Leçon 19 : diffraction de Fraunhofer

Niveau :

- Licence 3

Pré-requis :

- Optique géométrique

Références :

- Perez optique chapitre 21
- BFR Optique
- TD de CS

Introduction

Lorsqu'un faisceau lumineux rencontre un ou plusieurs diaphragmes de petites dimensions des phénomènes optiques surgissent : la répartition de la lumière derrière l'objet diffractant n'est pas celle attendue lorsque l'on pense à une propagation rectiligne de la lumière. On peut faire une expérience introductive en prenant un laser et un objet diffractant sur sa trajectoire : On observe un éclairage non homogène.

1. Diffraction à l'infini, approximation de Fraunhoffer

L'interprétation des phénomènes de diffraction repose sur le principe d'Huyghens-Fresnel qui ramène l'étude de la diffraction à un problème d'interférences. Ils jouent un rôle primordial dans la formation des images.

1.1. Principe d'Huyghens-Fresnel

Faire un schéma au tableau montrant la source lumineuse (une bougie par exemple), les axes (X, Y), l'objet diffractant quelconque, l'écran dans le plan (x, y) ainsi que l'axe z. Représenter le point M sur l'axe de l'objet diffractant. Le point P où arrivent deux rayons lumineux sur l'écran. On peut reprendre le schéma dans le BFR p220 par exemple. Pour gagner du temps le dessiner pendant la préparation sur le tableau.

1.2. Énoncé du principe

Sur tranparent affiché l'énoncé du principe d'Huyghens :

1. Huyghens (1678) : Chaque élément de surface se comporte comme une source ponctuelle fictive émettant une ondelette dont l'amplitude complexe instantanée en P est proportionnelle à l'amplitude complexe instantanée $a_s(P, t)$ de l'onde émise par S en P et à l'élément de surface $d\sigma(P)$.
2. Fresnel (1818) : L'amplitude complexe de la vibration lumineuse en un point est la somme des amplitudes complexes des vibrations produites par toutes les sources secondaires, considérées comme cohérentes. On dit que toutes ces vibrations interfèrent pour former la vibration au point considéré.

1.3. Expression mathématique du principe

On peut suivre le raisonnement dans le BFR p214-217 pour arriver à l'expression mathématique entre l'objet diffractant et le point d'observation :

$$\underline{a}(M) = K \iint_\sigma \underline{a_0} \frac{\mathrm{e}^{-ikPM}}{PM} d\sigma \tag{1}$$

On s'aide du schéma pour montrer ce que l'on intègre au fur et à mesure.

1.4. Transmittance d'un objet diffractant

Dans certains cas l'ouverture peut être caractérisée en chaque point par un coefficient de transmission pour l'amplitude de l'onde :

$$t(P) = \frac{\underline{a}_+}{\underline{a}_-} \tag{2}$$

En reprenant le raisonnement précédent on en déduit une autre expression de $\underline{a}$:

$$\underline{a} = K \iint \underline{a_0} t(P) \frac{\mathrm{e}^{-ikPM}}{PM} d\sigma(P). \tag{3}$$

Mathématiquement, cette relation exprime que a est proportionnelle à la transformée de Fourier du coefficient de transmission t dans le plan de l'écran.

1.5. Approximation de Fraunhoffer

Sur transparents. Cas où S et M sont à l'infini. C'est le moment de faire preuve de rigueur On mène le calcul pour déterminer la valeur de PM. Développement à l'ordre 1. On retrouve ici l'approximation introduite dans le programme de PSI. On explicite $a_0(P)$

pour faire apparaître les angles d'entrée. On introduit les vecteurs k et k' vecteurs d'ondes incidents et transmis. On calcule la différence de marche et on arrive à l'expression modifiée :

$$\underline{a} = KA_0 \underbrace{\mathrm{e}^{-il_0(SOM)}}_{\mathrm{constante à l'ordre 1}} \iint \underline{t}(P)\mathrm{e}^{-ik(\overrightarrow{k}'-\overrightarrow{k})\cdot\overrightarrow{OP}} d\sigma. \tag{4}$$

Montrer au tableau la réalisation pratique de Fraunhoffer. Manipulation Réalisation de la diffraction de Fraunhoffer dans un montage à deux lentilles, passer au montage à une lentille, justifier que l'on a le même résultat dans les deux cas si pour le montage à une lentille, on fait l'image de la source sur l'écran et l'oon colle l'objet à la lentille.

2. Application à la formation des images

2.1. Diffraction par une ouverture rectangulaire

Schéma sur transparents pour indiquer les grandeurs (X, Y, a, b) qui vont intervenir dans le calcul. On mène le calcul intégralement au tableau à partir de l'expression de la diffraction dans l'approximation de Fraunhoffer. Expliciter l'expression de la transmittance pour une fente rectangulaire. On dessine au tableau le sinus cardinal. On cherche les annulations de la fonction pour obtenir la tâche centrale notamment.

Manipulation (polyde Philippe Diffraction) : On cherche à retrouver la taille de l'ouverture par diffraction. On prend une fente de largeur variable, barette CCD. On observe la figure de diffraction pour différentes largeur. On ajuste la figure de diffraction par l'expression calculée. On voit que ça fonctionne et ça permet d'obtenir la largeur de la fente. On refait l'expérience pour différentes fentes et on valide le modèle. On montre que la taille de la tâche centrale est inversement proportionnelle à la largeur de la fente

2.2. Diffraction d'une pupille : Tâche d'Airy

On présente sur transparents l'expression de I pour la figure de diffraction par une ouverture circulaire. On peut détailler le raisonnement à l'oral. Calcul détailler dans le Perez p419.

Pouvoir de résolution des instruments d'optique, pouvoir séparateur, critère de Ralyleih. Exemple en observation astronomiques avec les lentilles (diaphragmes circulaires). Comment exploiter la diffraction pour modifier les images ?

Conclusion

On a définit la diffraction comme des interférences avec le principe d'HF, ce qui permet d'expliquer les figures de diffraction de différents objets. La diffraction joue un rôle essentiel dans la formation des images.