 5,32 * 1

Se = 4,32 * 2

Métodos Estatísticos – Entropia

Exemplo:

aaaeabbaaaabcaaadacaaabbaaaabbcaaaeaaaba

$$S_x = -log_2(P_x)$$

- x = Símbolo
- S_x = Entropia de x
- P_x= Probabilidade de x

Pa = 26/40 = 0,65	Sa = 0,62 * 26	= 16,10
Pb = 8/40 = 0,2	Sb = 2,32 * 8	= 18,58
Pc = 3/40 = 0,075	Sc = 3,74 * 3	= 11,21
Pd = 1/40 = 0,025	Sd = 5,32 * 1	= 5,32
Pe = 2/40 = 0,05	Se = 4,32 * 2	= 8,54
		59,77

Métodos Estatísticos – Entropia

Exemplo:

aaaeabbaaaabcaaadacaaabbaaaabbcaaaeaaaba

$$S_x = -log_2(P_x)$$

- x = Símbolo
- S_x = Entropia de x
- P_x= Probabilidade de x

Pa = 26/40 = **0,65**	Sa = 0,62 * 26	= 16,10
Pb = 8/40 = **0,2**	Sb = 2,32 * 8	= 18,58
Pc = 3/40 = **0,075**	Sc = 3,74 * 3	= 11,21
Pd = 1/40 = **0,025**	Sd = 5,32 * 1	= 5,32
Pe = 2/40 = **0,05**	Se = 4,32 * 2	= 8,54
		59,77

Probabilidade de cada símbolo

Métodos Estatísticos – Entropia

Exemplo:

aaaeabbaaaabcaaadacaaabbaaaabbcaaaeaaaba

$$S_x = -log_2(P_x)$$

- x = Símbolo
- S_x = Entropia de x
- P_x= Probabilidade de x

Entropia de cada símbolo

Pa = 26/40 = **0,65**	Sa = **0,62** * 26	= 16,10
Pb = 8/40 = **0,2**	Sb = **2,32** * 8	= 18,58
Pc = 3/40 = **0,075**	Sc = **3,74** * 3	= 11,21
Pd = 1/40 = **0,025**	Sd = **5,32** * 1	= 5,32
Pe = 2/40 = **0,05**	Se = **4,32** * 2	= 8,54
		59,77

Probabilidade de cada símbolo

Métodos Estatísticos – Entropia

Exemplo:

aaaeabbaaaabcaaadacaaabbaaaabbcaaaeaaaba

$$S_x = -log_2(P_x)$$

- x = Símbolo
- S_x = Entropia de x
- P_x= Probabilidade de x

Probabilidade de cada símbolo	Entropia de cada símbolo	
Pa = 26/40 = **0,65**	Sa = **0,62** * 26	= **16,10**
Pb = 8/40 = **0,2**	Sb = **2,32** * 8	= **18,58**
Pc = 3/40 = **0,075**	Sc = **3,74** * 3	= **11,21**
Pd = 1/40 = **0,025**	Sd = **5,32** * 1	= **5,32**
Pe = 2/40 = **0,05**	Se = **4,32** * 2	= **8,54**
	Entropia Total	**59,77**

Métodos Estatísticos – Entropia

$$S_x = -log_2(P_x)$$

Símbolo	Probabilidade	Entropia para cada símbolo	Entropia total
U	12/72		
V	18/72		
W	7/72		
X	15/72		
Y	20/72		

Métodos Estatísticos – Entropia

$$S_x = -log_2(P_x)$$

Símbolo	Probabilidade	Entropia para cada símbolo	Entropia total
U	12/72	2,584963	31,01955
V	18/72	2,000000	36,00000
W	7/72	3,362570	23,53799
X	15/72	2,263034	33,94552
Y	20/72	1,847997	36,95994

Shannon Fano

PUC Minas

Shannon-Fano

- Apresentado por C. E. Shannon e por R. M. Fano em 1949.

- O objetivo deste método é associar **códigos menores a símbolos mais prováveis** e **códigos maiores aos menos prováveis**.

- A codificação parte da construção de uma árvore ponderada considerando o **peso de cada símbolo,** ou seja, a probabilidade de ocorrência do mesmo em um texto.

Shannon-Fano - Algoritmo

1) Criar uma lista de **probabilidades ou contagens de frequência** para o determinado **conjunto de símbolos** de forma que a frequência relativa de ocorrência de cada símbolo seja conhecida.
2) Classificar a lista de símbolos em ordem **decrescente de probabilidade**, os mais prováveis à esquerda e os menos prováveis à direita.
3) Dividir a **lista em duas partes**, com a probabilidade **total** de ambas as partes sendo a mais próxima possível.
4) Atribuir o valor 0 à parte esquerda e 1 à parte direita.
5) Repetir os passos 3 e 4 para cada parte, até que todos os símbolos sejam divididos em subgrupos individuais.

- https://wordcounter.net/character-count

Shannon-Fano

Por exemplo, seja a seguinte lista **L = {s1, s2, s3, s4, s5}**
com respectivos pesos **P = {0,3; 0,2; 0,2; 0,2; 0,1}**
obtidos a partir da seguinte sequência de símbolos.

- **s1s2s3s4s5s1s2s3s4s1**s1s2s3s4s5 s1s2s3s4s1s1s2s3s4s5s1s2s3s4s1s 1s2s3s4s5s1s2s3s4s1s1s2s3s4s5s1 s2s3s4s1s1s2s3s4s5s1s2s3s4s1s1s 2s3s4s5s1s2s3s4s1s1s2s3s4s5s1s2 s3s4s1s1s2s3s4s5s1s2s3s4s1s1s2s 3s4s5s1s2s3s4s1s1s2s3s4s5s1s2s3 s4s1s1s2s3s4s5s1s2s3s4s1

- 12 repetições da sequencia **s1s2s3s4s5s1s2s3s4s1**

- **120 símbolos no total**
- **36 símbolos s1**
- **24 símbolos s2, s3 e s4**
- **12 símbolos s5**

Shannon-Fano

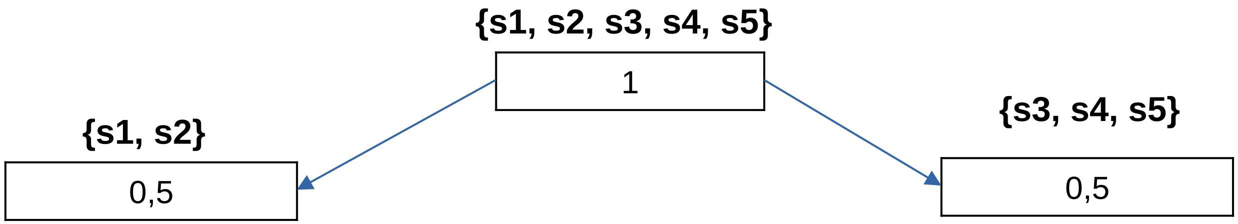
Por exemplo, seja a seguinte lista **L = {s1, s2, s3, s4, s5}** com respectivos pesos **P = {0,3; 0,2; 0,2; 0,2; 0,1}**

{s1, s2, s3, s4, s5}

1

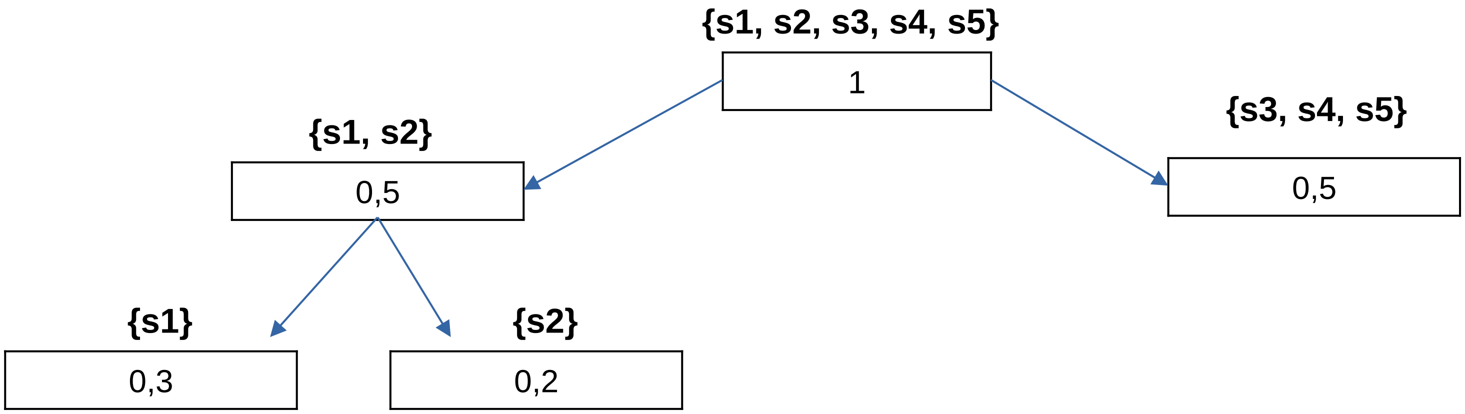
Shannon-Fano

Por exemplo, seja a seguinte lista **L = {s1, s2, s3, s4, s5}**
com respectivos pesos **P = {0,3; 0,2; 0,2; 0,2; 0,1}**



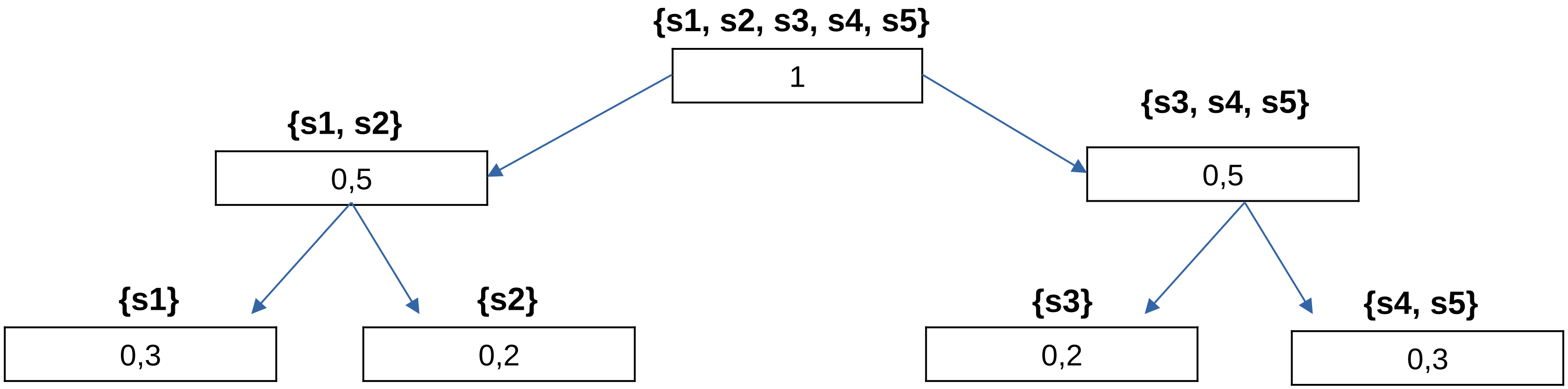
Shannon-Fano

Por exemplo, seja a seguinte lista **L = {s1, s2, s3, s4, s5}** com respectivos pesos **P = {0,3; 0,2; 0,2; 0,2; 0,1}**



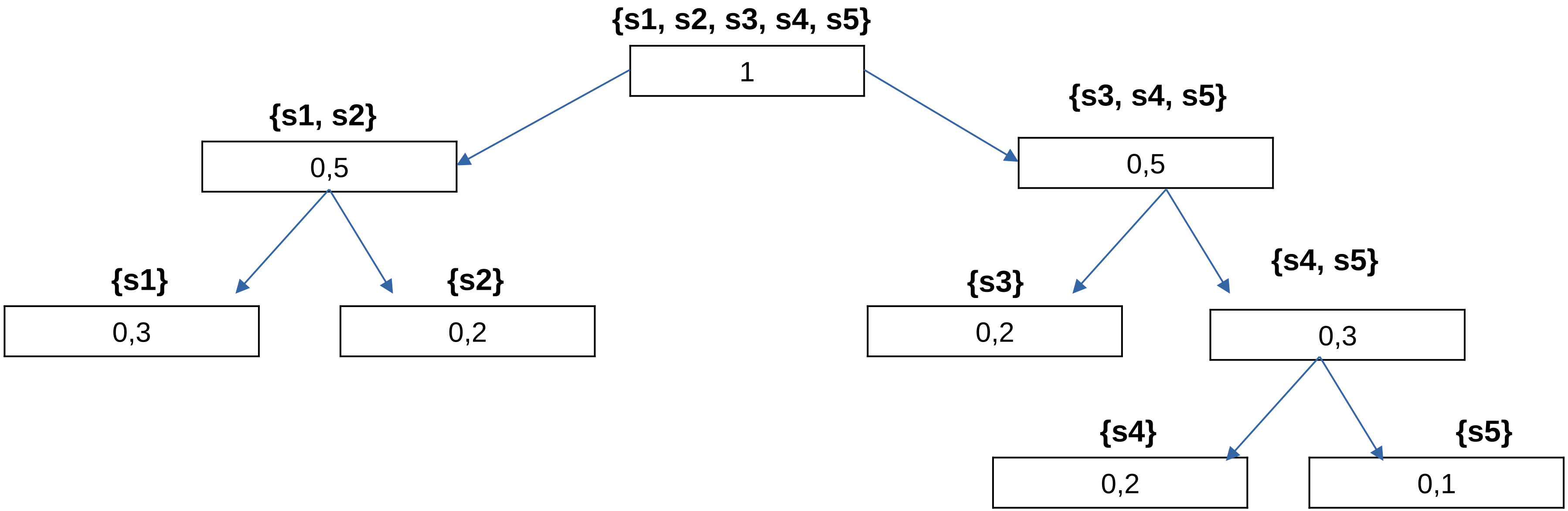
Shannon-Fano

Por exemplo, seja a seguinte lista **L = {s1, s2, s3, s4, s5}**
com respectivos pesos **P = {0,3; 0,2; 0,2; 0,2; 0,1}**



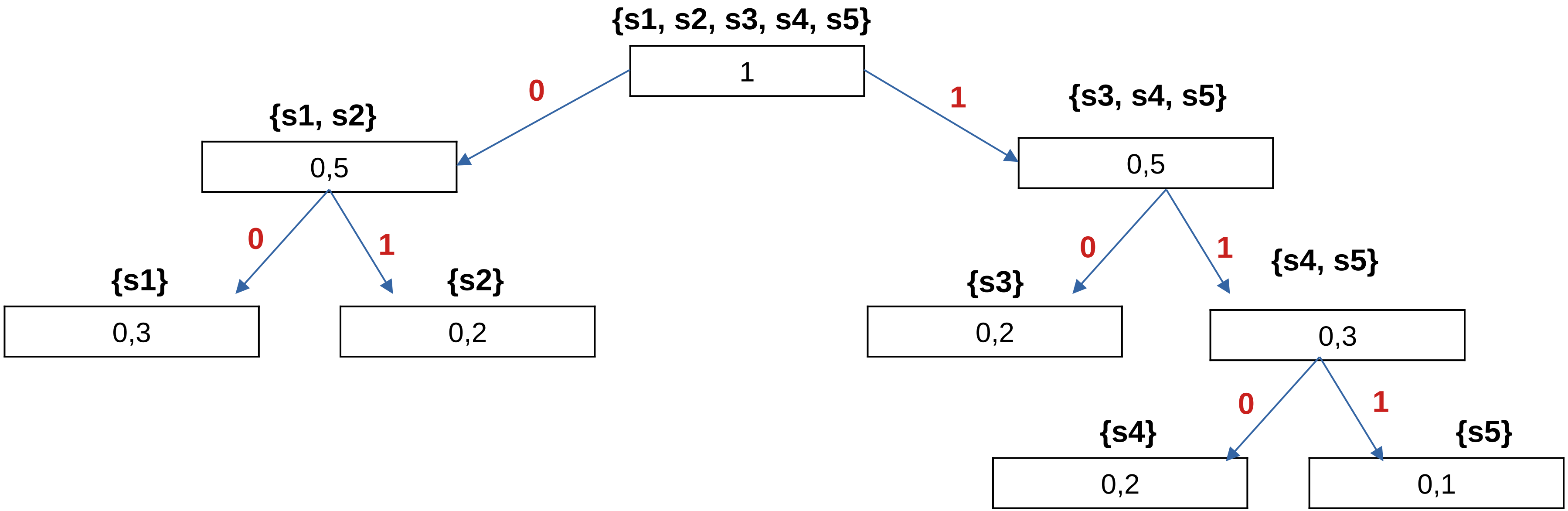
Shannon-Fano

Por exemplo, seja a seguinte lista **L = {s1, s2, s3, s4, s5}**
com respectivos pesos **P = {0,3; 0,2; 0,2; 0,2; 0,1}**



Shannon-Fano

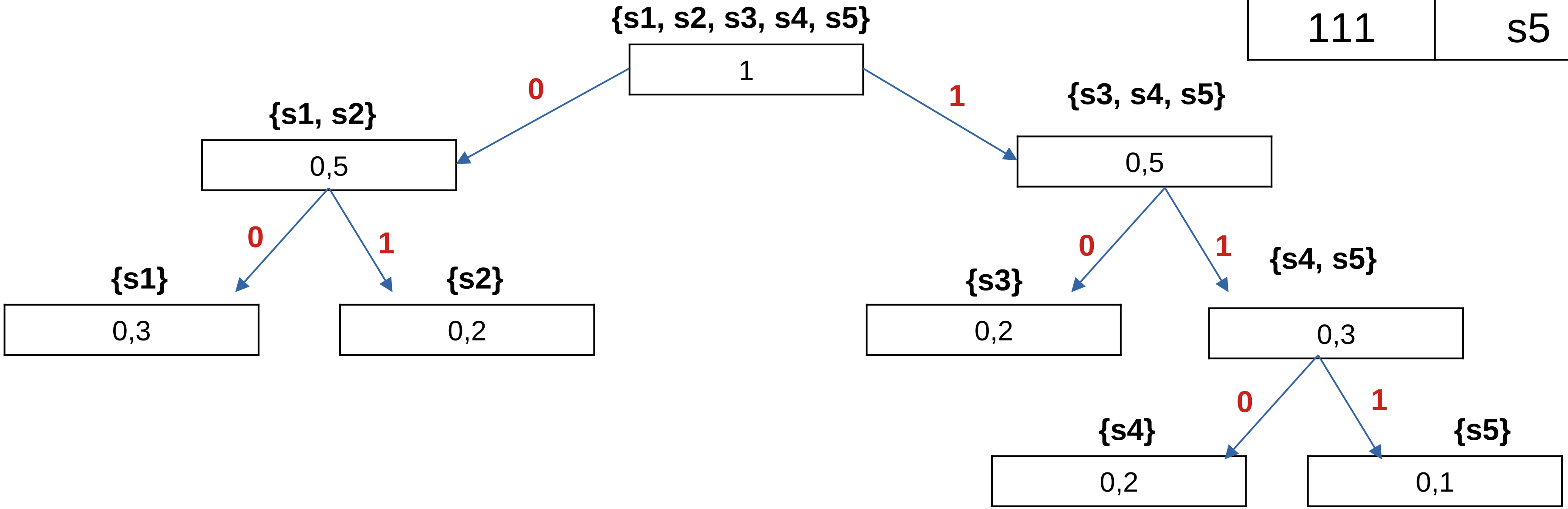
Por exemplo, seja a seguinte lista **L = {s1, s2, s3, s4, s5}** com respectivos pesos **P = {0,3; 0,2; 0,2; 0,2; 0,1}**



Shannon-Fano

Código	Símbolo
00	s1
01	s2
10	s3
110	s4
111	s5

Por exemplo, seja a seguinte lista **L = {s1, s2, s3, s4, s5}** com respectivos pesos **P = {0,3; 0,2; 0,2; 0,2; 0,1}**



Shannon-Fano

- Sem perdas
- Eficiente e prático, mas gera resultados sub-ótimos
- Sua aplicação prática é quase nula em relação ao método de Compressão Huffman
- Huffman: constrói a árvore binária de forma bottom-up!

Huffman

PUC Minas

Huffman

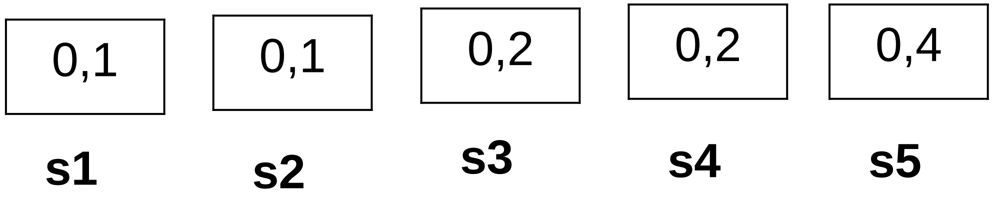
- Proposto por Huffman em 1952
- Método com o objetivo de obter a redundância mínima desejada do texto comprimido.
- Construção de uma árvore de menor altura ponderada.
- Como em Shannon-Fano, considera-se a existência de um alfabeto fonte, onde cada símbolo tem seu respectivo peso.
- Como o objetivo é criar um código de prefixo mínimo, associamos códigos menores a símbolos mais prováveis e códigos maiores a símbolos menos prováveis.

Huffman - Algoritmo

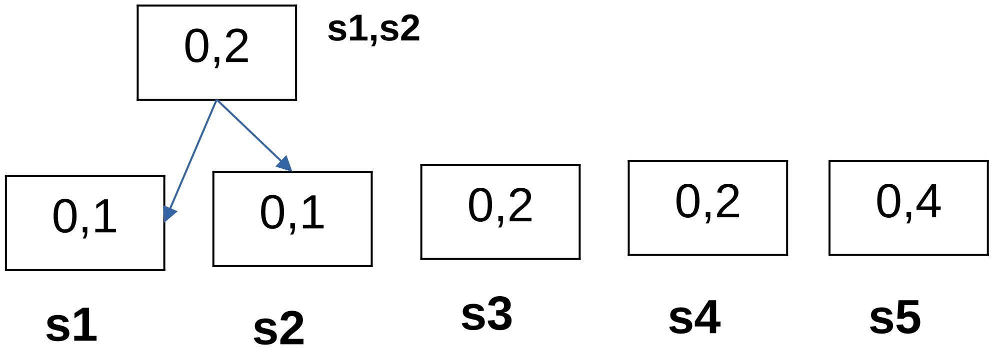
1) Considere uma floresta em que cada árvore tenha sua raiz associada a um símbolo do alfabeto com seu respectivo peso;
2) Remova quaisquer duas árvores cujas raízes tenham menor peso. Acrescente uma nova árvore que tenha uma raiz cujos filhos sejam árvores anteriores e cujo peso seja a soma dos pesos das raízes dessas árvores;
3) Repita o passo anterior até que exista somente uma árvore na floresta.

Huffman - Exemplo

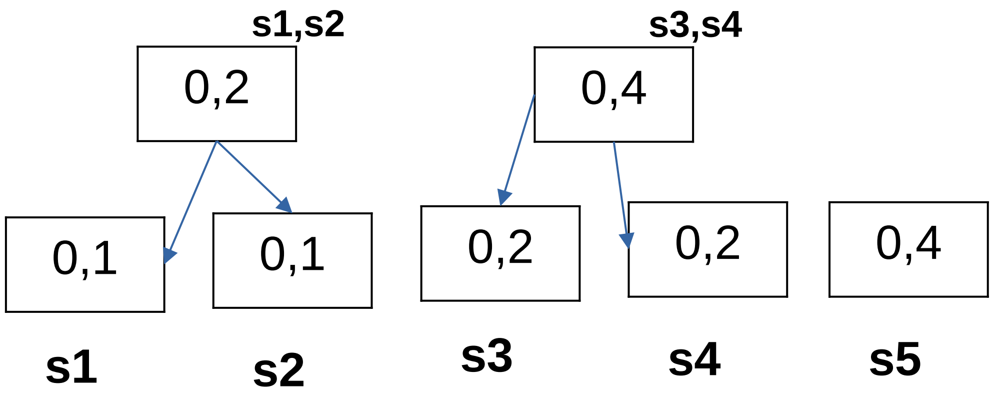
Por exemplo, seja a seguinte lista **L = {s1, s2, s3, s4, s5}**
com respectivos pesos **P = {0,1; 0,1; 0,2; 0,2; 0,4}**
temos a seguinte floresta inicial



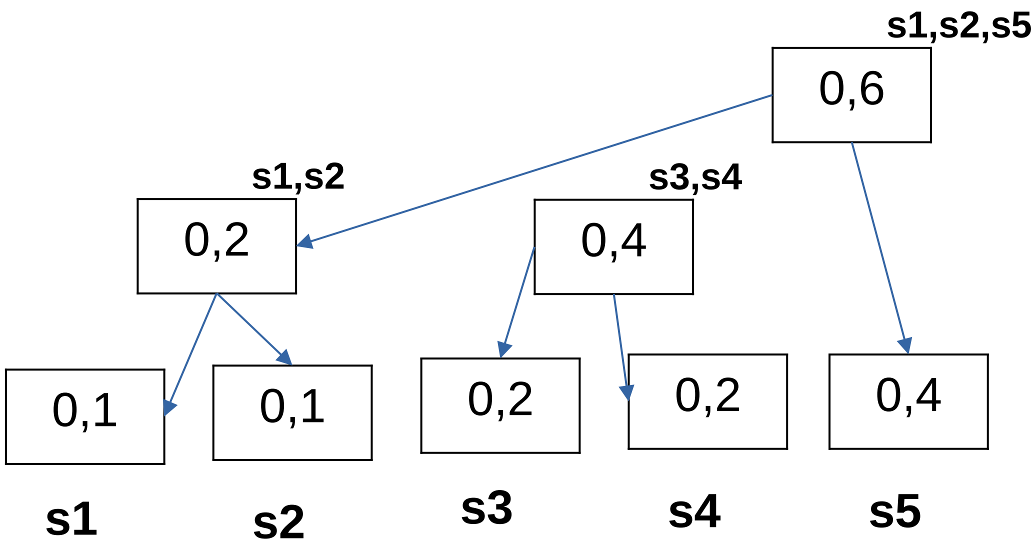
Huffman - Exemplo



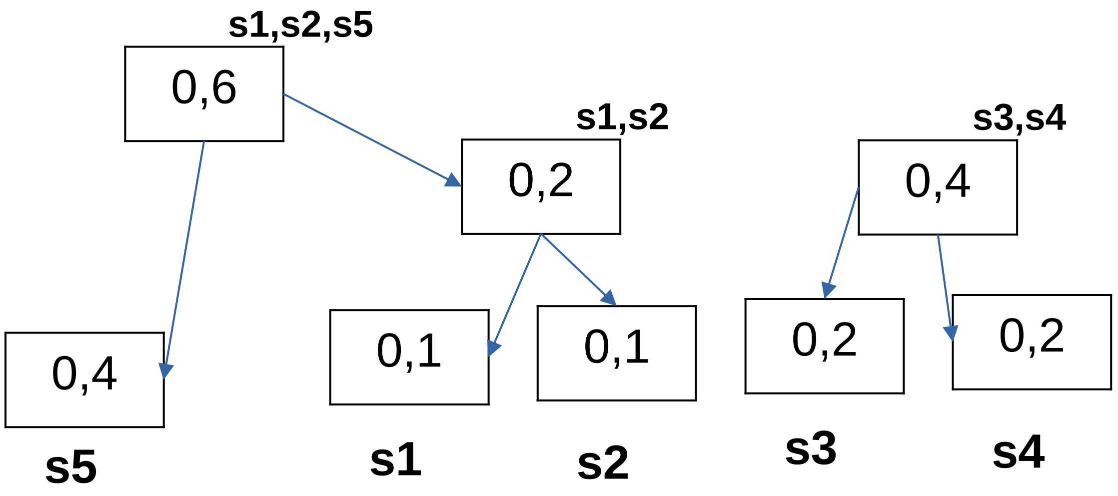
Huffman - Exemplo



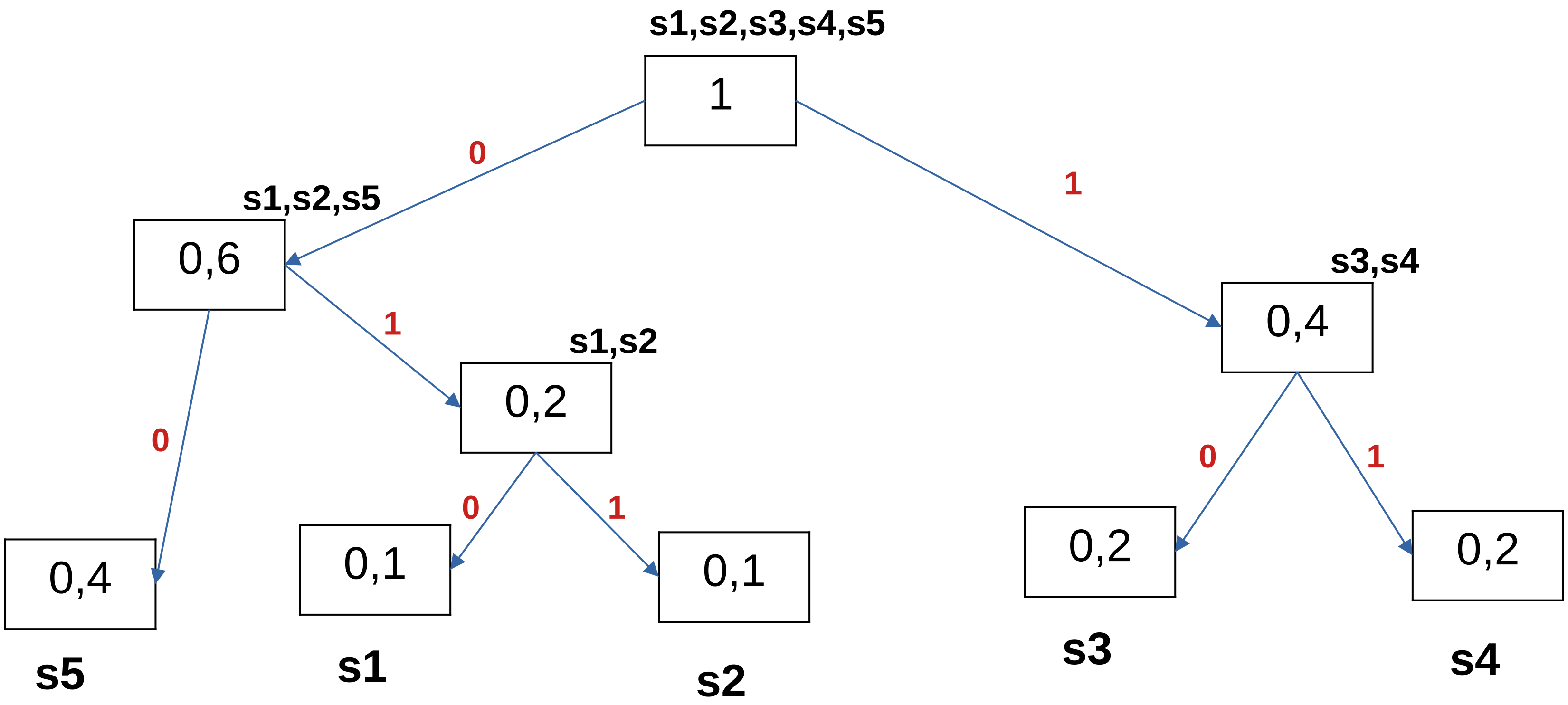
Huffman - Exemplo



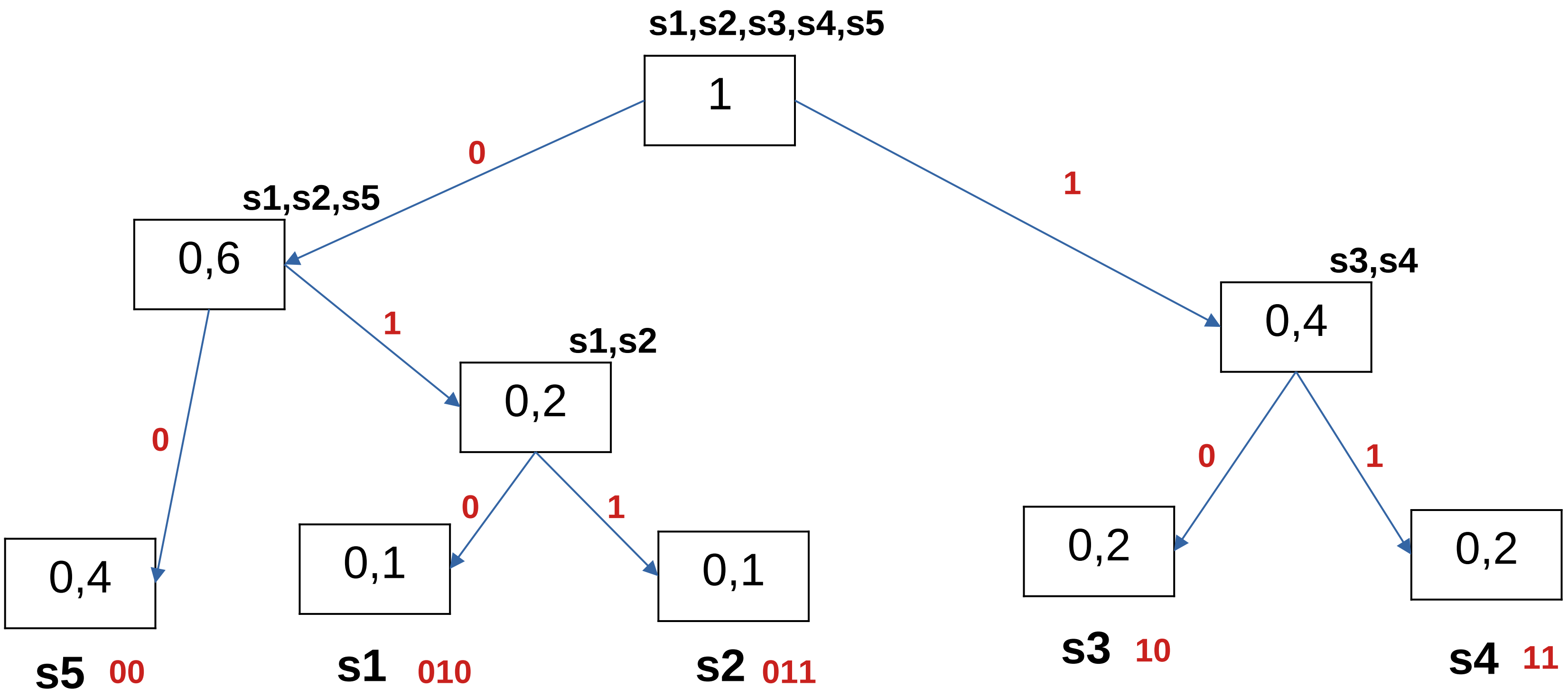
Huffman - Exemplo



Huffman - Exemplo

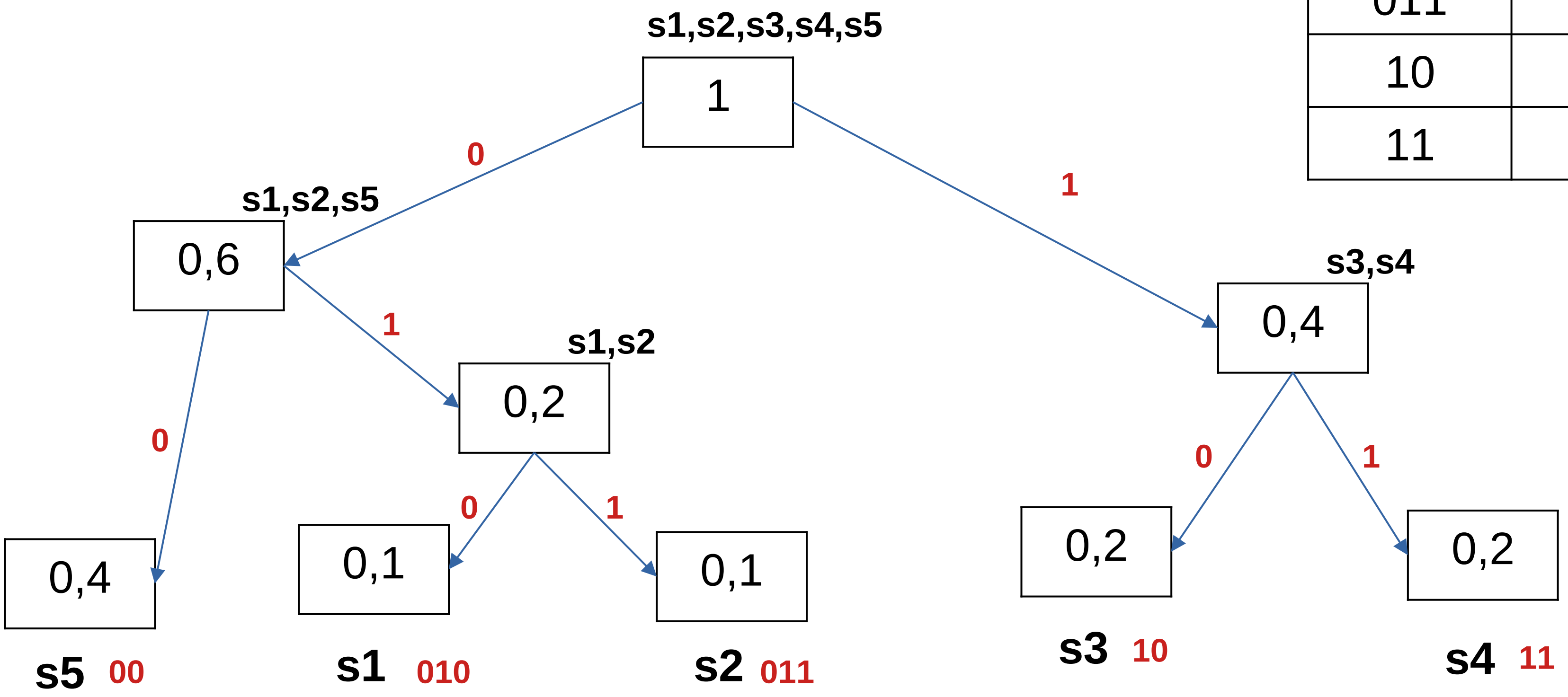


Huffman - Exemplo



Huffman - Exemplo

Código	Símbolo
00	s5
010	s1
011	s2
10	s3
11	s4



Huffman - Exemplo

s1s1s5s4s3

=

010010001110

Código	Símbolo
00	s5
010	s1
011	s2
10	s3
11	s4

Huffman

Sem perdas

Construção da a árvore binária de forma bottom-up!

A árvore não é única, mas garante códigos de redundância mínima.

Necessita de duas leituras sobre o texto fonte = deficiente em alguns casos, como por exemplo na transmissão de dados

Exercício

A ARANHA ARRANHA A RÃ

Calcule entropia, Shannon-Fano e Huffman.