

Introdução à Teoria dos Grafos

Prof. Alexandre Noma

Aula passada

Ford-Fulkerson-Method(G, s, t):

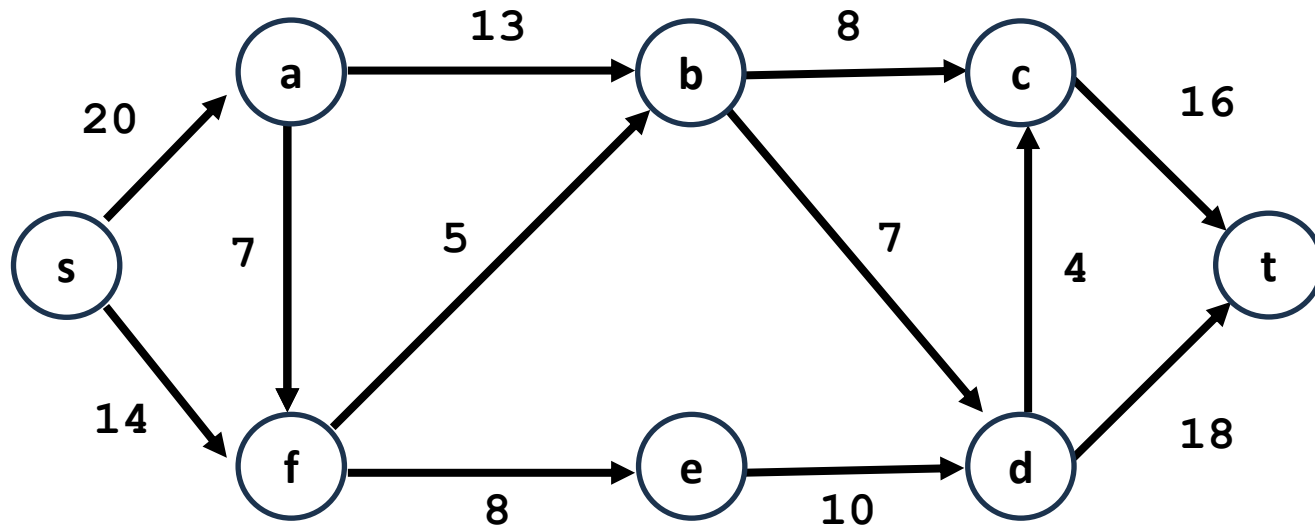
1. Inicialmente, fluxo $\mathbf{f} = 0$

2. Enquanto existir um **caminho aumentante** \mathbf{P} :

3. Incremente o fluxo \mathbf{f} (usando \mathbf{P})

4. Devolva \mathbf{f}

(c)

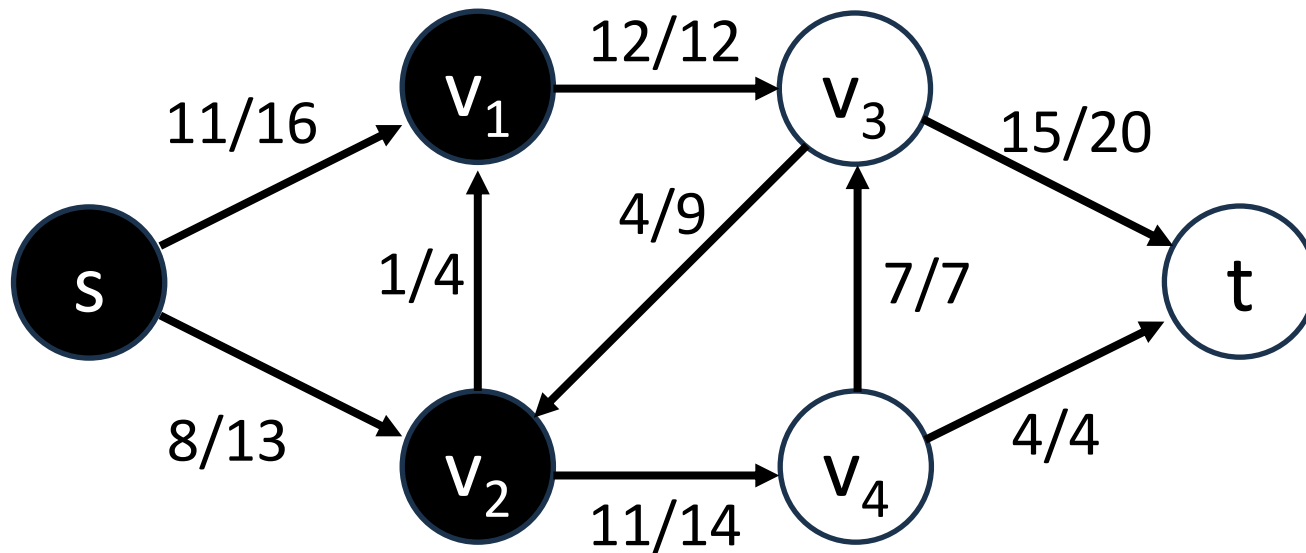


Hoje

- Definições
 - Corte
 - **Fluxo** no corte
 - **Capacidade** do corte
- Propriedades
 - 1. Conservação do fluxo
 - 2. Limite superior para o fluxo
 - 3. (Teorema) **Fluxo máximo = Corte mínimo**

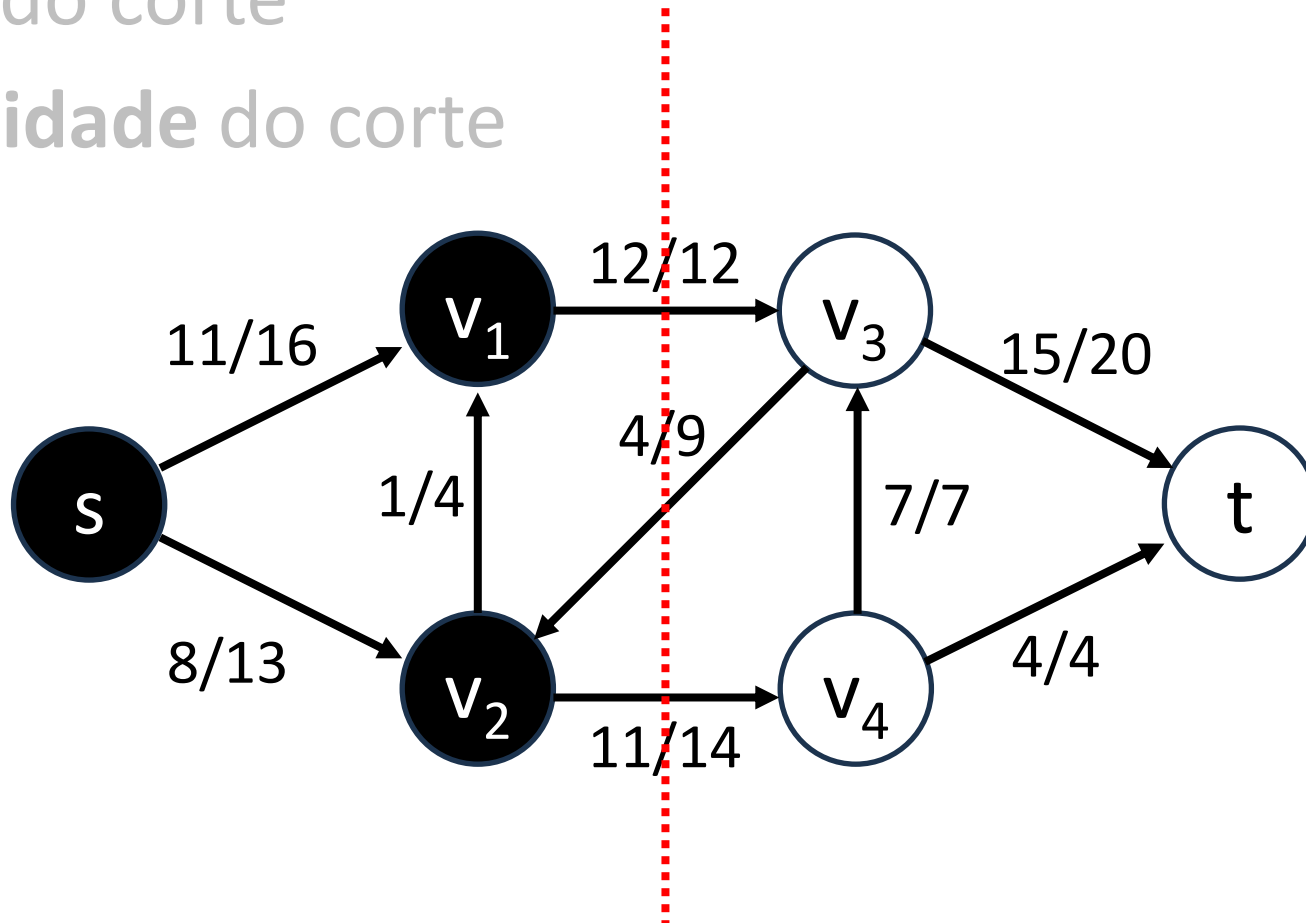
Definições

- **Corte** (S,T)
- Fluxo do corte
- Capacidade do corte



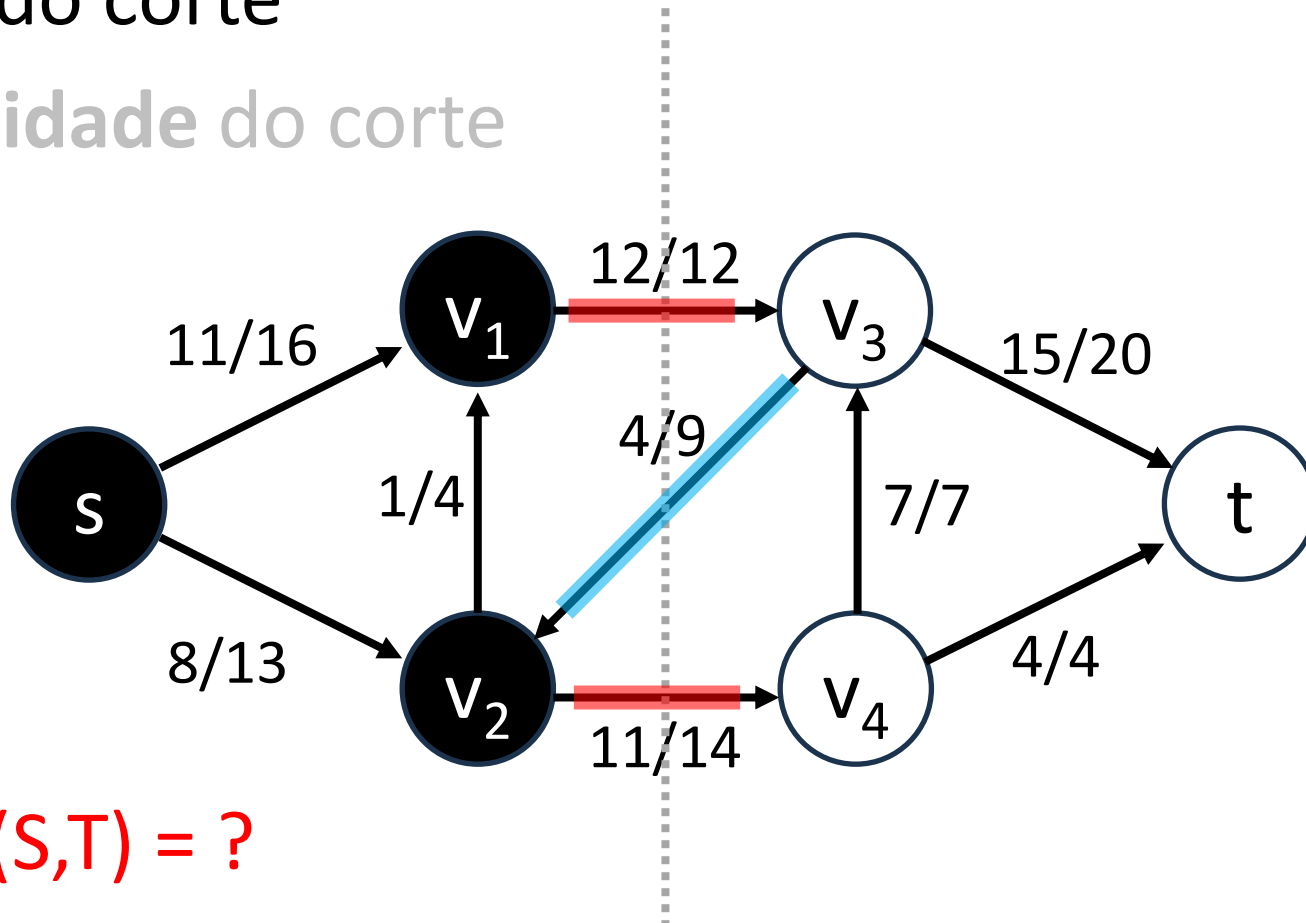
Definições

- **Corte** (S,T)
- Fluxo do corte
- Capacidade do corte



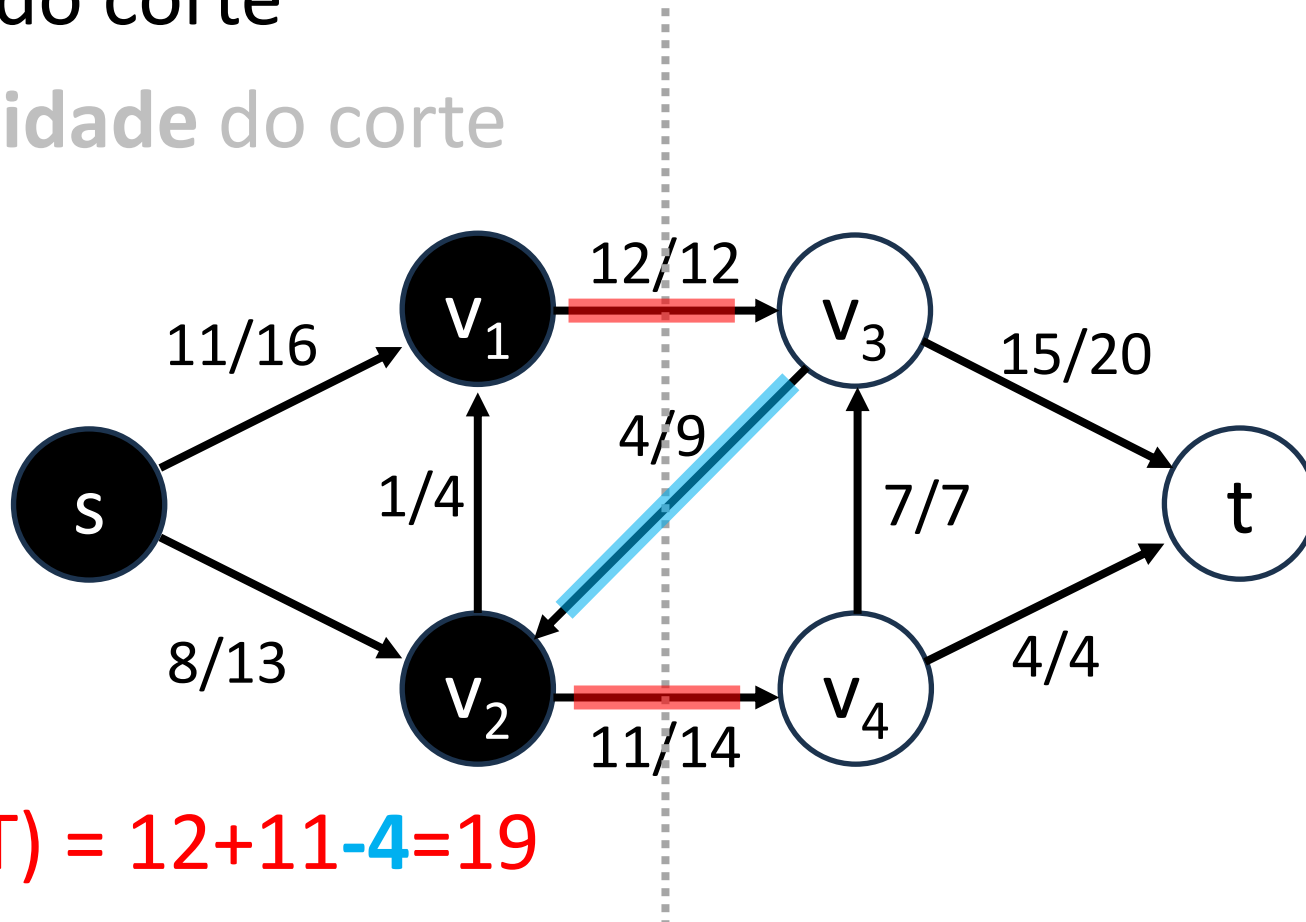
Definições

- Corte (S,T)
- **Fluxo** do corte
- Capacidade do corte



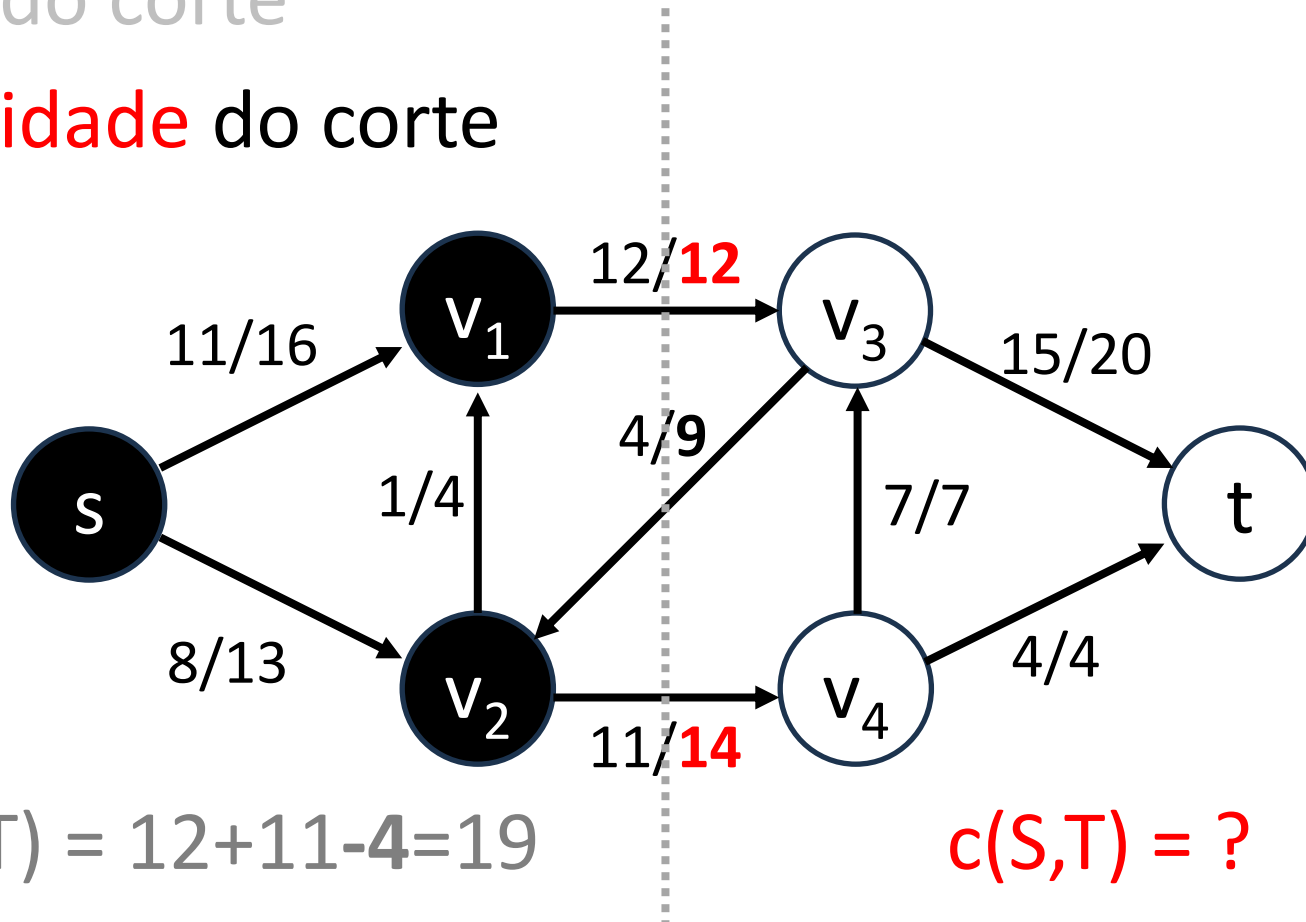
Definições

- Corte (S,T)
- **Fluxo** do corte
- Capacidade do corte



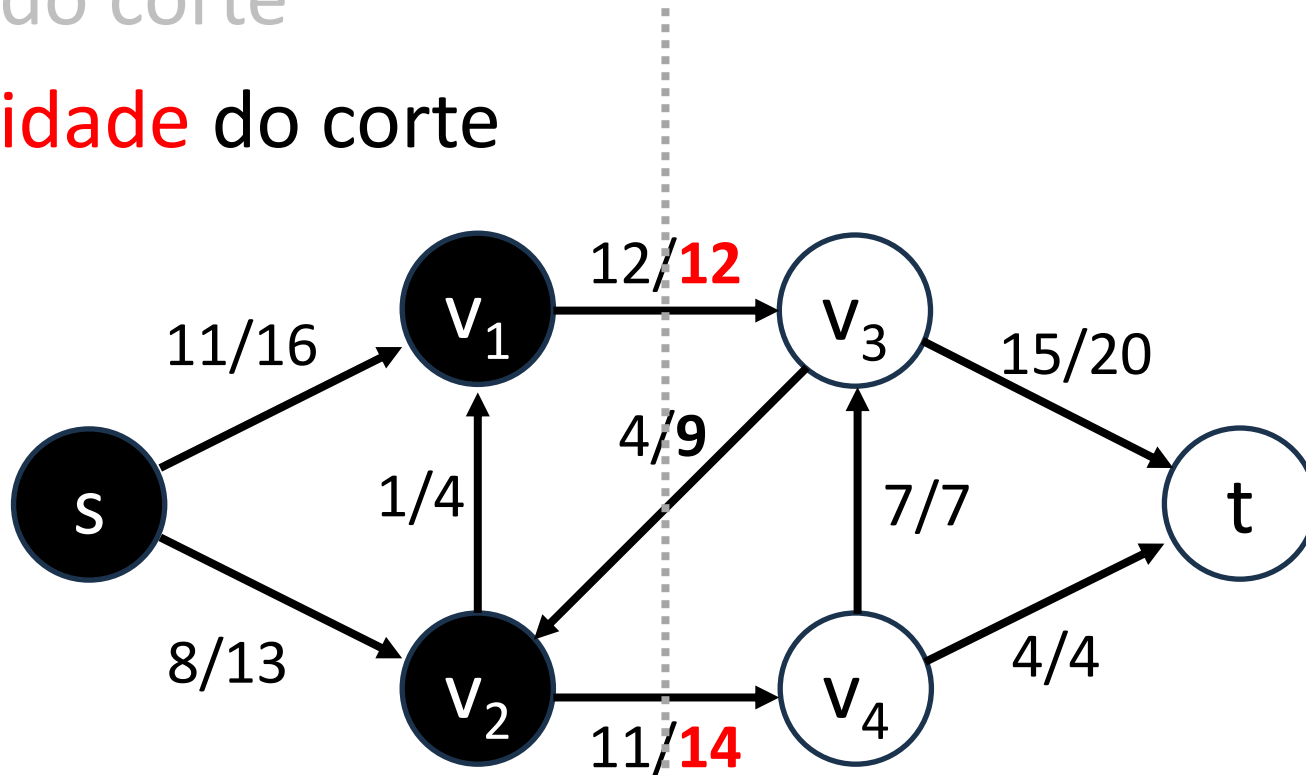
Definições

- Corte (S,T)
- Fluxo do corte
- Capacidade do corte



Definições

- Corte (S,T)
- Fluxo do corte
- Capacidade do corte



$$f(S, T) = 12 + 11 - 4 = 19$$

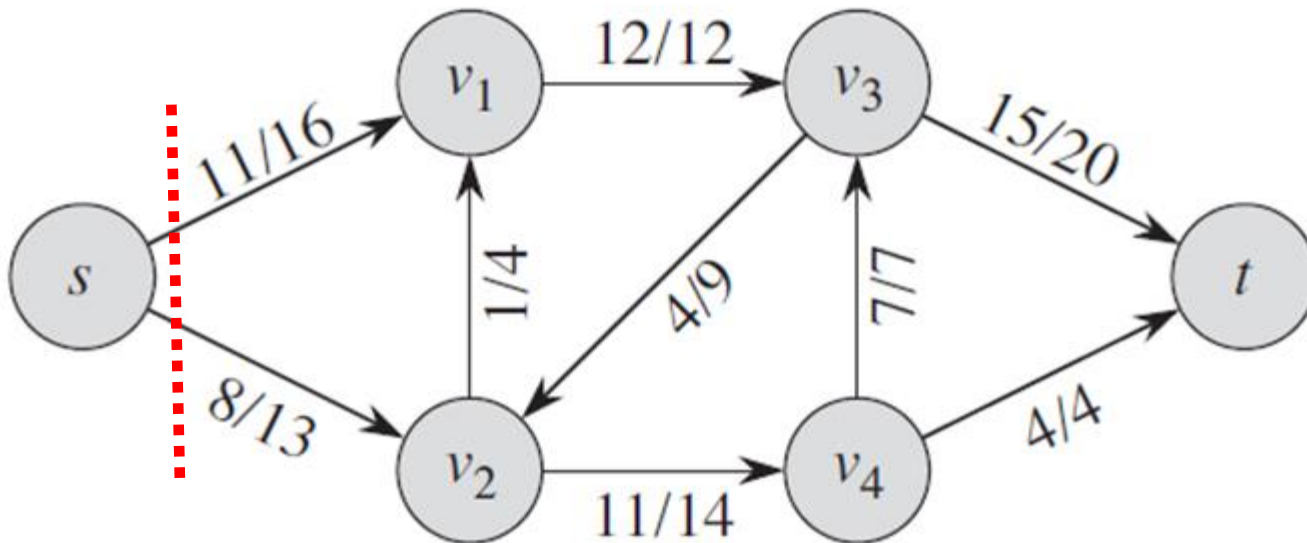
$$c(S, T) = 12 + 14 = 26$$

Propriedades

- (P1) (conservação do fluxo)
 - O **fluxo é igual** para **qualquer** corte.
- (P2) (limitante superior)
 - O **fluxo é limitado** pela **capacidade** de qualquer corte.
- (P3) (teorema: **fluxo máximo = corte mínimo**)
 - ...

1. Conservação do fluxo

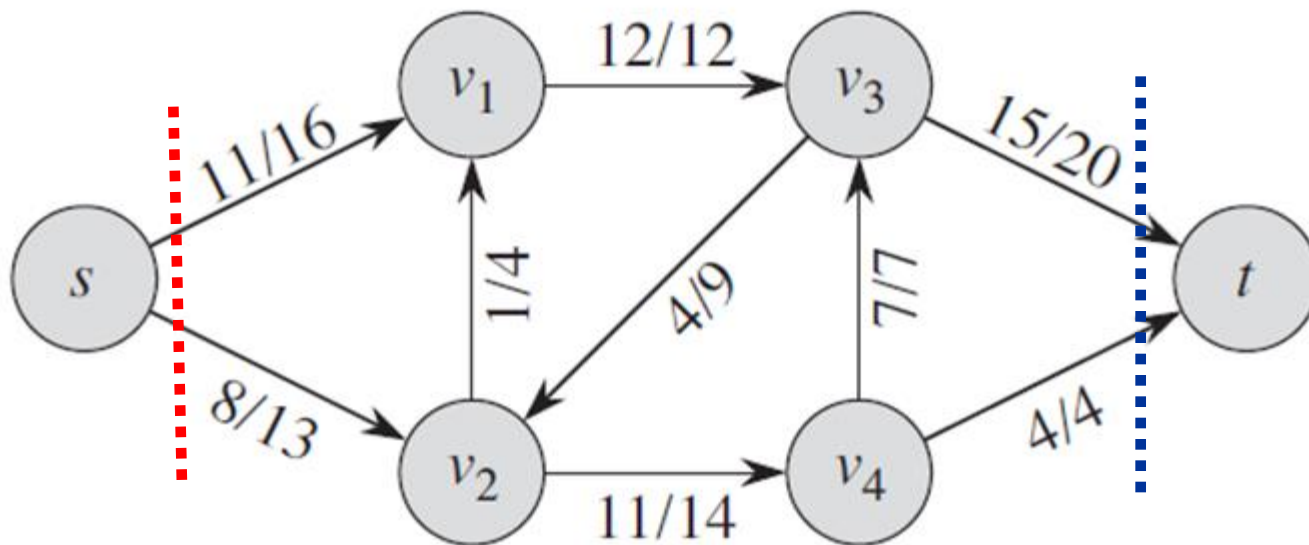
- Corte (S,T)



$$f = 11 + 8 = 19$$

1. Conservação do fluxo

- Corte (S,T)

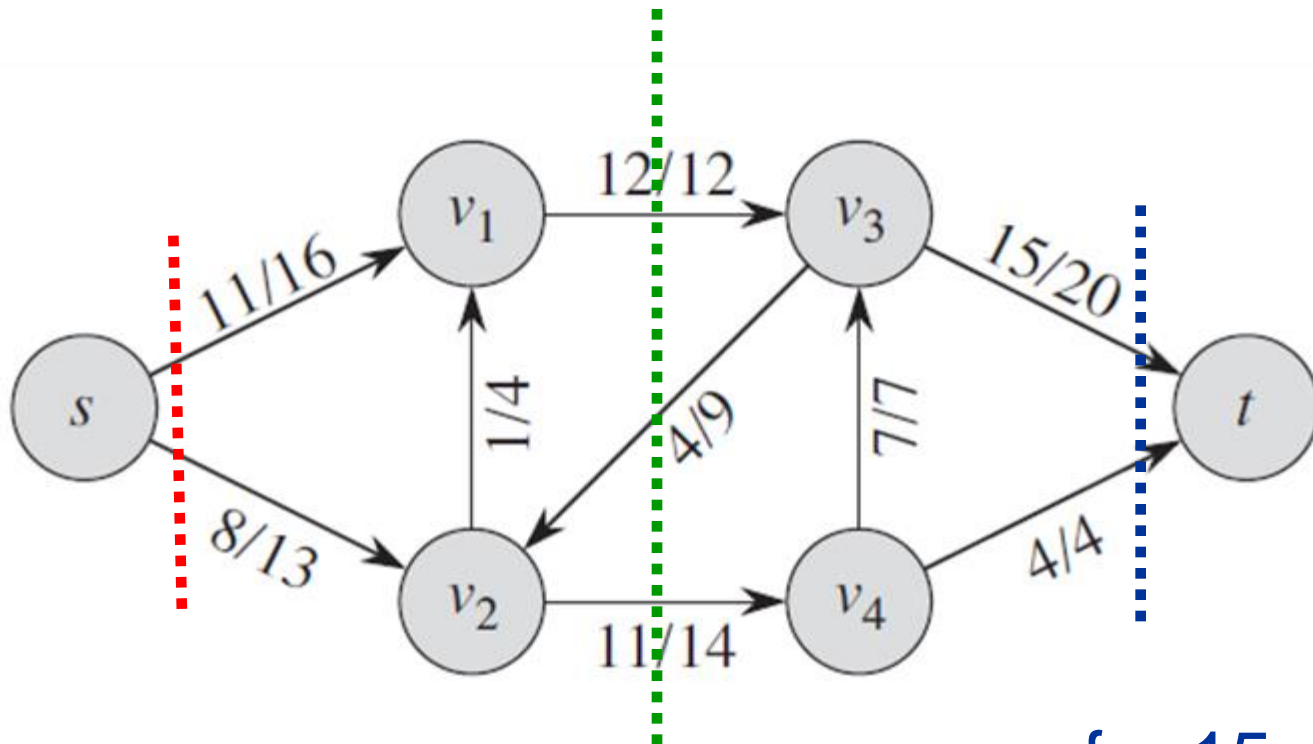


$$f = 11 + 8 = 19$$

$$f = 15 + 4 = 19$$

1. Conservação do fluxo

- Corte (S,T)

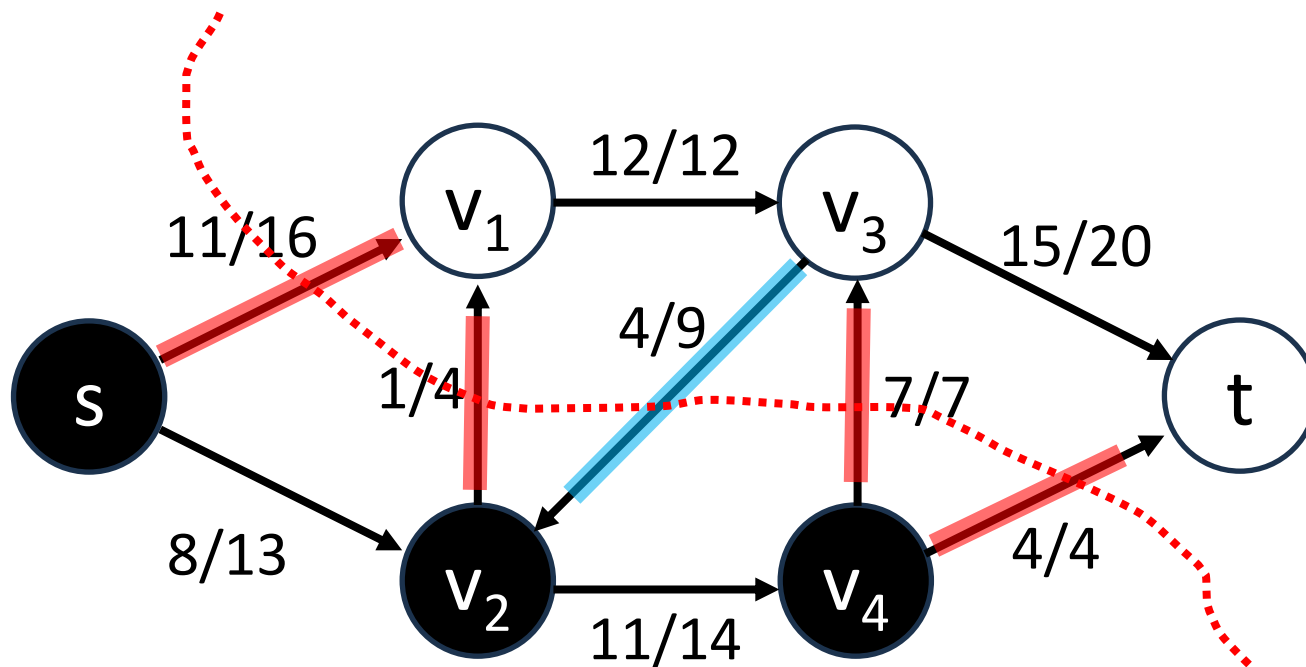


$$f = 11 + 8 = 19$$

$$f = 12 + 11 - 4 = 19$$

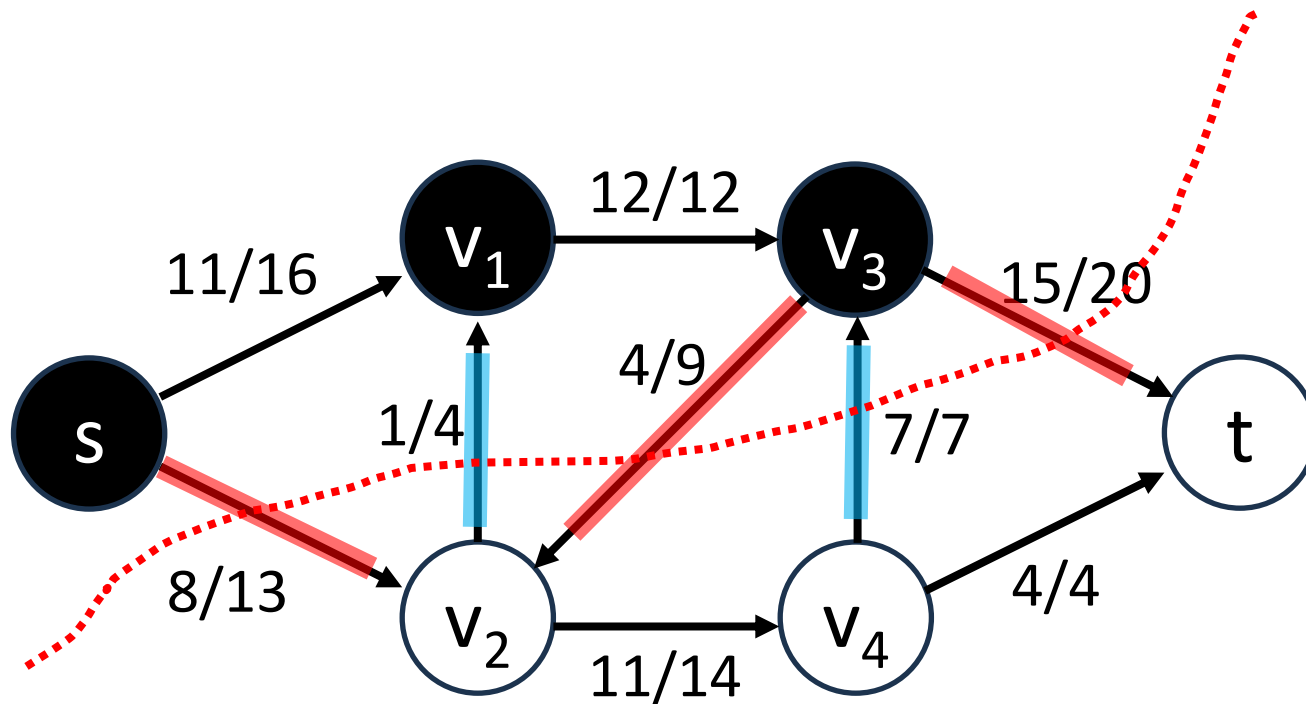
$$f = 15 + 4 = 19$$

1. Conservação do fluxo



$f(S,T) = ?$

1. Conservação do fluxo



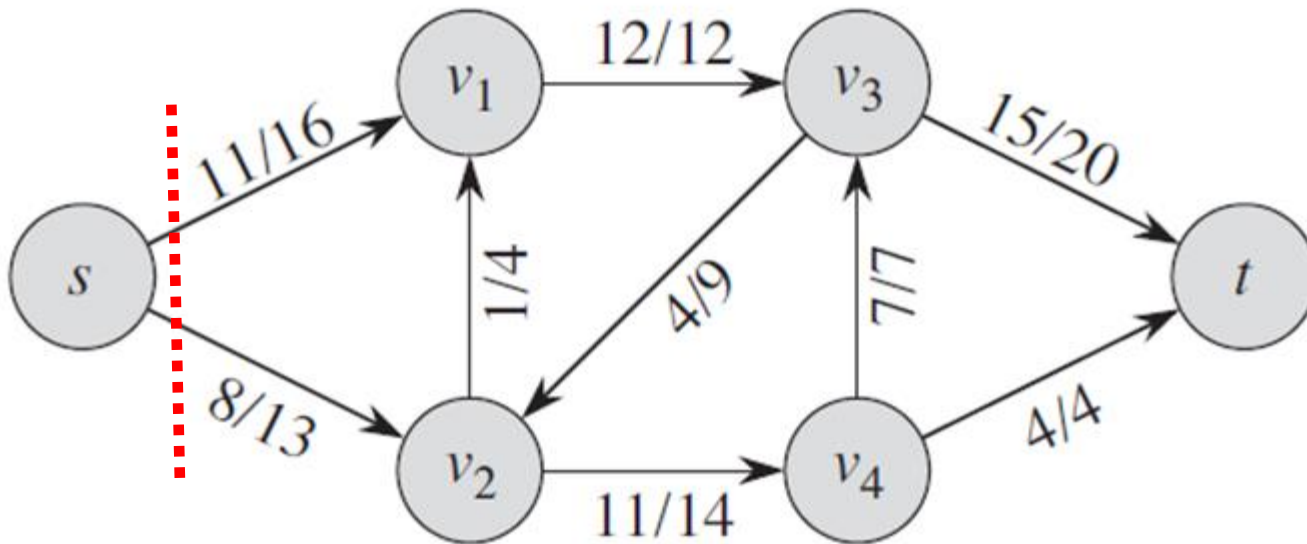
$f(S,T) = ?$

Propriedades

- (P1) (conservação do fluxo)
 - O **fluxo é igual** para **qualquer** corte.
- (P2) (limitante superior)
 - O **fluxo é limitado** pela **capacidade** de qualquer corte.
- (P3) (teorema: **fluxo máximo = corte mínimo**)
 - ...

2. Fluxo \leq Capacidade

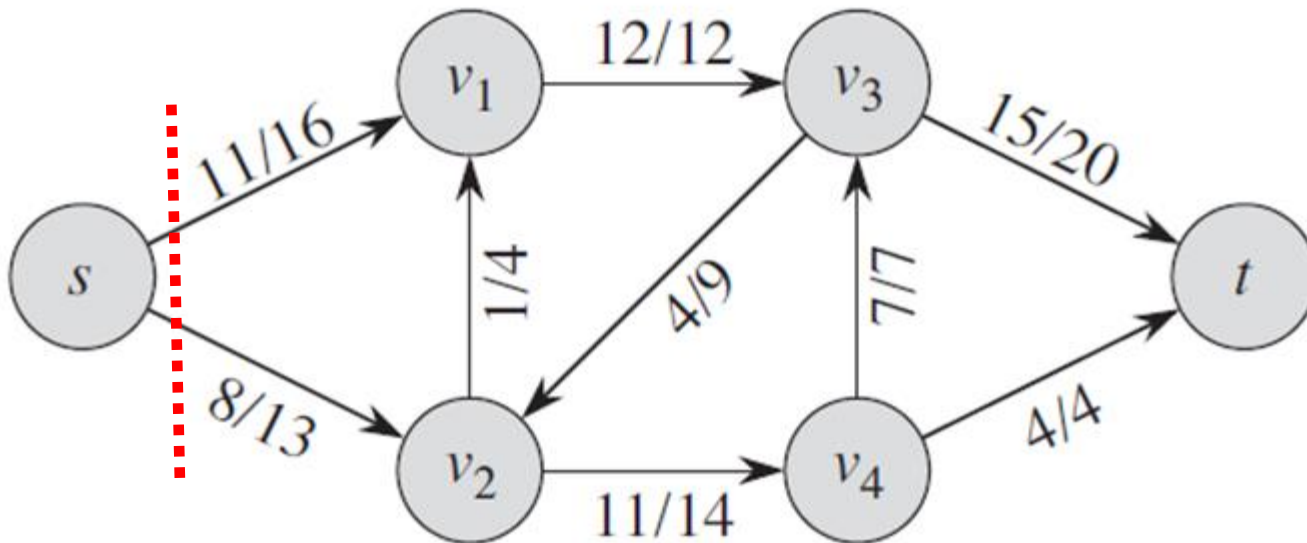
- Corte (S,T)



$$f = ? \leq c = ?$$

2. Fluxo \leq Capacidade

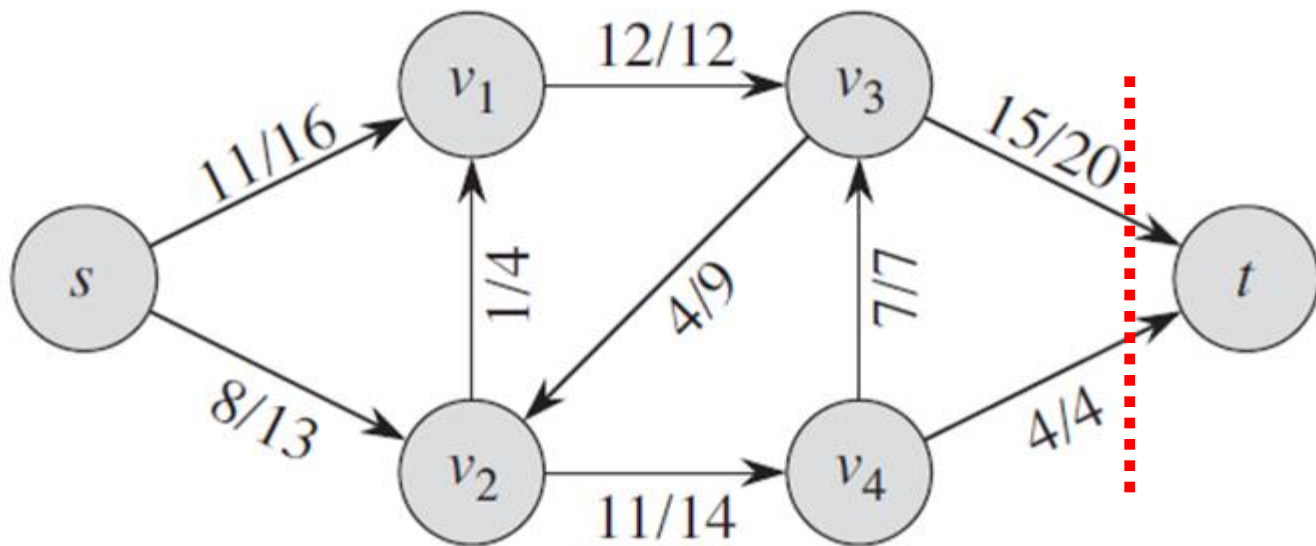
- Corte (S,T)



$$f = 11 + 8 = 19 \leq c = 13 + 16 = 29$$

2. Fluxo \leq Capacidade

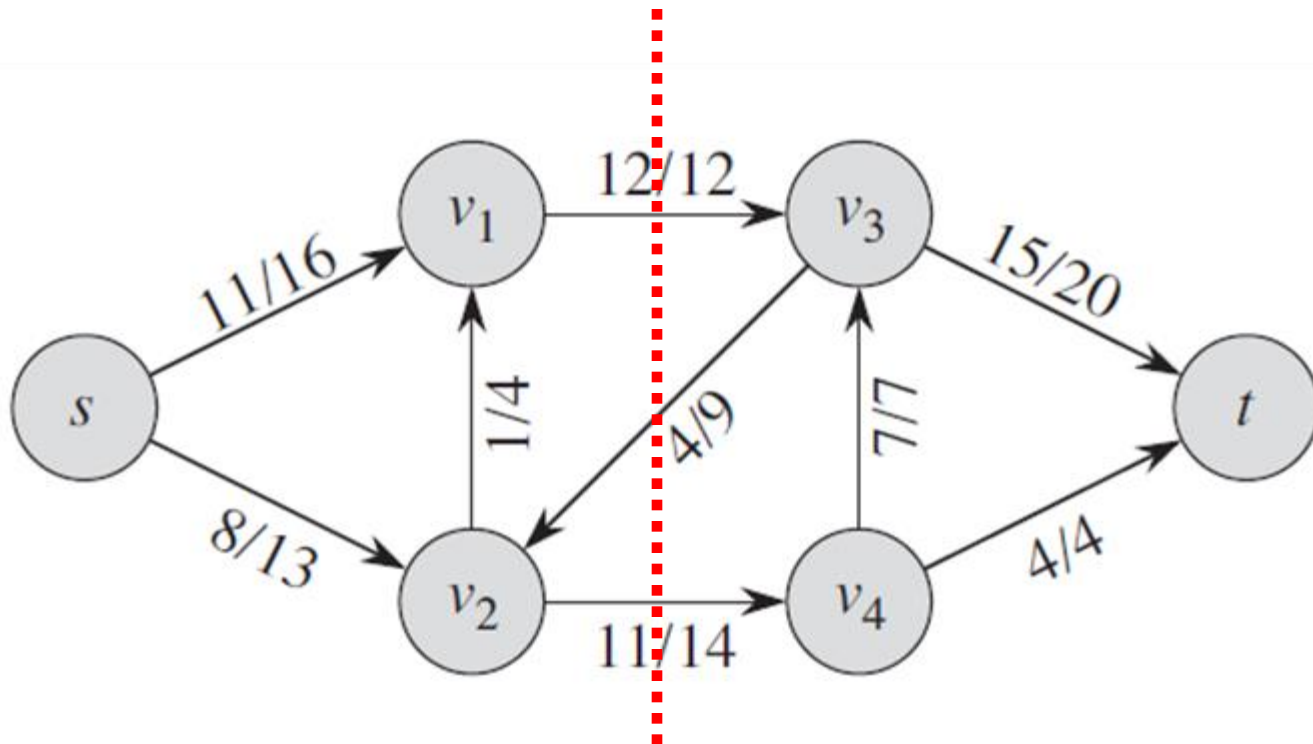
- Corte (S,T)



$$f = 15 + 4 = 19 \leq c = 20 + 4 = 24$$

2. Fluxo \leq Capacidade

- Corte (S,T)



$$f = 12 + 11 - 4 = 19 \leq c = 12 + 14 = 26$$

Propriedades

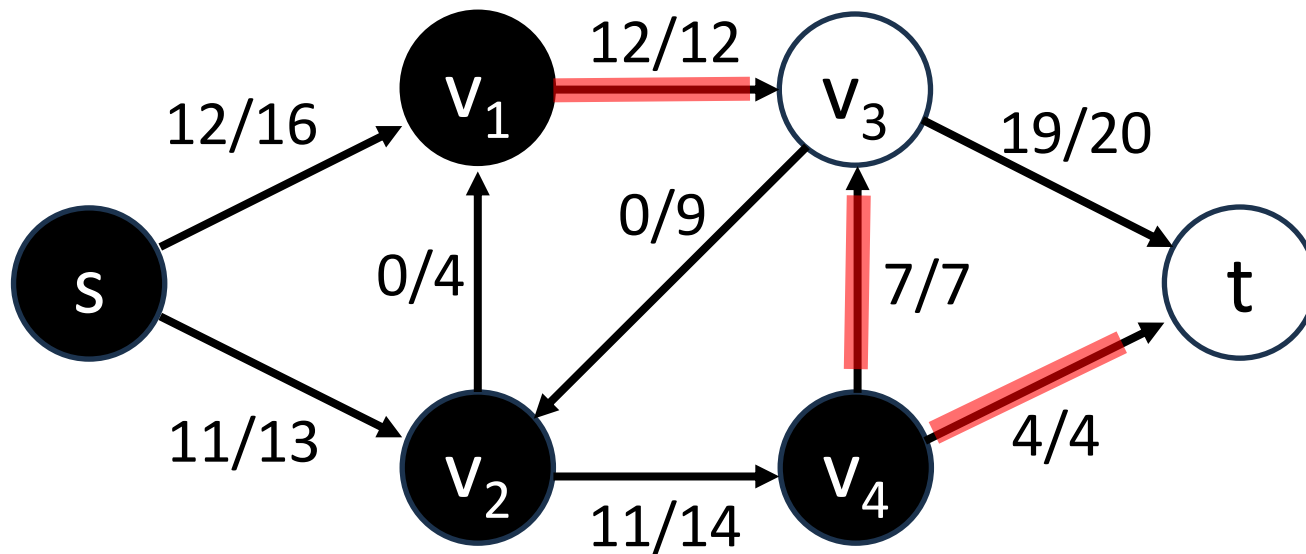
- (P1) (conservação do fluxo)
 - O **fluxo é igual** para **qualquer** corte.
- (P2) (limitante superior)
 - O **fluxo é limitado** pela **capacidade** de qualquer corte.
- (P3) (teorema: **fluxo máximo = corte mínimo**)
 - ...

3. (Teorema) Fluxo máx = Corte mín

- Dados:
 - G , s , t , e fluxo f
- As seguintes afirmações são equivalentes:
 - (a) A rede residual **não** tem **caminho aumentante**.
 - (b) Fluxo f é máximo.
 - (c) (**Corte mínimo**)
Fluxo $f(S,T) = c(S,T)$ para um corte (S,T) .

3. Fluxo máximo = Corte mínimo ?

Caminho aumentante? (rede residual)

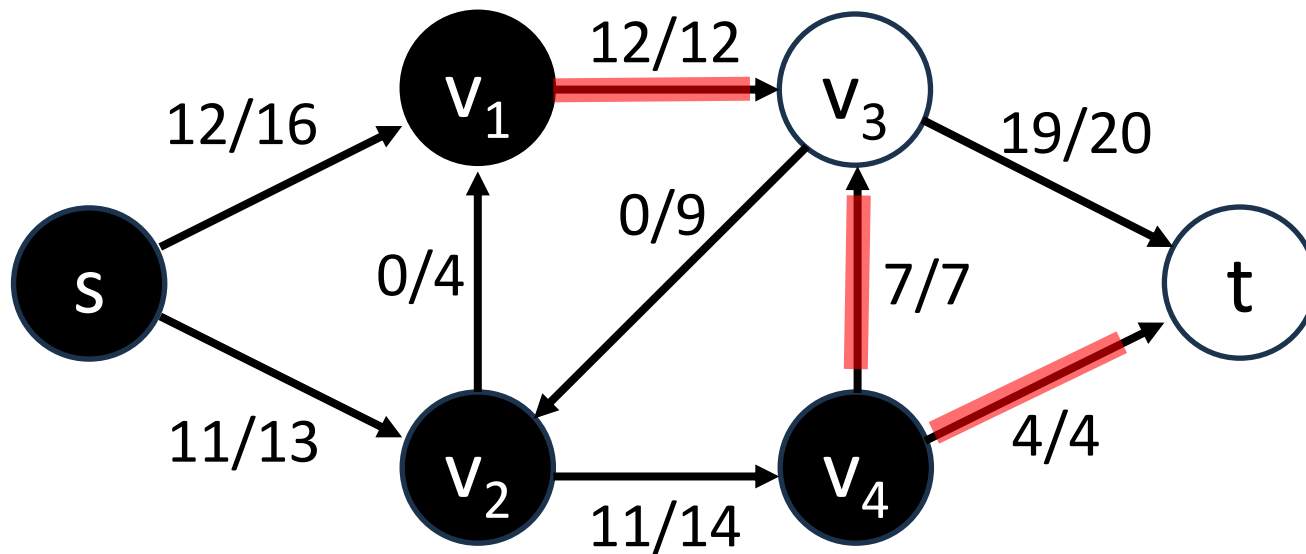


$f(S,T) = ?$

$c(S,T) = ?$

3. Fluxo máximo = Corte mínimo ?

Fluxo máximo

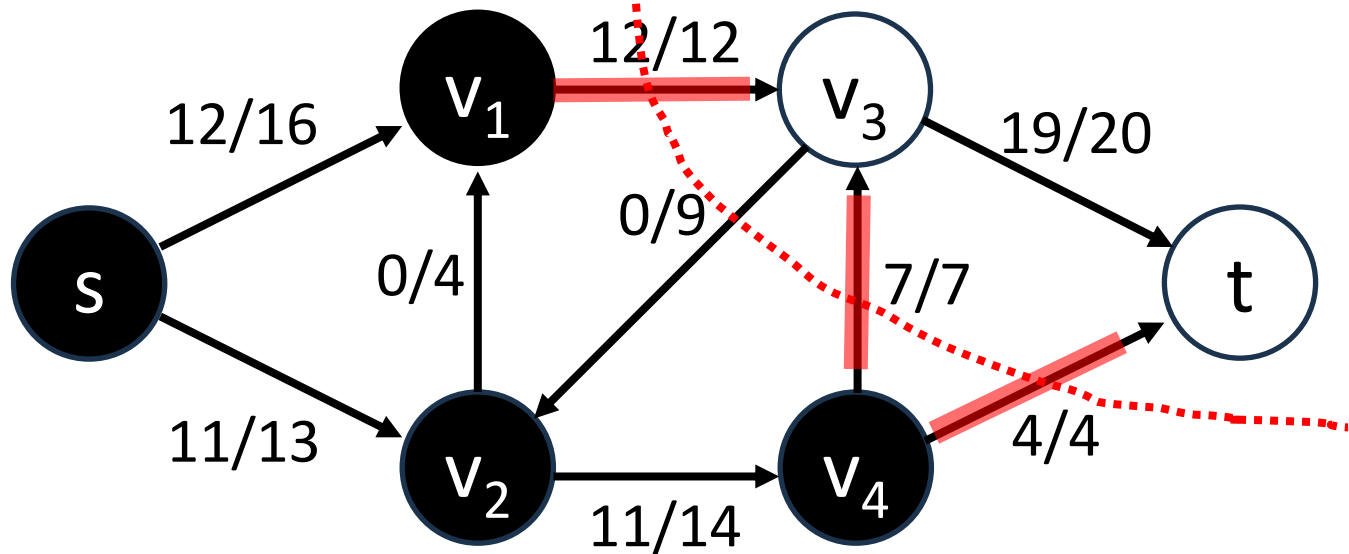


$f(S,T) = ?$

$c(S,T) = ?$

3. Fluxo máximo = Corte mínimo ?

Fluxo máximo = Corte mínimo



$$f(S,T) = 12+7+4 = 23$$

$$c(S,T) = 12+7+4 = 23$$

Aplicações em imagens

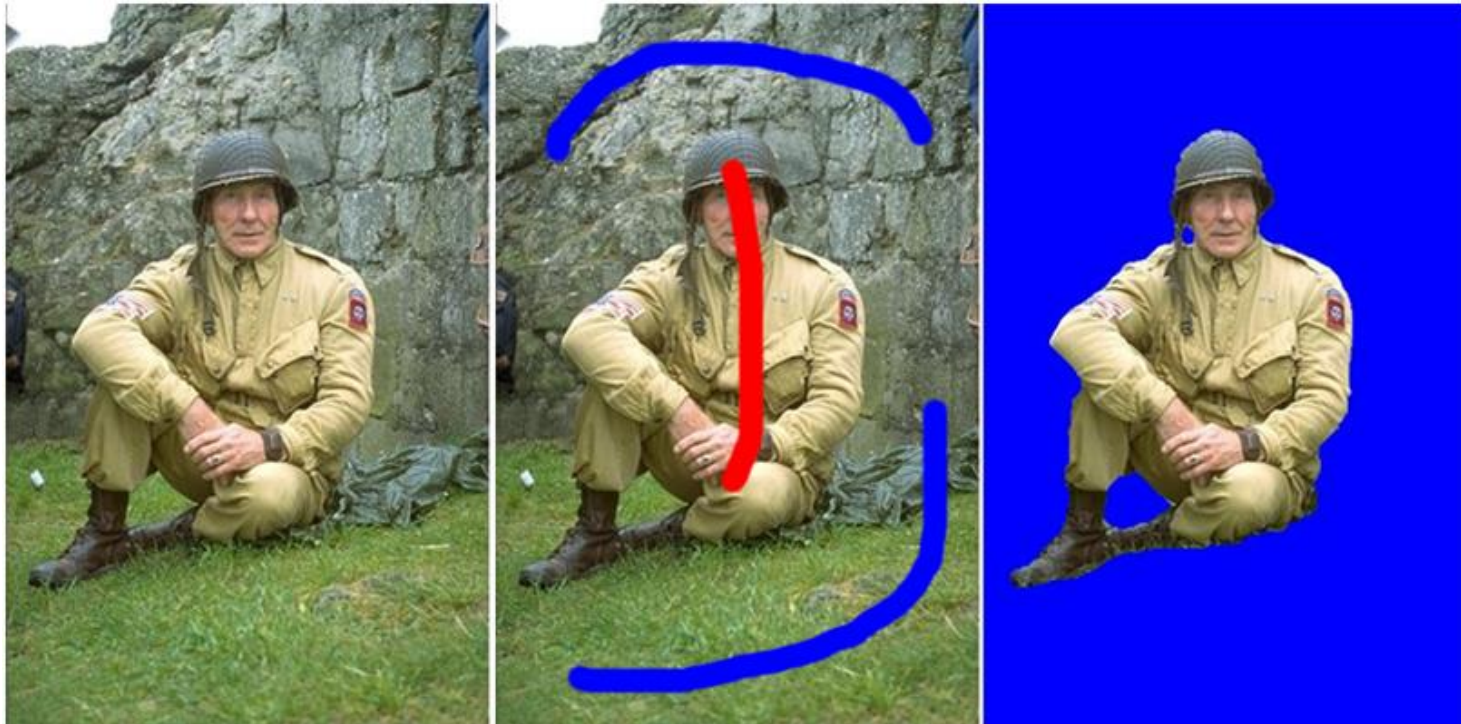
- Corte mínimo
 - 1. “Recorte”: segmentação de imagens
 - 2. “Costura”: síntese de texturas

1. Recortar: Objeto vs Fundo

- Segmentação interativa de imagens

- Y. Boykov, M. Jolly. 2001.

- Interactive Graph Cuts for Optimal Boundary & Region Segmentation of Objects in N-D Images.



1. Recortar: Objeto vs Fundo

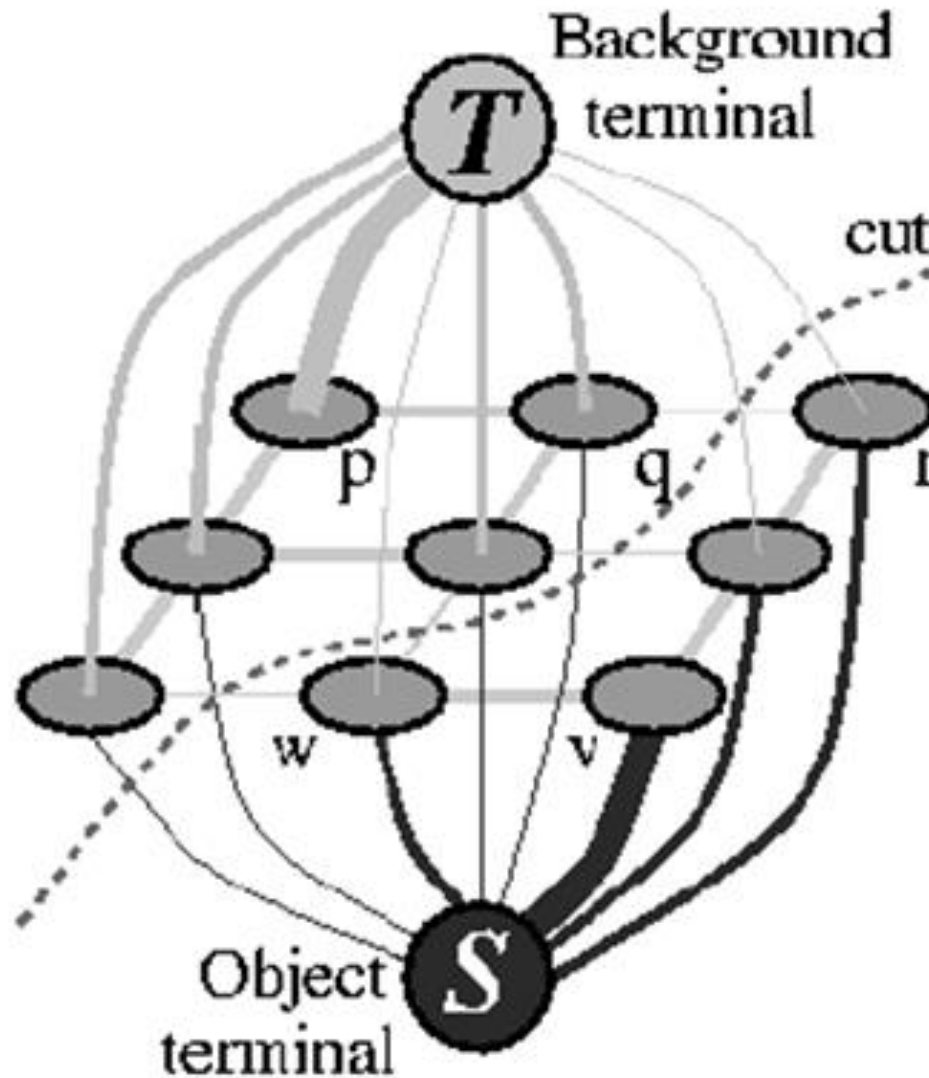
- **Segmentação** interativa de imagens

- Y. Boykov, M. Jolly. 2001.

- Interactive Graph Cuts for Optimal Boundary & Region Segmentation of Objects in N-D Images.

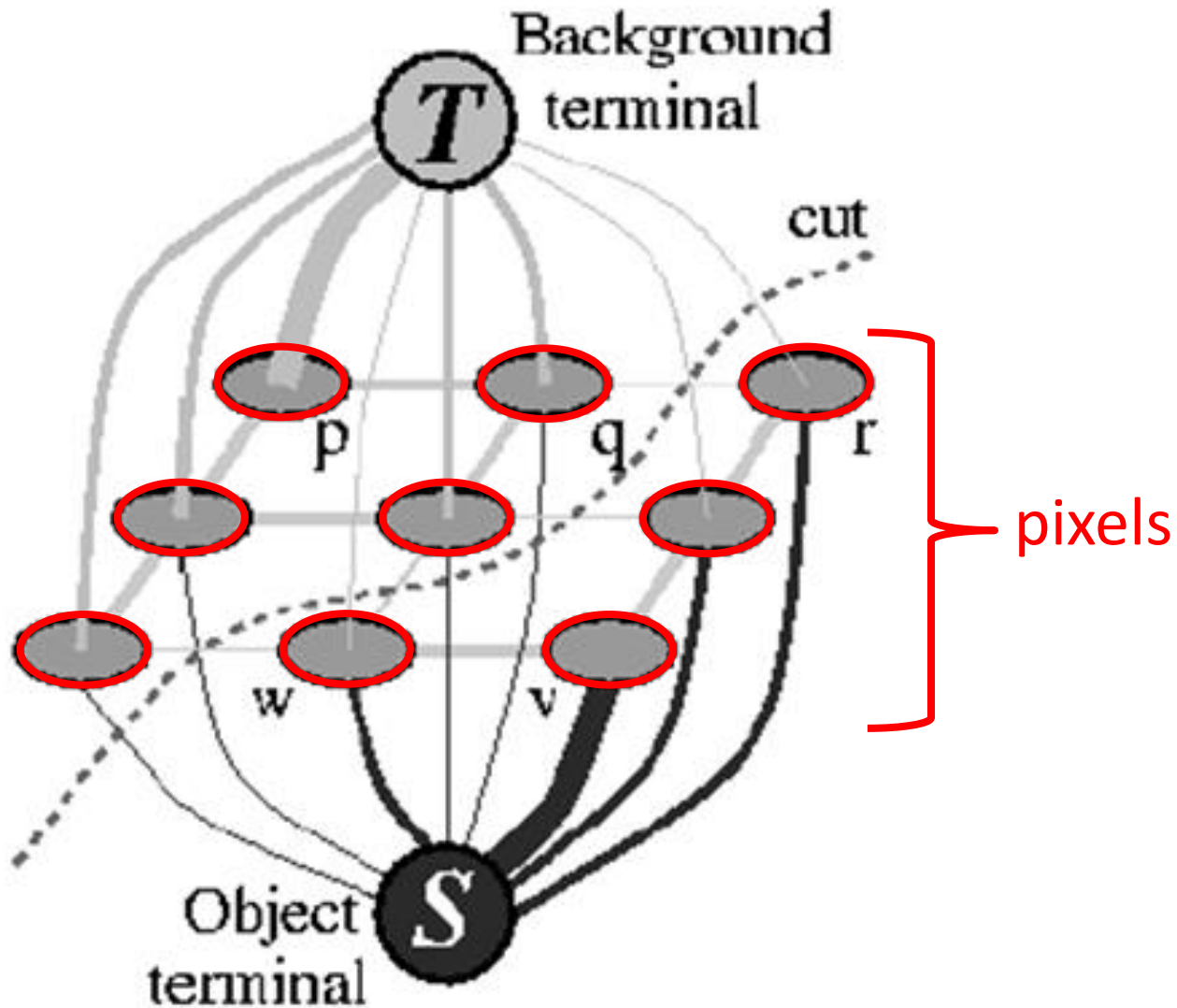


1. Recortar: Objeto vs Fondo

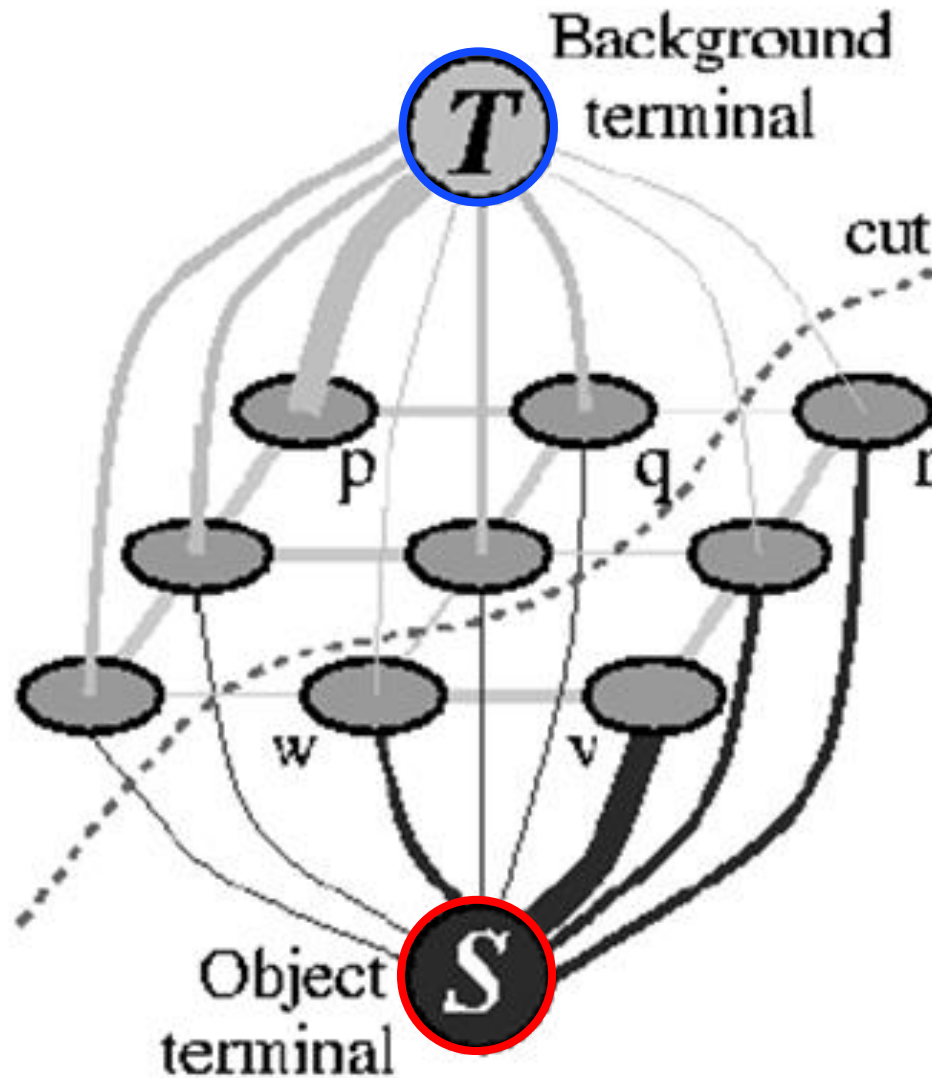


Pixels???

1. Recortar: Objeto vs Fondo

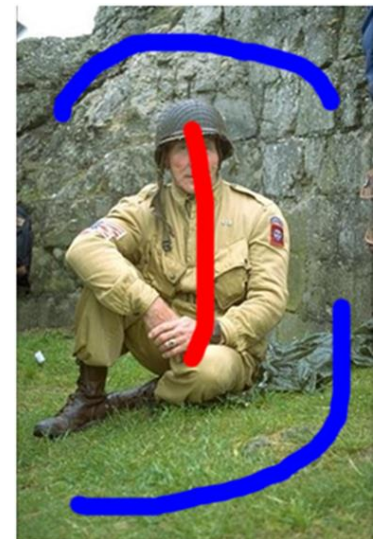
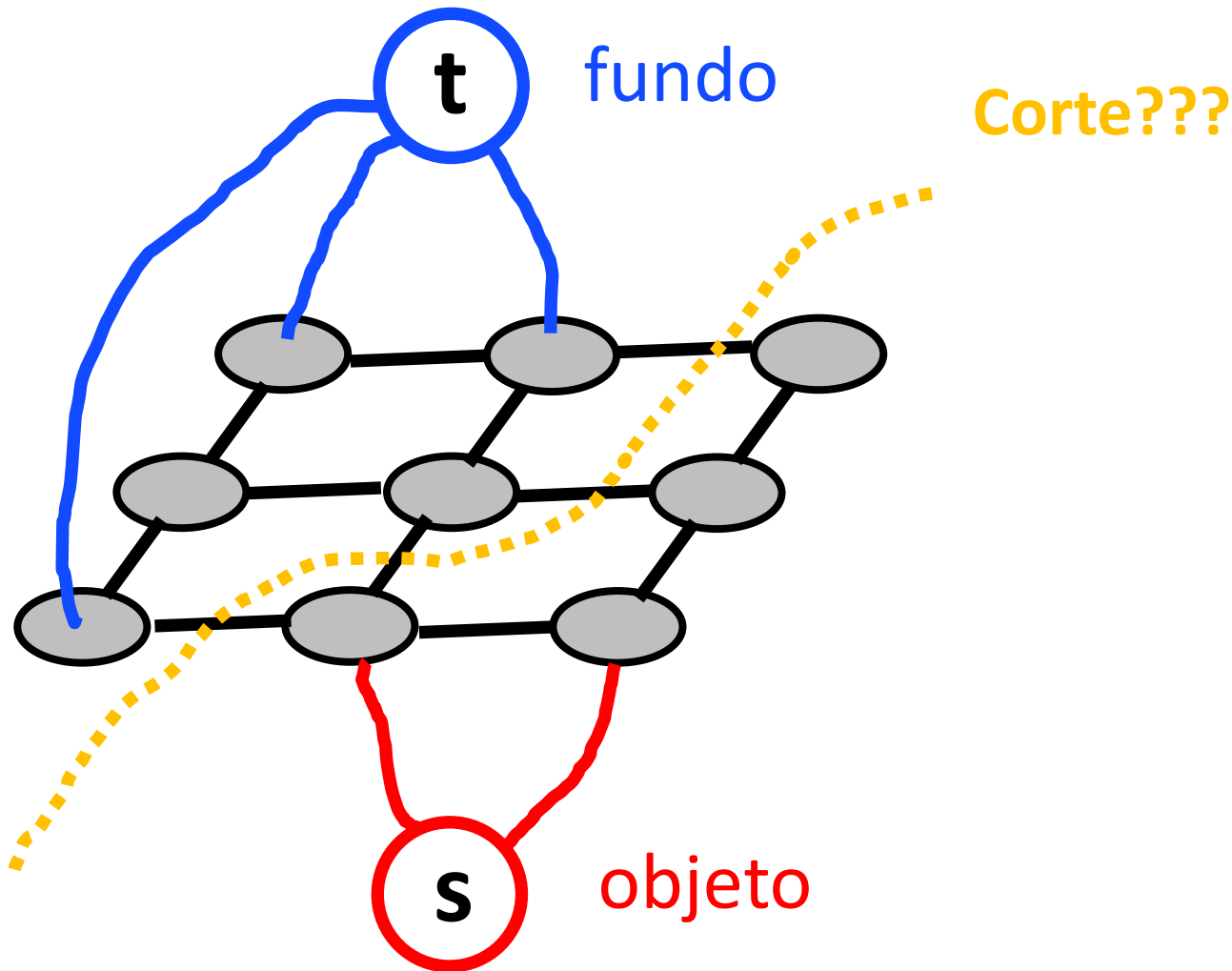


1. Recortar: Objeto vs Fundo

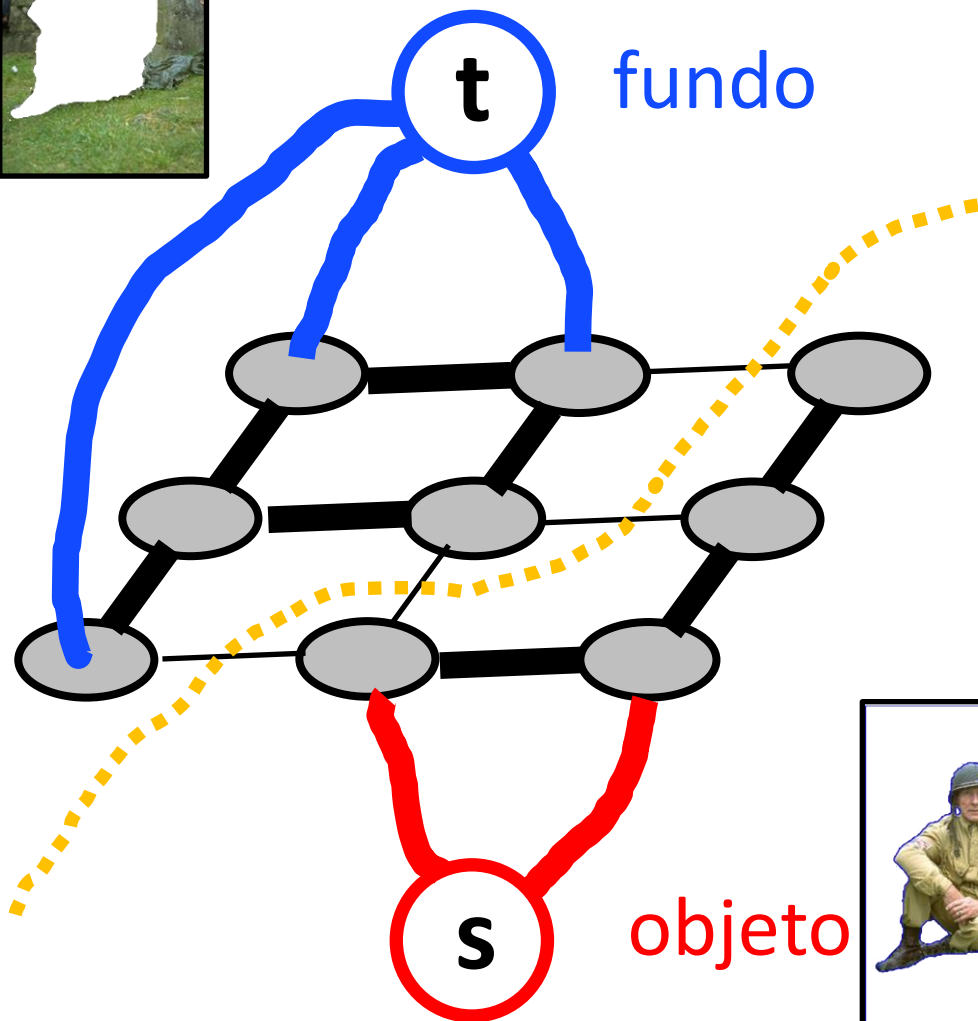


Terminais???

1. Recortar: Objeto vs Fondo



Capacidades?





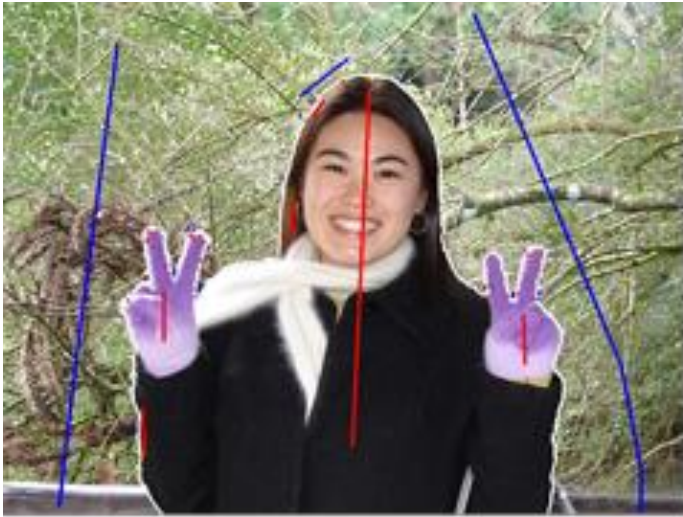
Capacidade:

- grande entre pixels "similares"
- **pequena** entre pixels "**diferentes**"

Corte mínimo:

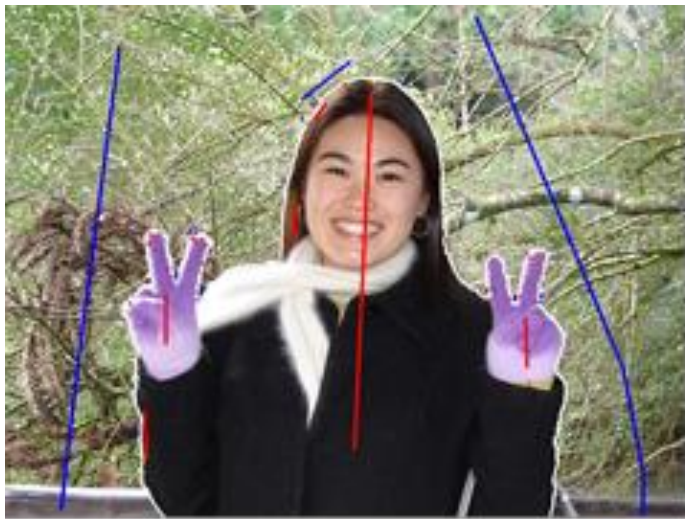
- onde há **maior contraste** (entre objeto e fundo)

1. Recortar: Troca de fundo



?

1. Recortar: Troca de fundo



2. Costurar

2. Costurar

A



B



(a)

2. Costurar

-

A

B



(sobreposição)

2. Costurar



(costura = corte mínimo)

2. Costurar

-

A

B



(costura = corte mínimo)

2. Costurar



(a)



(b)



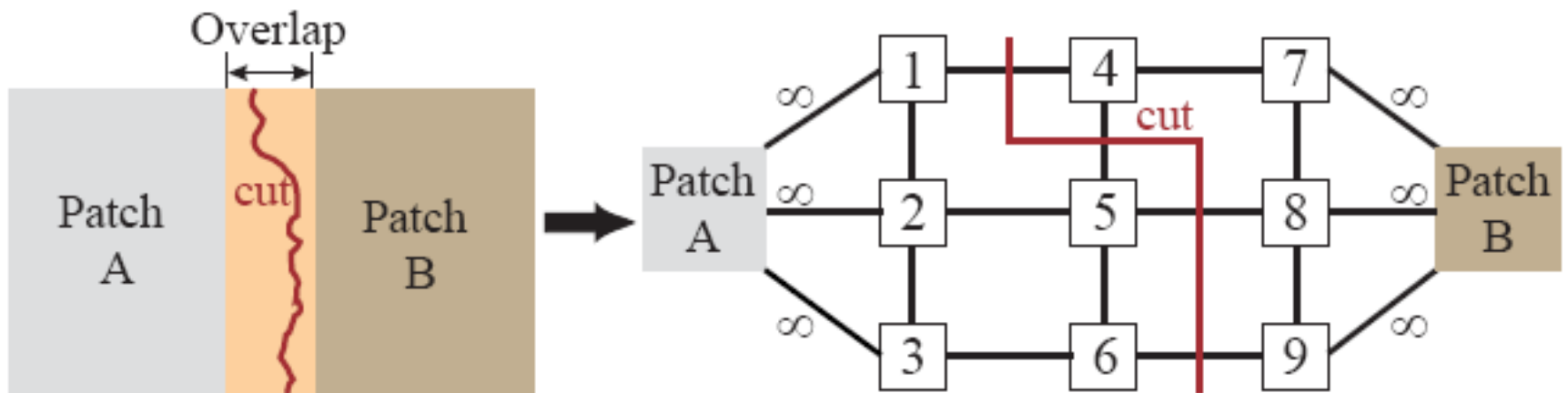
(c)



(d)

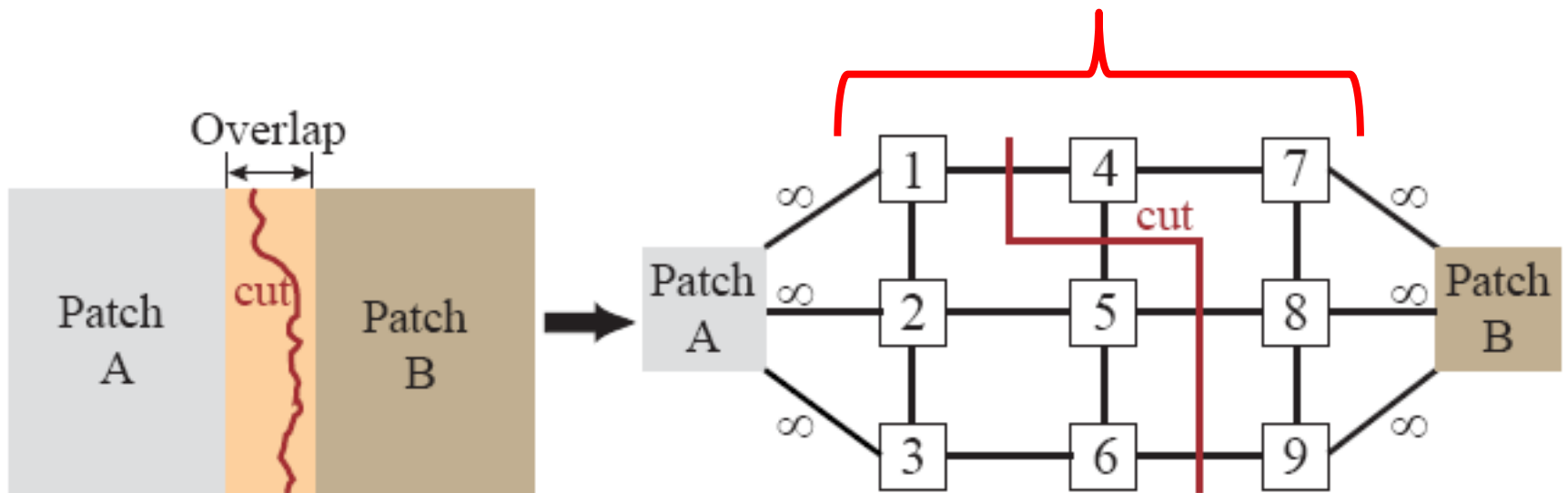
2. Costurar

Pixels???

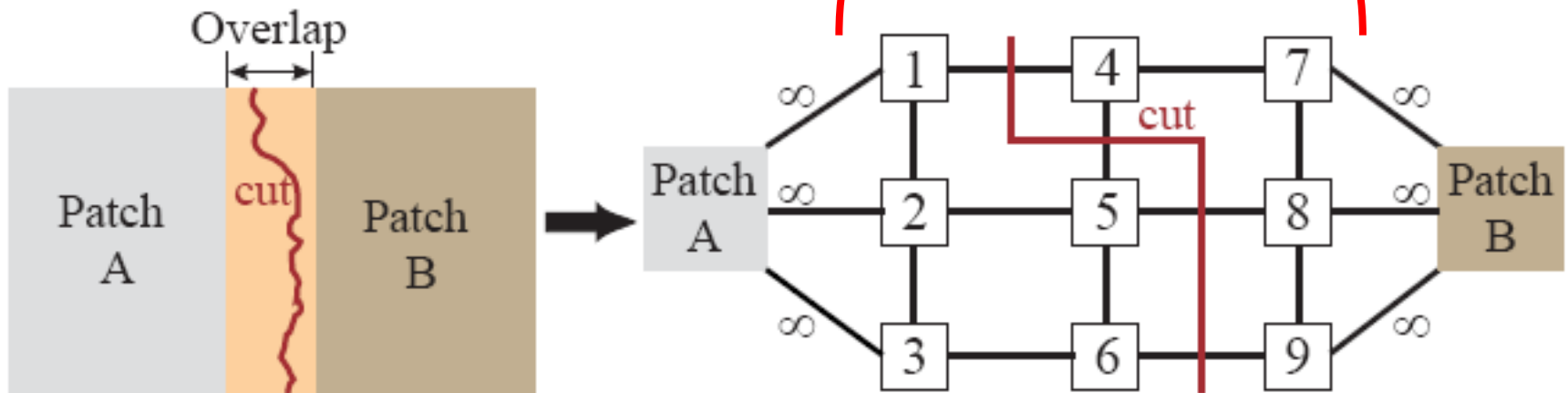


2. Costurar

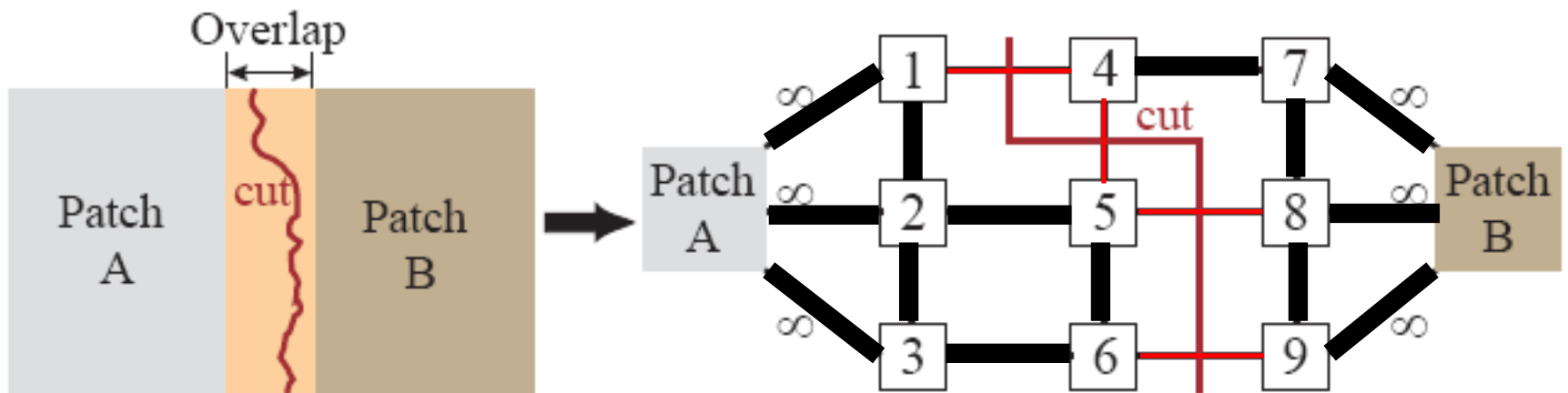
Quais???



2. Costurar



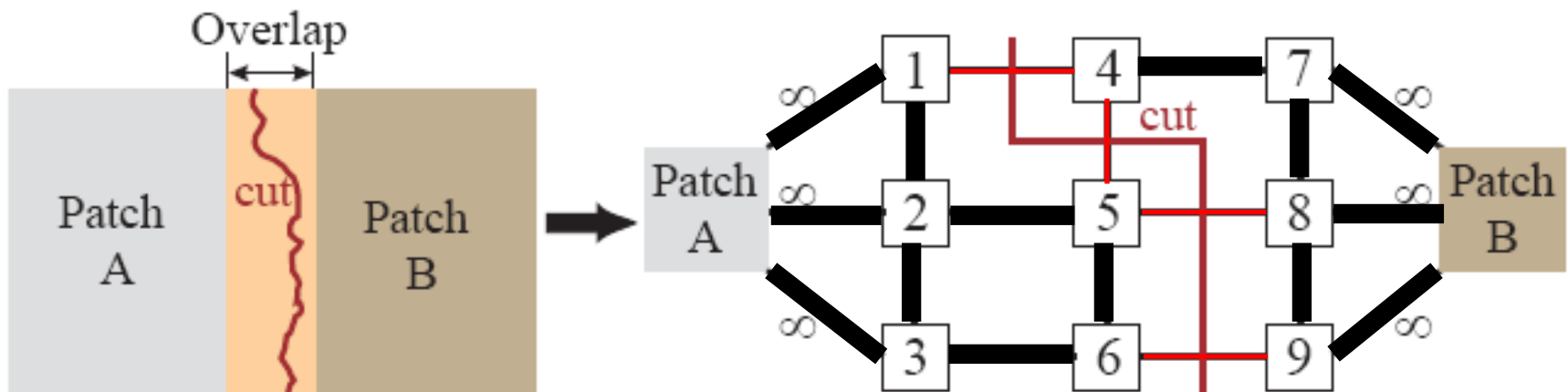
Capacidades?



Capacidades?

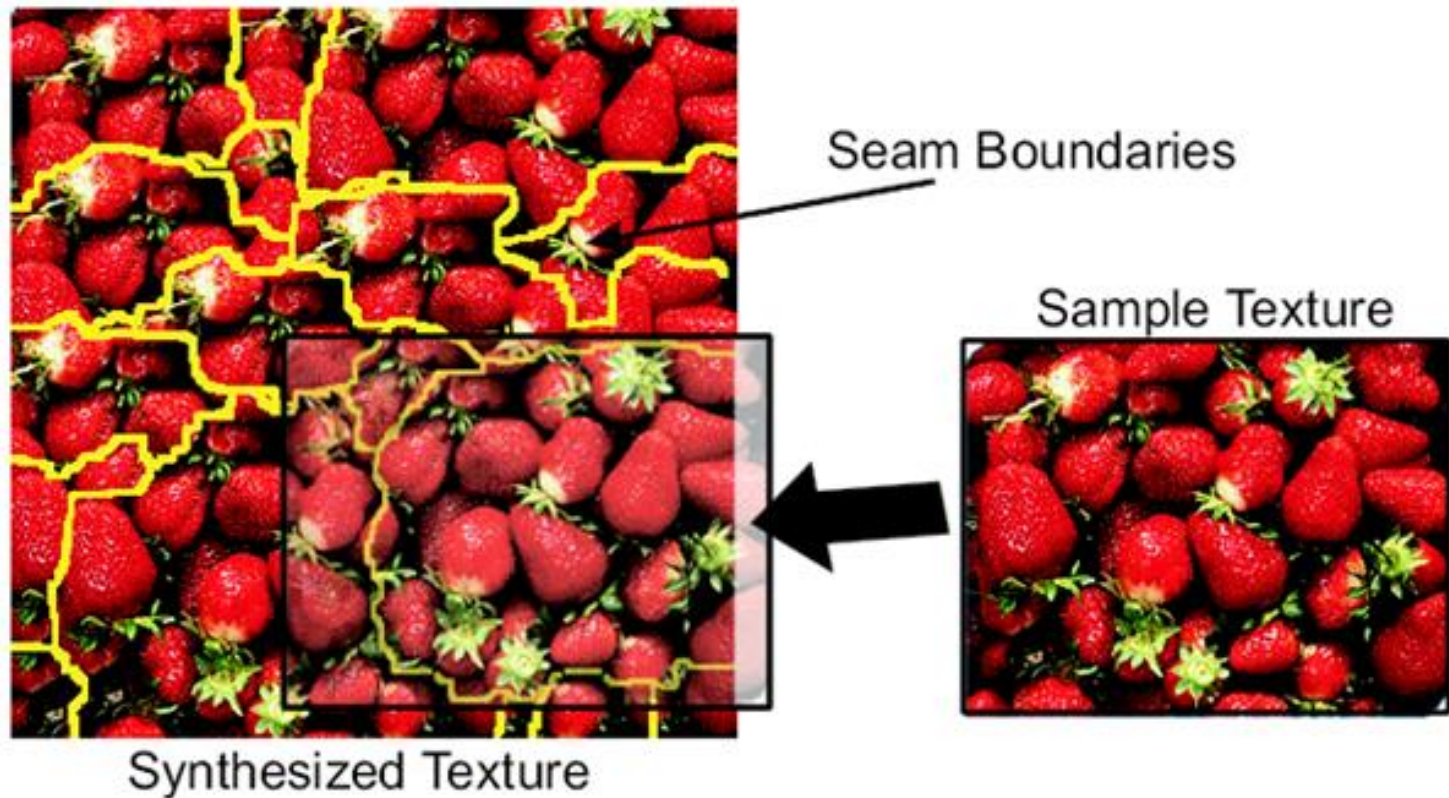
A capacidade é pequena entre pixels similares.

O corte mínimo onde a sobreposição é mais parecida.



Síntese de texturas

- V. Kwatra, A. Schödl, I. Essa, G. Turk, A. Bobick. 2003.
Graphcut Textures: Image and Video Synthesis Using Graph Cuts.



Síntese de texturas



Síntese de texturas



Síntese de texturas



+



=

?

Síntese de texturas



Síntese de texturas



Síntese de texturas



+



=

?

Síntese de texturas

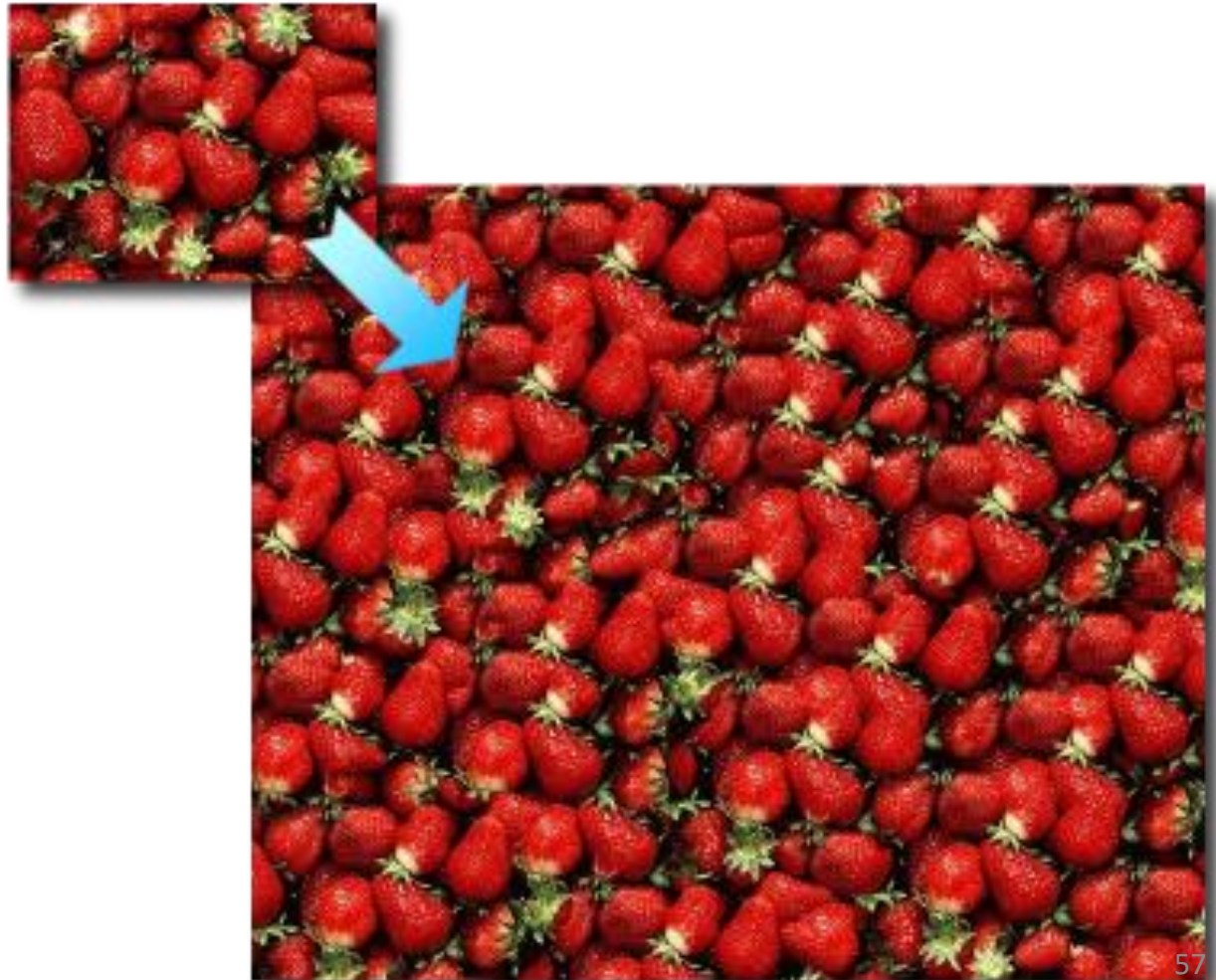


Síntese de texturas



Síntese de texturas

- <http://gimp-texturize.sourceforge.net/>



Exercício Programa

- 18-corteMinimo.py