

## LP n° 41 : Effet tunnel.

**NIVEAU :** CPGE

On place cette leçon au niveau PC.

**PRÉREQUIS :**

- Physique ondulatoire
- Notion de mécanique quantique (Schrödinger indépendante du temps, courant de probabilité, puits de potentiel de profondeur fini afin de déjà avoir la notion d'onde évanescente)
- Notions de lycée sur la radioactivité

**PLAN :**

1. Barrière de potentiel et effet tunnel
2. Le microscope à effet tunnel
3. Un exemple naturel : la radioactivité  $\alpha$

**BIBLIOGRAPHIE :**

- [71] *Physique Tout-en-un PC/PC\**, Dunod (4ème édition)
- BUP n°699
- [78] Le cours de physique de Berkeley, volume 4 (1974)
- BUP n°734
- Vidéo de bonhomme d'IBM
- Vidéo synchrotron soleil
- Deux vidéo youtube 1 et 2

**IDÉES À FAIRE PASSER :**

**Introduction :** Avec le puits de potentiel et la barrière de potentiel, on a vu que la fonction d'onde pouvait déborder sur des zones où le potentiel est plus grand que son énergie. Ce phénomène a-t-il des conséquences exploitables?

## 1 Barrière de potentiel et effet tunnel

### 1.1 Position du problème

[71], p. 1250 - Faisceau de particules provenant de l'infini et arrivant sur la barrière de potentiel. Cas où  $E < V_0$ . Définition de la limite de cette barrière + schéma des 3 zones. Description du cas classique. En méca Q, existence d'une probabilité non nulle de se retrouver dans la barrière de potentiel, zone classiquement interdite. Donner les solutions pour les 3 régions sous forme exponentielle (presque comme dans [71], p.1245). Simplifier certains termes grâce à l'étude des 3 régions et donner la forme finale des solutions dans les trois régions séparément.

### 1.2 Conditions de raccordement

[71], p. 1252 - Le potentiel  $V(x)$  a une discontinuité d'amplitude finie qui permet d'imposer la continuité de la fonction d'onde en  $-a/2$  et  $a/2$  : écrire les équations associées, imposer la continuité de la dérivée : faire le calcul et donner les équations. (Comme on ne va pas vraiment utiliser ces calculs on peut en écrire une et écrire simplement  $\Phi(a/2) = \Phi(-a/2)$  et pareil pour la dérivée). On a 4 équations et 5 inconnues : à ce stade on pourrait exprimer 4 des inconnues en fonction de la 5ème.

### 1.3 Probabilité de réflexion et de transmission

[71], p. 1252 - Écrire les fonctions d'ondes incidente, réfléchie et transmise. (Attention petite erreur remplacer B3 par A3). Rappeler la définition du vecteur densité de courant (in [71], p.1210) et le calculer pour les 3 fonctions d'onde. On définit les coefficients en réflexion et en transmission. Les conditions de raccordement nous ont permis d'exprimer 4 des inconnues, cela peut nous permettre de trouver l'expression de R et de T. (on le fait pas mais pour les obtenir il faut faire la somme puis le rapport des 2 équations de continuités pour obtenir les coefficients). Il existe une probabilité de transmission qui ne s'annule jamais. C'est l'effet tunnel!

[71], p.1254 Faire l'approximation de la barrière épaisse, donner des OdG de T en fonction de la particule. [71], p.1255

**Transition :** On va traiter une application canonique - le microscope à effet tunnel.

## 2 Le microscope à effet tunnel

PWP principe. BUP n°699, p. 1269 - Petit historique du microscope à effet tunnel. Principe de fonctionnement : électrons de conduction « voient » une marche de potentiel; probabilité de présence non nulle dans la marche mais décroît rapidement comme une onde évanescence sur une distance caractéristique  $\delta$  qui est de  $6 \times 10^{-10}$  m. Faire schéma au tableau. Vidéo Youtube ou synchrotron soleil.

Approche d'un 2ème conducteur, on applique une différence de potentiel, donc une barrière de potentiel et apparition de courant tunnel. Donner l'expression de ce courant.

[71], p. 1258 - Donner les 4 contraintes technologiques du microscope.

[71], p. 1308, Q3 - Un déplacement de la pointe de  $10^{-11}$  m correspond à une variation d'intensité relative de 3% : faire le calcul. Toujours dans le BUP n°699, p. 1275 - Analyser la résolution latérale, transverse (qui est limitée par les vibrations) et la hauteur de la barrière de potentiel. (remarque dans la 3ème page, on peut en déduire une valeur de  $V_0$ ...). Le sens de passage des électrons est déterminé par la tension appliquée [71], p. 1308 Q3. L'effet tunnel peut être utilisé selon deux fonctionnements : topographie, spectroscopie. [71], p. 1258, possible de lire le BUP n°699, p. 1271-1276 à ce sujet mais on n'apprend pas beaucoup plus que dans le Dunod).

---

**Transition :** Autre processus non pas technologique mais naturel qui se fait par effet tunnel.

---

## 3 Un exemple naturel : la radioactivité $\alpha$

### 3.1 Faits expérimentaux

[71], p.1260 Faire un rappel sur la désintégration alpha + donner un exemple de la désintégration du radium. On peut réaliser une constatation expérimentale de la radioactivité alpha : PWP il semble que la demi-vie de la particule alpha est d'autant plus courte que l'énergie cinétique de la particule est grande et de même on constate expérimentalement qu'il existe des noyaux comme le radium (émetteur de particule alpha) qui ont une durée de vie anormalement longue en comparaison d'autre noyaux comme le polonium.

Transition : nous allons expliquer ces temps de vie grâce au phénomène de l'effet tunnel.

### 3.2 Modélisation par un puits

[71], p. 1262 - Afin de décrire ces phénomènes on adopte un modèle. On suppose que la particule alpha existe à l'intérieur du noyau. Elle est soumise à une  $E_p$  résultant de l'interaction forte de courte portée, et de la répulsion électrostatique entre la particule alpha et le nouveau noyau à Z-2 protons. A l'extérieur de la surface du noyau le potentiel est celui de Coulomb :  $V(r) = (2e^2(Z-2))/(4\pi\epsilon_0 r)$ . [71], p.1264 & lire BUP n°734, p. 738. Faire le schéma du puits.

[78], p. 294 - Le potentiel  $V(r)$  pour un rayon de noyau de 7,3 fm donne un potentiel  $\approx 33,9$  Mev (on a utilisé la forme coulombienne du potentiel, en remplaçant R par 7,3 fm). Cependant la particule a une énergie cinétique bien inférieure : de l'ordre de 5 Mev. On ne devrait donc pas observer cette particule alpha qui devrait rester piégée dans le puits. Elle s'explique par l'existence de l'effet tunnel : la particule doit traverser la barrière par effet tunnel sur une distance allant de R à  $R_c$  (région limite classique). Faire le calcul de  $R_c$  avec pour valeur de l'énergie celle dans le tableau [71], p. 1261 On trouve 54 fm.

### 3.3 Probabilité d'émission de la particule

(Equation [78], p.289) On reprend l'expression du coefficient de transmission de la barrière. [78], p. 291 On approxime la barrière variant continument par plusieurs barrières rectangulaires. Le coefficient de transmission global est le produit des coefficients de transmission. Obtenir l'expression de  $\log(T)$  avec une intégrale entre R et  $R_c$  [78] p.295.

[78], p.292 On peut déjà faire 2 constatations : le coefficient de transmission décroît quand la masse augmente ou quand l'énergie totale croît. Donner le résultat de cette intégrale sous forme  $\log(T) = A/\sqrt{E} + B$ .

[71], p. 1263 - La particule alpha fait des allers-retours dans le noyau et ne cesse de rebondir contre la barrière de potentiel. A chaque collision elle a une probabilité  $T$  d'être transmise,  $\tau_0$  la durée de traversée du noyau,  $\tau$  le temps moyen que la particule passe dans le puits. On trouve  $\tau = \tau_0/T$ . C'est la grande sensibilité de la probabilité de transmission par effet tunnel à la masse et à l'énergie de la particule alpha qui est responsable des variations de la demi-vie des noyaux radioactifs.

[71], p. 1264 - Le nombre moyen de noyaux qui se désintègrent entre  $t$  et  $t + dt$  est  $dN = N(t)/\tau dt$ . Résoudre l'équation différentielle et obtenir  $N(t)$ . Calculer  $N(t_{1/2})$  et en déduire  $\tau_{1/2} = \tau \ln(2)$ .

**Conclusion :** Effet tunnel bien utile pour comprendre des phénomènes naturels mais aussi pour la plupart des applications technologiques actuelles. ouvrir sur d'autres technologies : microscopies.

**BONUS :**

- Lien entre inégalité d'Heisenberg temps-énergie et effet tunnel [71], p. 1206 : à cause des fluctuations d'énergie il est possible pendant un temps donné d'avoir une énergie suffisante pour que la particule ne passe non pas dans la barrière mais au-dessus de la barrière de potentiel : compatible avec le calcul (lorsque la barrière augmente la probabilité de transmission diminue).
- Démonstration de la continuité de la dérivée dans l'annale de composition A2005, question B.2.1a et Basdevant [21], p. 68.
- Autres techniques de microscopie : AFM ou microscopies optiques (cf. leçon associée)
- Attention cette définition du vecteur densité n'est vraie que pour une onde plane, la vraie définition est :

$$J = \frac{i\hbar}{2m} (\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi)$$

