

Algoritmos e Estruturas de Dados III

Aula 6.1 - Hashing Dinâmico

Prof. Felipe Lara



PUC Minas

Hash Dinâmico

Definições



PUC Minas

Hashing – Hash Dinâmico

- Quando o arquivo de dados cresce ou diminui com frequência (muitas inclusões e exclusões), o índice também precisará ser ajustado.
- Uma tabela hash estática, para crescer, **precisa reposicionar** todos os registros.
- Basicamente, refazer todo o índice!

Hashing – Hash Dinâmico

- Uma tabela hash extensível é uma tabela hash em que apenas alguns registros afetados (aqueles do bucket) precisam ser reposicionados.
- O diretório sempre tem tamanho equivalente a uma potência de dois

Hashing – Hash Dinâmico

Diretório

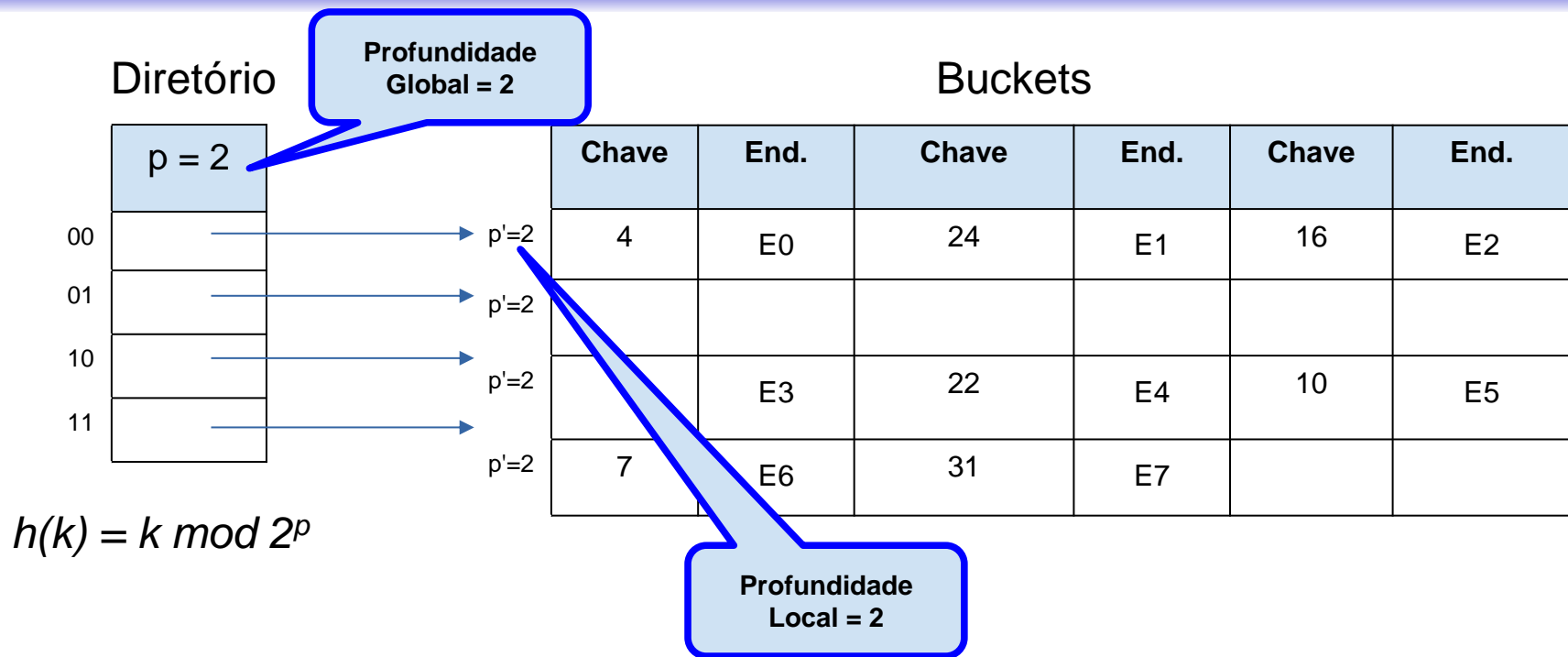
	p = 2
00	<div><div></div><div></div></div> → p'=2
01	<div><div></div><div></div></div> → p'=2
10	<div><div></div><div></div></div> → p'=2
11	<div><div></div><div></div></div> → p'=2

$$h(k) = k \bmod 2^p$$

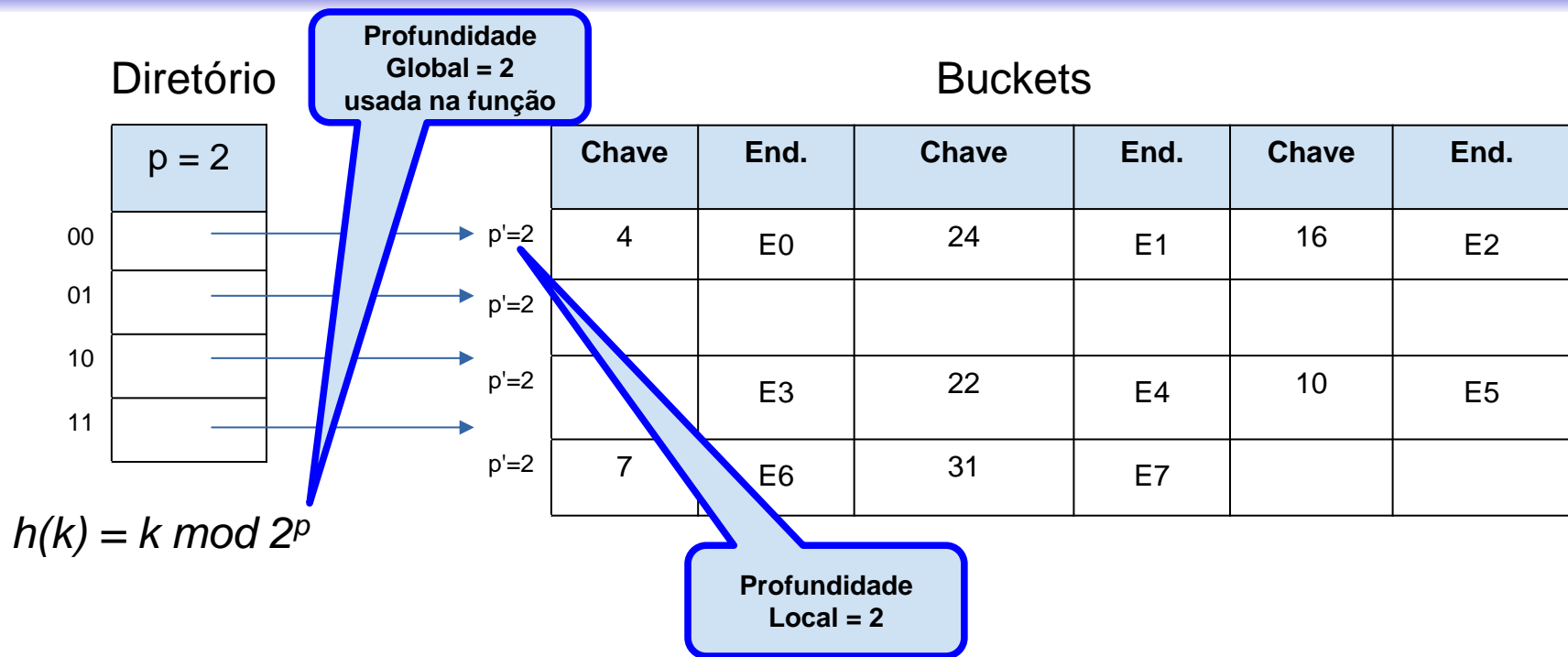
Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E1	16	E2
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		

Hashing – Hash Dinâmico



Hashing – Hash Dinâmico



Hashing – Hash Dinâmico

Diretório

	$p = 2$
00	<div><div></div><div>→ $p'=2$</div></div>
01	<div><div></div><div>→ $p'=2$</div></div>
10	<div><div></div><div>→ $p'=2$</div></div>
11	<div><div></div><div>→ $p'=2$</div></div>

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E1	16	E2
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		

$$h(k) = k \bmod 2^p$$

Função Hash
depende de p

Hashing – Hash Dinâmico

Diretório

	p = 2
00	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>
01	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>
10	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>
11	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>

$$h(k) = k \bmod 2^2$$

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E1	16	E2
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		

Buckets com
total de
elementos fixo

Inserção



PUC Minas

Inserindo chaves

Diretório

	p = 2
00	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>
01	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>
10	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>
11	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E1	16	E2
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		

$$h(k) = k \bmod 2^p$$

$$h(9) = 9 \bmod 2^2$$

$$h(9) = 9 \bmod 4$$

$$h(9) = 1$$

Adicionar chave 9

Inserindo chaves

Diretório

	p = 2
00	
01	
10	
11	

→ p'=2
→ p'=2
→ p'=2
→ p'=2

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E1	16	E2
9	E8				
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		

$$h(k) = k \bmod 2^p$$

$$h(9) = 9 \bmod 2^2$$

$$h(9) = 9 \bmod 4$$

$$h(9) = 1$$

Adicionar chave 9

Inserindo chaves

Diretório

	p = 2
00	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>
01	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>
10	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>
11	<div><div></div><div>→ p'=2</div></div>

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E1	16	E2
9	E8				
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		

$$h(k) = k \bmod 2^p$$
$$h(20) = 20 \bmod 2^2$$
$$h(20) = 20 \bmod 4$$
$$h(20) = 0$$

Adicionar chave 20

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 2$	
00		$p'=2$
01		$p'=2$
10		$p'=2$
11		$p'=2$

$$\begin{aligned}h(k) &= k \bmod 2^p \\h(20) &= 20 \bmod 2^2 \\h(20) &= 20 \bmod 4 \\h(20) &= 0\end{aligned}$$

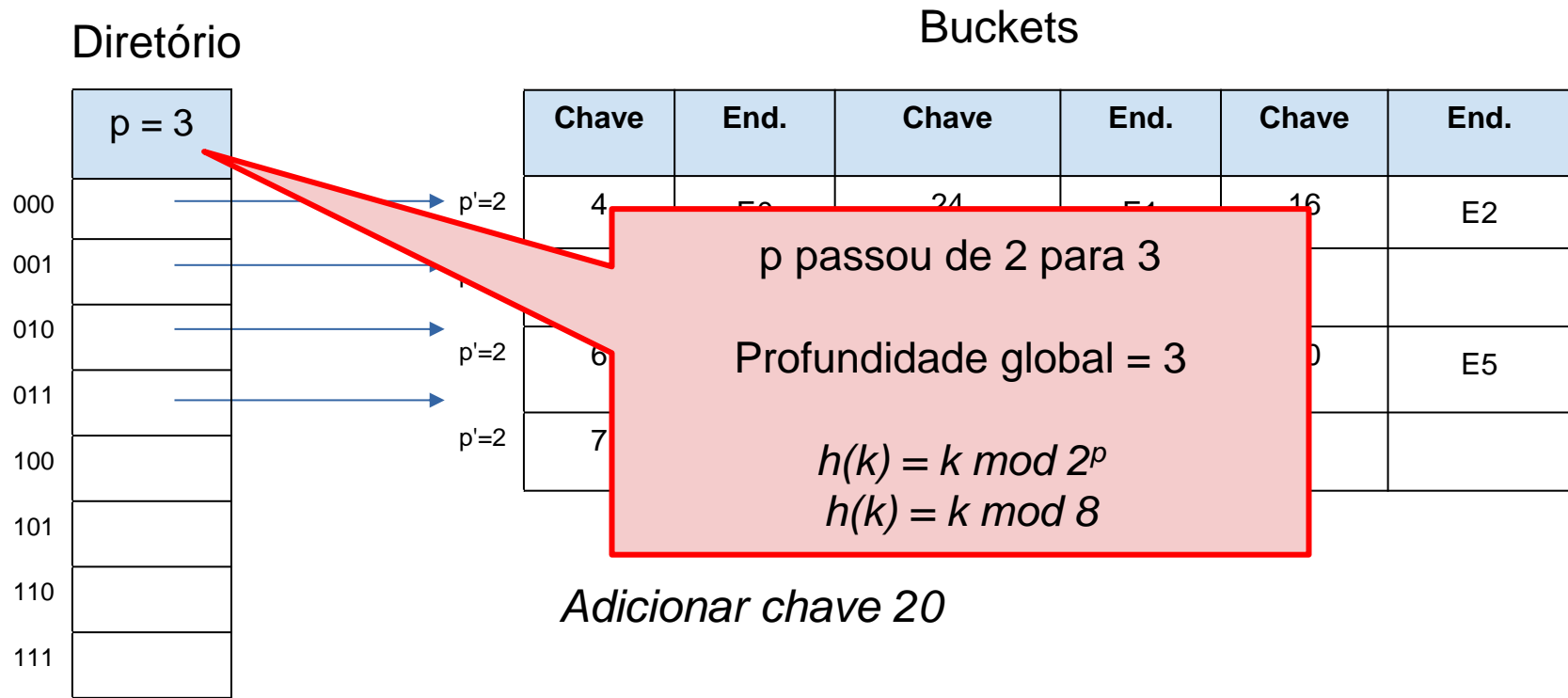
Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E1	16	E2
9	E8				
6	E3	22			E5
7	E6				

Não cabe no bucket 0!

Adicionar chave 20

Inserindo chaves



Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	→ $p'=2$
001	→ $p'=2$
010	→ $p'=2$
011	→
100	
101	
110	
111	

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E4	16	E2
9					
6				0	E5

Vamos ajustar os ponteiros

Adicionar chave 20

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E1	16	E2
5	E8				
6					E5
7					

$p'=2$
 $p'=2$
 $p'=2$
 $p'=2$

Profundidade local = 2

Precisamos aumentar essa profundidade

Adiciona

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

$p'=2$
 $p'=2$
 $p'=2$
 $p'=2$









Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E1	16	E2
9	E8				
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		

Adicionar chave 20

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E1	16	E2
9	E8				
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		

Adicionar chave 20

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	→ $p'=3$
001	→ $p'=2$
010	→ $p'=2$
011	→ $p'=2$
100	→ $p'=3$
101	
110	
111	

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
4	E0	24	E1	16	E2
9	E8				
6	E3				
7	E6				

Precisamos organizar as chaves
4, 24 e 16

Adicionar

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

000 $p'=3$

001 $p'=2$

010 $p'=2$

011 $p'=2$

100 $p'=2$

101 $p'=3$

110 $p'=2$

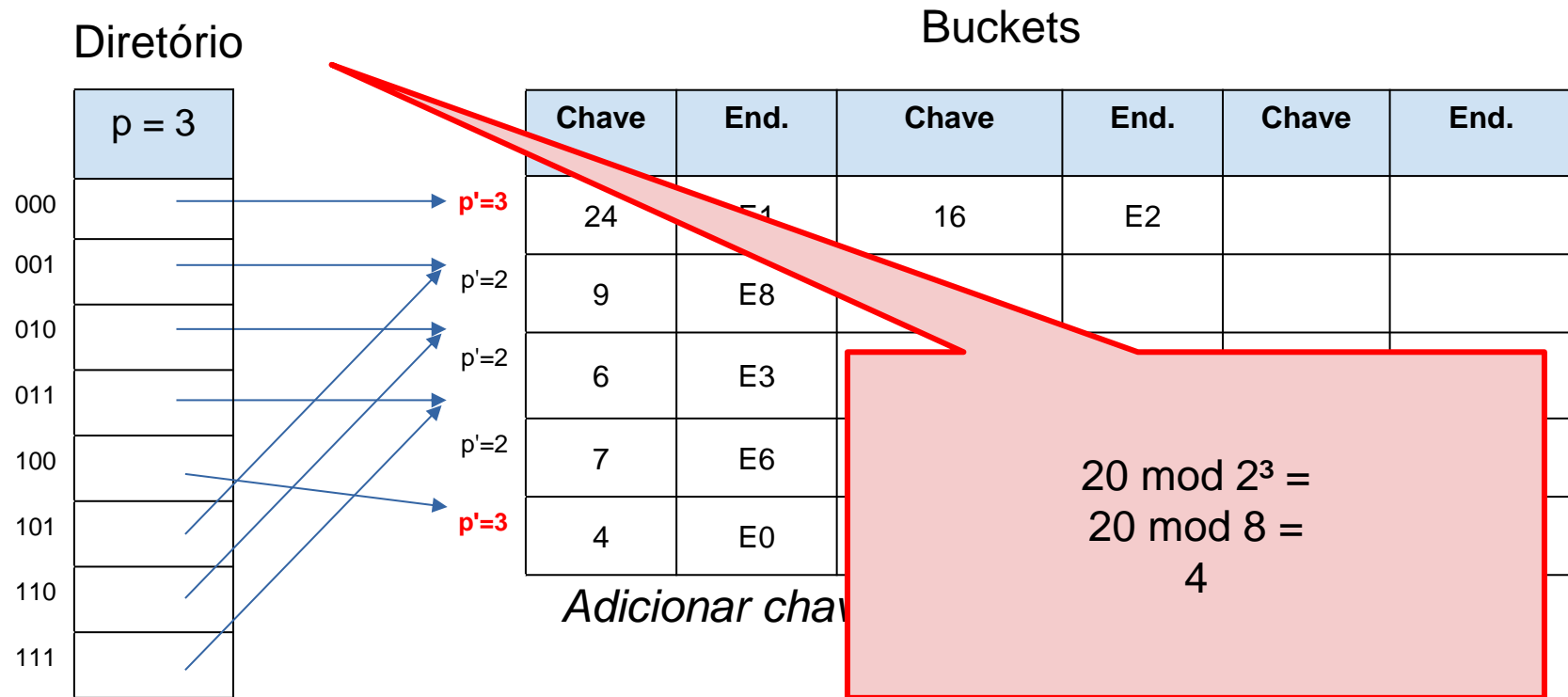
111 $p'=2$

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
24	E1	16	E2		
9	E8				
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		
4	E0				

Adicionar chave 20

Inserindo chaves



Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

000 $\rightarrow p'=3$

001 $\rightarrow p'=2$

010 $\rightarrow p'=2$

011 $\rightarrow p'=2$

100 $\rightarrow p'=2$

101 $\rightarrow p'=3$

110 $\rightarrow p'=2$

111 $\rightarrow p'=2$

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
24	E1	16	E2		
9	E8				
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

000 $\rightarrow p'=3$

001 $\rightarrow p'=2$

010 $\rightarrow p'=2$

011 $\rightarrow p'=2$

100 $\rightarrow p'=2$

101 $\rightarrow p'=3$

110 $\rightarrow p'=2$

111 $\rightarrow p'=2$

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
24	E1	16	E2		
9	E8				
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		

Adicionar chave 26

$$h(k) = 26 \bmod 8$$
$$h(26) = 2$$

Inserindo chaves

Diretório

$p = 3$	
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

Diagram showing the mapping of directory entries to buckets:

- 000 → $p'=3$
- 001 → $p'=2$
- 010 → $p'=2$
- 011 → $p'=2$
- 100 → $p'=2$
- 101 → $p'=3$
- 110 → $p'=3$
- 111 → $p'=3$

Buckets

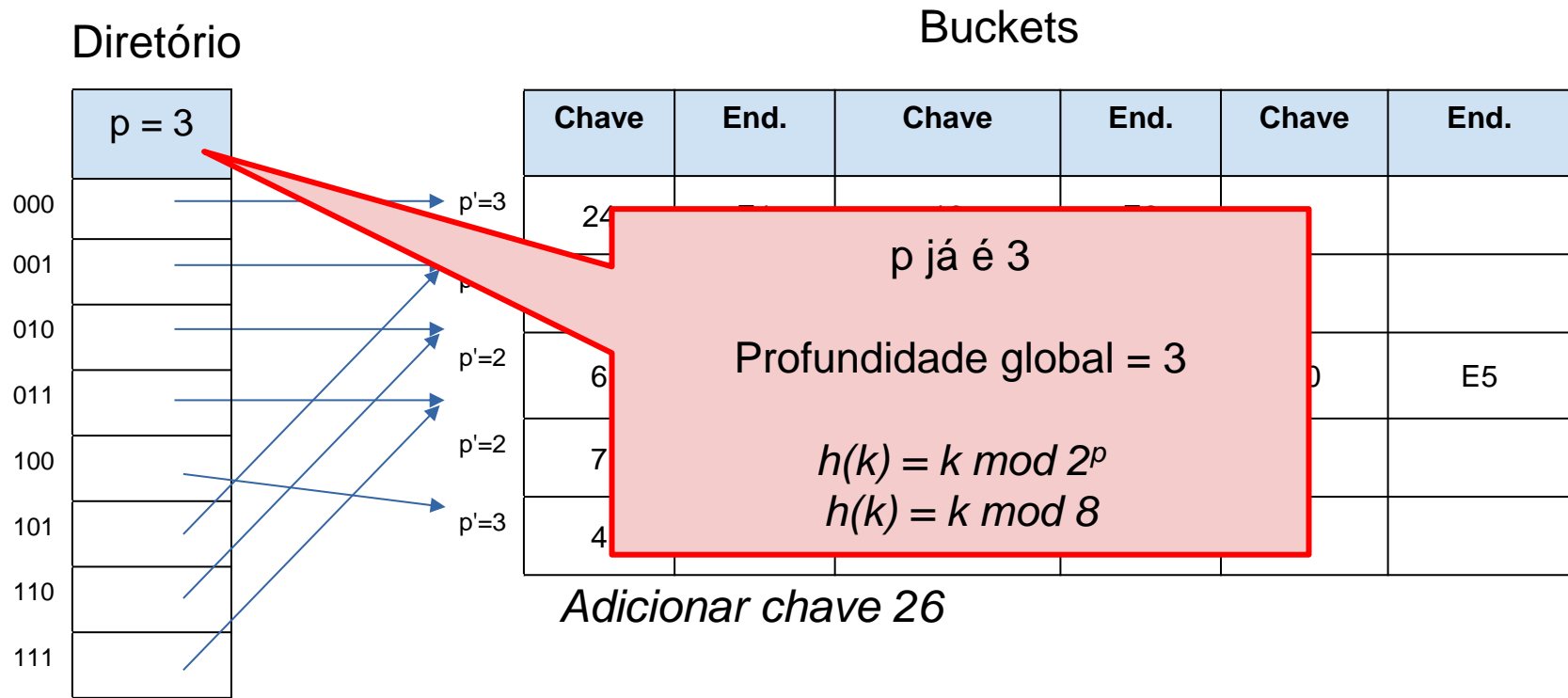
Chave					End.
24	E1				
9	E8				
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		

Não cabe no bucket 2!

Adicionar chave 26

$$h(k) = 26 \bmod 8$$
$$h(26) = 2$$

Inserindo chaves



Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

Chave	End.				
24	E1				
9	E8				
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		

Adicionar chave 26

Profundidade local = 2
Precisamos aumentar essa profundidade

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

Diagram illustrating the mapping from the Directory (Diretório) to the Buckets (Buckets) using the value $p = 3$. The Directory has 8 slots (000 to 111). The Buckets table has 8 rows, each with two columns: Chave and End. The mapping is as follows:

- 000 → $p' = 3$
- 001 → $p' = 2$
- 010 → $p' = 3$ (highlighted in red)
- 011 → $p' = 2$
- 100 → $p' = 3$
- 101 → $p' = 2$
- 110 → $p' = 3$ (highlighted in red)
- 111 → $p' = 2$

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
24	E1	16	E2		
9	E8				
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		

Adicionar chave 26

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

Diagram illustrating the directory structure. The directory has 8 slots (000 to 111). Arrows indicate pointers to entries in the main table:

- 000 points to $p'=3$
- 001 points to $p'=2$
- 010 points to $p'=3$
- 011 points to $p'=2$
- 100 points to $p'=3$
- 101 points to $p'=3$
- 110 points to $p'=3$
- 111 points to $p'=3$

Chave	End.				
24	E1				
9					
6	E3	22	E4	10	E5
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		

Precisamos organizar as chaves
6, 22 e 10

Adicionar chave 26

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

000 $p'=3$

001 $p'=2$

010 $p'=3$

011 $p'=2$

100 $p'=3$

101 $p'=3$

110 $p'=3$

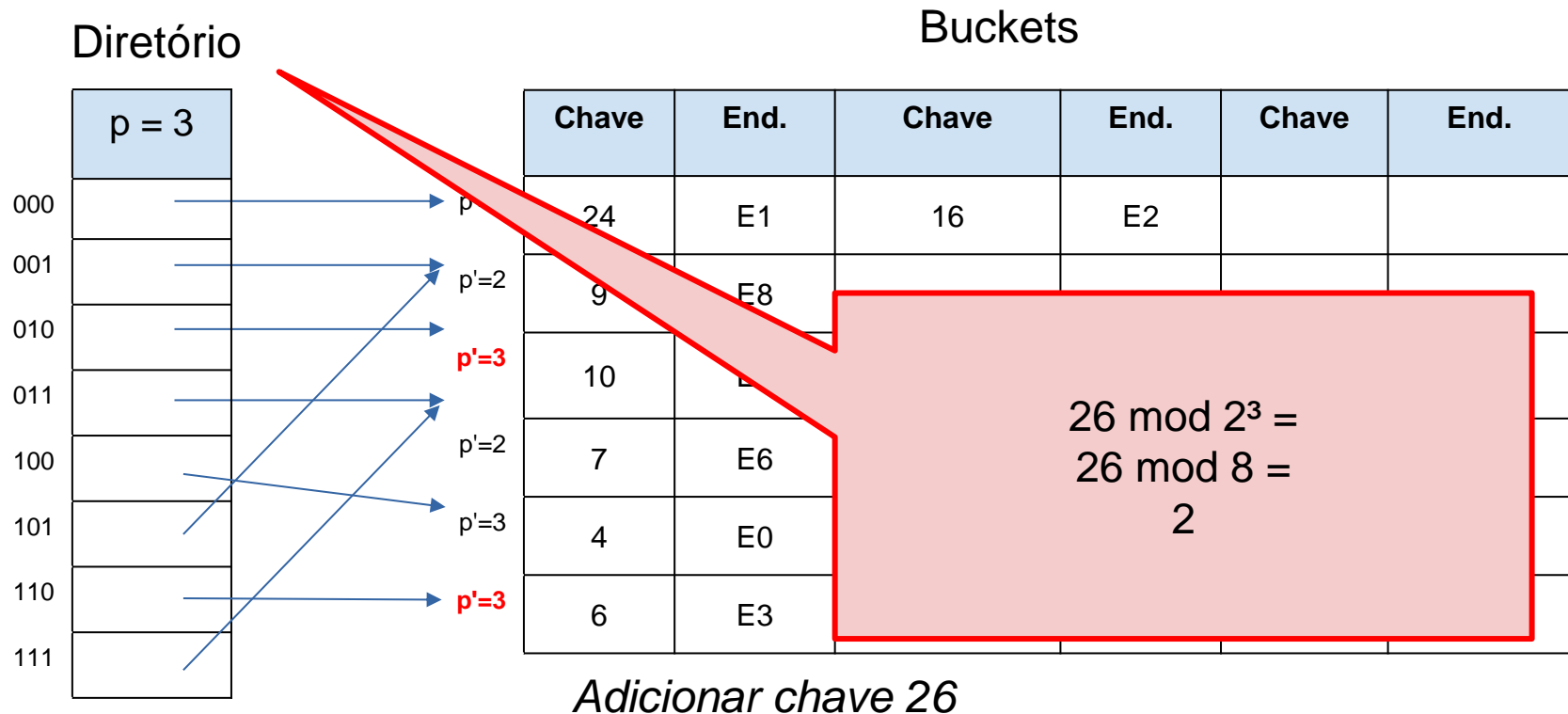
111 $p'=3$

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
24	E1	16	E2		
9	E8				
10	E5				
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		
6	E3	22	E4		

Adicionar chave 26

Inserindo chaves



Adicionar chave 26

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

Diagram illustrating the mapping of directory entries to buckets:

- 000 → $p'=3$
- 001 → $p'=2$
- 010 → $p'=3$
- 011 → $p'=2$
- 100 → $p'=3$
- 101 → $p'=3$
- 110 → $p'=3$
- 111 → $p'=3$

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
24	E1	16	E2		
9	E8				
10	E5	26	E10		
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		
6	E3	22	E4		

Adicionar chave 26

Inserindo chaves

Diretório

	$p = 3$	
000		$p'=3$
001		$p'=2$
010		$p'=3$
011		$p'=2$
100		$p'=3$
101		$p'=3$
110		$p'=3$
111		

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
24	E1	16	E2		
9	E8				
10	E5	26	E10		
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		
6	E3	22	E4		









Deletando



PUC Minas

Deletando chaves

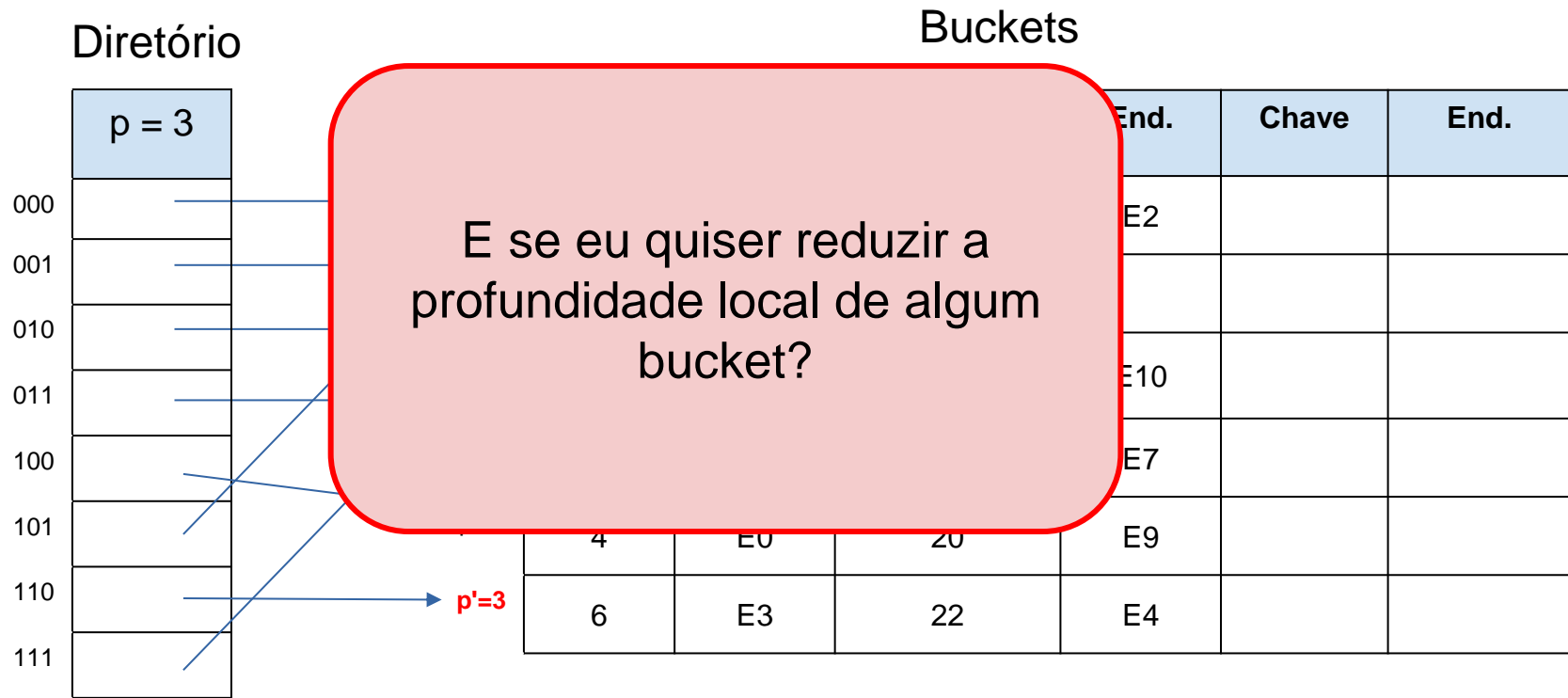
Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

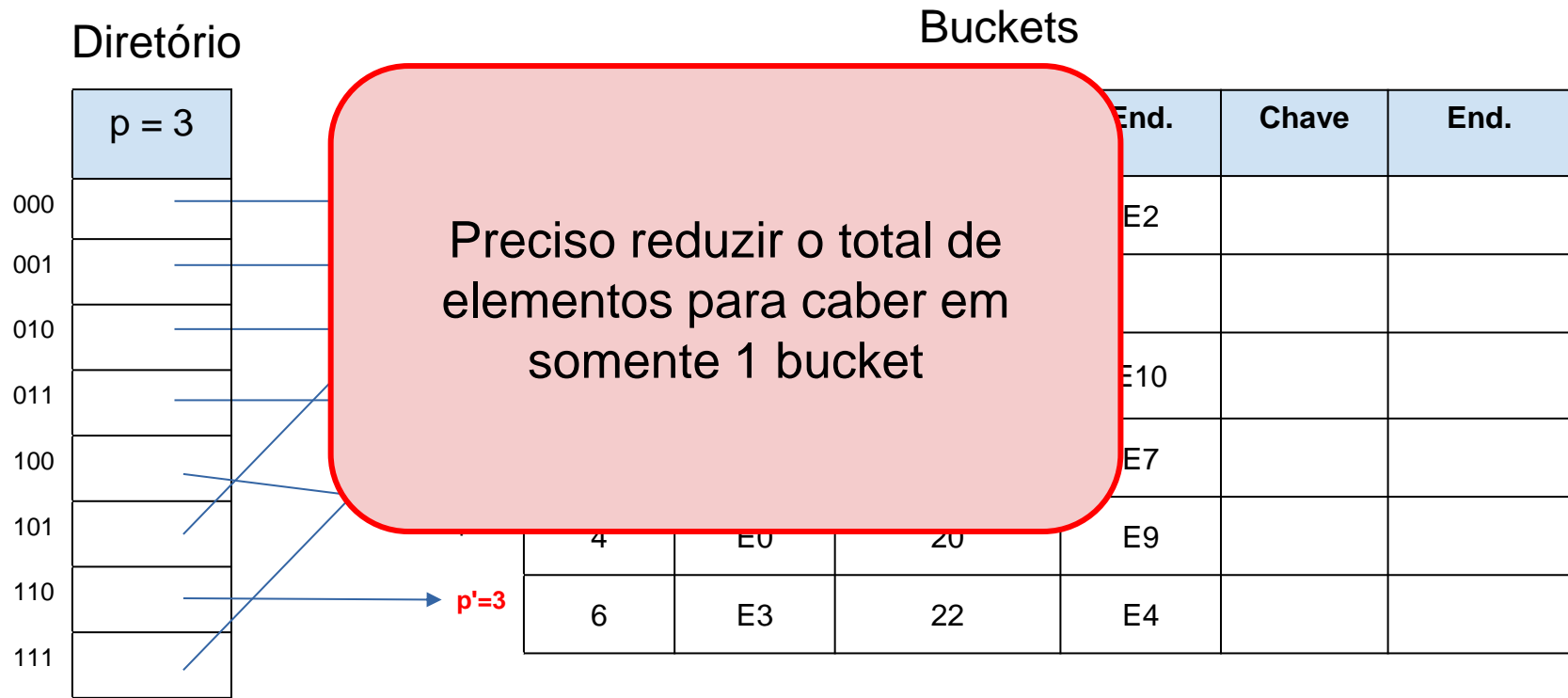
Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
24	E1	16	E2		
9	E8				
10	E5	26	E10		
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		
6	E3	22	E4		

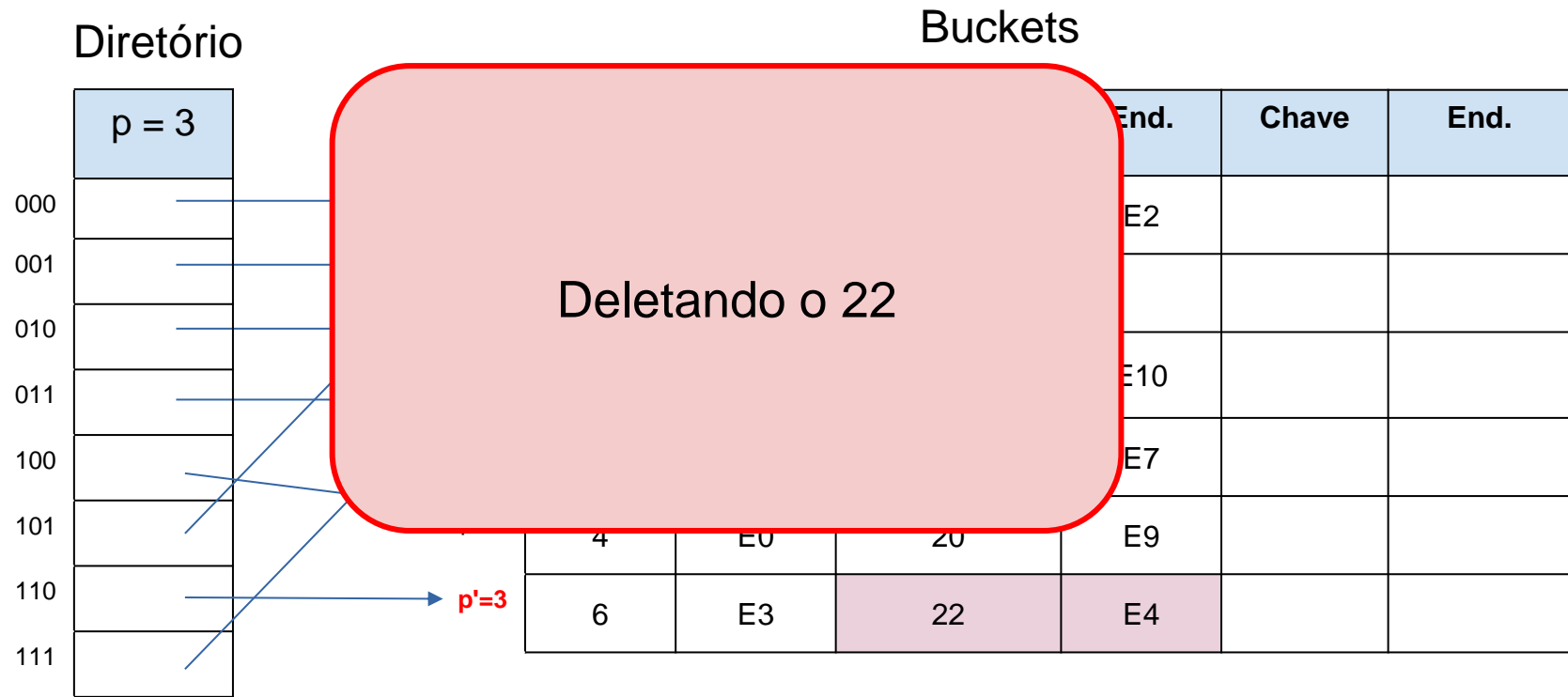
Deletando chaves



Deletando chaves











Deletando chaves



Deletando chaves

Diretório

	$p = 3$
000	
001	
010	
011	
100	
101	
110	
111	

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
24	E1	16	E2		
9	E8				
10	E5	26	E10		
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		
6	E3	22	E4		

Deletando a chave 22

Deletando chaves

Diretório

	$p = 3$
000	→ $p'=3$
001	→ $p'=2$
010	→ $p'=3$
011	→ $p'=2$
100	→ $p'=3$
101	→ $p'=2$
110	→ $p'=3$
111	→ $p'=3$

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
24	E1	16	E2		
9	E8				
10	E5	26	E10		
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		
6	E3				

Deletando chaves

Juntando os buckets 2 e 6

Tenho 3 elementos e o bucket
cabe 3 elementos

Diretório

	$p = 3$	
000		$p'=3$
001		$p'=2$
010		$p'=3$
011		$p'=2$
100		$p'=3$
101		$p'=3$
110		$p'=3$
111		

Chave					
24					
9	E8				
10	E5	26	E10		
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		
6	E3				

Deletando chaves

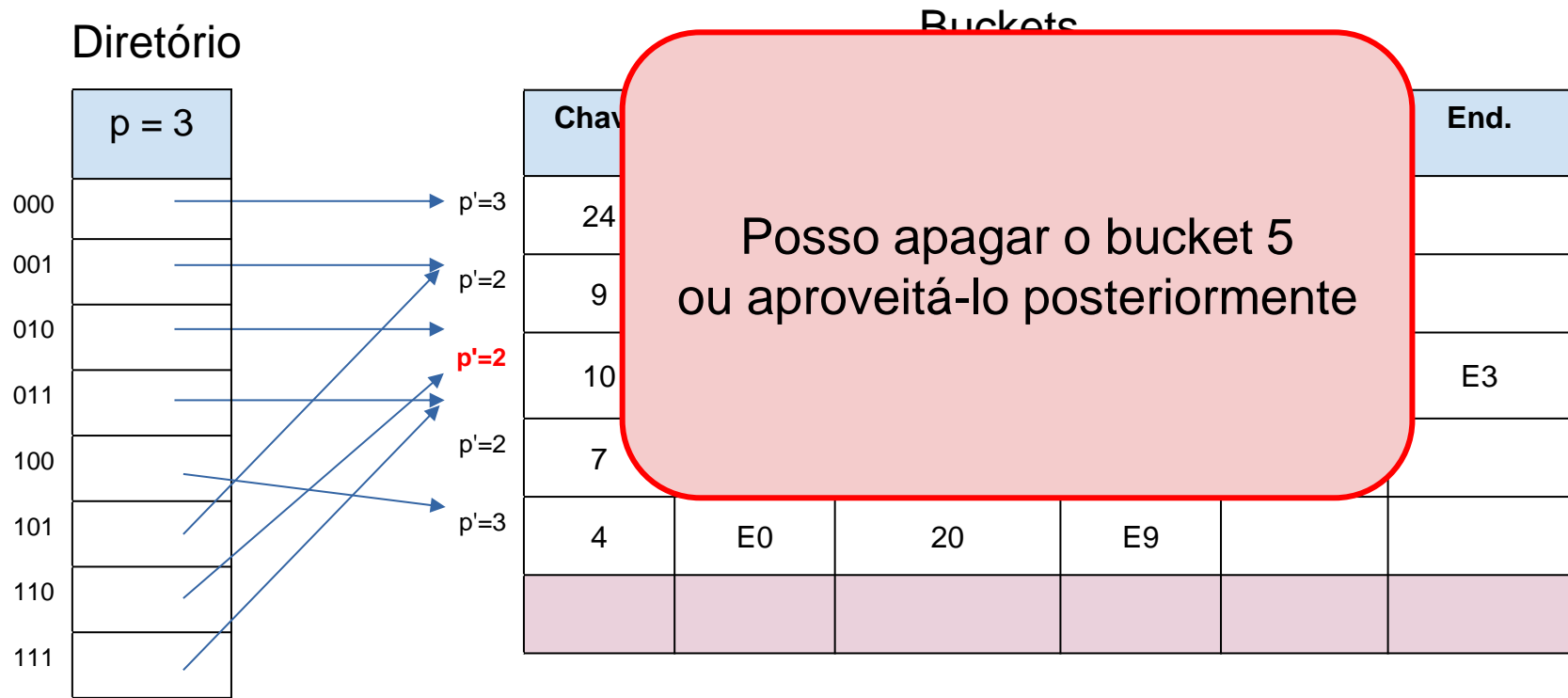
Diretório

	$p = 3$
000	→ $p'=3$
001	→ $p'=2$
010	→ $p'=2$
011	→ $p'=2$
100	→ $p'=2$
101	→ $p'=3$
110	→ $p'=2$
111	→ $p'=2$

Buckets

Chave	End.	Chave	End.	Chave	End.
24	E1	16	E2		
9	E8				
10	E5	26	E10	6	E3
7	E6	31	E7		
4	E0	20	E9		

Deletando chaves



Conclusões



Hashing – Hash Dinâmico

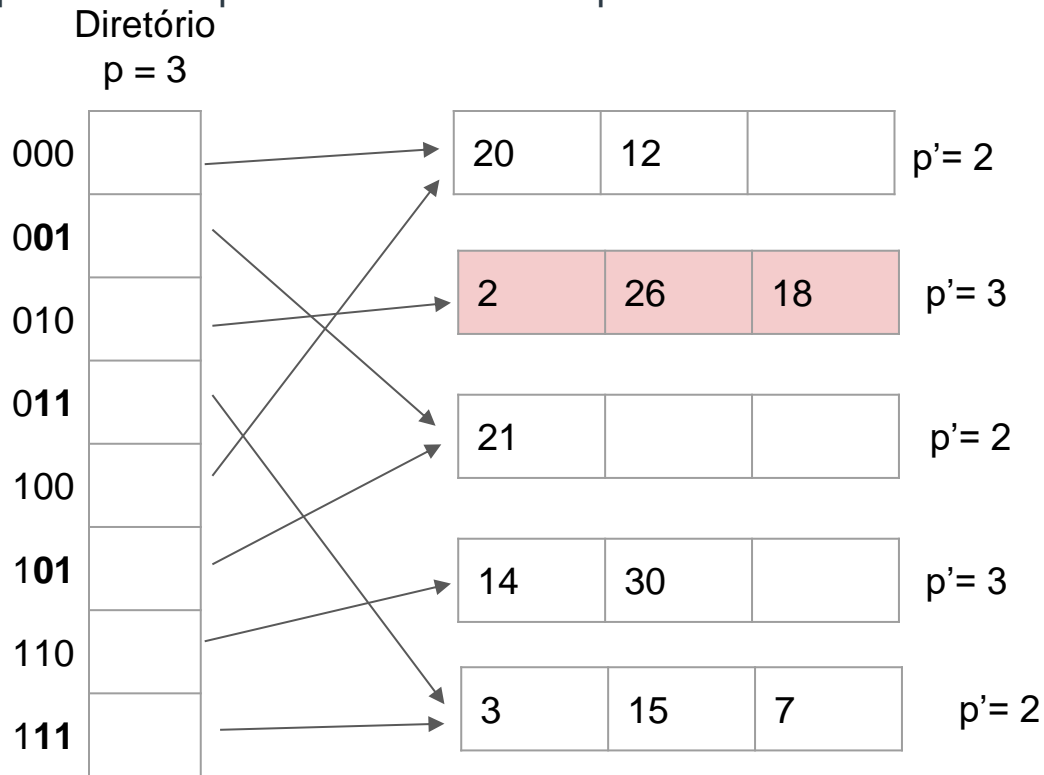
- O diretório cresce, sem precisarmos reposicionar todos os registros (do índice)
- O índice (lista de buckets) cresce de acordo com a necessidade
- Como não há encadeamento dos buckets, não há perda de eficiência

Hashing – Hash Dinâmico

- Qual a melhor estrutura auxiliar para índices:

Árvore B, B+, B* ou Hash Dinâmico?

Suponha que façamos a inserção das chaves 30, 21, 12, 42 e 31, nesta ordem. Que chave provocará o primeiro aumento de profundidade do diretório?



$$2^p = 8$$

$$p = 3$$

$$30 \bmod 8 = 6$$

$$21 \bmod 8 = 5$$

$$3 \bmod 8 = 3$$

$$15 \bmod 8 = 7$$

$$12 \bmod 8 = 4$$

$$42 \bmod 8 = 2$$