Leçon : Phénomènes de transport

Gabriel Le Doudic

Préparation à l'agrégation de Rennes

14 mai 2023

Niveau : CPGE
Prérequis : thermopdynamique à l'équilibre
: hydrodynamique

Nécessité de l'équilibre local

1. **Hypothèse d'équilibre local :**
   En tout point du système macroscopique, un sous système de taille mésoscopique est supposé constamment et instantanément à l'équilibre. Cela suppose que le temps typique d'évolution du système macroscopique τ_{ev} et le temps typique de mise à l'équilibre d'un sous système vérifient la condition :

$$\tau_{ev} \gg tau_{eq}$$

2. Le système est suffisamment proche de l'équilibre pour que les lois de transport donnant les différents vecteurs densité de courant j soient linéaires par rapport à leur cause.

En prenant en compte ces deux hypothèses : Toutes les grandeurs intensives sont bien définies en tout point du système et à tout instant (T,P, μ). Les milieux que nous considérons sont supposés homogènes et isotropes à l'équilibre, les courants sont donc faibles.

Équation de diffusion

	Ohm	Fick	Fourier	Newton
Grandeur conservée et transportée	Charge q	Particules N	Enthalpie H	Quantité de mouvement P_x
Densité volumique	ρ $(\mathrm{C \cdot m^{-3}})$	n $(\mathrm{m^{-3}})$	h $(\mathrm{J \cdot m^{-3}})$	$p_x = \mu v_x$ $(\mathrm{kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}})$
Vecteur densité de courant	$\mathbf{j}_q$ $(\mathrm{A \cdot m^{-2}})$	$\mathbf{j}_N$ $(\mathrm{m^{-2} \cdot s^{-1}})$	$\mathbf{j}_H$ $(\mathrm{W \cdot m^{-2}})$	$\mathbf{j}_{P_x}$ $(\mathrm{N \cdot m^{-2} = Pa})$
Équation locale de conservation	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\mathbf{j}_q) = 0$	$\frac{\partial n}{\partial t} + \mathrm{div}(\mathbf{j}_N) = 0$	$\frac{\partial h}{\partial t} + \mathrm{div}(\mathbf{j}_H) = 0$	$\frac{\partial p_x}{\partial t} + \mathrm{div}(\mathbf{j}_{p_x}) = 0$
Cause du transport	$\mathbf{grad}\,(V)$ (en régime permanent)	$\mathbf{grad}\,(n)$	$\mathbf{grad}\,(T)$	$\mathbf{grad}\,(v_x)$
Coefficient de transport	σ $(\mathrm{\Omega^{-1} \cdot m^{-1}})$	D $(\mathrm{m^2 \cdot s^{-1}})$	λ $(\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}})$	η $(\mathrm{Pa \cdot s})$
Loi de transport linéaire	$\mathbf{j}_q = -\sigma\,\mathbf{grad}\,(V)$ (en régime permanent)	$\mathbf{j}_N = -D\,\mathbf{grad}\,(n)$	$\mathbf{j}_H = -\lambda\,\mathbf{grad}\,(T)$	$\mathbf{j}_{P_x} = -\eta\,\mathbf{grad}\,(v_x)$ (écoulement plan de Couette)

Loi de Fourier

	Ohm	Fick	Fourier	Newton
Grandeur conservée et transportée	Charge q	Particules N	Enthalpie H	Quantité de mouvement P_x
Densité volumique	ρ $(\mathrm{C\cdot m^{-3}})$	n $(\mathrm{m^{-3}})$	h $(\mathrm{J\cdot m^{-3}})$	$p_x = \mu v_x$ $(\mathrm{kg\cdot m^{-2}\cdot s^{-1}})$
Vecteur densité de courant	$\mathbf{j}_q$ $(\mathrm{A\cdot m^{-2}})$	$\mathbf{j}_N$ $(\mathrm{m^{-2}\cdot s^{-1}})$	$\mathbf{j}_H$ $(\mathrm{W\cdot m^{-2}})$	$\mathbf{j}_{P_x}$ $(\mathrm{N\cdot m^{-2} = Pa})$
Équation locale de conservation	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}\,(\mathbf{j}_q) = 0$	$\frac{\partial n}{\partial t} + \mathrm{div}\,(\mathbf{j}_N) = 0$	$\frac{\partial h}{\partial t} + \mathrm{div}\,(\mathbf{j}_H) = 0$	$\frac{\partial p_x}{\partial t} + \mathrm{div}\,(\mathbf{j}_{p_x}) = 0$
Cause du transport	$\mathbf{grad}\,(V)$ (en régime permanent)	$\mathbf{grad}\,(n)$	$\mathbf{grad}\,(T)$	$\mathbf{grad}\,(v_x)$
Coefficient de transport	σ $(\Omega^{-1}\cdot\mathrm{m^{-1}})$	D $(\mathrm{m^2\cdot s^{-1}})$	λ $(\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}})$	η $(\mathrm{Pa\cdot s})$
Loi de transport linéaire	$\mathbf{j}_q = -\sigma\,\mathbf{grad}\,(V)$ (en régime permanent)	$\mathbf{j}_N = -D\,\mathbf{grad}\,(n)$	$\mathbf{j}_H = -\lambda\,\mathbf{grad}\,(T)$	$\mathbf{j}_{P_x} = -\eta\,\mathbf{grad}\,(v_x)$ (écoulement plan de Couette)

Équation de la chaleur

On combine l'équation de conservation avec la loi de Fourier :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{th}\Delta T \quad D_{th} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \tag{1}$$

Rayonnement

Loi de Stefan Boltzman :

$$\phi = \sigma T^4 \tag{2}$$

Loi de Wien :

$$\lambda_m T = 2900\ \mu\text{mK} \tag{3}$$