LP n° 5 : Lois de conservation en dynamique.

NIVEAU : CPGE

Cette leçon ne correspond pas directement à un paragraphe du programme de CPGE mais y apparaît par morceaux. En revanche, le problème à deux corps est explicitement traité au programme de sup.

PRÉREQUIS :

- Théorèmes généraux de mécanique du point et du solide

PLAN :

1. Conservation de la quantité de mouvement
2. Conservation du moment cinétique
3. Conservation de l'énergie

BIBLIOGRAPHIE :

- [13] Bocquet, Faroux, Renault, *Toute la mécanique.*
- [15] P. Brasselet, *Mécanique PCSI-MPSI.*
- [40] H. Gié, *Physique Spé. MP*, MP et PT*, PT.*
- [57] J.-P. Pérez, *Mécanique. Fondements et applications.*
- [72] C. Semay, *Relativité restreinte. Bases et applications.*

IDÉES À FAIRE PASSER :

Les lois de conservation sont très importantes en dynamique en cela qu'elles permettent souvent de pouvoir résoudre des problèmes (a minima de relier l'état final aux conditions initiales) sans s'intéresser ni connaître les états intermédiaires et la description précise des interactions en jeu.

Introduction : On a rencontré jusqu'ici une panoplie de lois, dites lois de la dynamique, qui nous permettent de faire le lien entre la variation d'une quantité et les causes de cette variation (principe fondamental de la dynamique, théorème de l'énergie mécanique, théorème du moment cinétique,...). Dans les cas particuliers où le terme de cause est nul, on met en évidence une grandeur dont la valeur (norme, direction et sens) est constante dans le temps. On parle alors de loi de conservation.

1 Conservation de la quantité de mouvement

1.1 Origine de la conservation

On commence par l'équation que les élèves connaissent le mieux : le principe fondamental de la dynamique. L'écrire d'abord sous la forme usuelle $m\vec{a}$ et rappeler que fondamentalement c'est plutôt $\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F}$, discuter des conditions d'annulation du second membre et aboutir à la conservation de la quantité de mouvement. Voir [15], p. 36 et évoquer la conservation des composantes si le vecteur unitaire est constant.

1.2 Illustration

Pas de référence - Traiter l'exemple du bonhomme qui marche d'un bout à l'autre d'une barque flottant sans frottement sur l'eau d'un lac. On se demande de quelle distance la barque a bougé pendant le mouvement. On trouve par application de la conservation de la quantité de mouvement entre l'instant où tout est immobile et l'instant où le bonhomme marche,

$$l_{déplacement} = L_{barque} m_{bonhomme} / m_{barque}$$

Il est ici question de montrer pour la première fois que les lois de conservation nous permettent de dire des choses sur un mouvement dont la description précise nous est inaccessible. En effet, au premier abord on aurait pu chercher à décrire les frottement entre les pieds et la barque, appliquer les actions réciproque etc...

1.3 Référentiel barycentrique et mobile fictif

Définition et caractère galiléen du référentiel barycentrique. Quantité de mouvement nulle dans ce référentiel.

Transition :

---

2 Conservation du moment cinétique

2.1 Origine de la conservation

[15], p. 39 - Reprendre l'énoncé du théorème du moment cinétique et exprimer les conditions de conservation du moment cinétique. La remarque fin de page de [15], p. 40 sur l'apport du TMC par rapport au pfd est fort intéressante et peut être discutée ici.

2.2 Illustration

Traiter l'exmple classique de la danseuse qui déplie et replie les bras. Voir par exemple [57], p. 324. Noter que J varie en l^2 on on a rapidement un gros changement de vitese. Trouver le facteur d'accélération (≈ 5 fois plus vite) en ordre de grandeur.

2.3 Forces centrales et loi des aires

Voir [15], p. 41-42 ou [67], p. 695 - On se place dans le plan polaire. Utiliser le TMC dans le système isolé, étude de la force centrale parallèle à la direction d'application ; le moment est nul et le moment cinétique se conserve. Donner l'expression du moment cinétique et traiter les deux cas $C = 0$ et $C \neq 0$. Définir la constante des aires.

Transition : Last but not least... LA loi de conservation par définition en mécanique c'est la conservation de l'énergie. J'aurais aimé la mettre en deuxième mais ça pose problème avec le système à deux corps car il faut d'abord avoir démontré que le mouvement est plan pour se placer en coordonnées polaires et étudier les trajectoires...

---

3 Conservation de l'énergie mécanique

3.1 Origine de la conservation

Reprendre rapidement la définition des forces conservatives ([15], p. 73), l'appliciation du théorème de l'énergie mécanique ([15], p. 76) et aboutir à la conservation de l'énergie ([15], p. 77).

Discuter du fait que dans le problèmes de mécanique réels il y a toujours des frottements donc que la conservation de l'énergie est toujours une approxiamtion plus ou moins bonne selon les cas. Prendre l'exemple de la chute libre de la balle de golf et discuter des deux phases du mouvement :

- Pendant la chute libre seul le poids s'exerce, conservatif, donc il y a conservation de l'énergie mécanique.
- Lors des chocs il peut y avoir variation de l'énergie cinétique. Introduire le coefficient de restitution évoquer les chocs élastiques pour lesquels $e = 1$. Voir [13], p. 195.

Expérience : Avoir fait en préparation l'expérience et le traitement des rebonds de la balle de golf, voir (MP01) pour la procédure. On a tracé l'énergie mécanique de la balle en fonction du temps et on peut faire deux constats en rapport avec cette leçon :

- L'énergie mécanique est effectivement conservée en première approximation lors de la phase de chute libre
- Lors du rebond, de l'énergie est dissipée de sorte que les chocs ne sont pas élastiques. On pourrait d'ailleurs démontrer expérimentalement que le coefficient de restitution est bien constant (il ne dépend *a priori* que des matériaux !)

Remarque : C'est peut être l'occasion de préciser que contrairement aux deux autres L'ÉNERGIE EST UNE GRANDEUR CONSERVÉE et que si l'énergie mécanique varie c'est qu'il y a conversion depuis ou vers une autre forme d'énergie (thermique, interne, ...)

3.2 Illustration

Traiter l'effet Compton par conservation de l'énergie ET de la quantité de mouvement. Voir [72], p. 214 et leçons de relativité si besoin. Évidemment ici on n'a pas le formalisme quadri-vectoriel à disposition...

3.3 Caractérisation graphique des trajectoires

Voir [15], à partir de la page 227 - On reprend le problème à deux corps et on exprimer l'énergie mécanique du système. Cela permet de discuter en détail la forme des trajectoires selon les cas d'interaction considérés.

Conclusion : On a ici illustrer les trois lois de conservation à connaître dans le cadre du programme de prépa. Au delà des lois en soit il faut surtout retenir leur efficacité pour traiter un certain nombre de problèmes a priori compliqués soit parce que la description des interactions est inaccessible, soit par ce que le mouvement est intrinsèquement complexe du fait du grand nombre de degrés de liberté. Ouvrir au choix sur le lien avec les invariance, c'est bien écrit dans [40], p. 313 ou sur les systèmes intégrables ([57], p. 413).

BONUS :

- Sans prétendre devenir subitement un spécialiste ni de la mécanique quantique ni des symétries en physique, il me semble assez incontournable d'aller lire l'article Wikipédia au sujet du vecteur de Runge-Lenz car les questions viendront probablement tourner autour du sujet. Cela dit, hors de question de parler de cela dans la leçon, on n'est plus du tout dans l'esprit du programme actuel!
- L'application des lois de conservation au mouvement à forces centrales et au problème à deux corps fait l'objet d'un chapitre consacré dans [13], à partir de la page 122.
- Je m'aperçois a posteriori que les lois de conservation en mécanique font l'objet d'un chapitre (M7) du Gié de MP/MP* [40]. Il faut au moins aller y lire le paragraphe sur le lien avec la thermodynamique (p. 310) et le paragraphe sur le lien avec les invariance et le théorème de Noether (p. 313).
- Voir aussi, dans le Pérez de mécanique ([57], p. 413) le paragraphe sur les systèmes intégrables.
- Il manque peut-être la notion d'intégrale première du mouvement à faire apparaître dans cette leçon, voir [10], p. 79.
- **ATTENTION!** Lorsqu'on parle d'invariance, il faut s'entendre sur le fait que ça doit être le **potentiel** qui doit être invariant et non les forces. La raison c'est que le théorème de Noether considère les lagrangiens (donc énergie). Un contre-exemple : la chute libre! La force est invariante par translation verticale, pour autant l'impulsion selon cet axe n'est pas satisfaite.
- Enfin il faut avoir à l'esprit, dans cette leçon, la distinction entre grandeurs conservées et grandeurs conservatives. Les premières sont conservées par « le hasard des choses » : le système est isolé, les actions se compensent, il se trouve que la grandeur en question ne varie pas. Les secondes sont conservatives car elles ne peuvent être intrinsèquement crées ou consommées par le système. Elle ne peuvent donc apparaître que par échange. La charge, la matière (dans une certaine limite) et l'énergie totale du système sont des grandeurs conservatives mais l'impulsion, le moment cinétique et l'énergie MÉCANIQUE du système sont des grandeurs éventuellement conservées.