

# Introdução à Teoria dos Grafos

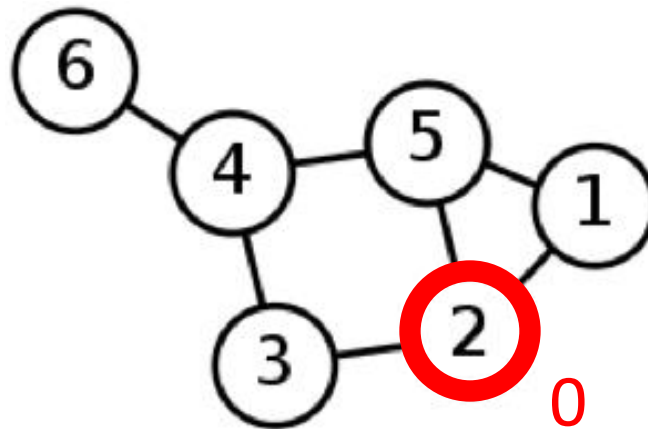
Prof. Alexandre Noma

# Aula passada: Busca em **largura**

- **BFS**( $G, s$ )
  - **Entrada**: um grafo  $G$  e um vértice inicial  $s$
  - **Saída**: “**distâncias**” em relação ao vértice  $s$
- Atributos
  - $v.d$ : distância
  - $v.cor$ : BRANCO, CINZA, PRETO  
(inicialmente não visitado  
visitado,  
finalizado)

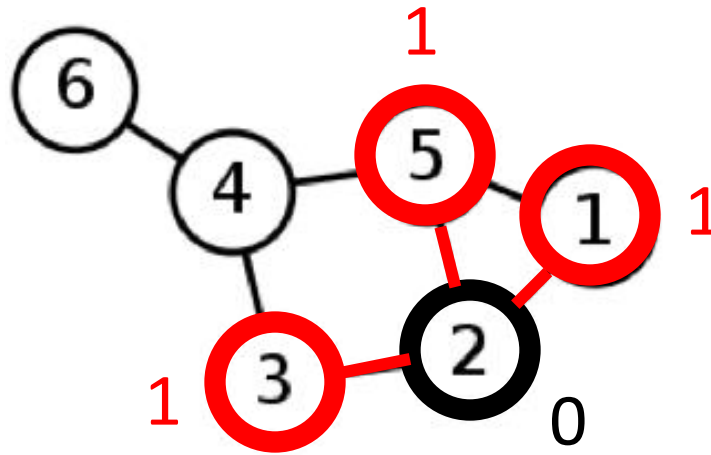
# Propagação de “fogo”

Vértice inicial.



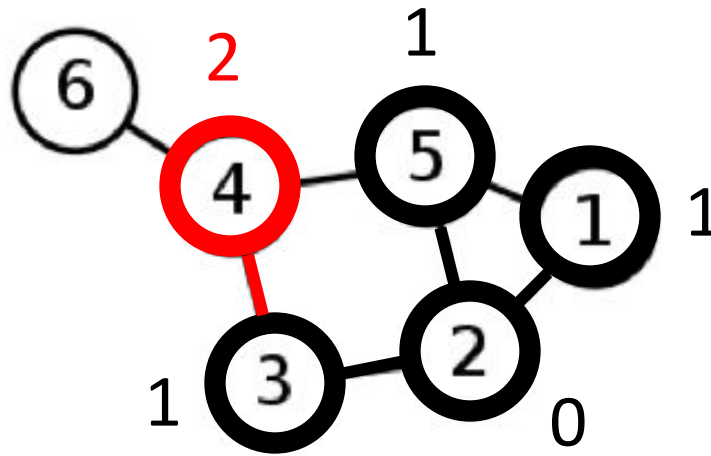
# Propagação de “fogo”

Fogo espalha para vizinhos.



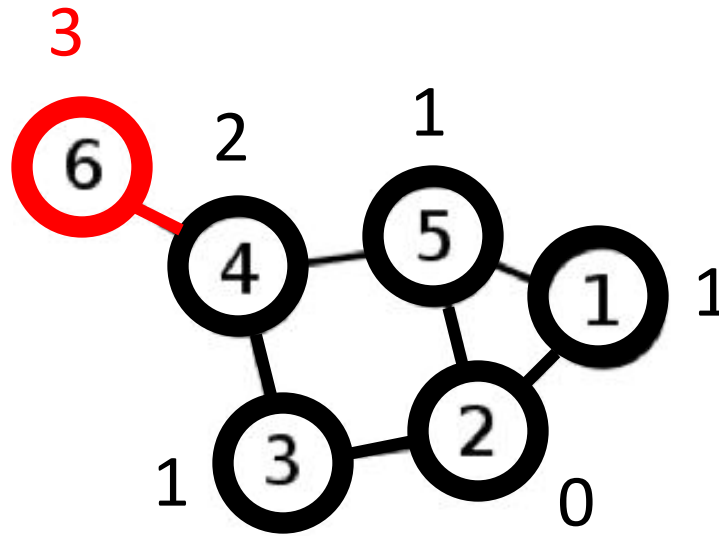
# Propagação de “fogo”

Fogo espalha para vizinhos.



# Propagação de “fogo”

Fogo espalha para vizinhos.



# Aula passada: Busca em **largura**

- **Fila**



**INÍCIO**

**FIM**

# Hoje: Busca em **profundidade**

- Qual é o nome desta estrutura de dados?





# Hoje: Busca em **profundidade**

- Qual é o nome desta estrutura de dados?



**TOPO**

# Pilha: operações

- PilhaVazia(S)
  - Devolve verdadeiro se a pilha **S** está vazia, ou falso caso contrário
- Empilha(S, x)
  - **insere** elemento **x** no **topo** da pilha **S**
- Desempilha(S)
  - **remove** e devolve o elemento no **topo** da pilha **S**

**TOPO**



# Busca em profundidade

- **DFS**(G)
  - **Entrada**: um grafo **G**
  - **Saída**: “descoberta” e “finalização”
- Atributos
  - v.d, v.f: descoberta, finalização
  - v.cor: BRANCO, CINZA, PRETO  
(inicialmente não visitado  
descoberto -- visitado pela 1ª vez,  
finalizado)

## **DFS (G)**

```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS( $G, u_i$ )
```

Inicialização

## **VisitaDFS**( $G, u_i$ )

```
1 tempo = tempo + 1
2  $u_i.\mathbf{d} = \text{tempo}$ 
3  $u_i.\mathbf{cor} = \text{CINZA}$ 
4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$ 
5     se  $v_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         VisitaDFS( $G, v_i$ )
7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}=\text{tempo}$ ;  $u_i.\mathbf{cor}=\text{PRETO}$ 
```

## DFS (G)

```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS(G,  $u_i$ )
```

Inicialização

## **VisitaDFS**(G, $u_i$ )

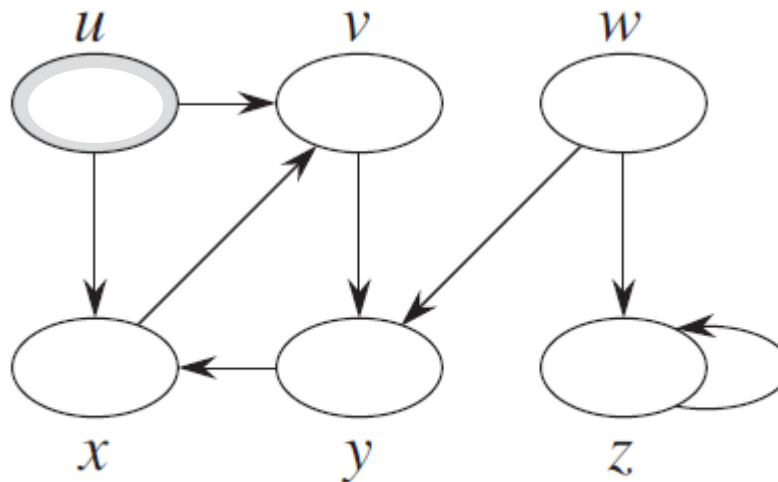
```
1 tempo = tempo + 1
2  $u_i.\mathbf{d} = \text{tempo}$ 
3  $u_i.\mathbf{cor} = \text{CINZA}$ 
4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$ 
5     se  $v_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         VisitaDFS(G,  $v_i$ )
7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}=\text{tempo}$ ;  $u_i.\mathbf{cor}=\text{PRETO}$ 
```

Pilha da  
recursão

## DFS (G)

```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS(G,  $u_i$ )
```

Inicialização



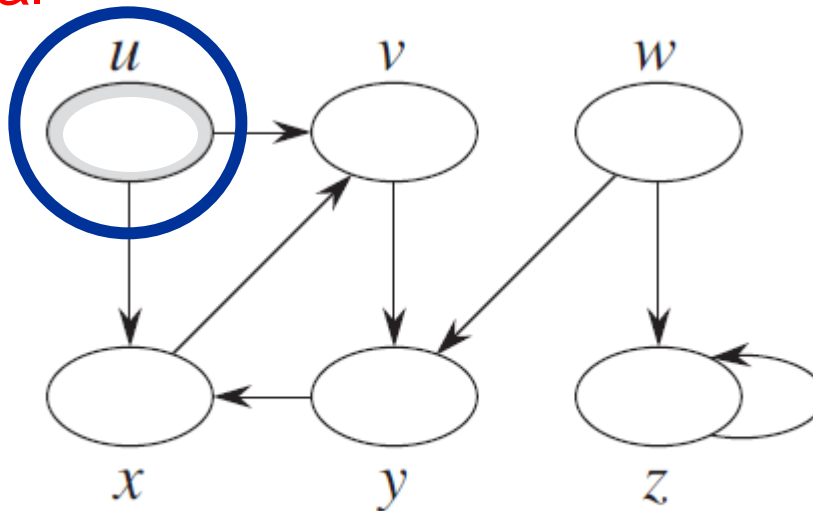
tempo = 0

## DFS (G)

```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS(G,  $u_i$ )
```

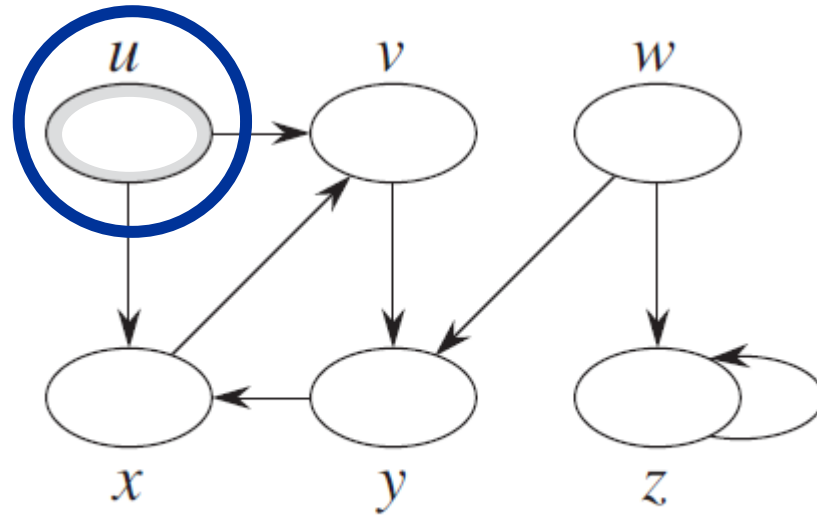
Inicialização

Vértice inicial



tempo = 0

tempo = 0



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

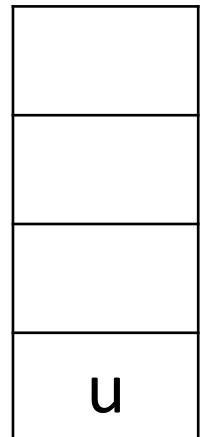
4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

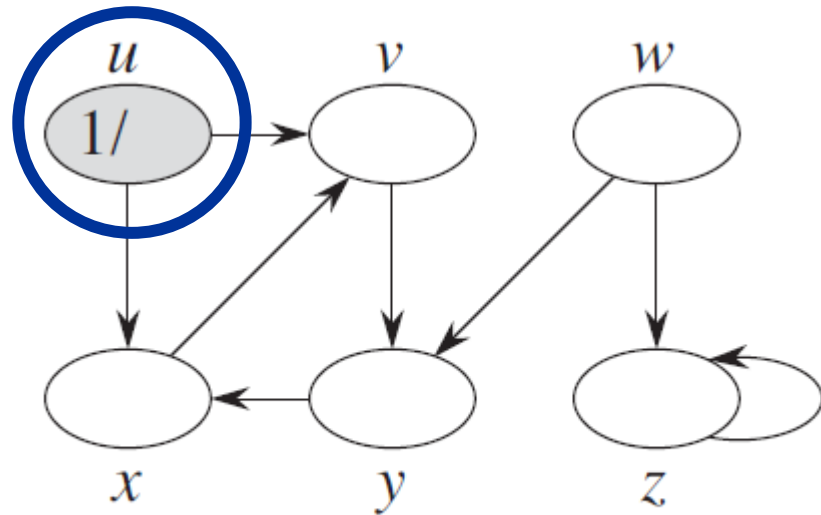
7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO

**topo**





tempo = ~~0~~ 1



**VisitaDFS** (G,  $u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i$ .**d** = tempo

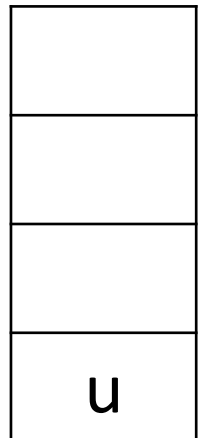
3  $u_i$ .**cor** = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

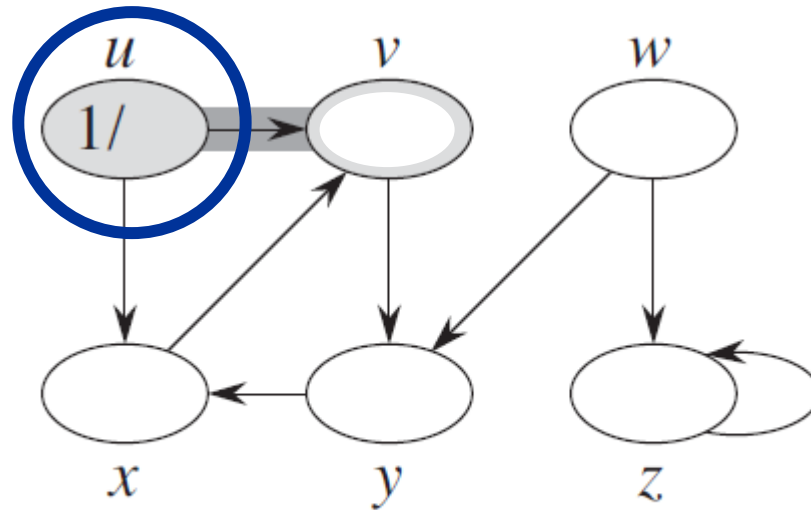
5     se  $v_i$ .**cor** == BRANCO

6         **VisitaDFS** (G,  $v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i$ .**f**=tempo;  $u_i$ .**cor**=PRETO



tempo = 1



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

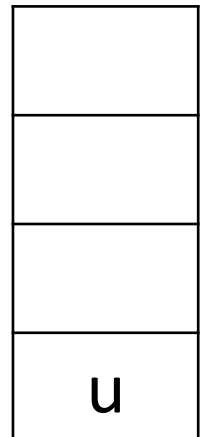
3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

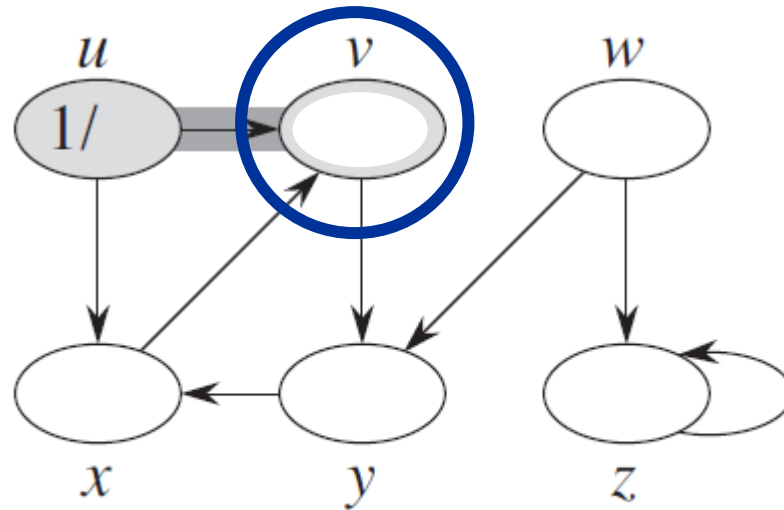
5     se  $v_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO



tempo = 1



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

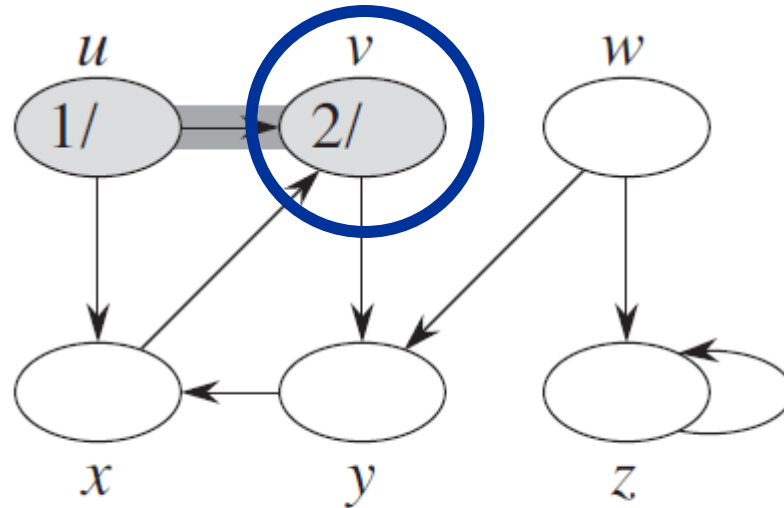
6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO

**topo**

v
u

tempo = ~~1~~ 2



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.d$  = tempo

3  $u_i.cor$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

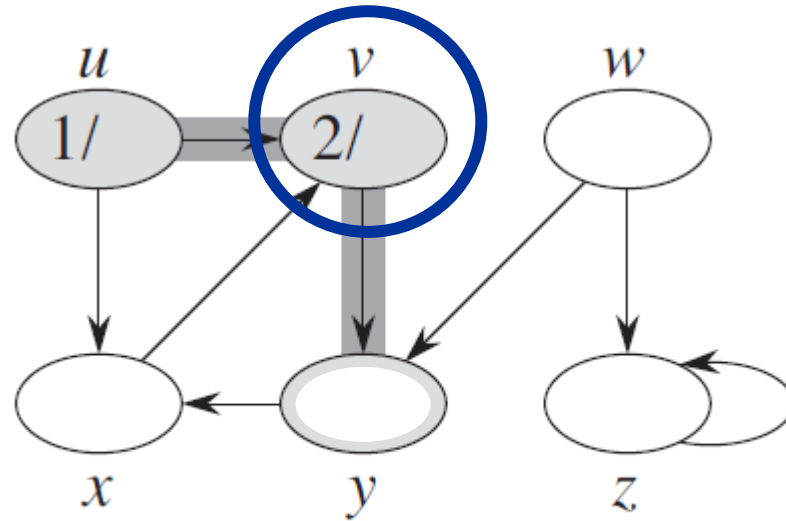
5     se  $v_i.cor ==$  BRANCO

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO

v
u

tempo = 2



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

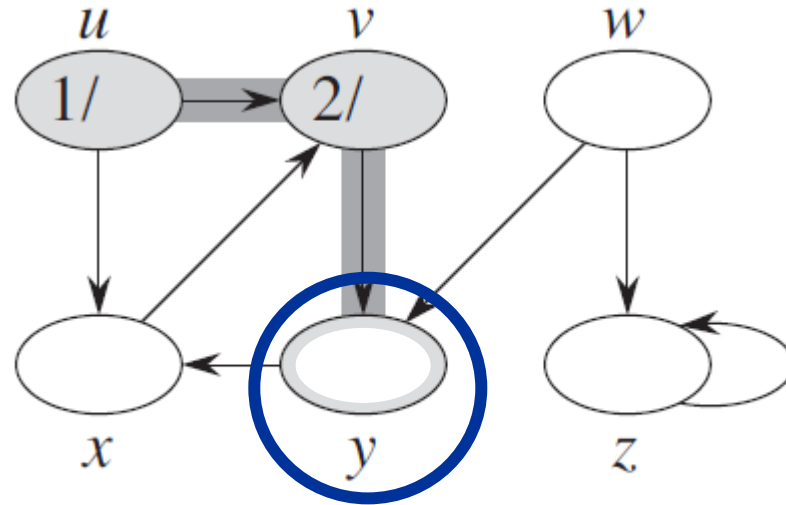
5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO

v
u

tempo = 2



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

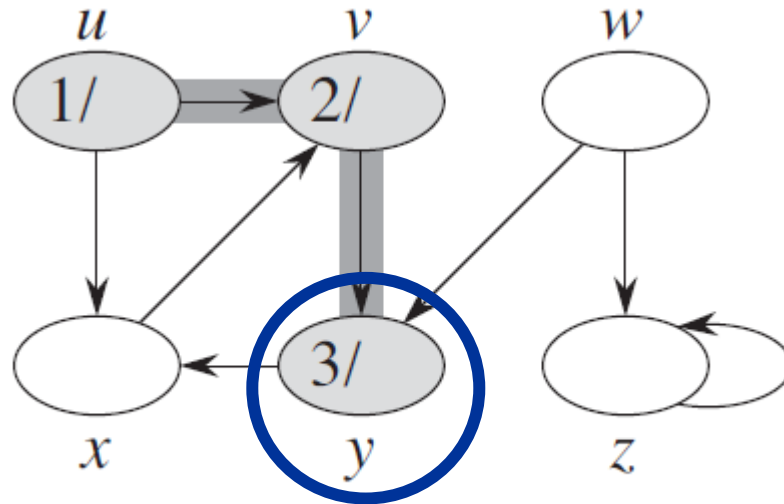
6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO

**topo**

y
v
u

tempo = ~~2~~ 3



**VisitaDFS** (G,  $u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i$ .**d** = tempo

3  $u_i$ .**cor** = CINZA

4 para cada  $v_i$  em G.Adj[ $u_i$ ]

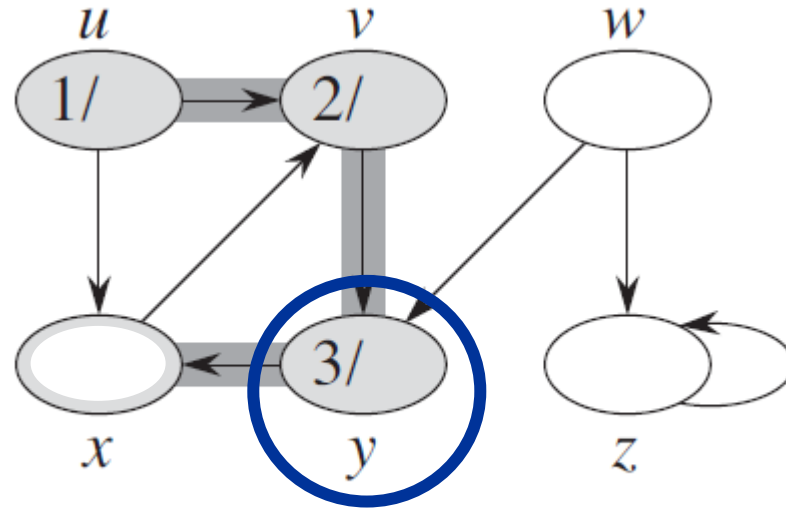
5     se  $v_i$ .**cor** == BRANCO

6         **VisitaDFS** (G,  $v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i$ .**f**=tempo;  $u_i$ .**cor**=PRETO

y
v
u

tempo = 3



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

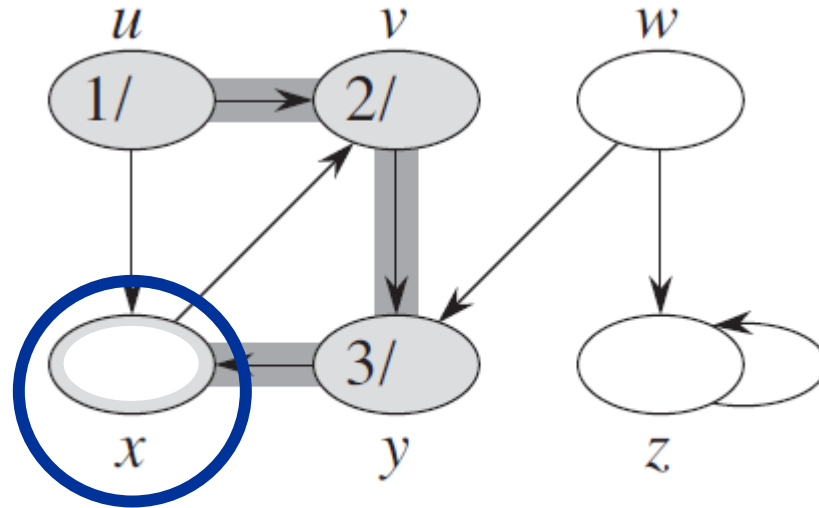
6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO

y
v
u



tempo = 3



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

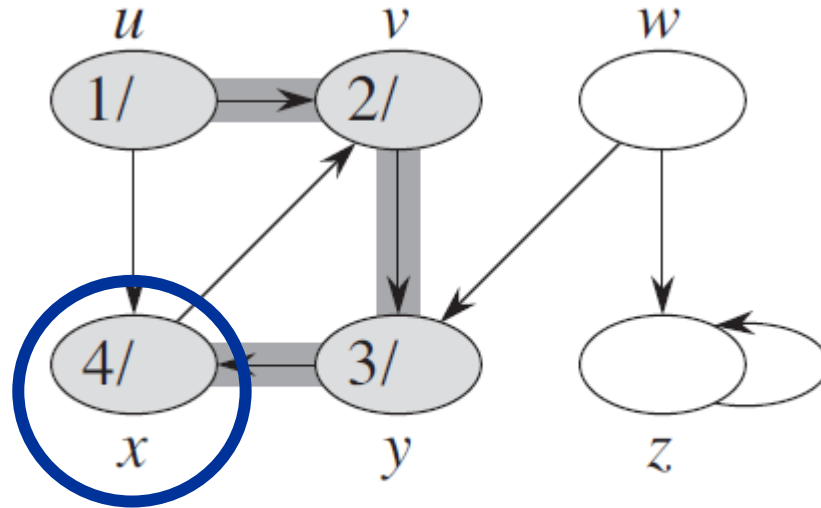
6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO

**topo**

x
y
v
u

tempo = ~~3~~ 4



**VisitaDFS** (G,  $u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i$ .**d** = tempo

3  $u_i$ .**cor** = CINZA

4 para cada  $v_i$  em G.Adj[ $u_i$ ]

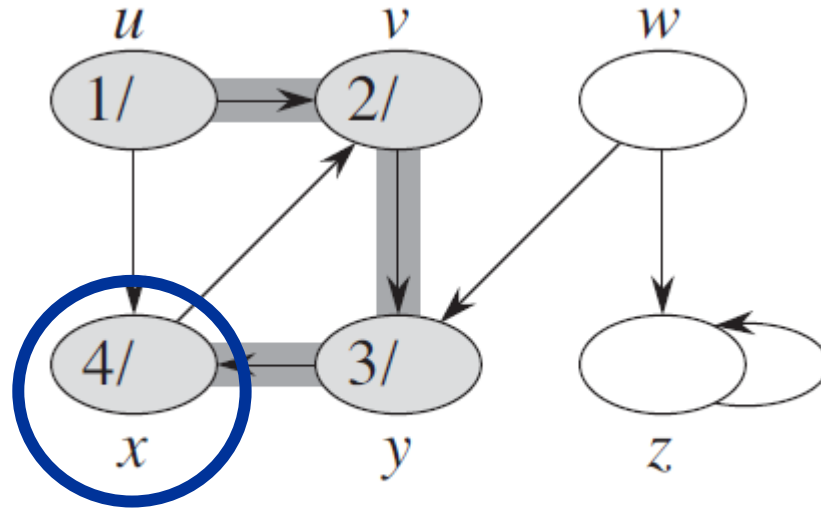
5     se  $v_i$ .**cor** == BRANCO

6         **VisitaDFS** (G,  $v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i$ .**f**=tempo;  $u_i$ .**cor**=PRETO

x
y
v
u

tempo = 4



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

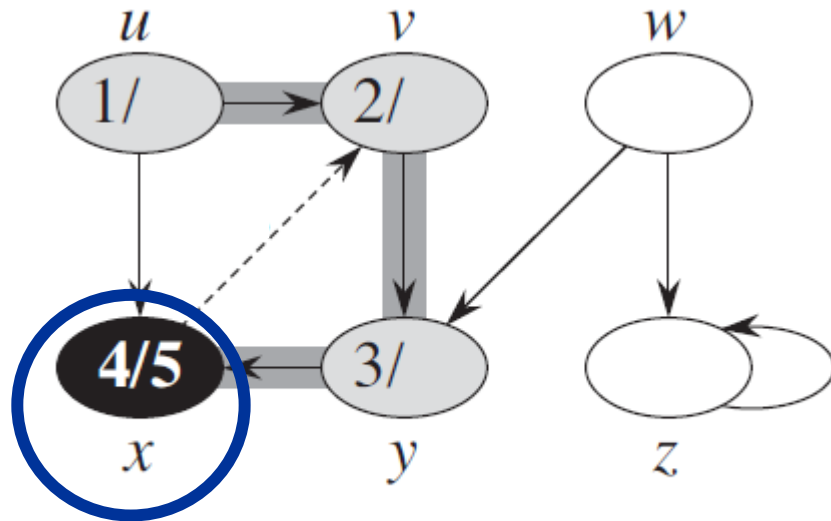
5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO

x
y
v
u

tempo = ~~4~~ 5



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.d$  = tempo

3  $u_i.cor$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

5     se  $v_i.cor == BRANCO$

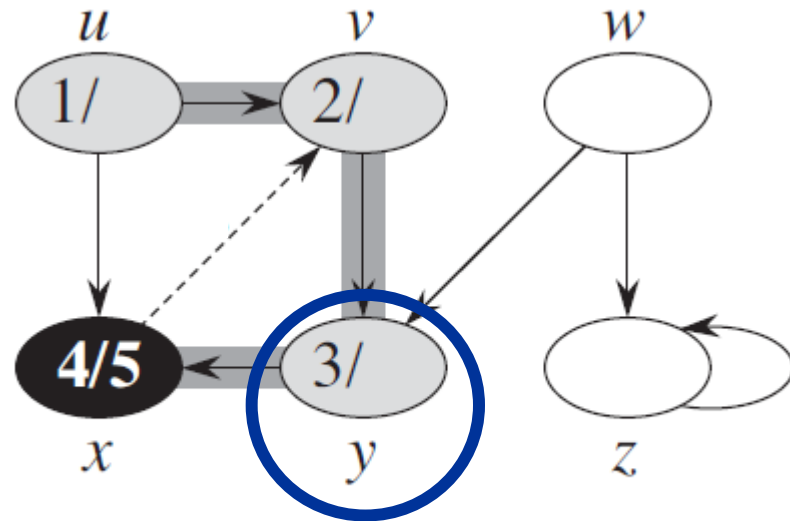
6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO

**topo**

<del>x</del>
y
v
u

tempo = 5



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

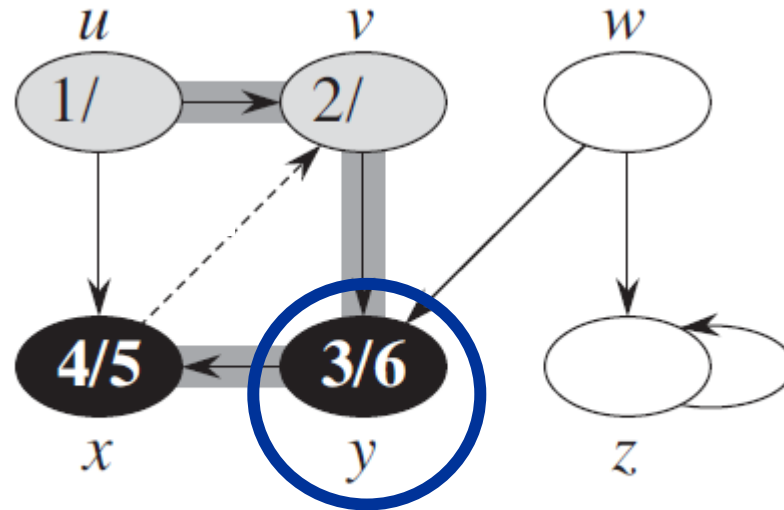
5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO

y
v
u

tempo = ~~5~~ 6



**VisitaDFS** (G,  $u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.d$  = tempo

3  $u_i.cor$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

5     se  $v_i.cor == BRANCO$

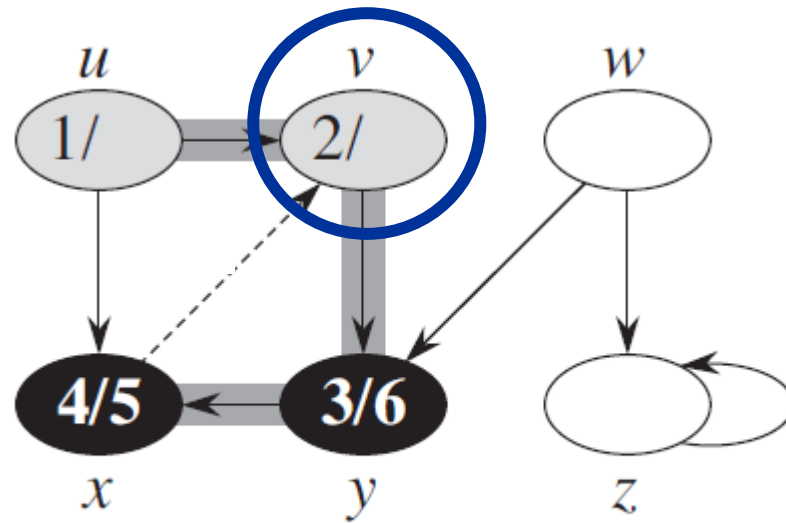
6         **VisitaDFS** (G,  $v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO

**topo**

<del>y</del>
v
u

tempo = 6



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

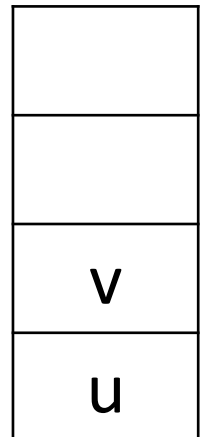
3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

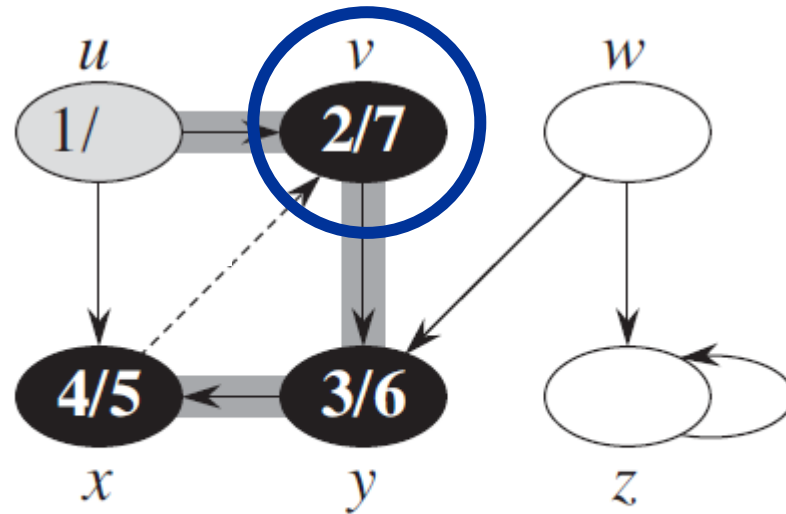
5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO



tempo = ~~6~~ 7



**VisitaDFS** (G,  $u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.d$  = tempo

3  $u_i.cor$  = CINZA

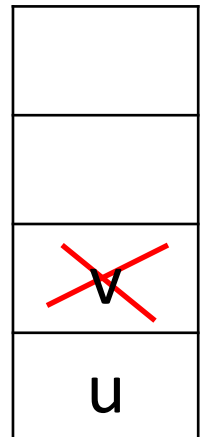
4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

5     se  $v_i.cor ==$  BRANCO

6         **VisitaDFS** (G,  $v_i$ )

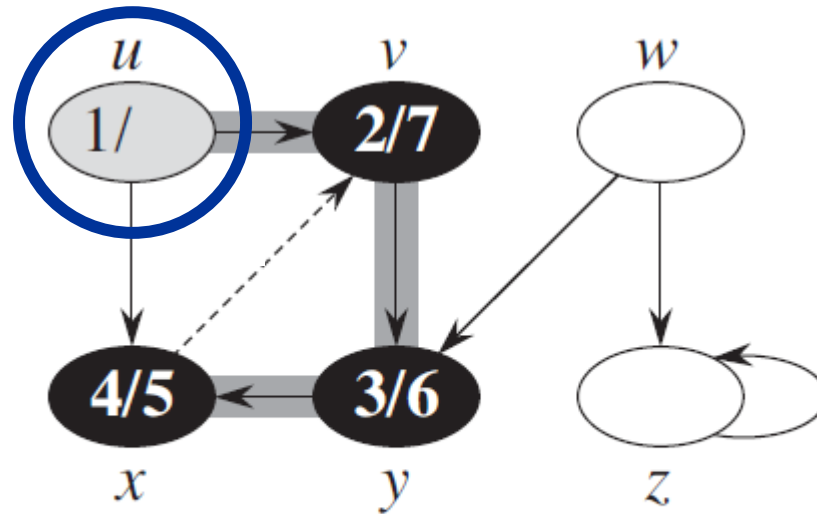
7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO

**topo**





tempo = 7



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

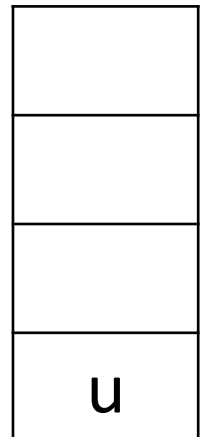
3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

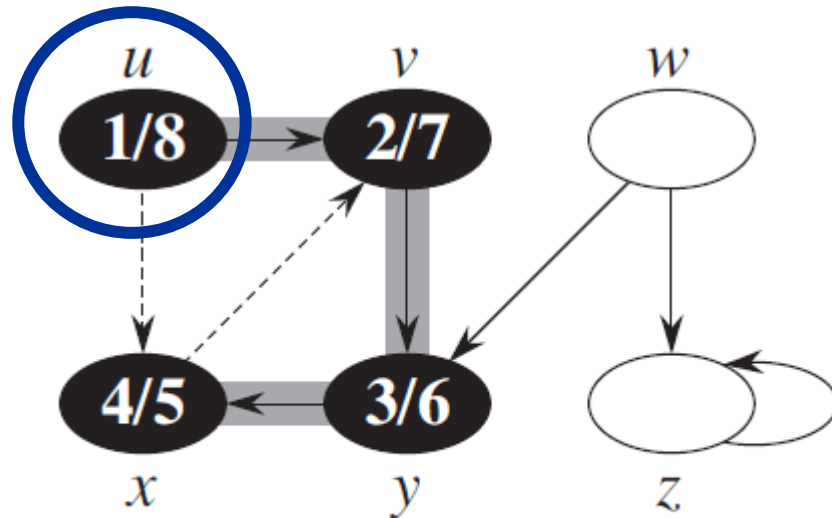
5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO



tempo = ~~7~~ 8



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.d$  = tempo

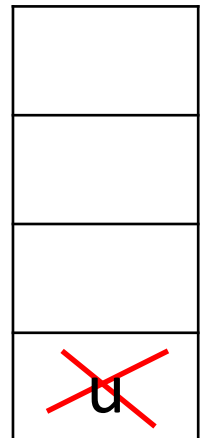
3  $u_i.cor$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

5     se  $v_i.cor == BRANCO$

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

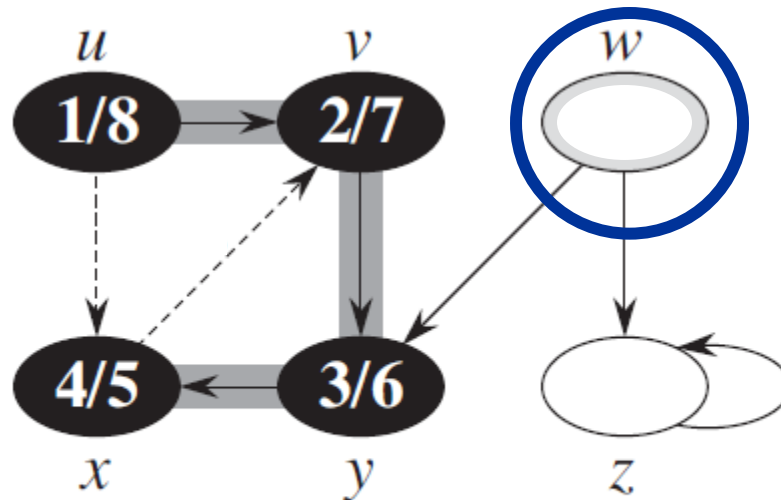
7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO



## DFS (G)

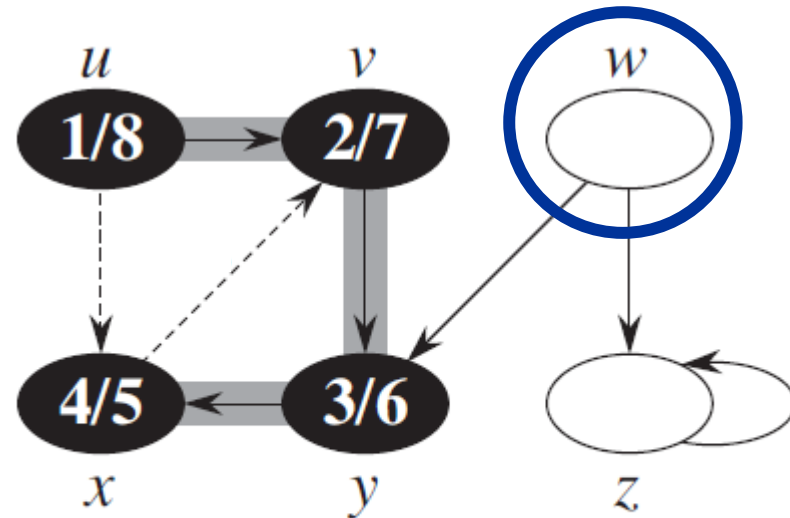
```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS(G,  $u_i$ )
```

Inicialização



tempo = 8

tempo = 8



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.d$  = tempo

3  $u_i.cor$  = CINZA

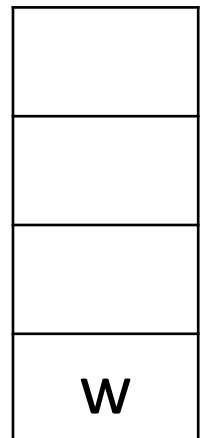
4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

5     se  $v_i.cor ==$  BRANCO

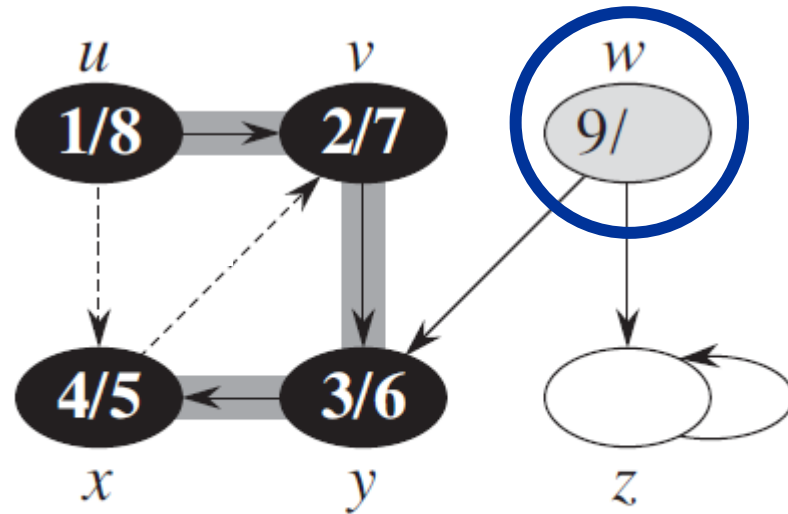
6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO

**topo**



tempo = ~~8~~ 9



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.d$  = tempo

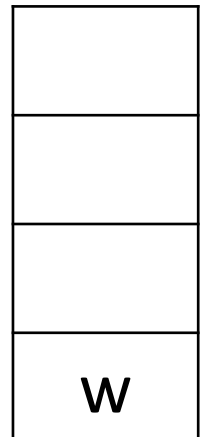
3  $u_i.cor$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

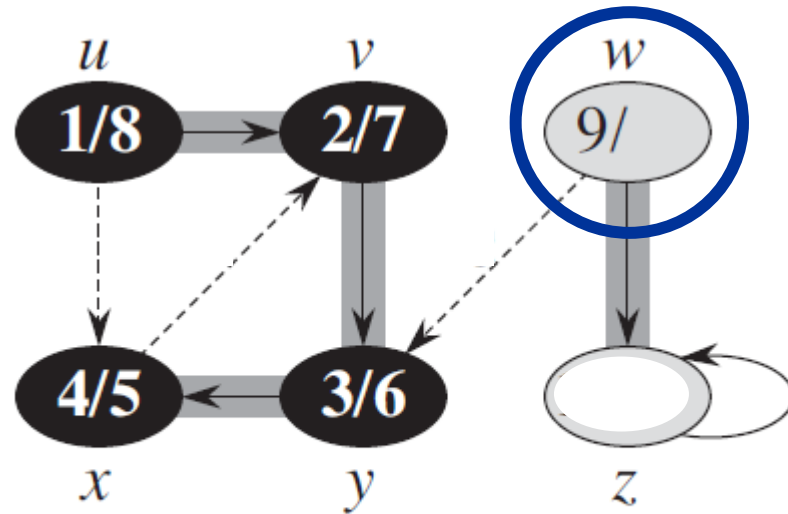
5     se  $v_i.cor ==$  BRANCO

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO



tempo = 9



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

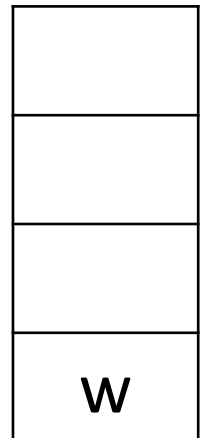
3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

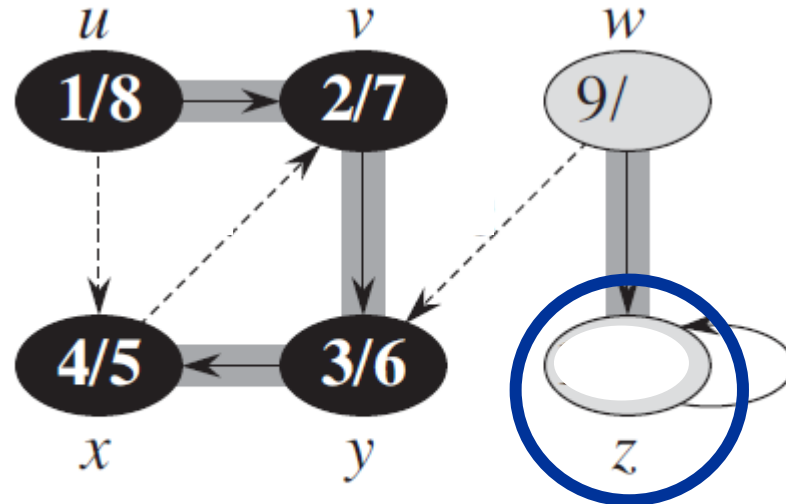
5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO



tempo = 9



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.d$  = tempo

3  $u_i.cor$  = CINZA

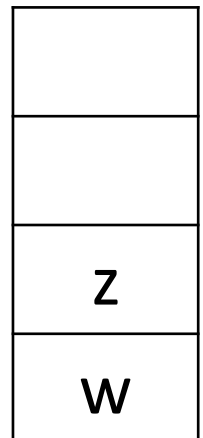
4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

5     se  $v_i.cor == BRANCO$

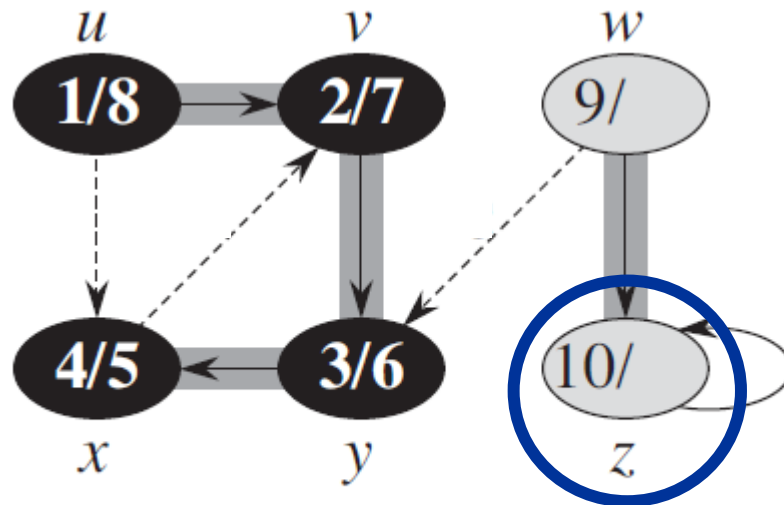
6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO

**topo**



tempo = ~~9~~ 10



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.d$  = tempo

3  $u_i.cor$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

5     se  $v_i.cor ==$  BRANCO

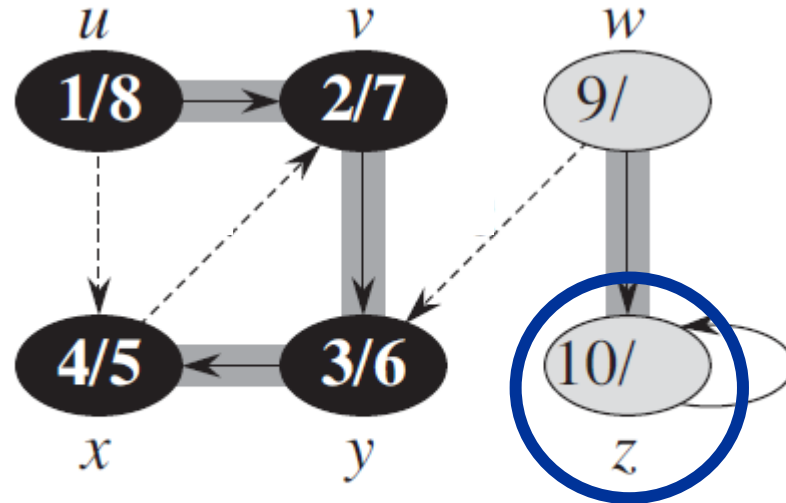
6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO

z
w



tempo = 10



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

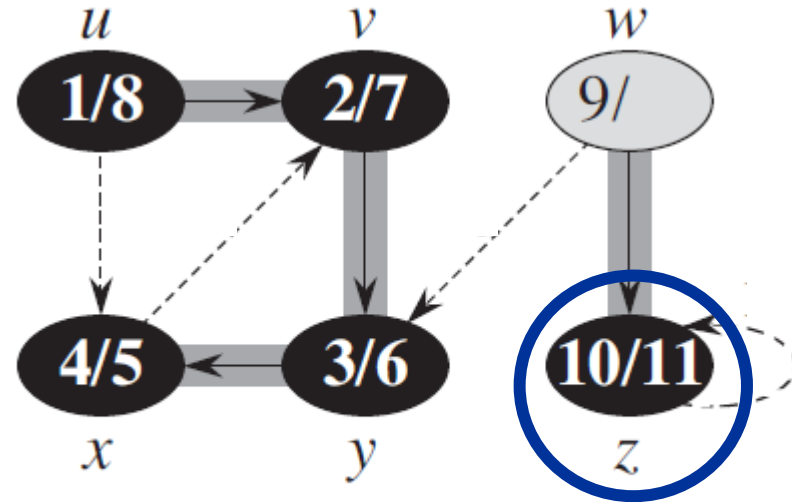
5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO

z
w

tempo = ~~10~~ 11



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

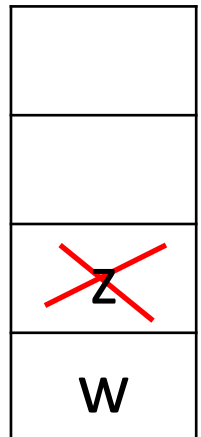
4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

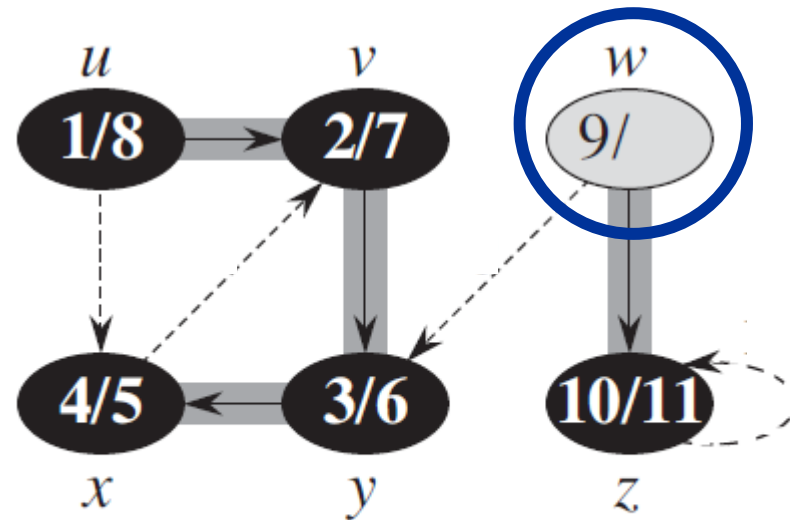
6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO

**topo**



tempo = 11



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.\mathbf{d}$  = tempo

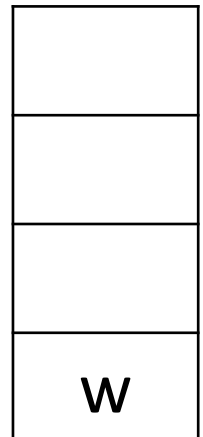
3  $u_i.\mathbf{cor}$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$

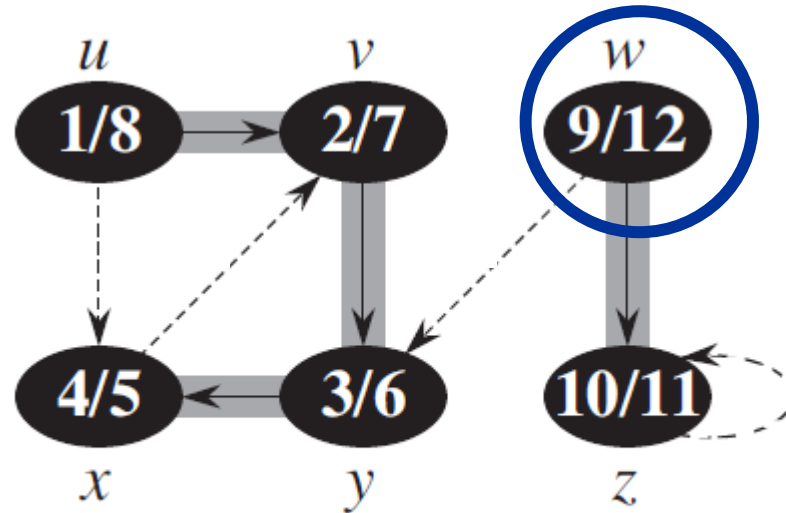
5     se  $v_i.\mathbf{cor}$  == BRANCO

6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}$ =tempo;  $u_i.\mathbf{cor}$ =PRETO



tempo = ~~1~~ 12



**VisitaDFS** ( $G, u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

2  $u_i.d$  = tempo

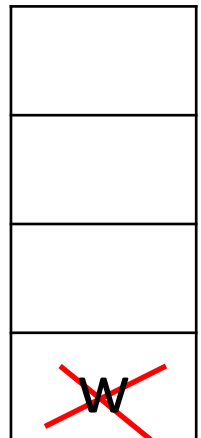
3  $u_i.cor$  = CINZA

4 para cada  $v_i$  em  $G.Adj[u_i]$

5     se  $v_i.cor ==$  BRANCO

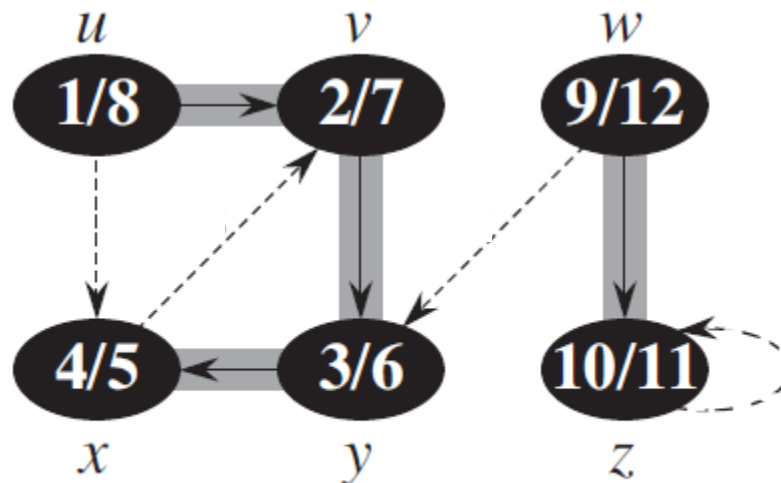
6         **VisitaDFS** ( $G, v_i$ )

7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO



## DFS (G)

```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS(G,  $u_i$ )
```



tempo = 12

# Busca em **profundidade**

## **DFS** (G)

```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS(G,  $u_i$ )
```

Inicialização

## **VisitaDFS** (G, $u_i$ )

```
1 tempo = tempo + 1
2  $u_i.\mathbf{d} = \text{tempo}$ 
3  $u_i.\mathbf{cor} = \text{CINZA}$ 
4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$ 
5     se  $v_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         VisitaDFS(G,  $v_i$ )
7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}=\text{tempo}$ ;  $u_i.\mathbf{cor}=\text{PRETO}$ 
```

# Busca em **profundidade**

## **DFS** (G)

```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS(G,  $u_i$ )
```

Inicialização

## **VisitaDFS** (G, $u_i$ )

```
1 tempo = tempo + 1
2  $u_i.\mathbf{d} = \text{tempo}$ 
3  $u_i.\mathbf{cor} = \text{CINZA}$ 
4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$ 
5     se  $v_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         VisitaDFS(G,  $v_i$ )
```

```
7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}=\text{tempo}$ ;  $u_i.\mathbf{cor}=\text{PRETO}$ 
```

# Busca em **profundidade**

## **DFS** (G)

```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS(G,  $u_i$ )
```

Inicialização

## **VisitaDFS** (G, $u_i$ )

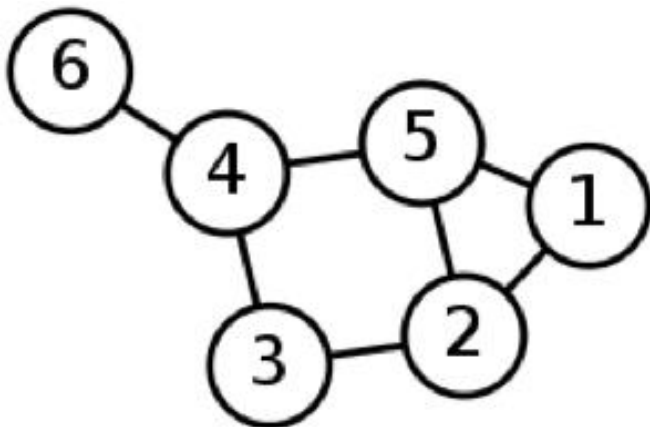
```
1 tempo = tempo + 1
2  $u_i.\mathbf{d} = \text{tempo}$ 
3  $u_i.\mathbf{cor} = \text{CINZA}$ 
4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$ 
5     se  $v_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         VisitaDFS(G,  $v_i$ )
7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}=\text{tempo}$ ;  $u_i.\mathbf{cor}=\text{PRETO}$ 
```



# Exercícios

- Simule o algoritmo DFS:

(a)



(b)

(EP03)

Entrada:

6 8

0 1

0 3

1 4

2 4

2 5

3 1

4 3

5 5

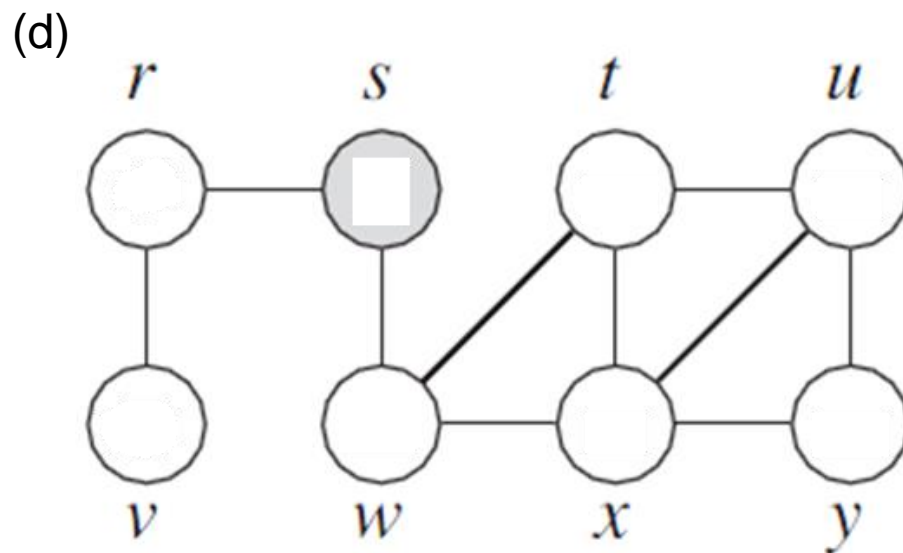
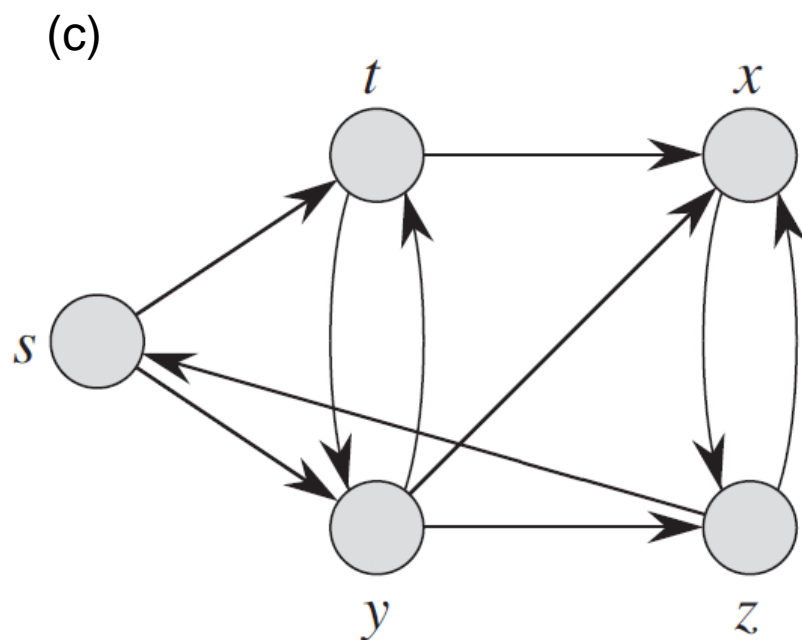
Saída:

[1, 2, 9, 4, 3, 10]

[8, 7, 12, 5, 6, 11]

# Exercícios

- Simule o algoritmo DFS:



# Consumo de tempo?

## **DFS** (G)

```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS(G,  $u_i$ )
```

Inicialização

## **VisitaDFS** (G, $u_i$ )

```
1 tempo = tempo + 1
2  $u_i.\mathbf{d} = \text{tempo}$ 
3  $u_i.\mathbf{cor} = \text{CINZA}$ 
4 para cada  $v_i$  em  $G.\text{Adj}[u_i]$ 
5     se  $v_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         VisitaDFS(G,  $v_i$ )
7 tempo=tempo+1;  $u_i.\mathbf{f}=\text{tempo}$ ;  $u_i.\mathbf{cor}=\text{PRETO}$ 
```

## DFS (G)

```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.cor = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.cor == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS(G,  $u_i$ )
```

Consumo  
de tempo:

???

???

???

???

???

???

**DFS** (G)

```
1 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
2      $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$ 
3 tempo = 0
4 para cada vértice  $u_i$  em  $G.V$  faça
5     se  $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$ 
6         entao VisitaDFS(G,  $u_i$ )
```

Consumo  
de tempo:

$O(n)$

$O(n) * O(1)$

$O(1)$

$O(n)$

$O(n) * O(1)$

???

Consumo  
de tempo:

**VisitaDFS**(G,  $u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

???

2  $u_i$ .**d** = tempo

???

3  $u_i$ .**cor** = CINZA

???

4 para cada  $v_i$  em G.Adj[ $u_i$ ]

???

5       se  $v_i$ .**cor** == BRANCO

???

6               **VisitaDFS**(G,  $v_i$ )

???

7 tempo=tempo+1;  $u_i$ .**f**=tempo;  $u_i$ .**cor**=PRETO

???

## Consumo de tempo:

**VisitaDFS**(G,  $u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

$O(1)$

2  $u_i.d$  = tempo

$O(1)$

3  $u_i.cor$  = CINZA

$O(1)$

4 para cada  $v_i$  em G.Adj[ $u_i$ ]

???

5       se  $v_i.cor$  == BRANCO

???

6               **VisitaDFS**(G,  $v_i$ )

???

7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO

$O(1)$

Consumo  
de tempo:

**VisitaDFS**(G,  $u_i$ )

1 tempo = tempo + 1

$O(1)$

2  $u_i.d$  = tempo

$O(1)$

3  $u_i.cor$  = CINZA

$O(1)$

4 para cada  $v_i$  em G.Adj[ $u_i$ ]

$O(|Adj[ui]|)$

5       se  $v_i.cor$  == BRANCO

???

6               **VisitaDFS**(G,  $v_i$ )

???

7 tempo=tempo+1;  $u_i.f$ =tempo;  $u_i.cor$ =PRETO

$O(1)$



## Consumo

**DFS** (G)

de tempo:

1 para cada vértice $u_i$ em $G.V$ faça	$O(n)$
2 $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$	$O(n)$
3 tempo = 0	$O(1)$
4 para cada vértice $u_i$ em $G.V$ faça	$O(n)$
5     se $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$	$O(n)$
6         entao <b>VisitaDFS</b> (G, $u_i$ )	???

**VisitaDFS** (G,  $u_i$ )

1 tempo = tempo + 1	$O(1)$
2 $u_i.\mathbf{d} = \text{tempo}$	$O(1)$
3 $u_i.\mathbf{cor} = \text{CINZA}$	$O(1)$
4 para cada $v_i$ em $G.\text{Adj}[u_i]$	$O( \text{Adj}[u_i] )$
5     se $v_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$	*
6 <b>VisitaDFS</b> (G, $v_i$ )	*
7 tempo=tempo+1; $u_i.\mathbf{f}=\text{tempo}$ ; $u_i.\mathbf{cor}=\text{PRETO}$	$O(1)$

## Consumo

**DFS** (G)

de tempo:

1 para cada vértice $u_i$ em $G.V$ faça	$O(n)$
2 $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$	$O(n)$
3 tempo = 0	$O(1)$
4 para cada vértice $u_i$ em $G.V$ faça	$O(n)$
5     se $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$	$O(n)$
6         entao <b>VisitaDFS</b> (G, $u_i$ )	

$O(\sum_{u_i \in V} |Adj[u_i]|)$

**VisitaDFS** (G,  $u_i$ )

1 tempo = tempo + 1	$O(1)$
2 $u_i.\mathbf{d} = \text{tempo}$	$O(1)$
3 $u_i.\mathbf{cor} = \text{CINZA}$	$O(1)$
4 para cada $v_i$ em $G.Adj[u_i]$	$O( Adj[u_i] )$
5     se $v_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$	*
6 <b>VisitaDFS</b> (G, $v_i$ )	*
7 tempo=tempo+1; $u_i.\mathbf{f}=\text{tempo}$ ; $u_i.\mathbf{cor}=\text{PRETO}$	$O(1)$

## Consumo

**DFS** (G)

de tempo:

1 para cada vértice $u_i$ em $G.V$ faça	$O(n)$
2 $u_i.\mathbf{cor} = \text{BRANCO}$	$O(n)$
3 tempo = 0	$O(1)$
4 para cada vértice $u_i$ em $G.V$ faça	$O(n)$
5     se $u_i.\mathbf{cor} == \text{BRANCO}$	$O(n)$
6         entao <b>VisitaDFS</b> (G, $u_i$ )	$O(m)$

**Total:**

$$\begin{aligned} T(n, m) &= 4 * (n) + O(m) + O(1) \\ &= O(n+m) \end{aligned}$$

# Exercício Programa

- 03-dfs.py

# Exercícios

- Escreva um algoritmo **iterativo** (ou seja, **sem recursão**) para a **busca em profundidade**.
- Simule o seu algoritmo e verifique se ele está correto.

# Pilha: operações

- **PilhaVazia(S)**
  - Devolve verdadeiro se a pilha **S** está vazia, ou falso caso contrário
- **Empilha(S, x)**
  - **insere** elemento **x** no **topo** da pilha **S**
- **Desempilha(S)**
  - **remove** e devolve o elemento no **topo** da pilha **S**
- **Topo(S)**
  - devolve o elemento no **topo** da pilha **S**



**Pilha:** acesso pelo topo