

Leçons de Physique Agrégation spéciale docteur, option physique Agrégation 2022-2023

1	Leçon 1 : Gravitation	2
2	Leçon 2 : Lois de conservation en dynamique	6
3	Leçon 3 : Notion de viscosité d'un fluide. Écoulement visqueux	9
4	Leçon 5 : Phénomènes interfaciaux dans les fluides	12
5	Leçon 9 : Conversion de puissance électromécanique	23
6	Leçon 17 : Interférence à deux ondes	33
7	Leçon 18 : Interféromètre à division d'amplitude	37
8	Leçon 26 : Cinématique relativiste : Expérience de Michelson et Morley	39

Chapitre 1

Leçon 1 : Gravitation

Niveau :

- CPGE

Pré-requis :

- Cinématique et dynamique d'un point matériel
- référentiels galiléens et non
- Force d'inertie

Bibliographie :

- BFR Mécanique du point Chap 7&8 ;
 - Perez mécanique Chapitre gravitation.
-

Sommaire

1.1	Introduction	2
1.2	Intéraction gravitationnelle	3
1.2.1	Force de gravitation(BFR)	3
1.2.2	Analogie avec la loi de Coulomb (BFR)	3
1.2.3	Propriétés du champ de gravitation	3
1.2.4	Champ de pesanteur terrestre	4
1.3	Dynamique dans un référentiel non galiléen (BFR)	4
1.3.1	Variation de g avec la latitude	4
1.3.2	Terme de Marées (BFR)	4
1.3.3	Discussion - limite de Roche H prepa exercices p95	5
1.4	Conclusion	5

1.1 Introduction

C'est au XVII^{eme}, en se basant sur les lois expérimentales du mouvement des planètes que Newton découvrit la loi de force qui explique ces mouvements. Nous étudierons ici le problème inverse qui consiste à à décrire le mouvement lorsque la loi de force est admise. Le caractère universel de la loi de Newton fait qu'il est possible de connaître le champ d'accélération en tout point de l'espace, ce qui permet notamment d'étudier le champ de pesanteur dû à un astre sphérique tel que la Tere. (repris du BFR)

1.2 Interaction gravitationnelle

1.2.1 Force de gravitation(BFR)

a. Loi de Newton

Dessiner un schéma (avec des axes \vec{e}_r , distance r entre les corps) avec deux corps numérotés 1 et 2, de masses m_1 et m_2 , la force qu'exerce 2 sur 1 a pour expression :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{e}_r \quad (1.1)$$

G c'est la force entre deux masses de 1 kg, aujourd'hui c'est une constante fondamentale $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$ (1798 mesurée par l'expérience de Cavendish). La force est toujours attractive ($m_i > 0$) même si la résultante est peut être de sens opposé (dans l'eau on est moins attiré par le noyau de la Terre que l'eau). Finir avec l'analogie de la force de Coulomb pour deux charges q_i (discussion sur attractive/ répulsive dans le Pérez).

b. Champ gravitationnel

Schéma en prenant un corps de masse m et une distribution de masse M_i .

$$\vec{F} = \sum_i^N G \frac{M_i m}{r_i^2} \vec{r}_i = m \sum_i^N G \frac{M_i}{r_i^2} \vec{r}_i = m \vec{G}(M). \quad (1.2)$$

1.2.2 Analogie avec la loi de Coulomb (BFR)

La loi de Newton n'est pas sans rappeler la loi de Coulomb exprimant la force qui s'exerce entre deux particules portant des charges q_1 et q_2 . Rappeler la loi de Coulomb en fonction des charges puis en fonction du champ électrostatique créé par l'une des charges. Analogie avec l'expression du champ gravitationnel donné précédemment.

$$\vec{F} = m \vec{G} \quad (1.3)$$

Il est facile de voir en appliquant la deuxième loi de Newton que \vec{G} représente un champ d'accélération. Comme en électrostatique, le champ est censé exister au point M, même en l'absence de l'observateur ou de la masse qui subit la force. Présenter en powerpoint un tableau qui fait l'analogie complète entre Coulomb et gravitationnelle. Noter les différences ! Ordres de grandeurs (BFR)

En déduire que la gravitation peut être négligée dans le domaine atomique, elle ne donne des effets notables qu'au voisinage de masses importantes comme les astres. De plus les corps célestes sont électriquement neutres : les forces qu'ils exercent entre eux, et qui déterminent leurs mouvements sont essentiellement gravitationnelles.

1.2.3 Propriétés du champ de gravitation

a. Potentiel gravitationnel

Potentiel électrostatique créé par n charges ponctuelles. Par analogie donner le potentiel gravitationnel pour n masses ponctuelles. Chacune des forces F_i dérive d'un potentiel. Par conséquent \vec{G} dérive d'un potentiel V . Pour une masse unique :

$$\vec{\Phi} = -G \sum_i \frac{M_i}{r_i}. \quad (1.4)$$

Du potentiel Φ on en déduit le champ \vec{G} par la relation :

$$\vec{G} = -\vec{\nabla}(\Phi). \quad (1.5)$$

b. Théorème de Gauss

Définir une surface contenant une distribution de charges. Le flux sortant du champ E à travers S est donné par le théorème de Gauss. (Faire un schéma). Par analogie on arrive à écrire que :

$$\Phi = \iint_{(S)} \vec{G} \cdot d\vec{S} = -4\pi G \sum_i M_i. \quad (1.6)$$

1.2.4 Champ de pesanteur terrestre

a. Champ à l'extérieur

Assimilons la Terre à une sphère homogène de rayon $R = 6370$ km, et supposons galiléen tout référentiel lié à la Terre (on néglige les effets liés à la rotation terrestre et les influences des autres astres). On se propose de calculer le champ d'accélération \vec{g} crée par la Terre en tout point de l'espace. Avec les approximations consenties, il s'exerce sur un corps de masse m la force $\vec{P} = m\vec{g}$ qui est le poids de ce corps. Le module \vec{g} du vecteur \vec{g} est l'intensité de la pesanteur.

Faire un schéma du problème. On applique le théorème de Gauss, en symétrie sphérique, écrire les symétries et invariances du problème. \vec{g} ne dépend que de la distance r entre l'objet et le centre de la Terre. On calcule le flux (**Ici il faut faire preuve de rigueur et de clareté**) :

$$\Phi = -4\pi r^2 g = -4\pi G m_T \quad (1.7)$$

Donc $g = \frac{Gm_T}{r^2} = g_0 \left(\frac{R}{r}\right)^2$. On peut également exprimer g en fonction de l'altitude du point (BFR).

b. Mesure de g

Mesure de g à l'aide d'un pendule.

1.3 Dynamique dans un référentiel non galiléen (BFR)

La Terre tourne sur elle-même par rapport aux étoiles fixes à raison de 1 tour en 1 jour sidéral dont la durée est de 86164 secondes, soit à une vitesse de $\omega = \frac{2\pi}{86164} = 7.29212E - 5$ rad/s. Pour expliquer les marées, on doit tenir compte en outre de l'attraction qu'exercent sur la Terre les autres astres (essentiellement Lune et Soleil).

1.3.1 Variation de g avec la latitude

Faire un schéma en transparent ou sur tableau de la Terre avec λ l'angle que fait le rayon avec le plan de l'équateur (BFR). Donner la nouvelle expression de g en fonction de λ .

1.3.2 Terme de Marées (BFR)

On considère le système Terre-Lune. Reprendre le schéma du BFR. On décrit les différentes forces à considérer appliquées en un point M à la surface de la Terre. On souhaite déterminer l'accélération du point M . Dans le référentiel de la Terre (non galiléen).

$$\gamma_{relative}(M) = \gamma_{absolue}(M) - \gamma_{entrainement} - \gamma_{coriolis} \quad (1.8)$$

$$\vec{\gamma}_r = \frac{\vec{F}}{m} + \underbrace{\vec{g}_0 + \omega^2 \overrightarrow{HM}}_{\text{pesanteur ordinaire}} + \underbrace{\gamma_L(M) - \gamma_L(O)}_{\text{accélération de marée}} \quad (1.9)$$

On peut calculer l'accélération du terme de marée en prenant le point M à l'équateur là où il est maximal. (Si le temps le permet)

Commenter sur les effets de marées sur la surface d'équilibre des océans avec un dessin.

1.3.3 Discussion - limite de Roche H *prepa exercices p95*

1.4 Conclusion

Conclusion sur la généralité de la loi de Newton, analogie électrostatique et gravitation. élargissement sur la rotation des planètes, référentiels non galiléens (BFR).

Chapitre 2

Leçon 2 : Lois de conservation en dynamique

Niveau :

- CPGE

Pré-requis :

- Cinématique et dynamique d'un point matériel
- Force d'inertie

Bibliographie :

- BFR Mécanique/Mécanique du point ;
 - Dunod MPSI
-

Sommaire

2.1	Introduction	6
2.2	Les grandeurs conservées	6
2.2.1	La quantité de mouvement	6
2.2.2	Théorème de l'énergie cinétique (BFR)	7
2.2.3	L'énergie mécanique	7
2.2.4	Point mobile sans frottement sur une sphère	7
2.3	Application aux chocs reprendre BFR mécanique du point chapitre 10	7
2.3.1	Conservation de la quantité de mouvement	7
2.3.2	Conservation de l'énergie mécanique : mise en évidence expérimentale	8
2.4	Mouvement à force centrale	8
2.4.1	TMC dans un référentiel galiléen- Loi des aires	8
2.4.2	Conséquences de la conservation de l'énergie - patineur ou satellite	8
2.5	Conclusion	8

2.1 Introduction

2.2 Les grandeurs conservées

2.2.1 La quantité de mouvement

Dans un référentiel galiléen : deuxième loi de Newton. Si le système est isolé : pas de force extérieure. Ou pseudo-isolé : les forces se compensent. Exemple deux corps en interaction (électrostatique ou gravitationnelle). Conservation de \vec{p} la quantité de mouvement.

2.2.2 Théorème de l'énergie cinétique (BFR)

Définition du travail d'une force, théorème de l'énergie cinétique appliqué à un point mobile soumis à une force f . Le travail de la force qui s'exerce sur un point matériel entre deux instants est égal à la variation de l'énergie cinétique du point entre ces mêmes instants. Ce théorème permet de calculer l'énergie cinétique, i.e. le carré de la vitesse, si la donnée du champ de force suffisait à déterminer le travail. Il faut pour cela un champ de force qui dérive d'un potentiel.

2.2.3 L'énergie mécanique

On démontre la conservation de l'énergie mécanique Intégrale première de l'énergie cinétique. Théorème sous la forme différentielle.

$$E_c + E_p = E_m \quad (2.1)$$

Lorsqu'un point matériel se déplace dans un champ de force dérivant d'un potentiel son énergie mécanique reste constante au cours du mouvement. Loi de conservation de l'énergie mécanique. Discussion.

2.2.4 Point mobile sans frottement sur une sphère

exemple dans le BFR chap 5 et 6.

2.3 Application aux chocs reprendre BFR mécanique du point chapitre 10

Lorsque deux corps en mouvement se rencontrent, il y a choc. Le choc est un processus au cours duquel les vitesses changent brusquement de direction et éventuellement d'amplitude. L'étude expérimentale des chocs entre corps solide montre que la durée du contact entre les deux corps est toujours très brève, de sorte que la position des corps reste pratiquement invariable au cours du choc. Le changement brusque de la vitesse de chaque corps apparaît comme une discontinuité de la vitesse en un point de sa trajectoire. On montre dans un cas simple où une particule de masse m est animée d'une vitesse \vec{v} perpendiculaire à une paroi fixe, dirigée vers celle-ci. (Expérimentalement c'est la direction verticale). La symétrie du problème montre qu'après le choc la vitesse v' est aussi normale à la paroi.

2.3.1 Conservation de la quantité de mouvement

conservation de la quantité de mouvement au cours du choc. Bilan d'énergie dépend du type de collision.

Choc élastique

hypothèse du choc élastique : conservation de l'énergie cinétique au cours du choc. On ne prend donc pas en compte la dissipation qui pourrait y avoir au cours du choc. Si le choc est élastique nous écrirons :

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v')^2 \quad (2.2)$$

On considère que la variation de l'énergie cinétique de la paroi est nulle.

Choc mou ou inélastique

Cas de la pâte à modeler qui ne rebondit pas. On écrit la conservation de la quantité de mouvement totale. On exprime v' et on obtient la variation de l'énergie cinétique. Le choc mou s'accompagne d'une perte d'énergie cinétique transformée en énergie interne de déformation et conduisant à des processus de dissipation.

Coefficient de restitution

On définit le coefficient de restitution C_R en fonction des variations de vitesse. $0 < C_R < 1$ si $C_R = 1$ on retrouve le cas du choc élastique. Si $C_R = 0$ pâte à modeler qui ne rebondit pas.

2.3.2 Conservation de l'énergie mécanique : mise en évidence expérimentale

Manipulation de la balle de ping pong (Poly de Phillipe). Utiliser une balle de golf pour ne pas avoir à prendre en compte la poussée d'Archimède. On montre la conservation de l'énergie mécanique entre deux chocs, la perte d'énergie mécanique lors des chocs, on en déduit le coefficient de restitution.

2.4 Mouvement à force centrale

2.4.1 TMC dans un référentiel galiléen- Loi des aires

$$\left. \frac{d\vec{L}}{dt} \right|_{\mathcal{R}} = \vec{\mathcal{M}}(\vec{F}) \quad (2.3)$$

Dans un solide

$$\vec{L} = \int_V \vec{r} \wedge \rho \vec{v} d\tau \quad (2.4)$$

$$\vec{\mathcal{M}}(\vec{F}) = \vec{r} \wedge \vec{F} \quad (2.5)$$

Si le système est isolé ou pseudo-isolé $\vec{L} = \text{constante}$.

On calcule le moment cinétique et on en déduit la loi des aires. BFR Chap 12

2.4.2 Conséquences de la conservation de l'énergie - patineur ou satellite

On définit un axe de rotation vertical du patineur $\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$, $\vec{L} = I_{Oz} \vec{\omega}$ I étant le moment d'inertie du patineur. Si on écarte les masses de l'axe I devient plus grand et donc ω diminue. Au contraire si on rapproche les masses du patineur ω augmente. **Remarque de J.Crassous : trop qualitatif comme exemple pour une leçon d'agreg**

Satellite, interaction gravitationnelle. Donner l'énergie potentielle effective ainsi qu'une représentation graphique et discuter des trajectoires du satellite en fonction de la valeur de l'énergie potentielle effective.

2.5 Conclusion

Conclure sur la généralité des lois de conservation et leurs applications

Chapitre 3

Leçon 3 : Notion de viscosité d'un fluide. Écoulement visqueux

Niveau :

- CPGE

Pré-requis :

- Hydrostatique
- cinématique des fluides
- mécanique

Bibliographie :

- Hydrodynamique Physique
 - Dudond PC
 - J'intègre PC
-

Sommaire

3.1	Introduction	9
3.2	Notion de viscosité	10
3.2.1	Contrainte visqueuse	10
3.2.2	Origine microscopique (pas sur au niveau du temps)	10
3.2.3	ordres de grandeur	10
3.3	Exemple de l'écoulement de Poiseuille	10
3.3.1	Champ de vitesse	10
3.3.2	Mesure de la viscosité	10
3.3.3	dissipation de l'énergie	11
3.4	les différents régimes d'écoulements	11
3.5	Conclusion	11

3.1 Introduction

Temps de vidange d'une paille suivant le fluide avec différentes viscosités η . Ou alors expérience avec deux billes identiques dans du glycérol et de l'eau. On se restreint à des liquides Newtonien, incompressibles pour cette leçon.

3.2 Notion de viscosité

3.2.1 Contrainte visqueuse

On commence par montrer la vidéo https://www.youtube.com/watch?v=pqWwHxn6LNo&t=220s&ab_channel=BarryBelmont. On remarque que le fluide se met petit à petit en mouvement sur l'ensemble de la largeur. À la fin, on a atteint le régime permanent. Tracer au tableau le profil des vitesses dans le système montré dans la vidéo.

On se limite à un raisonnement scalaire. Schéma d'une particule fluide dans un espace orthonormé. On définit les axes, la particule fluide considérée. On définit un contour et l'extérieur de la particule, vecteur normal \vec{n} .

$$d^2 \vec{F} = \vec{T}(\vec{n}) d^2 S \quad (3.1)$$

On a un écoulement $\vec{v} = v_x(z) \vec{e}_x$. On décrit les actions de contact de part et d'autre de la particule fluide (tangentielle et normale). On écrit la différence de vitesse entre les deux couches séparées par dy .

$$\begin{cases} \vec{T}(\vec{e}_x) = -P(M) \vec{e}_x \\ \vec{T}(\vec{e}_y) = -P(M) \vec{e}_y \\ \vec{T}(\vec{e}_z) = -P(M) \vec{e}_z + \eta \frac{\partial v_x}{\partial z} \vec{e}_x \end{cases} \quad (3.2)$$

On mène le calcul jusqu'à arriver à l'expression de la force de viscosité.

La relation fondamentale de la dynamique appliquée à la particule fluide de volume $d\tau$ s'écrit :

$$\begin{cases} \rho \left[\frac{\partial v_x}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) v_x \right] = -\frac{\partial P}{\partial x} + \eta \Delta v_x + \rho g_x \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0. \end{cases} \quad (3.3)$$

3.2.2 Origine microscopique (pas sur au niveau du temps)

3.2.3 ordres de grandeur

Viscosité de l'eau $\eta_{\text{eau}} \in [1.7E-3, 0.3E-3]$ Pa · s entre 0 et 100 degrés celcius. Viscosité du miel.

3.3 Exemple de l'écoulement de Poiseuille

3.3.1 Champ de vitesse

C'est l'occasion de faire preuve de rigueur et bien expliqué par étape la résolution du problème Faire un schéma très simple d'une conduite droite de section circulaire pour un tuyau. Décrire les invariance du champ de vitesse et les symétries. Donner les conditions aux limites. Puis résoudre Navier-Stokes. On le fait pour une configuration rectangulaire ou cylindrique. Donner un ordre de grandeur attendu pour le débit et ou la vitesse de l'écoulement en prenant les conditions opératoire de l'expérience à suivre.

3.3.2 Mesure de la viscosité

On reprend le poly de Phillippe d'hydrodynamique sur l'écroulement dans un tube fin. (On discutera du nombre de Reynolds dans la section suivante.)

3.3.3 dissipation de l'énergie

On peut discuter de la dissipation d'énergie. La puissance donnée au système pour une variation de pression donnée. À partir du débit donner l'expression de la puissance fournie. La puissance est dissipée sous forme de chaleur imperceptible car la capacité calorifique de l'eau est très grande

3.4 les différents régimes d'écoulements

Donner un cadre plus général. On introduit le nombre de Reynolds. On discute des différents régimes d'écoulement possible à partir du nombre de Reynolds. On peut alors donner la valeur du Reynolds dans lequel notre expérience se place. En déduire que c'est un écoulement de Stokes visqueux.

On peut donner des illustrations de différents écoulements à différents nombres de Reynolds (Poisueille par exemple ou jet d'air en sortie d'une buse).

L'étude que l'on a réalisée est valable en régime stationnaire. Si le nombre de Reynolds devient très grand : écoulement instable. Parler de l'expérience et du Reynolds critique.

3.5 Conclusion

On peut faire une ouverture sur les écoulements parfaits : superfluides où la viscosité est nulle.

Chapitre 4

Leçon 5 : Phénomènes interfaciaux dans les fluides

Niveau :

- CPGE

Pré-requis :

- Description des fluides en mouvement
- Actions de contact
- Interactions moléculaires
- Mécanique
- Thermodynamique

Bibliographie :

- Hydrodynamique Physique
- Gouttes, bulles, perles et ondes
- Cours de Marc Rabaud

4.1 Introduction

Un liquide coule et pourtant il peut adopter des formes géométriques remarquables très stables naturellement. Goutte d'eau de la rosée du matin, lentille d'huile sur la surface de l'eau, les formes ondulées des vagues, les formes géométriques des bulles de savons.

La surface d'un liquide semble se comporter comme une membrane tendue, dont la tension est caractérisée par une force qui s'oppose à ses déformations : c'est la tension superficielle. Dans cette leçon nous nous intéresserons à son origine et à ses conséquences.

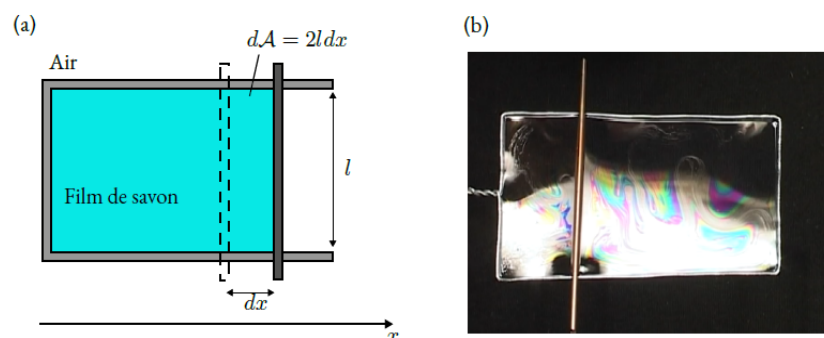


FIG. 4.1 – (a) - Schéma du dispositif expérimental. (b) - Expérience de démonstration réalisée par Jean- Marie Blondeau à l'Université de Lille <https://youtu.be/DZOB5GVAXJg>.

4.2 Tension superficielle

Manipulation :

On fabrique un film de savon dans un cadre métallique sur lequel on pose une tige métallique au milieu. Le film savonneux doit mouiller la tige métallique. On perce le film de savon d'un côté, la tige se met à rouler dans la direction où le film de savon existe encore. Le film de savon exerce une force de tension sur la tige métallique.

4.2.1 Approche microscopique

Un liquide est composé de molécules qui sont proches les unes des autres : c'est ce que nous appelons un état condensé. Ces molécules tendent à s'attirer entre elles, grâce aux interactions électrostatiques de Van der Waals et grâce aux liaisons hydrogènes. Une molécule est attirée par ses voisines avec la même intensité dans toutes les directions de l'espace, mais si cette molécule est à la surface du liquide, elle perd la moitié de ses interactions comme l'illustre le schéma I.2. Dans ce cas, les molécules sont dans un état énergétique défavorable.

4.2.2 Approche macroscopique

Thermodynamique

L'interface entre deux fluides (air et eau par exemple) est un milieu continu à travers lequel on passe d'une phase condensée, l'eau à une phase gazeuse, l'air. Pour simplifier, on suppose que l'on peut réduire cette zone à une ligne infiniment fine séparant les deux phases α et β .

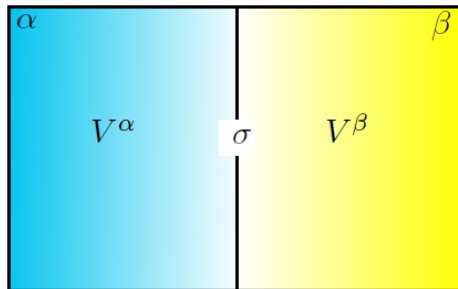


FIG. 4.2 – Définition du système thermodynamique

Cette ligne définit l'interface σ entre les deux milieux tel que

$$V = V^\alpha + V^\beta \text{ avec } V_\sigma = 0. \quad (4.1)$$

Dans ce contexte, on peut exprimer l'énergie du système, à partir de l'énergie libre F . En général l'énergie libre s'écrit :

$$dF = -SdT - PdV + \sum_i \mu_i dn_i + dW \quad (4.2)$$

SdT tient compte de la variation de la température du système, PdV de l'expansion du système, les $\mu_i dn_i$ de la composition chimique et dW est le travail sans l'expansion du volume, il correspond à la variation du travail à fournir lorsque la surface change de dA .

$$dW = \gamma dA \quad (4.3)$$

Si on écrit l'énergie totale du système :

$$dF_{\text{tot}} = dF^\alpha + dF^\beta + dF^\sigma \quad (4.4)$$

il vient :

$$dF_{\text{tot}} = -SdT - P^\alpha dV - (P^\beta - P^\alpha)dV^\beta + \sum_i \left(\mu_i^\alpha dn_i^\alpha + \mu_i^\beta dn_i^\beta + \mu_i^\sigma dn_i^\sigma \right) + \gamma dA \quad (4.5)$$

Définition thermodynamique de la tension de surface

À volume constant, température constante et nombre de constituants constants, on obtient :

$$\left. \frac{\partial F_{\text{tot}}}{\partial A} \right|_{V, V^\beta, T, n_i} = \gamma. \quad (4.6)$$

L'existence de la surface coûte de l'énergie au système. Cette énergie est proportionnelle à la surface séparant les deux fluides. Le facteur de proportionnalité est noté γ , c'est la tension de surface. Il s'agit d'une énergie par unité de surface. Les fluides cherchent à minimiser l'énergie que coûte la présence de cette interface. Hors pour un volume donnée la forme qui minimise la surface c'est la sphère. C'est pourquoi les gouttes à petite échelle préfèrent adopter une forme parfaitement sphérique.

Force de tension superficielle

On peut aussi voir la tension superficielle comme une force par unité de longueur. Dans la première manipulation, pour accroître la surface du film de savon d'une quantité $dS = Ldl$ il faut fournir une énergie :

$$dW = Fdl = 2\gamma Ldl = 2\gamma dS \quad (4.7)$$

γ est une force par unité de longueur dirigée suivant la normale à l'interface et dirigée vers le liquide.

Manipulation :

Boucle de fil attachée en deux endroits à un cadre. On forme un film de savon dans le cadre, le film prend une forme quelconque. Lorsqu'on perce le film de savon au centre du fil, le fil se tend par la force de tension exercée par le film de savon sur la corde.

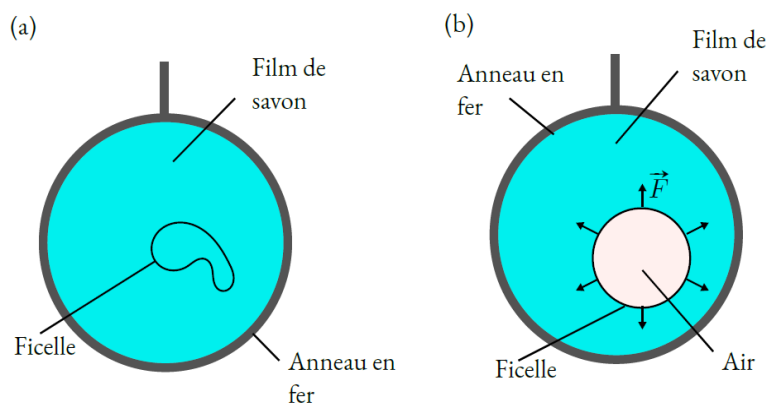


FIG. 4.3 – Fil tendu par la tension superficielle

4.3 Lois d'équilibre des interfaces

4.3.1 Loi de Laplace

Lorsque l'on observe une mousse ou une émulsion, on peut voir que les plus petites bulles disparaissent au profit des plus grosses. C'est la tension de surface qui est responsable de la surpression dans les petites bulles par rapport aux grandes gouttes.

Si une surface est courbée, les contraintes de traction existant sur la surface ont une composante non nulle dans la direction normale à la surface et orientée vers le centre de courbure, c'est à dire du côté concave de la surface. À l'équilibre, cette force normale est compensée par une pression plus forte du côté intérieur que du côté extérieur. Prenons l'exemple d'une goutte sphérique que nous allons couper en deux par la pensée. La force dirigée vers le haut due à la surpression à l'intérieur de la goutte, $\Delta P \pi R^2$, doit être égale à la somme des forces de tension de surface sur l'équateur $\gamma 2\pi R$.

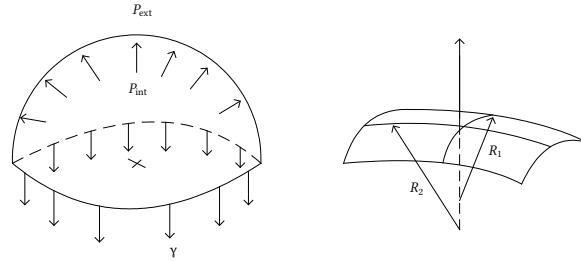


FIG. 4.4 – Bulle séparée en deux par la pensée et surface courbe avec deux rayons de courbure

Donc pour une goutte sphérique :

$$\Delta P = P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = \frac{2\gamma}{R}. \quad (4.8)$$

Loi de Laplace

Dans le cas général, on montre que la loi de Laplace, formulée pour la première fois en 1806 par Pierre-Simon de Laplace, s'écrit en chaque point d'une surface courbée :

$$P_{\text{int}} - P_{\text{ext}} = \gamma C. \quad (4.9)$$

Avec C la courbure de la surface courbée.

Où R_1 et R_2 sont les deux rayons de courbure de la surface en ce point, comptés positivement lorsque leur centre de courbure se trouve du côté. En effet, pour tout point d'une surface on peut définir la normale et donc les plans contenant cette normale. Chacun de ces plans coupe la surface selon une courbe dont on peut déterminer le centre de courbure et le rayon de courbure.

Conséquences

En conséquence de la loi de Laplace, plus une goutte est petite plus le fluide à l'intérieur est à une pression élevée. Les petites bulles sont donc bien sphériques et peu déformables. Cette surpression dans les petites bulles a de nombreuses conséquences, par exemple pour le vieillissement d'une mousse liquide, l'initiation de la cavitation ou de l'ébullition ou pour la formation de brouillards.

Démonstration : (démonstration au choix suivant le temps on peut pas tout faire)

La force de tension superficielle en M vaut par élément de longueur dz dans la direction transverse :

$$\vec{F}(s) = \gamma dz \vec{t} \quad (4.10)$$

À l'équilibre cette force à le même volume en $s + ds$ mais pas la même direction :

$$\vec{F}(s + ds) = \vec{F}(s) + \gamma dz d\vec{t} \quad (4.11)$$

Or $\frac{d\vec{t}}{ds} = -\vec{n}$ et $ds = R' d\theta$, où $R' = OM$ est le rayon de courbure en M . Donc $d\vec{F} = -\gamma dz \frac{ds}{R'} \vec{n}$. S'il existe aussi un rayon de courbure R' dans le plan perpendiculaire à Oxy et contenant \vec{n} , il

existe une deuxième contribution à la force normale $\vec{dF} = -\gamma dz \frac{ds}{R} \vec{n}$. À l'équilibre cette force est compensée par une force de surpression $\Delta P(dz ds) \vec{n}$ ce qui donne finalement l'équation 4.9.

Pour une courbe $y = f(x)$, la courbure C qui caractérise la rotation du vecteur tangent lorsqu'on se déplace sur la courbe est donnée par la relation :

$$C' = \frac{1}{R} = \frac{y'}{(1 + y'')^{3/2}} \quad (4.12)$$

4.3.2 Mouillage, loi d'Young Dupré

Dans de nombreuses situations trois phases (solide, liquide et vapeur) sont présentes et leur frontière est une ligne nommée **ligne triple**. C'est le cas par exemple lorsque l'on dépose une goutte sur une surface solide indéformable. Comprendre le mouillage c'est expliquer pourquoi l'eau s'étale sur du verre propre mais pas sur du plastique. Contrôler le mouillage c'est modifier la surface. Il est essentiel de comprendre les mécanismes du mouillage pour un très grand nombre d'application très techniques comme le traitement des verres (de lunettes par exemple ou pour des optiques d'appareil de photos), fabrication de miroirs pour les télescopes, gonflements des poumons à la naissance, adhésion de parasites, montée de la sève, langue des colibris.

On peut distinguer deux régimes de mouillages différenciés par le paramètre d'étalement :

$$\begin{aligned} S &= E_{\text{sec}}^{\text{substrat}} - E_{\text{mouille}}^{\text{substrat}} \\ &= \gamma_{\text{sv}} - (\gamma_{\text{sl}} - \gamma_{\text{lv}}) \end{aligned} \quad (4.13)$$

Loi d'Young Dupré (1805) :

Pour une surface solide indéformable, on projette les forces capillaires suivant la direction horizontale, à l'équilibre il vient :

$$\gamma_{\text{lv}} \cos \theta_E = \gamma_{\text{sv}} - \gamma_{\text{sl}} \quad (4.14)$$

Verticalement les forces capillaires sont compensées par la réaction du substrat, indéformable.

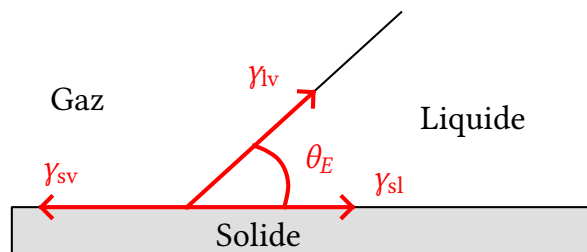


FIG. 4.5 – Schéma de la ligne triple d'une goutte posée sur un substrat indéformable

Remarques : En pratique les mesures de γ_{sl} et γ_{sv} sont difficiles. On mesure plutôt γ_{lv} et θ_E

- $S > 0$, $\theta_E = 0$, c'est l'état final où le film est d'épaisseur macroscopique, ce qui résulte d'une compétition entre forces moléculaires et capillaires.
- $S < 0$, on parle de mouillage partiel, c'est à dire que la goutte ne s'étale pas et forme une calotte sphérique qui s'appuie sur le substrat avec un angle θ_E non nul. Si $\theta_E \geq \frac{\pi}{2}$ le substrat est non mouillant, si $\theta_E \leq \frac{\pi}{2}$ il est plutôt mouillant.

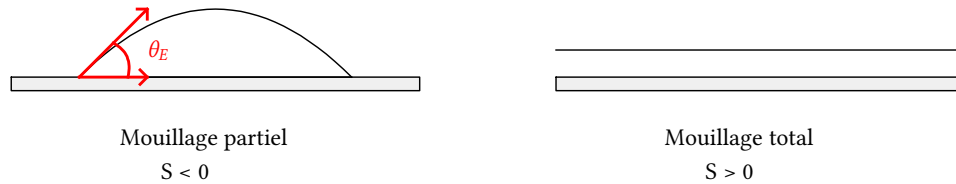


FIG. 4.6 – Schéma d'une goutte posée sur un solide indéformable en mouillage partiel et total.



FIG. 4.7 – Hydrophile et hydrophobe

et θ_E puis on en déduit les valeurs des autres paramètres. Les mesures peuvent être réalisées par mesures d'interférences ou à l'aide d'une nappe Laser.

Matériaux hydrophiles / hydrophobes :

On s'attend à ce que la goutte glisse dès que $\theta = \theta_E$ mais en pratique elle reste coincée dû aux effets de viscosité sur le support. Le glissement d'une goutte sur une paroi a un comportement hystérétique. On a un angle d'avancée et de récession. Il faudrait rajouter un schéma mais pas le temps et je ne pense pas en parler pendant la leçon mais à garder en tête en cas de questions.

4.3.3 Longueur capillaire et nombre de Bond

On peut caractériser l'importance relative des effets de gravité et ceux de capillarité par le rapport des différences de pression correspondantes, soit :

$$Bo = \frac{\rho g h}{\gamma/R} = \frac{\rho g h R}{\gamma} \quad (4.15)$$

Ce rapport est appelé **nombre de Bond**. Une grande valeur de Bo correspond à des effets de gravité dominants ceux de tension superficielle. Lorsque $Bo = 1$ on peut définir une longueur caractéristique, la longueur capillaire :

$$l_c = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}} \quad (4.16)$$

Dans le cas de l'eau pure avec une tension de surface de 70 mN/m, $l_c = 2.7$ mm. Pour déterminer l'importance relative de la tension superficielle pour un écoulement donné, on compare l_c aux dimensions caractéristiques de l'écoulement.

4.3.4 Mesure de la tension de surface par la loi de Jurin

Ascension du ménisque dans un coin entre deux plaques :

Quelle est la hauteur d'ascension du liquide au voisinage d'une paroi ?

Hypothèses de travail :

On néglige le film d'épaisseur de quelques Angstrom qui peut précéder la montée capillaire du liquide. On a une paroi sur laquelle le liquide monte suivant la verticale $y = f(x)$. À l'extérieur du liquide la pression est celle de l'atmosphère $P = P_0 = 1$ bar. On note θ l'angle entre la verticale et la surface du liquide grimpant. D'après la loi de Laplace que nous avons énoncé précédemment :

$$P_{\text{int}}(x) - P_{\text{ext}} = -\gamma \frac{1}{R(x)} \quad (4.17)$$

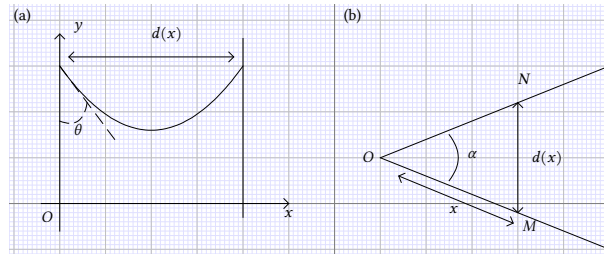


FIG. 4.8 – (a) Vue de côté du dispositif (b) Vue de haut du dispositif

P_{int} est la pression sous la surface du liquide, P_{ext} est la pression juste au-dessus de la surface du liquide, γ est la tension de surface du liquide ($\gamma = 70 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ pour de l'eau très pure), R est le rayon de courbure de la surface :

$$\frac{1}{R(x)} = \frac{2 \cos(\theta)}{d(x)} = \frac{2 \cos(\theta)}{\alpha x} \approx \frac{2}{\alpha x} \quad (4.18)$$

D'après la pression hydrostatique, il vient que :

$$P_{\text{int}} = P_0 - \rho_{\text{liq}} g y(x). \quad (4.19)$$

Lorsque le système revient à l'équilibre, on doit avoir égalité des pressions ($P_{\text{int}} - P_0 = 0$) dans ce cas on a l'égalité suivante :

Loi de Jurin

Il vient directement, la loi de montée capillaire, la loi de Jurin :

$$y(x) = \frac{2\gamma}{\rho g \alpha x}. \quad (4.20)$$

Manipulation :

On réalise la montée capillaire dans un coin entre deux lames. On en prend une photo, à l'aide d'ImageJ on repère la position du ménisque que l'on peut ainsi retracer à l'aide de regressi ou de tout autre logiciel. On ajuste la courbe à partir de l'expression théorique de la montée capillaire. Pour un coin :

$$y(x) = \frac{2\gamma}{\rho g \alpha x} \quad (4.21)$$

Pour l'éthanol, on trouve une tension de surface de $\gamma = 21.8 \text{ mN/m}$ à 17°C , la valeur attendue est de 22.6 mN/m d'après le Handbook. L'erreur peut s'expliquer par plusieurs raisons, le mouillage du liquide avec les plaques en verre n'est pas parfait. Mesure de l'angle $\alpha = 1.53E - 2 \text{ rad}$ pourrait être amélioré en prenant un objet pointu comme pour les mesures des diamètres des anneaux. L'incertitude peut être estimée à partir de la largeur du ménisque observé à partir de la photo.

4.4 Phénomènes interfaciaux en régime dynamique (faire un choix ou en parler dans un élargissement)

4.4.1 Ménisque Dynamique (Landau Levitch)

Dans le cas où la plaque sur laquelle le ménisque est formée est mise en mouvement la description du système se complique un peu. On a initialement une plaque immobile immergée $v = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ à $t < 0$. Si $S > 0$, $\theta = 0$ le liquide mouillant monte jusqu'à une hauteur $h = \sqrt{2}l_c$. Puis à $t > 0$, on tire la plaque à une vitesse v constante.

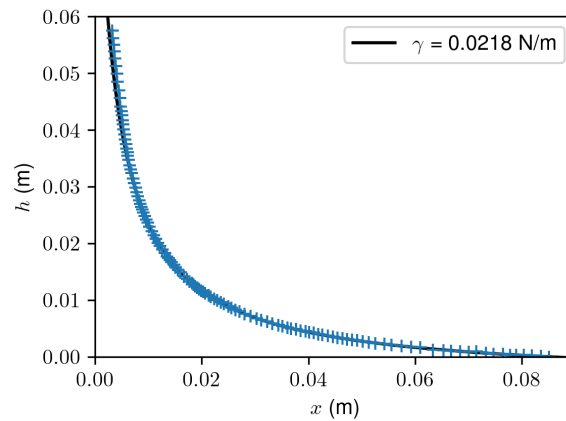


FIG. 4.9 – Profil du ménisque dans le coin.

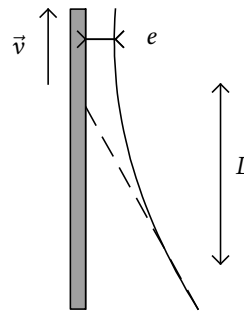


FIG. 4.10 – Schéma du ménisque dynamique (Landau Levitch)

Le haut du ménisque statique est emporté par la plaque (ménisque dynamique), L est la distance de raccord entre le ménisque statique et dynamique. Au voisinage de la plaque, le liquide se déplace à la vitesse du solide (c'est la viscosité qui entre en jeu). Tandis l'interface liquide/vapeur est déformée par l'entraînement ce à quoi s'oppose la tension superficielle γ . On peut ajouter l'effet de la gravité qui s'oppose au mouvement en tirant le liquide vers le bas.

À des échelles où la gravité peut être considérée négligeable, deux forces s'opposent, les forces visqueuses et de tension de surface. On peut comparer ces deux grandeurs à travers le nombre capillaire Ca .

ombre Capillaire

Nombre capillaire :

$$Ca = \frac{\eta v}{\gamma} \quad (4.22)$$

4.4.2 Instabilité de Rayleigh Taylor (démonstration trop longue pas le temps)

Un exemple de compétition entre les effets de la tension superficielle et ceux de la gravité est l'instabilité de Rayleigh Taylor. La tension de surface tend à minimiser la surface de l'interface entre deux fluides. Dans le cas où l'on a deux liquides, l'un sur l'autre, le plus lourd étant au dessus du plus léger. Une telle situation est très instable. Toute déformation de l'interface crée un déséquilibre de pression qui tend à l'amplifier.

On désigne deux points M et M' infiniment voisins situés de part et d'autre de l'interface dans chacun des deux fluides. Si $R(x)$ désigne le rayon de courbure de l'interface au niveau de

ces deux points, on peut écrire d'après la loi de Laplace :

$$p_{M'} - p_M = \frac{\gamma}{R(x)}. \quad (4.23)$$

Le principe fondamental de l'hydrostatique appliqué à l'intérieur de chacun des deux fluides permet d'écrire :

$$p_{M'} = p_{M_0} + \rho' g \epsilon \quad (4.24)$$

et

$$p_M = p_{M_0} + \rho g \epsilon \quad (4.25)$$

Au point M_0 le rayon de courbure de l'interface est nul et la pression a la même valeur de part et d'autre de l'interface. De cette façon on peut éliminer les pressions $p_{M'}$, p_M et p_{M_0} entre les trois équations, il vient donc :

$$\Delta \rho g \epsilon(x) = \gamma \frac{1}{R(x)} \quad (4.26)$$

Hors

$$\frac{1}{R(x)} = \frac{\epsilon''}{(1 + \epsilon'^2)^{3/2}} \quad (4.27)$$

On a fait l'hypothèse que l'interface est peu déformée de sorte que $\epsilon \approx 0$, par conséquent il vient :

$$\Delta \rho g \epsilon(x) = \gamma \frac{d^2 \epsilon}{dx^2}. \quad (4.28)$$

Cette équation a pour solution générale :

$$\epsilon(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx) \quad (4.29)$$

avec :

$$k = \sqrt{\frac{\Delta \rho g}{\gamma}} \quad (4.30)$$

On suppose que l'interface est fixe aux parois latérales, c'est à dire : $\epsilon(x=0) = \epsilon(x=L) = 0$. Par conséquent :

$$\epsilon(x,t) = B \sin(kx) \quad (4.31)$$

avec $k = \frac{2n\pi}{L}$ où n est un entier. Le seuil est obtenu pour la plus petite valeur de k satisfaisant cette condition ($n = 1$) avec $\frac{2\pi}{L} = \sqrt{\frac{\Delta \rho g}{\gamma}}$ ou encore :

$$\frac{\Delta \rho g}{\gamma} L^2 = 4\pi^2. \quad (4.32)$$

Un calcul d'ordre de grandeur avec une interface eau-air donne une valeur seuil :

$$L_c = \sqrt{\frac{4\pi^2 \gamma}{\Delta \rho g}} \approx 1.7 \cdot 10^{-2} m. \quad (4.33)$$

En général on se retrouve dans un cas où l'interface est instable ($L \gg L_c$). Dans le cas de l'huile où $\gamma = 32 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$: $\lambda \approx 1.2 \text{ cm}$.

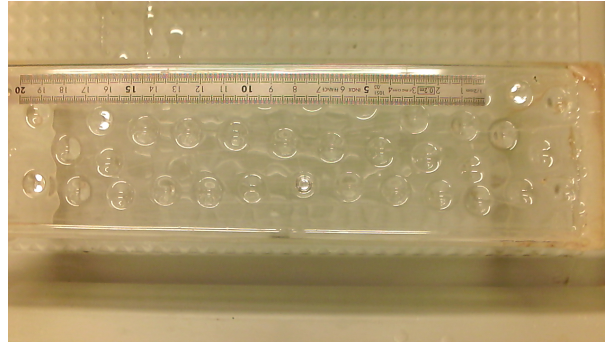


FIG. 4.11 – Instabilité de Rayleigh Taylor

4.4.3 Effet Marangoni

Les gradients de tension superficielle dus à des variations de température ou de concentration de solutés peuvent créer des contraintes en surface. Les écoulements induits par de telles contraintes constituent l'**effet Marangoni** : on parle aussi d'effets thermocapillaires lorsqu'ils sont causés par des gradients de température.

Nombre de Marangoni

Nombre de Marangoni solutocapillaire :

$$Ma = \frac{\partial \gamma}{\partial c} \frac{Q}{2\pi \nu \eta D} \quad (4.34)$$

c la concentration, Q est le débit molaire de tensioactifs, ν la viscosité cinématique, η la viscosité dynamique, D le coefficient de diffusion des tensioactifs.

Nombre de Marangoni thermocapillaire :

$$Ma = \frac{\partial \gamma}{\partial T} \frac{Q}{2\pi \nu \eta \kappa} \quad (4.35)$$

T la température, Q est le débit de chaleur, ν la viscosité cinématique, η la viscosité dynamique, κ le coefficient de diffusion de la chaleur.

Si une couche d'eau est posée sur une surface et qu'un point de la surface est touché par un morceau de savon, on voit cette partie de la surface s'assécher : la tension de surface est réduite localement et les forces de tension superficielles sont déséquilibrées. On a donc un écoulement vers les parties voisines où la tension de surface reste inchangée.

Manipulation : Effet marangoni solutocapillaire

Déposer une goutte de liquide vaisselle à la surface de l'eau sur laquelle on a déposé des particules inertes (non tensioactives comme le poivre même si le poivre est un peu tensioactif). On verra le poivre s'éloigner rapidement de la zone d'injection.

Conclusion

Conclure sur la définition de la tension de surface comme le rapport d'une énergie par unité de surface. Loi qui se retrouve dans le comportement des fluides aux échelles où la gravité devient négligeable par rapport à la tension de surface. Ouvrir sur des applications des phénomènes mettant en jeu les forces de tension de surface : médicaments (poumons chez les

nouveaux nés, administration de médicaments par effet Marangoni) / déplacement des insectes sur l'eau, problème de pollution dans les rivières /dans un cadre plus industriel stabilité de film liquide / traitements de surface déperlante , mouillante etc

Chapitre 5

Leçon 9 : Conversion de puissance électromécanique

Niveau :

- CPGE PSI

Pré-requis :

- Electromagnetisme
- Mécanique

Bibliographie :

- Cours Naval Conversion électro-magneto-mécanique
 - Dunod PSI
 - Physique Chimie en PSI/PSI*, chez ellipses par Pascal Olive
-

Sommaire

5.1	Introduction	23
5.2	Contacteur électromagnétique en translation	24
5.2.1	Principe de fonctionnement (Dunod PSI + cours naval)	24
5.2.2	Énergie magnétique emmagasinée	24
5.2.3	Force électromagnétique (PSI Tec & Doc 2014)	25
5.2.4	Généralisation	26
5.3	Machine synchrone	26
5.3.1	Structure	27
5.3.2	Champ dans l'entrefer	27
5.3.3	Bilan énergétique	28
5.3.4	Point de fonctionnement	28
5.4	Machine à courant continu	28
5.4.1	Structure	28
5.4.2	Rôle du collecteur	29
5.4.3	Constante électromécanique	30
5.4.4	Point de fonctionnement	31
5.5	Conclusion	32

5.1 Introduction

Le phénomène d'induction électromagnétique a mis en évidence la possibilité de convertir de l'énergie électrique en énergie mécanique et réciproquement. Ce phénomène est souvent illustré par l'exemple du rail de Laplace, où une tige conductrice parcourue par un courant se met en mouvement sous l'action d'un champ magnétique

L'étude d'une machine électromécanique nécessite de connaître l'expression de la force (translation) ou du couple (rotation) s'exerçant sur la partie mobile. Les machines réelles sont constituées de matériaux ferromagnétique, le calcul direct des actions électromécaniques n'est alors pas envisageable. On choisit une présentation énergétique, plus générale de la conversion électromécanique.

Parler des systèmes mettant en œuvre le couplage entre induction (loi de Faraday) et les forces de Lorentz.

Présenter le contacteur électromagnétique puis Machine synchrone et enfin Moteur à courant continu en suivant le programme qui fait systématiquement l'analogie entre synchrone et MCC pour donner l'expression du couple. C'est ambitieux niveau temps surtout avec la mesure du couple pour le moteur à courant continu...

5.2 Contacteur électromagnétique en translation

5.2.1 Principe de fonctionnement (Dunod PSI + cours naval)

On considère un noyau ferromagnétique fixe en forme de U, excité par une bobine de N spires parcourue par un courant d'intensité i . Deux entrefers d'épaisseur x variable le séparent d'un bloc ferromagnétique mobile en translation selon Ox , qu'on appelle « contacteur électromagnétique » On dessine le schéma du système et on procède par étapes :

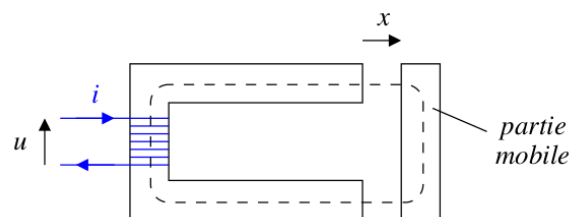


FIG. 5.1 – Contacteur électromagnétique

On considère le matériau ferromagnétique comme linéaire $\mu_r \ll 1$. Il canalise les lignes de champ magnétique (on peut montrer une simulation PSI Dunod (2020)). On supposera aussi que la section du noyau est petite de façon à ce que \vec{B} et \vec{H} soient uniformes dans une section droite du fer. On note l la longueur moyenne en l'absence de l'entrefer. Si x est suffisamment petit devant $\sqrt{\text{Section}}$, le tube de champ magnétique est de section constante dans l'entrefer.

5.2.2 Énergie magnétique emmagasinée

1. Théorème d'Ampère);

Application du théorème d'Ampère (dans l'ARQS) sur le contour en pointillé :

$$H_{fer} \times l + H_{entrefer} \times 2x = Ni \quad (5.1)$$

2. Conservation du flux du champ magnétique;

$$B_{fer} = B_{entrefer} = B \quad (5.2)$$

3. Expression de \vec{B} en fonction de l'intensité;

$B_{entrefer} = \mu_0 H_{entrefer}$ et $B_{fer} = \mu_0 \mu_r H_{fer}$ En combinant les différentes relations, on en déduit :

$$\frac{Bl}{\mu_0 \mu_r} + \frac{B2x}{\mu_0} = Ni \rightarrow B = \frac{\mu_0 Ni}{2x + l/\mu_r} \quad (5.3)$$

4. Induction propre $\Phi = Li$ à partir du flux dans le bobinage $\Phi = NBS$.

On en déduit : $\Phi = \frac{\mu_0 N^2 S}{2x + l/\mu_r} i$ puis l'expression de L .

$$L(x) = \frac{\mu_0 N^2 S}{2x + l/\mu_r} \quad (5.4)$$

On remarque que dans un circuit magnétique linéaire déformable, l'inductance dépend de la position de la partie mobile.

5. Énergie magnétique emmagasinée.

$$E_m = \frac{1}{2} L(x) i^2 = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 N^2 S}{2x + l/\mu_r} i^2. \quad (5.5)$$

Remarque : On peut retrouver ce résultat en utilisant l'expression de l'énergie magnétique volumique : $u_m = B^2/(2\mu_0\mu_r)$ dans un matériau LHI.

5.2.3 Force électromagnétique (PSI Tec & Doc 2014)

On considère l'ensemble constitué par la bobine, les ferromagnétiques et l'entrefer. On suppose qu'un opérateur extérieur déplace le barreau en exerçant la force $\vec{F}_{op} = F_{op} \vec{u}_x$, la bobine étant traversée par un courant i et soumise à la tension u .

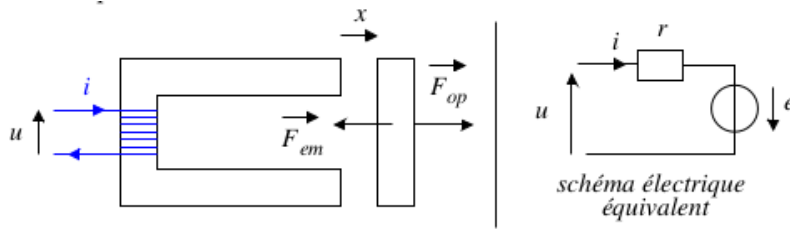


FIG. 5.2 – Schéma équivalent

Équation électrique :

$$u = ri - e = ri + \frac{d\Phi}{dt} \quad (5.6)$$

Premier principe :

Pendant dt , le système reçoit une énergie électrique ($uidt$) et une énergie mécanique $F_{op}dx$ sous forme de travail de la force extérieure qui s'applique sur le bloc en translation. Une partie de l'énergie est dissipée par effet Joule (Ri^2dt).

$$d(E_m + E_c) = \delta W + \delta Q = (uidt + F_{op}dx) - ri^2dt \quad (5.7)$$

Avec l'équation (5.6) on obtient :

$$d(E_m + E_c) = id\Phi + F_{op}dx \quad (5.8)$$

Théorème de l'énergie cinétique (appliqué à la partie mobile)

$$dE_c = F_{op}dx + F_m dx \quad (5.9)$$

On compare les équations (5.8) et (5.9), ce qui donne :

$$dE_m = id\Phi - F_m dx \rightarrow F_m dx = id(Li) - d\left(\frac{1}{2}Li^2\right) \quad (5.10)$$

Si on développe on trouve : $F_m = \frac{1}{2}i^2 \frac{dL}{dx}$ soit :

$$F_m = -\frac{\mu_0 N^2 S i^2}{(l/\mu_r + 2x)^2} \quad (5.11)$$

Si on prend pour valeur $\mu_r = 2000$, $N = 500$, $l = 50$ cm, $S = 16$ cm² avec un courant sinusoïdal à 50 Hz et d'amplitude 50 mA. On trouve $F = 10$ N. On peut lever une masse de 1 kg avec ce dispositif.

Il faut noter que :

- $F_m \propto i^2$, c'est une force de rappel quelque soit le signe de i et est nulle en moyenne dans le temps pour une excitation sinusoïdale.
- Ce type de dispositif peut servir de contacteur électromagnétique permettant de commander la fermeture et l'ouverture d'un circuit électrique via le déplacement de la partie mobile, qui en l'absence de courant dans la bobine, est ramenée à sa position initiale par l'intermédiaire d'un ressort. (**Discussion et ordre de grandeur** dans le Physique Chimie en PSI/PSI*, chez ellipses par Pascal Olive)

5.2.4 Généralisation

La méthode que l'on a appliqué sera toujours la même (Ampère, conservation du flux, inductance propre, énergie emmagasinée, bilan énergétique global). On peut généraliser l'expression de la Force à partir de l'équation (5.10) tel que :

$$F = \left(\frac{\partial E}{\partial x} \right)_\Phi \quad (5.12)$$

Pour un contacteur en rotation autour d'un axe fixe Oz repéré par un angle θ , il suffit de changer les travaux extérieurs \vec{F}_{op} et électromagnétique F_{em} en $\Gamma_{op}d\theta$ et $\Gamma_{em}d\theta$ où les Γ sont les moments des actions s'exerçant sur le contacteur.

$$\Gamma = \left(\frac{\partial E}{\partial \theta} \right)_\Phi \quad (5.13)$$

On peut maintenant traité les différents types de moteur. Au programme de PSI ils traitent les moteurs synchrones puis à courant continu. La manipulation porte sur un moteur à courant continu donc je choisis de commencer par un moteur à courant continu. On garde néanmoins le moteur synchrone sous le coude pour une troisième partie si le temps le permet (j'en doute) ou pour une ouverture.

5.3 Machine synchrone

On a vu en première année de PTSI le principe d'action d'un champ magnétique tournant sur un moment magnétique. On réalise la mise en pratique d'un moteur.

5.3.1 Structure

Dunod PSI 2020 p732-733 et Tec & Doc 2014 p644, COurs Naval La machine synchrone est un exemple de convertisseur électromagnétique réversible, fonctionnant en moteur ou en générateur. Utilisés dans la production d'énergie électrique sous forme de courant alternatif ou bien dans les utilisations de moindre puissance plus courantes comme les véhicules automobiles (Moteur de traction très performant).

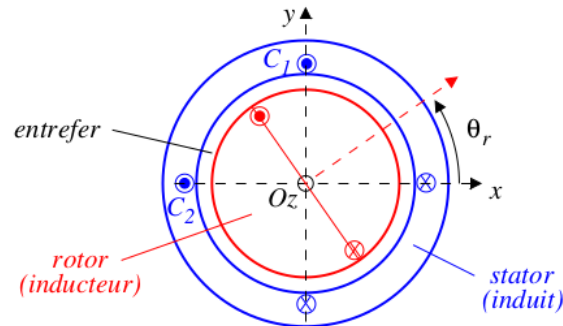


FIG. 5.3 – Schéma cours Naval

Le matériau constituant le stator (fixe) et le rotor (mobile) est un matériau magnétique linéaire de perméabilité relative infinie. L'épaisseur de l'entrefer est constante. Les deux circuits bobinés sur le stator sont parcourus par un courant sinusoïdal. Le circuit bobiné sur le rotor est parcouru par un courant permanent. On parle de machine à excitation séparée. L'ensemble du dispositif est de longueur L . On cherche à déterminer \vec{B} dans l'entrefer pour en déduire l'énergie magnétique afin de calculer le couple électromagnétique.

Stator

Partie fixe, alimentés par deux circuits orthogonaux. La machine synchrone est ainsi dite diphasée. Champ magnétique tournant avec deux courants sinusoïdaux déphasés de $\pi/2$, voir schéma. (Dunod 2021 PCSI p 877)

Rotor

Partie ferro tournante, forme variable suivant les applications, rotor à pôle lisses pour de fortes vitesses (entrefer uniforme) cas de l'étude ici. Moment magnétique crée avec une spire parcourue par un courant constant. (PCSI 2021 p863)

5.3.2 Champ dans l'entrefer

Champ crée par une spire

Dunod PSI, ligne de champ + contour d'Ampère à dessiner au tableau ou sur transparents. On écrit le théorème d'Ampère, on exprime la circulation dans le Ferro et dans l'entrefer puis comme $\mu_r \ll 1$, on néglige le champ dans le ferro et on en déduit l'expression du champ dans l'entrefer en fonction de l'intensité parcourant le fil. Montrer l'allure du champ pour une spire à l'aide d'un programme python ?

Répartition spatiale

Le champ obtenu avec une seule spire a un défaut majeur : il est discontinu dans l'espace. On cherche à obtenir une répartition angulaire sinusoïdale du champ dans l'entrefer. Si on ajoute d'autres spires avec une répartition spatiale bien choisie, on peut s'approcher d'un champ sinusoïdal (Python ?).

Création du champ statorique

Il s'agit maintenant de générer à l'aide des deux phases du stator le champ magnétique tournant qui va entraîner le rotor (Cf. principe du moteur synchrone). Deuxième jeu de spires déphasé de $\pi/2$ Calcul dans le Dunod PSI 2020 p 738. On obtient une onde magnétique progressive harmonique qui se propage dans le sens des θ croissants à la vitesse angulaire ω ($\cos(\theta - \omega t) = f(x - ct)$) :

$$B_S(\theta, t) = K_S I_S \cos(\theta - \omega t) \vec{u}_r(M). \quad (5.14)$$

Champ rotorique

Le rotor tourne en plus d'être parcouru par un courant i_r . Sa rotation est repérée par l'angle α_r .

Champ magnétique généré par le rotor, rendu spatialement sinusoïdal par la même méthode que pour le champ statorique. $\vec{B}_R(\theta, t) = K_R I_R \cos(\theta - \alpha_r) \vec{u}_r(M)$

5.3.3 Bilan énergétique

Énergie électromagnétique

Calcul de l'énergie emmagasinée, DUNOD PSI

Couple électromagnétique

On reprend la formule donnée dans la première partie et on dérive pour trouver l'expression du couple.

$$\Gamma_{em} = \Gamma_{max} \sin \alpha. \quad (5.15)$$

Conditions de synchronisme

La machine synchrone ne développe de couple que si le rotor et le champ glissant statorique tournent à la même vitesse angulaire, ce qui constitue la condition de synchronisme.

5.3.4 Point de fonctionnement

Tracer la sinusoïde (Dunod) et commenter.

5.4 Machine à courant continu

On a vu en première année de PTSI le principe d'action d'un champ magnétique tournant sur un moment magnétique. On réalise la mise en pratique d'un moteur.

Les machines à courant continu font partie des convertisseurs électro-magnéto-mécanique réversibles. Elles sont utilisées massivement dans toutes les gammes de puissance du fait de la simplicité de leur commande de vitesse.

5.4.1 Structure

Les éléments qui constituent une machine à courant continu sont :

- Une partie fixe : **le stator**. Ferro. aimantation permanente ou bobinage parcouru par un courant continu i_e . présenté sur le schéma avec une paire de pôle (N et S). Le stator crée un champ magnétique stationnaire \vec{B}_s canalisé par le ferro. Le champ statorique est radial dans l'entrefer.

- une partie mobile : **le rotor**. Tourne autour de l'axe Oz , ferromagnétique. Encoches incrustées dans le rotor dans lesquelles se logent des conducteurs appelés « brins ». Ces conducteurs sont disposés en spires bobinées sur le rotor. Les spires sont en série et sont parcourues par le même courant i . Le rotor est le siège d'induction de Lorentz.
- L'organisation des courants rotoriques doit être agencée afin de produire un axe polaire fixe, dirigé de préférence selon Oy pour que le couple soit maximal. Cette propriété est vérifiée si la répartition des courants admet, malgré la rotation du rotor, un plan d'antisymétrie (Oyz). Il faut aménager un dispositif qui permet d'imposer un sens de circulation du courant pour la part du bobinage située d'un côté de ce plan et d'inverser ce sens pour celle située de l'autre côté. Ce dispositif se nomme le **collecteur**. Les spires sont connectées au circuit extérieur par l'intermédiaire des lames du collecteur sur lesquelles frottent les balais. On explique plus en détail le fonctionnement dans la section suivante !

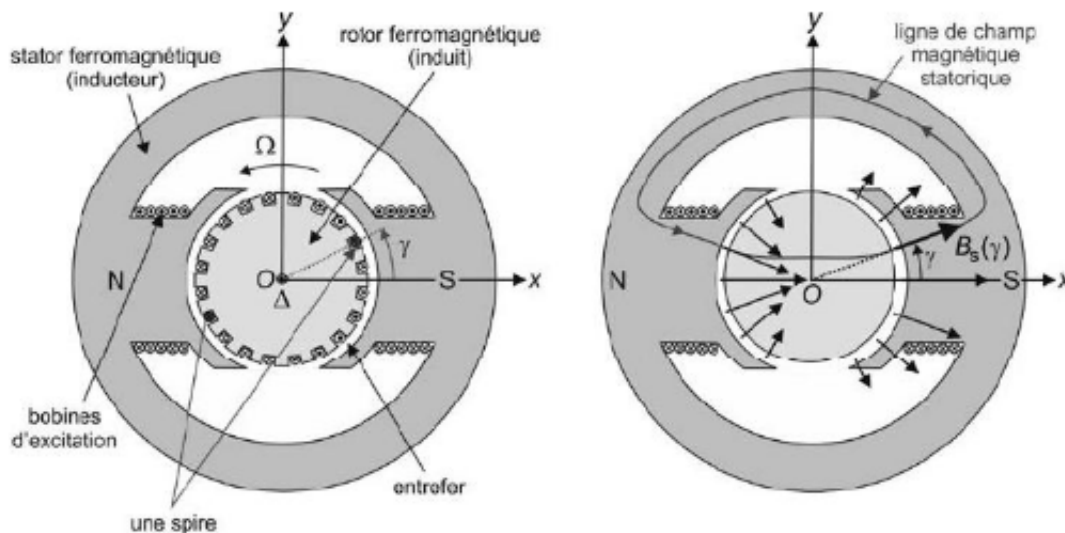


FIG. 5.4 – Schéma d'une machine à courant continu (MCC). Physique Chimie PSI P.Olive, p721. On peut aussi rajouter la simulation des lignes de champ présente dans le Dunod de PSI.

5.4.2 Rôle du collecteur

Le circuit induit (rotor) est alimenté par le courant continu i qui entre dans le circuit par le pôle + de l'alimentation externe. Une des spires est repérée par la position θ . La connexion de cette spire au circuit d'alimentation montre que si cette connexion reste fixe, le sens de circulation du courant pour la partie de la spire située à gauche du plan Oyz s'inverserait périodiquement en fonction de θ avec une période de π . Pour éviter ce changement de sens, on connecte les spires du rotor à l'alimentation par l'intermédiaire d'un collecteur, fixé au sommet du rotor qui permet de raccorder, selon la position de la spire, les bornes de l'alimentation à des extrémités différentes de la spire. Le collecteur comporte un ensemble de lames conductrices, électriquement isolées entre elles, situées en tête du rotor. Leur nombre dépend du nombre de spires. L'ensemble de ces lames sont positionnées sur un cylindre posé sur le rotor. Elles tournent donc à la même vitesse que le rotor. Lorsqu'il n'y a qu'une seule spire, le collecteur est composé de deux lames uniquement.

Le contact entre les lames et le générateur qui alimente le circuit est assuré par deux patins conducteurs fixes (liés au stator), glissant sur les lames du collecteur qui se nomment balais. Lorsque le collecteur tourne avec le rotor, les balais sont au contact de lames différentes.

Pour une seule spire, la direction de l'axe polaire oscille au cours de la rotation du rotor entre $-\pi/2$ et $\pi/2$. Cette oscillation est éliminée dès lors que l'on met un grand nombre de

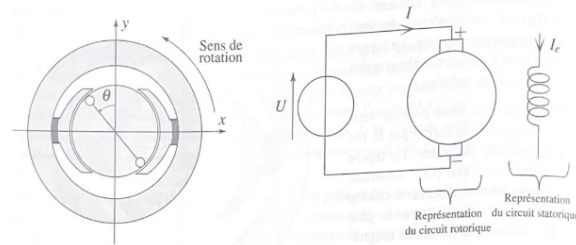


FIG. 5.5 – Dunod Psi p 784

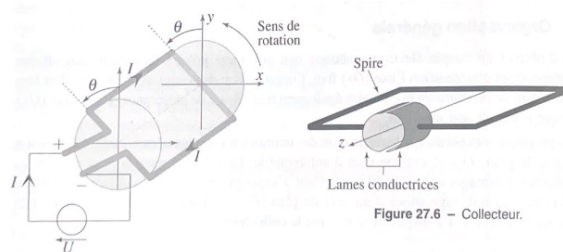


FIG. 5.6 – Dunod Psi p 784

spires. On maintient ainsi la répartition des courants admettant le plan (Oyz) comme plan d'antisymétrie. Le champ magnétique est permanent et admet (Oy) comme axe polaire orthogonal à l'axe polaire du stator. Son sens dépend du signe de l'intensité i et du mode de fonctionnement moteur ou générateur de la machine.

5.4.3 Constante électromécanique

Les circuits statoriques et rotoriques sont parcourus par les courants permanents d'intensité respective i_e et i . Ils génèrent chacun un champ magnétique dont la position de l'axe polaire est représentée, selon le signe de i .

On a deux moments magnétiques générés par chaque circuit, fixes l'un par rapport à l'autre. Cependant dans le cas de la MCC, les deux champs sont fixes et la condition de synchronisme est toujours réalisée.

ajouter les schéma du Dunod PSi p 787

Couple

On peut alors assimiler la machine à courant continu à un moteur synchrone dans lequel α , l'angle entre le champ statorique et le champ rotorique est en permanence égal à $\pi/2$, ce qui donne pour le couple électromagnétique :

$$\Gamma_{em} = \Gamma_{max} \sin(\pi/2) = \Gamma_{max}$$

Ce couple est proportionnel à l'intensité i du courant qui circule dans le rotor et peut donc s'écrire : $\Gamma = i\Phi$ ou $\Gamma = k\Phi$ dans le poly de Phillippe.

Si $i > 0$, $\Gamma > 0$ la machine fonctionne en moteur. Si $i < 0$, $\Gamma < 0$ la machine fonctionne en génératrice.

Force contre-électromotrice

On note e la force électromotrice induite dans le circuit électrique rotorique. La puissance absorbée par la machine est $P_{abs} = -ei$. Avec $e_{c.e.m} = -e$ la force contre-électromotrice. $P_{abs} = e_{c.e.m}i$. La machine développe un couple Γ_{em} exercé sur l'arbre moteur lié au rotor, qui tourne à la vitesse angulaire Ω , dont la puissance est $\Gamma_{em}\Omega$. Sans perte mécanique ou fer au rotor, la conservation de l'énergie mène à $E_{c.e.m}i = \Gamma_{em}\Omega$ soit $e_{c.e.m} = \Phi i \Omega$. La f.c.e.m. au rotor d'une

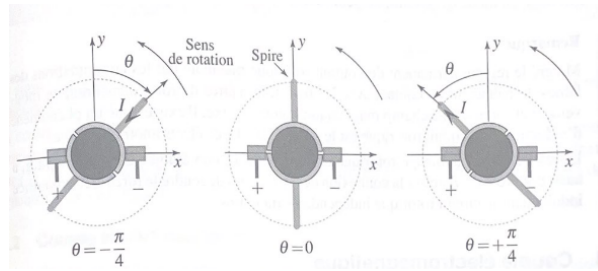


FIG. 5.7 – Dunod Psi p 784

MCC est :

$$e_{c.e.m.} = \Phi\Omega \quad (5.16)$$

Mesure expérimentale sur un banc d'essai (Poyl TP rennes)

Poly Phillipe Moteurs - MCC Réaliser en préparation la mesure de la résistance d'induit pour le moteur et pour la génératrice. On mesure d'abord dans une étude à vide le Φ dans le moteur avec la génératrice en traçant $E = f(\omega)$ Deuxièmement : étude de charge. On mesure le couple fourni pour une intensité et on trace $\Gamma = f(i)$. Mesure du couple avec une webcam et imageJ.

5.4.4 Point de fonctionnement

Équation électrique

L'équation découle du schéma électrique équivalent de l'induit, on introduit une inductance propre pour tenir compte de l'installation du courant dans l'enroulement :

$$u = ri + L \frac{di}{dt} + e_{c.e.m.} \quad (5.17)$$

Équation mécanique

L'équation s'obtient en appliquant le théorème du moment cinétique par rapport à l'axe Oz pour le rotor de moment d'inertie J qui tourne à la vitesse angulaire Ω . En plus du couple électromagnétique, on considère que le rotor est soumis à un couple résistant Γ_r , somme du couple utile Γ_u et d'un couple de frottement proportionnel à la vitesse angulaire :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = \Gamma_{em} - \Gamma_u - f\Omega \quad (5.18)$$

Partant de ces deux équations. on peut décrire les différents fonctionnements possibles du moteur à courant continu.

Démarrage du moteur et régime permanent : (Dunod)

Expérimentalement, on trouve une tension de démarrage minimale. L'équation électrique se simplifie selon :

$$u = ri + e_{c.e.m} \quad (5.19)$$

avec $e = \Phi\Omega$ et $\Gamma = \Phi i$. En éliminant i on obtient la caractéristique couple-vitesse :

$$\Gamma_{em} = \frac{\Phi}{R_r} u - \frac{\Phi^2}{R_r} \Omega. \quad (5.20)$$

hors $\Omega = 0$ au démarrage, le couple est non nul : $\Gamma_{em} = \Phi u / r$ Contrairement au moteur synchrone le moteur à courant continu peut démarrer sans dispositif annexe. Le démarrage est possible si le couple moteur dépasse le couple résistant ce qui impose $\Phi u(0) / r > \Gamma_u$

Point de fonctionnement

En régime permanent, les couples moteur et résistant doivent se compenser. Cette égalité se traduit par l'intersection des droites donnant Γ_{em} et Γ_r en fonction de la vitesse de rotation :

Tracer les courbes (Dunod)

La vitesse de rotation augmente avec la tension de l'induit. En régime établi, la vitesse Ω du moteur est une fonction décroissante du couple résistant.

5.5 Conclusion

Chapitre 6

Leçon 17 : Interférence à deux ondes

Niveau :

- CPGE

Pré-requis :

- Electromagnetisme
- Optique

Bibliographie :

- BFR *Optique, Chap 10*
 - Pérez *Optique*
 - Dunod PC
 - https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/lumiere/interference_lumiere.php
-

Sommaire

6.1	Introduction	33
6.2	Interférences lumineuses	33
6.2.1	Superposition de deux ondes lumineuses	33
6.2.2	Notion de cohérence, conditions d'interférences	34
6.2.3	Formule de Fresnel	34
6.2.4	Observations des interférences : hyperboloïdes de révolution	34
6.3	Mise en œuvre expérimentale : Fentes d'Young	34
6.3.1	Dispositif expérimental	34
6.3.2	Figures d'interférences	35
6.3.3	Interfrange	35
6.4	Notion de cohérence	36
6.4.1	Influence de l'étendue spectrale	36
6.4.2	Étendue spatiale	36
6.4.3	Analyse en terme de cohérence	36
6.5	Conclusion	36

6.1 Introduction

6.2 Interférences lumineuses

6.2.1 Superposition de deux ondes lumineuses

Faire le schéma de deux sources distinctes qui rayonnent jusqu'en un point M.. Les ondes se propagent depuis chaque source. Expliciter l'équation de l'onde avec la phase, chemin optique. Superposition des deux ondes. On prend l'intensité vibratoire au point M. C'est le produit

des cosinus i.e. le terme d'interférence. On garde pour l'instant les termes temporels qui est traité juste après

6.2.2 Notion de cohérence, conditions d'interférences

On applique les formules de trigonométrie. Discuter des temps de réponse des capteurs en fonction du temps de réponse des détecteurs versus fréquence de vibration des ondes. Moyenne sur un grand nombre de périodes.

Première condition d'interférence : Les deux sources doivent avoir la même pulsation sinon par d'interférences et leurs intensités s'additionnent.

Deuxième condition d'interférence : Les deux sources doivent avoir un déphasage constant ou variant très lentement pour que celui-ci puisse être considéré constant par le détecteur.

notion de cohérence

Deux ondes sont cohérentes si leur superposition conduit à un terme d'interférence non nul, même pulsation, $\Delta\phi = \text{constante}$. Si ces deux conditions ne sont pas remplies alors incohérences et sommes des intensités.

RQ : Il y a une troisième condition d'interférence sur la polarisation de l'onde (à garder pour les questions)

6.2.3 Formule de Fresnel

On suppose deux sources lumineuses cohérentes, on définit $\Delta\phi$. On calcule l'intensité vibratoire et on encadre ! Parler d'interférences constructives et destructives, représentation graphique en python.

6.2.4 Observations des interférences : hyperboloïdes de révolution

voir animation en biblio

6.3 Mise en œuvre expérimentale : Fentes d'Young

6.3.1 Dispositif expérimental

On considère une source S de très petite dimension éclaire un écran opaque percé de deux fentes dont les dimensions sont très faibles. D'après les lois de l'optique géométrique on devrait obtenir sur cet écran les traces de M_1 et M_2 des deux rayons SS_1 et SS_2 . Cependant la diffraction intervient du fait des faibles dimensions de S_1 et S_2 et l'on obtient des faisceaux qui se recouvrent. C'est dans cette zone que l'on peut observer des interférences appelée **zone interférencielle**.

S_1 et S_2 sont des sources **cohérentes dont les rayons interfèrent** et de même intensité I_0 . Dans le plan de l'écran, on obtient une intensité donnée par :

$$I = 2I_0 (1 + \cos \phi), \text{ avec } \phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} (S_2M - S_1M). \quad (6.1)$$

On peut calculer la différence de marche entre les deux sources δ qui est donnée par :

$$\delta = \frac{ax}{d_2} \quad (6.2)$$

x étant la position verticale sur l'écran. Les franges obtenues sont donc des franges d'interférences rectilignes parallèles à Oy (perpendiculaire à la direction de S_1S_2).

Manipulation :Expérience des fentes d'Young avec une lampe spectrale, ou une lumière blanche avec un filtre interférentiel (penser au filtre anti-calorique). On observe des interférences.

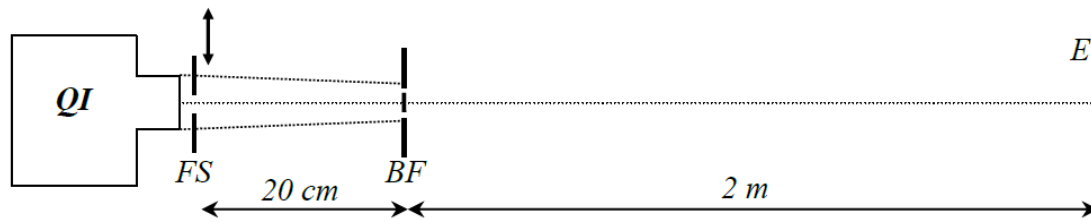


FIG. 6.1 – Schéma du montage des bifentes d'Young, poly TP Rennes

6.3.2 Figures d'interférences

On cherche à calculer l'éclairement et à le comparer à la figure obtenue.

6.3.3 Interfrange

Calcul de l'interfrange. On peut aussi utiliser un spectrophotomètre pour mesurer λ .

Dans ce cas où la fente est éclairée par une source de lumière monochromatique λ_0 . Pour $\delta = p\lambda_0$ on obtient des franges prillantes. Leur position est définie pour $\frac{ax}{d_2} = p\lambda$ soit :

$$x = p \left(\frac{\lambda_0 d_2}{a} \right)$$

Pour $p = 0$ et $x = 0$ on a une frange brillante centrale qui correspond à un ordre d'interférence nul. Les franges brillantes sont séparées par une intervalle régulière :

Définition de l'interfrange

$$i = \frac{\lambda_0 d_2}{a} \quad (6.3)$$

Mesures

- Interfrange $i = \pm \text{ mm}$
- Distance fentes-écran $d_2 = \pm \text{ mm}$

On calcule

$$\lambda = \frac{ia}{d_2}$$

Mesure de l'écartement des deux fentes ou de la longueur d'onde :

$$\lambda_{\text{mes}} = \pm \text{ nm}$$

Écart normalisé :

$$E.N. = \frac{\lambda_{\text{mes}} - \lambda_{\text{att}}}{\sqrt{(\Delta\lambda_{\text{mes}}^2 + \Delta\lambda_{\text{att}}^2)}} =$$

6.4 Notion de cohérence

6.4.1 Influence de l'étendue spectrale

1. Changer le filtre pour un filtre coloré ;
2. Modification de la figure d'interférence

6.4.2 Étendue spatiale

On élargit le diaphragme, figure d'interférence modifiée, commenter.

6.4.3 Analyse en terme de cohérence

Si la source est une lumière étendue spatialement et/ou spectralement. On obtient dans le plan de l'écran une superposition de phénomènes correspondants aux différentes longueurs d'ondes. On obtient alors des phénomènes colorés. Au centre une frange brillante achromatique. Quand on s'éloigne du centre, les phénomènes correspondants aux différentes longueurs d'onde se décalent de plus en plus : les bords des franges se colorent puis les phénomènes se brouillent lorsque les franges brillantes d'autres longueurs d'onde occupent la même place. On obtient du **blanc d'ordre supérieur**.

6.5 Conclusion

L'interféromètre des fentes d'Young se prête mal aux expériences en lumière blanche mais est facile à réaliser avec l'interféromètre de Michelson.

Chapitre 7

Leçon 18 : Interféromètre à division d'amplitude

Niveau :

- CPGE

Pré-requis :

- Electromagnetisme
- Optique

Bibliographie :

- BFR *Optique, Chap 10*
 - Pérez *Optique chap 25*
 - Dunod PC
-

Sommaire

7.1	Introduction	37
7.2	Principe de l'interférométrie	37
7.2.1	Limites de la division du front d'onde	37
7.2.2	Franges d'égales inclinaison (BFR,Perez)	38
7.2.3	Frange d'égale épaisseur (franges de Fizeau Perez)	38
7.3	Interféromètre de Michelson	38
7.3.1	Présentation du dispositif	38
7.3.2	Configuration en lame d'air	38
7.3.3	Configuration en coin d'air	38
7.4	LIGO ou fabry pérot	38
7.5	Conclusion	38

7.1 Introduction

7.2 Principe de l'interférométrie

7.2.1 Limites de la division du front d'onde

Manipulation : Fentes d'Young

7.2.2 Franges d'égales inclinaison (BFR,Perez)

7.2.3 Frange d'égale épaisseur (franges de Fizeau Perez)

7.3 Interféromètre de Michelson

7.3.1 Présentation du dispositif

Histoire (Michelson et Morley, mesure de la célérité de la lumière et composition des vitesses) + description du dispositif sur transparents et en vrai.

7.3.2 Configuration en lame d'air

Représentation schématique+construction des rayons lumineux, calcul de la différence de marche et de l'ordre d'interférence. Commenter la figure en anneaux et leur localisation (à l'infini) Comparaison aux lames d'égale inclinaison.

Manipulation : Calcul de la largeur du doublet du sodium, calcul de $\Delta\lambda$.

7.3.3 Configuration en coin d'air

Représentation schématique+construction des rayons lumineux, calcul de la différence de marche et de l'ordre d'interférence. Commenter la figure et leur localisation Comparaison aux franges de Fizeau. **Manipulation :** passage en coin d'air.

7.4 LIGO ou fabry pérôt

7.5 Conclusion

Chapitre 8

Leçon 26 : Cinématique relativiste : Expérience de Michelson et Morley

Niveau :

- Licence 3

Pré-requis :

- Mécanique
- électromagnétisme
- Optique

Bibliographie :

- BFR *Mécanique 1*
 - Pérez *Relativité*
 - Purcell and Morin *Electricity and magnetism*
 - https://fr.wikipedia.org/wiki/Exp%C3%A9rience_de_Michelson_et_Morley
-

Sommaire

8.1	Introduction : les problèmes de la cinématique galiléenne (classique) . . .	39
8.1.1	Relativité galiléenne	39
8.1.2	Qu'en est-il de l'électromagnétisme	40
8.2	Expérience de Michelson et Morley	40
8.2.1	Dispositif	41
8.2.2	Expression de la différence de phase	41
8.2.3	Résultats	42
8.3	Fondements de la relativité restreinte	43
8.3.1	Postulats	43
8.3.2	L'espace et le temps	44
8.3.3	Conséquences de la relativité restreinte. Application au paradoxe du train et du tunnel (exercice)	45
8.3.4	Loi de composition des vitesses	46
8.4	Conclusion	46

8.1 Introduction : les problèmes de la cinématique galiléenne (classique)

8.1.1 Relativité galiléenne

Il s'agit d'un premier cours d'introduction à la relativité restreinte. Il s'agit d'une théorie élaborée par Albert Einstein en 1905 dont l'objectif est de tirer toutes les conséquences de la

relativité galiléenne et du principe selon lequel la vitesse de la lumière est un invariant dans tous les référentiels. Il fait connaître cette théorie à travers un article intitulé : "*On the electrodynamics of moving objects*".

Dans le cours de mécanique classique, on décrit des référentiels privilégiés : les référentiels **galiléens**. Ce sont des référentiels en translation rectiligne uniforme par rapport aux autres.

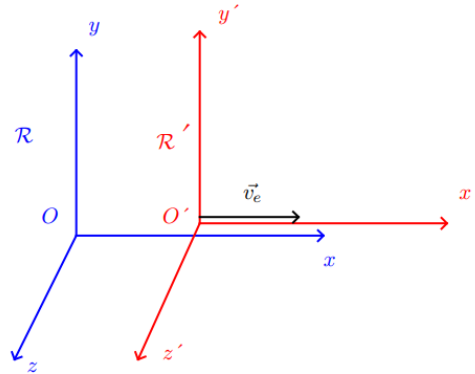


FIG. 8.1 – Référentiels en translation l'un par rapport à l'autre

Dans ce contexte on définit une transformée pour passer des coordonnées d'un référentiel \mathcal{R} à un autre \mathcal{R}' . On prend ces deux référentiels tels que à $t = 0$, ils sont confondus, les horloges sont synchronisées. $t > 0$ $\vec{v}(O') = v_e \vec{e}_x$. On peut alors décrire la position d'un point M par rapport au référentiel \mathcal{R} grâce à la **transformée de Galilée** :

$$\begin{cases} x(t) = x' + v_e t \\ y(t) = y' \\ z(t) = z' \\ t = t' \end{cases} \quad (8.1)$$

Loi de composition des vitesses

$$v = v' + v_e \quad (8.2)$$

8.1.2 Qu'en est-il de l'électromagnétisme

Les équations de Maxwell prédisent l'existence d'ondes se propageant à la vitesse c a priori dans un référentiel privilégié (celui où sont définies les équations de Maxwell).

$$\Delta E = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \text{ avec } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}. \quad (8.3)$$

On peut se demander quel est ce référentiel où des ondes peuvent se propager à une vitesse constante $c = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Si la vitesse de la lumière est définie dans un référentiel particulier et si elle obéit à la loi de composition des vitesses, on doit pouvoir mesurer une variation de la vitesse dans un autre référentiel. C'est ce que Michelson et Morley ont essayé de faire.

8.2 Expérience de Michelson et Morley

Objectif : Mesurer la variation de la célérité de la lumière et vérifier que la lumière suit la loi de composition des vitesses.

8.2.1 Dispositif

L'idée de Michelson et Morley est de se placer dans un référentiel qui se déplace par rapport au référentiel absolu dans lequel c est définie. La planète Terre est en orbite quasi-circulaire de rayon $r = 1.5 \cdot 10^{11}$ m autour du soleil avec une période de $T = 365$ jours $= 3.15 \cdot 10^7$ s. Ce qui donne une vitesse de la Terre autour du soleil de $v = 3.0 \cdot 10^4$ m \cdot s $^{-1}$.

S'il existe un référentiel absolu pour la lumière on devrait pouvoir mesurer la variation de vitesse grâce à un dispositif suffisamment précis. Michelson construit un interféromètre dont l'idée est de faire interférer deux rayons lumineux ayant parcourus deux chemins différents.

Bien décrire le dispositif expérimental sur transparents (parcours des rayons, lame séparatrice, miroirs, détecteur)

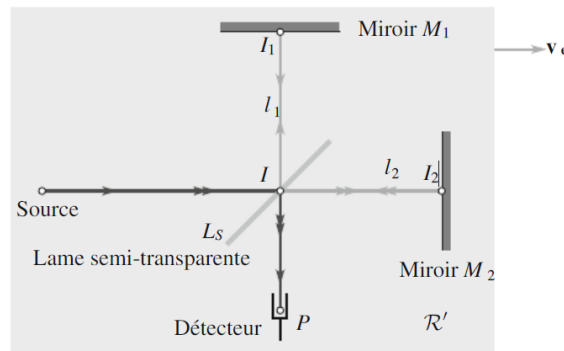


FIG. 8.2 – Schéma de l'interféromètre de Michelson (*Pérez, Relativité*)

L'éclairement sur le détecteur **P** dépend de Δt le décalage temporel entre les rayons pour arriver sur le détecteur depuis la source. Les interférences dépendent de la phase :

$$\phi = 2\pi\nu\Delta t. \quad (8.4)$$

8.2.2 Expression de la différence de phase

On souhaite exprimer le retard d'un rayon par rapport à l'autre :

$$\Delta t = T_{\parallel} - T_{\perp} \quad (8.5)$$

On se place dans le référentiel lié au soleil et on suppose la Terre en translation rectiligne uniforme autour du soleil. L'interféromètre est placé sur Terre et se déplace à la vitesse $v_e = 3 \cdot 10^4$ m \cdot s $^{-1}$ par rapport au soleil.

Chemin perpendiculaire :

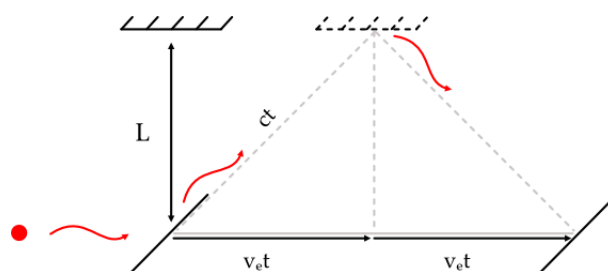


FIG. 8.3 – Schéma chemin n°1

On applique le théorème de Pythagore au triangle rectangle (ABC) de la figure 3 :

$$(ct)^2 = L^2 + (v_e t)^2$$

On factorise par le temps, le rayon issu de la lame séparatrice met un temps t pour aller jusqu'au miroir M_2 :

$$t = \frac{L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}}.$$

En comptant le retour on en déduit T_{\perp} :

$$T_{\perp} = 2t = \frac{2L}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}} \quad (8.6)$$

Chemin longitudinal :

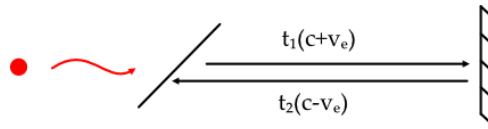


FIG. 8.4 – Schéma chemin n°1

Dans ce cas le dispositif se déplace parallèlement au rayon lumineux dont le rayon doit rattraper le miroir qui s'éloigne en même temps que le rayon avance tandis que le retour sera plus rapide car la lame semi-réfléchissante se rapproche du rayon réfléchi.

$$\text{À l'aller : } t_1 = \frac{L}{c + v_e} \text{ au retour } t_2 = \frac{L}{c - v_e}.$$

On en déduit T_{\parallel} :

$$T_{\parallel} = \frac{2L}{c} \frac{1}{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}. \quad (8.7)$$

Enfin, on peut exprimer le décalage temporel entre les rayons passant dans chaque bras de l'interféromètre :

$$\Delta t = T_{\parallel} - T_{\perp} = \frac{2L}{c} \left[\frac{1}{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_e}{c}\right)^2}} \right] \quad (8.8)$$

On fait le développement au premier ordre des fractions avec $v_e/c \ll 1$, en simplifiant les expressions il vient :

$$\Delta t = \frac{L}{c} \left(\frac{v_e}{c}\right)^2 \quad (8.9)$$

8.2.3 Résultats

Par conséquent on peut prévoir le déphasage qu'engendre un tel décalage temporel :

$$\phi = 2\pi \frac{Lv}{c} \left(\frac{v_e}{c}\right)^2 = 2\pi \frac{L}{\lambda} \left(\frac{v_e}{c}\right)^2. \quad (8.10)$$

En prenant en compte les améliorations apportées par Morley à l'interféromètre de Michelson. Les bras du Michelson mesurent en comptant les réflexions $L = 11 \text{ m}$, la longueur d'onde du Laser est de $\lambda = 550 \text{ m}$. On trouve un déphasage

$$\frac{\phi}{2\pi} = 0.2 \quad (8.11)$$

Cela devrait être suffisant pour détecter un déplacement des franges de la figure d'interférence. Cependant le déplacement observé en pratique est nettement plus faible. Michelson et Morley observent un déplacement maximum de l'ordre de 0.02, en moyenne de 0.01.

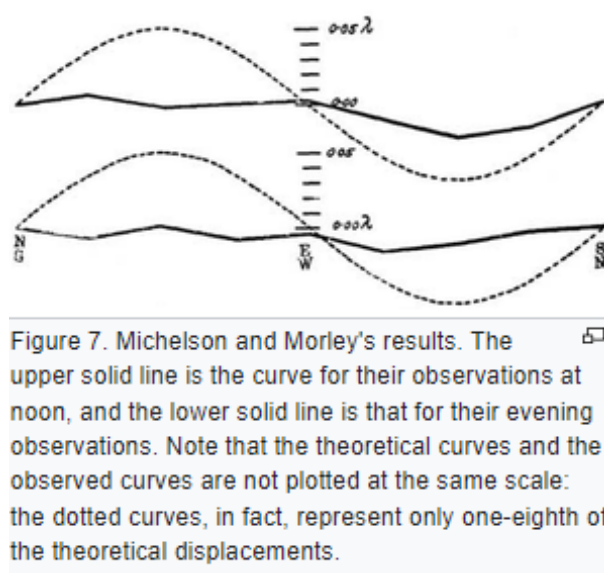


FIG. 8.5 – Résultats obtenus par Michelson et Morley (Wikipedia)

Conclusion

On en conclut que l'on ne peut pas vérifier l'hypothèse suivant laquelle c suit la loi de composition des vitesses. La mesure de la vitesse de la lumière semble indépendante du mouvement de la Terre par rapport au soleil. On peut alors prendre deux positions :

1. Essayer de réparer la théorie du référentiel dans lequel sont définies les équations de Maxwell.
2. Plus courageux, admettre que c est un invariant qui n'obéit pas aux lois de la cinématique galiléenne. Cela implique une nouvelle cinématique, c'est ce qu'a proposé Einstein en 1905 et que nous allons voir dans la partie suivante.

8.3 Fondements de la relativité restreinte

8.3.1 Postulats

1. Invariance des lois de la Physique

Toutes les lois de la physique sont invariantes par changement de référentiel galiléen. C'est à dire que les mêmes lois se traduisent par des relations qui gardent la même structure au passage à un autre référentiel.

2. Invariance de la vitesse de la lumière

Les équations de Maxwell sont invariantes par changement de référentiel. La célérité de la lumière est un invariant relativiste par changement de référentiel.

Célérité de la lumière

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3.0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}. \quad (8.12)$$

À ce stade on peut revenir sur l'expérience de Michelson et Morley, car si $c = \text{constante}$ alors il $\Delta t = 0$.

3. Transformation de Lorentz poincaré

Transformée de Lorentz

$$\begin{cases} ct &= \gamma(ct' + \beta x') \\ x &= \gamma(x' + \beta ct') \\ y &= y' \\ z &= z' \end{cases} \quad (8.13)$$

8.3.2 L'espace et le temps**Notions d'évènements**

Le temps n'est plus un invariant, on ne peut plus le séparer des coordonnées spatiales. Il faut décrire les expériences en termes d'évènements : "Il s'est passé quelque chose quelque part" comme par exemple allumage d'une lampe sur l'ISS. Les évènements sont indépendants du référentiel.

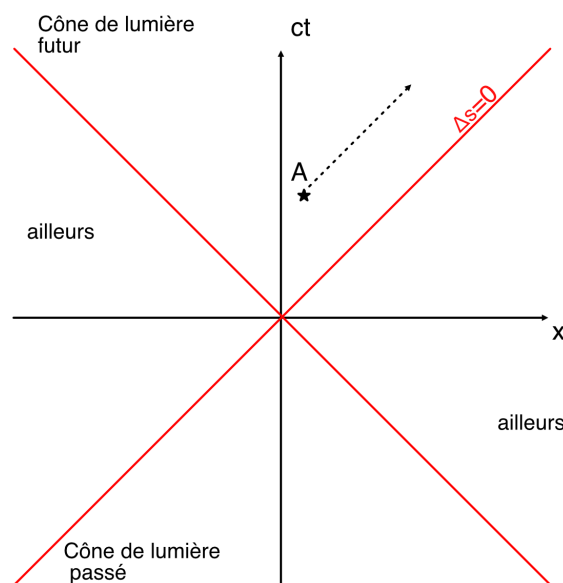
Représentation spatiale

FIG. 8.6 – Diagramme espace-temps (diagramme de Minkowski)

Deux évènements sont séparés par ce que l'on appelle l'intervalle, notée Δs .

$$\Delta s = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 \quad (8.14)$$

L'intervalle est un invariant par changement de référentiel : $\Delta s = \Delta s'$. (commenter les valeurs de Δs sur le graphique)

8.3.3 Conséquences de la relativité restreinte. Application au paradoxe du train et du tunnel (exercice)

Énoncé : On a un train de longueur L' mesuré dans \mathcal{R}' (référentiel lié au train) animé d'une vitesse $\vec{v} = 0.54c \vec{e}_x$ par rapport au référentiel \mathcal{R} lié au tunnel (de longueur L dans \mathcal{R}'). Le train rentre dans le tunnel rectiligne lors de l'évènement A_1 . On prendra cet évènement comme origine spatiale et temporelle pour cet exercice où les deux référentiels sont confondus. On définit les évènements suivants :

- A_1 : l'avant du train rentre dans le tunnel : $\begin{pmatrix} x_{A_1} \\ ct_{A_1} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_{A_1} \\ ct'_{A_1} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'}$
- A_2 : l'arrière du train entre dans le tunnel : $\begin{pmatrix} x_{A_2} \\ ct_{A_2} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$
- B_1 : l'avant du train sort du tunnel : $\begin{pmatrix} x_{B_1} \\ ct_{B_1} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$
- B_2 : l'arrière du train sort du tunnel : $\begin{pmatrix} x_{B_2} \\ ct_{B_2} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}}$

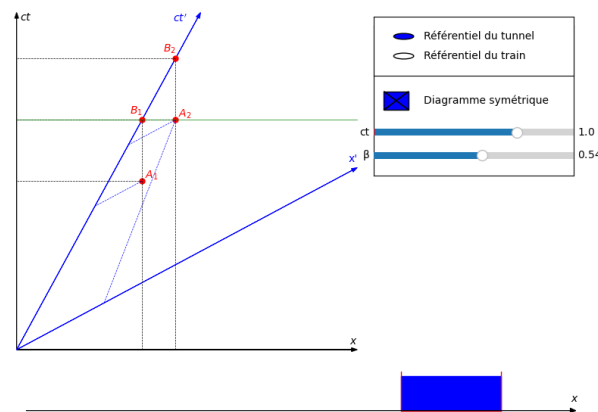


FIG. 8.7 – Simulation du paradoxe du train à discuter avec les calculs suivants

Relativité simultanée

Si nous disons que le train à 7h précise du matin sera complètement dans le tunnel, *i.e.* $ct_{A_2} = ct_{B_1}$ dans le référentiel de l'observateur lié au tunnel. Dans le cadre de la relativité galiléenne où le temps est un invariant, dans le référentiel \mathcal{R}' du train on aura aussi $t = t'$.

En cinématique relativiste ce n'est pas vrai :

$$\begin{aligned} ct'_{A_2} - ct'_{B_1} &= \gamma(ct_{A_2} - \beta x_{A_2}) - \gamma(ct_{B_1} - \beta x_{B_1}) \\ &= \gamma(ct_{A_2} - ct_{B_1}) - \gamma\beta(x_{A_2} - x_{B_1}) \\ &= \gamma\beta L \end{aligned} \quad (8.15)$$

Les deux évènements simultanés dans \mathcal{R} ne le sont pas dans \mathcal{R}' . (Le montrer à l'aide de la simulation).

Relativité simultanée

Dans \mathcal{R}' le train mesure une longueur L' c'est la longueur propre du train dans son référentiel propre. On peut mesurer sa taille dans le référentiel du tunnel.

$$\begin{aligned}
L' &= x'_{A_2} - x'_{B_1} \\
&= \gamma(x_{A_2} - \beta ct_{A_2}) - \gamma(x_{B_1} - \beta ct_{B_1}) \\
&= \gamma(x_{A_2} - x_{A_1}) - \beta \gamma(ct_{A_2} - ct_{B_1}) \\
L' &= \gamma L
\end{aligned} \tag{8.16}$$

On en déduit que la longueur du train dans \mathcal{R} est plus petite que dans \mathcal{R}' (Le montrer à l'aide de la simulation).

Dilatation du temps

Pour deux évènements, on peut établir la relation entre le temps propre et le temps mesuré dans un autre référentiel à condition que $x'_2 = x'_1$ comme par exmpe pour les évènements A_1 et B_1 .

On calcule :

$$\begin{aligned}
ct_{B_1} - ct_{A_1} &= \gamma(ct'_{B_1} - ct'_{A_1}) \\
T_{\text{impropre}} &= \gamma T_{\text{propre}}.
\end{aligned} \tag{8.17}$$

8.3.4 Loi de composition des vitesses

$$\begin{cases} ct = \gamma(ct' + \beta x') \\ x = \gamma(x' + \beta ct') \\ y = y' \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} dt = \gamma\left(dt' + \frac{v_e}{c^2} dx'\right) \\ dx = \gamma(dx' + v_e dt') \\ dy = dy' \end{cases}$$

On obtient les vitesses en dérivant les coordonnées spatiales par rapport au temps :

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{v'_x + v_e}{1 + v_e \frac{v'_x}{c^2}} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{v'_y}{\gamma(1 + v_e \frac{v'_x}{c^2})} \end{cases} \tag{8.18}$$

8.4 Conclusion

Pour ce premier cours de relativité restreinte, nous avons établi les bases d'une nouvelle cinématique. Il faut maintenant établir une nouvelle dynamique. Ainsi dans un prochain cours nous mettrons en équation la dynamique relativiste, en particulier nous écrirons les quadriverceurs énergie et impulsion pour une particule en mouvement.