LP n° 9 : Modèle de l'écoulement parfait d'un fluide.

NIVEAU : LICENCE ?

Programme de PC.

PRÉREQUIS :

- Description des fluides en mouvement
- Actions de contact dans un fluide en mouvement
- Équation de Navier-Stokes (?)

PLAN :

1. Le modèle de l'écoulement parfait
2. Forces et Faiblesses du modèle
3. Lien entre écoulement parfait et l'écoulement réel

BIBLIOGRAPHIE :

1. [41] *Hydrodynamique Physique*, Guyon-Hulin-Petit
2. [53] *Physique Spé. PC*,PC*, Gié
3. [71] *Physique PC/PC**, Tout-en-un, Dunod (4e édition)
4. Cours de M. Rabaud en L3 FIP

IDÉES À FAIRE PASSER :

Dans le cas général de l'étude d'un fluide l'équation de Navier-Stokes est une équation compliquée à au moins deux titres : la non linéarité, et la diffusion (laplacien de la vitesse). On étudie ici le cas ou la diffusion est négligeable, on constate que cela simplifie grandement l'étude mais on expose aussi une limite du modèle.

Introduction : Dans la leçon précédente on s'est penché sur les écoulements pour lesquels le terme non-linéaire dans l'équation de Navier-Stokes. Cela concernait les écoulements fondamentaux pour lesquels la géométrie imposait la nullité du terme et les écoulements à faible nombre de Reynolds pour lesquels il était négligeable devant le terme visqueux.

1 Le modèle de l'écoulement parfait

1.1 Qu'est-ce qu'un écoulement parfait ?

Définition d'un écoulement parfait : [41] pp. 170 - 171. Distinction avec le fluide parfait (ν rigoureusement nul : exemple de l'hélium isotope 4 en dessous de 2,17K - cf. [41], pp. 170, **353** & 433).

Du point de vue de la particule fluide, l'évolution est adiabatique (évolution rapide devant les temps de diffusion) et réversible (pas de phénomènes dissipatifs), donc isentropique. *Remarque : ça sert notamment dans le calcul de la célérité des ondes acoustiques dans l'air, cf. LP25.*

1.2 Équation dynamique régissant l'écoulement parfait

On pourrait déduire l'équation d'Euler de celle de Navier-Stokes en négligeant la viscosité mais on serait alors contraint de sauvegarder l'hypothèse de fluide incompressible dont Euler se passe sans problème, je suggère donc de la démontrer à nouveau par application du pfd à une particule fluide ([71], p. 355) et préciser a posteriori le lien avec l'équation de Navier-Stokes. Pour pouvoir résoudre complètement l'écoulement il faut imposer des conditions limites.

1.3 Conditions limites imposées à l'écoulement parfait

Voir **slide** et prendre le temps de préciser un peu les différences avec les conditions limites imposées au fluide visqueux.

Transition : Voyons si ce modèle au premier abord assez simpliste peut permettre de décrire efficacement et fidèlement des écoulements réels.

---

2 Forces et faiblesses du modèle

2.1 Lien entre courbure et pression dans l'écoulement

On explique ici naïvement l'effet Coanda : la pression augmente du centre de courbure vers l'extérieur de l'écoulement. Voir [71], pp. 356-359 et Cours de M. Rabaud de L3, p. 47.

Expérience : On peut faire l'expérience et mettre en lévitation une balle de Ping-pong!

On garder les subtilité (mise en rotation et impossibilité du maintient sans traînée) pour la fin de cette partie...

2.2 Aspects énergétiques de l'écoulement, l'équation de Bernoulli

Démonstration du théorème dans le cas d'un écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène dans le champ de pesanteur uniforme dans un référentiel galiléen. On traite alors les cas irrotationnel et tourbillonaire (cf. [71], pp. 370-372. FAIRE L'INTERPRÉTATION ÉNERGÉTIQUE DU THÉORÈME en précisant que ce n'est possible que parce qu'on a négligé tous les processus de dissipation!

Application au tube de Pitot ([71], p. 376) et

Expérience de la turbine avec anémomètre à fil chaud et tube de Pitot pour montrer que la vitesse varie bien en racine du Δp.

2.3 Le problème de la circulation

Définir la circulation et démontrer (selon le temps) le théorème de Kelvin (voir cours de L3, pp. 51-52 et [41], pp. 360-370 (notamment l'interprétation physique)?

On s'intéresse alors à l'écoulement parfait d'un fluide autour d'un obstacle infiniment long (2D). Voir [41], pp. 318-322. On montre que la force de traînée est nulle et que la force de portance est proportionnelle à la circulation Γ.

Transition : Le problème étant que ces deux informations sont incompatible puisqu'a priori, avant la mise en écoulement la vorticité est nulle, donc elle le reste et les avions ne volent pas...

---

3 Lien entre l'écoulement parfait et l'écoulement réel

Voir [71], pp. 309-311. En fait il existe une couche limite dans laquelle la viscosité à un effet mais elle s'étend en gros sur une taille $\delta = L/\sqrt{Re}$ de sorte que dans l'hypothèse effectuée de Reynolds grand elle a une taille négligeable ... mais non nulle! (On peut détailler plus ou moins cette idée à l'aide du cours de L3 et de [41]).

A mon avis il ne reste plus grand temps pour discuter quoi que ce soit mais au cas où on peut aborder le problème du vol à l'aide de [41], pp. 534 et suivantes.

Conclusion : Le modèle de l'écoulement parfait est un outil efficace pour traiter de l'écoulement des fluides loin des obstacles et pour des écoulements laminaires. En revanche, l'analyse rigoureuse de comportement des fluides au voisinage d'obstacle doit être traitée avec l'outil général de Navier-Stokes, ou a minima en s'intéressant en détail au comportement de la couche limite!

BONUS :

1. Comme autre limite du modèle on peut évoquer le problème de Venturi (voir [53], p. 458).
2. On peut rajouter une partie sur les écoulements potentiels mais ca se chevauche pas mal avec l'aile d'avion et surtout on sortirait largement du temps imparti à mon avis.
3. Si besoin on peut jeter un œil au cours de F. Moisy en ligne.