LP n° 36 : Diffraction par des structures périodiques.

NIVEAU : LICENCE 3

PRÉREQUIS :

- Diffraction de Fraunhofer (TF, diffraction par une fente, théorème de Babinet)
- Physique du solide (réseau de bravais, réseau réciproque)

PLAN :

1. Intensité diffractée par une structure périodique
2. Étude de la source
3. Étude de la structure diffractante

BIBLIOGRAPHIE :

- [11] *Optique et physique ondulatoire*, Bertin-Faroux-Renault
- [58] *Optique. Fondements et applications*, J.-P. Pérez (7eme édition)
- [2] *Physique du solide*, Ashcroft
- [51] *Optique physique et électronique*, D. Mauras
- [44] Houard

IDÉES À FAIRE PASSER :

Introduction : Dans cette leçon, on va combiner deux phénomènes de l'optique ondulatoire : la diffraction, bien sûr, que l'on se bornera à traiter dans le cadre de l'approximation de Fraunhofer, et les interférences à N ondes. On prendra aussi soin d'étendre cette étude à d'autres domaines du spectres électromagnétique. On commence d'ailleurs par rappeler le montage de Fraunhofer et les notations sur slide.

1 Intensité diffractée par une structure composée

Cette partie est importante à mon sens pour comprendre pourquoi tout se passe aussi bien dans la diffraction par des structures périodiques, et aussi pourquoi on a besoin de cette périodicité. Cela dit, elle fait un bonne introduction mais ne doit pas devenir le corps de la leçon.

1.1 Translation de la pupille dans son plan

[51], p. 260 - On regarde (voir slide) l'effet d'une translation de la pupille dans son plan sur la figure de diffraction. Il faut adopter des notations compréhensibles mais pratique pour faire le calcul, notamment souligner les grandeurs complexes :

$$s_B(M,t) = \tilde{t_B}(X',Y')\left[\frac{x}{\lambda D},\frac{y}{\lambda D}\right] = \tilde{t_A}(X'-\vec{T}.\vec{e_x}, Y'-\vec{T}.\vec{e_y})\left[\frac{x}{\lambda D},\frac{y}{\lambda D}\right]$$

$$= \tilde{t_A}(X,Y)\left[\frac{x}{\lambda D},\frac{y}{\lambda D}\right]\exp\left(\frac{2i\pi}{\lambda D}(\vec{T}.\vec{e_x}x+\vec{T}.\vec{e_y}y\right) = s_A(M,t)\exp(i\vec{T}(\vec{k_0}-\vec{k})$$

Donc la translation modifie simplement la figure la vibration en M d'un facteur de phase de sorte que l'intensité, elle, n'est pas modifiée : $I_B(M,t) = I_A(M,t)$

1.2 Pupilles composées

Voir [51], p. 267 - On dispose N pupilles obtenues par translation à partir d'une pupille centrale sans recouvrement. La pupille p est obtenue par translation de vecteur $\vec{T_p}$. On exprimer alors la vibration sur un point M de l'écran due à la pupille p, les sources secondaires étant cohérentes toutes ces vibrations se somment et on obtient

$$I(M) = I_0(M)|\Sigma_{p=0}^{N-1} e^{i\varphi_p}|$$

où $\varphi_p = \vec{T_p}.(\vec{k_0}-\vec{k})$. On factorise correctement et si N grand on voit qu'un répartition aléatoire des pupille entraine l'annulation du terme d'interférence et $I(M) = NI_0(M)$.

1.3 Cas de N pupilles répartie régulièrement

Voir [51], p. 268 - On prolonge le calcul en se servant de la relation de récurrence sur les phases et on factorise par l'angle moitié pour voir apparaitre les sinus. On écrit alors

$$I(M) = I_0(M)\frac{\sin(N\varphi/2)^2}{\sin(\varphi/2)^2}$$

Le terme I_0 apparaît comme le facteur de forme (il ne dépend que de la forme de la pupille originelle) et le rapport des sinus apparaît comme le facteur de structure qui dépend de la répartition des pupilles dans l'espace.

Simplifier l'expression de φ aux petits angles et avec la source sur l'axe : $\varphi = 2\pi ax/\lambda f'$.

Transition : On voit donc apparaître deux aspects majeurs : d'une part la figure de diffraction dépend de λ, comme attendu, de sorte qu'on va pouvoir rendre cette structure efficace pour disperser les longueurs d'onde et acquérir des informations sur la source (c'est l'objet de la prochaine partie). D'autre part, l'intensité dépend de la structure de l'objet diffractant de sorte qu'on va aussi pouvoir, connaissant la source, obtenir des information sur la géométrie de l'objet (c'est l'objet de la troisième partie).

---

2 Étude spectrale de la source

2.1 Le réseau

Voir [51], p. 271 - Réseau de fente d'épaisseur d et distantes de a. On connaît la figure de diffraction pour une fente donc on peut exprimer l'intensité totale. Supposer que la source est sur l'axe donc $X_0 = 0$. Jouer avec la simulation python associée.

Trouver la position du pic principal ($\varphi = 2p\pi$) et la largeur de ce pic ($\delta\varphi = 2\pi/N(p+1)$). Faire au tableau un graphe de l'influence des paramètre en dessinant côte-à-côte le réseau et les trois dimensions a, d et N et la figure de diffraction à main levée en faisant apparaître $1/a$, $1/d$ et $1/Na$.

La dépendance de la position des pics avec λ permet de faire de la spectrométrie.

2.2 Propriétés des réseau

On étudie deux raies λ et $\lambda + d\lambda$.

- Dispersion angulaire : on cherche l'angle θ pour chacune des raies et on exprime $d\theta/d\lambda = p/a\cos(\theta)$ donc on a intérêt à regarder à un ordre important (surtout pas $p = 0$ car ca devient linéaire!) et a le plus petit possible.
- Pouvoir de résolution : Entre les pics principaux associés à chaque raie on a $\Delta_1 \sin(\theta_p) = pd\lambda/a$ et entre les pics et le premier minimum on a la largeur de pic $\Delta_2 \sin(\theta_p)2\pi a/\lambda = 2\pi/N$ et on peut le premier plus grand que le second donc la limite de résolution est $\lambda/d\lambda = pN$

AN : pour $\lambda = 0{,}5$ µm, $N = 1000 trait/mm \times 250 mm$ et $p \leq 2$ (pour avoir de l'intensité). Quel a pour résoudre le doublet jaune du sodium?

Transition : Enfin, comment peut-on utiliser cette technique pour acquérir des notions sur la structure de l'objet?

---

3 Étude de la structure diffractante

Cett partie est bien décrite dans le début du Ashcroft.

3.1 Diffraction pas une structure périodique 3D

Réseau de Bravais : $\overrightarrow{T_{pqr}} = p\vec{a} + q\vec{b} + r\vec{c}$. Ca diffracte par Babinet. De plus vue la taille de la pupille (atome, de l'ordre de l'angström) il faut des rayons X! Alors l'intensité est max si $\vec{k}$ et $\vec{k_0}$ sont tels que quelque soit p, q, r on a $\overrightarrow{T_{pqr}}.(\vec{k_0} - \vec{k}) = 2\pi n$ c'est à dire que $\vec{K} = \vec{k_0} - \vec{k}$ appartiennet au réseau réciproque. C'est ultra restrictif!

3.2 Réalisation expérimentale

Trois solution : varier λ pour avoir un faisceau polychromatique et voir quelle « couleur » ressort où, tourner le solide pour faire varier $\overrightarrow{k_0}$ ou encore mettre une poudre.

Conclusion :

BONUS :

-