

Chapitre 5

Electrons libres, gaz de Fermi

5.1 Introduction

Reprenons le cas du sodium. Les 11 électrons sont répartis en 10 électrons qui occupent les états $1s^2$, $2s^2$, $2p^6$, et l'électron de valence dans l'état $3s^1$. On peut considérer un cristal de Na contenant N atomes comme formé de N électrons de conduction (les électrons de valence) et N ions positifs Na^+ (formés du noyau Na et des 10 électrons $1s^2$, $2s^2$ et $2p^6$). Du point de vue taille, le Na^+ a un rayon de 0.098 nm alors que la distance au plus proche voisin est de 0.185 nm : l'ion Na^+ n'occupe que 15% de volume du cristal de sodium.

On peut considérer que les N électrons de valence sont libres de bouger dans le cristal : ce sont les électrons de conduction du métal. Dans ce chapitre, nous allons considérer que **ces électrons de conduction se meuvent librement dans le cristal**. En fait, un électron de conduction parcourt plus de 1 cm avant une collision, ce qui représente 10^8 à 10^9 distances interatomiques.

5.2 Etude du cas unidimensionnel

Soit un électron de masse m . Cet électron est confiné le long d'un segment de longueur L .

Le potentiel est

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq L \\ \infty, & x < 0 \text{ et } x > L \end{cases}$$

Nous avons vu que l'équation de Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} = E\Psi$$

avec les conditions

$$\Psi(0) = \Psi(L) = 0$$

admet comme solution

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), \quad n \text{ entier}$$

$$E = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2mL^2} = \left(\frac{h^2}{2m}\right) \left(\frac{n}{2L}\right)^2$$

La fonction Ψ ainsi définie est normée.

Chaque niveau d'énergie n est occupé seulement par deux électrons de spin $+1/2$ et $-1/2$, à cause du principe d'exclusion de Pauli.

Soit N le nombre d'atomes sur la longueur L . Supposons N pair. Il y a donc N électrons de valence qui peuvent remplir les niveaux d'énergie depuis $n = 1$ jusqu'à $n = n_F$ tel que

$$2n_F = N$$

Le niveau d'énergie E_F est appelé **niveau d'énergie de Fermi** :

$$E_F = \left(\frac{h^2}{2m}\right) \left(\frac{n_F}{2L}\right)^2$$

$$E_F = \left(\frac{h^2}{2m}\right) \left(\frac{N}{4L}\right)^2$$

Le niveau d'énergie de Fermi dépend du nombre d'électrons par unité de longueur ($N/4L$). Pour un cas pratique de $N/L \approx 4$ atomes/nm, on trouve $E_F \approx 1$ eV. Donc si on a un système où l'on a 4 atomes/nm, soit $4 \cdot 10^9$ électrons/m, pour occuper le niveau d'énergie de Fermi, les électrons doivent avoir une énergie cinétique de l'ordre de 1 eV. L'énergie totale du système E_0 est :

$$E_0 = 2 \sum_{n=1}^{N/2} \left(\frac{h^2}{2m}\right) \left(\frac{1}{2L}\right)^2 n^2$$

Or

$$\sum_1^s n^2 = \frac{1}{6} s(2s^2 + 3s + 1) \approx \frac{1}{3} s^3 \text{ pour } s \gg 1$$

Donc

$$E_0 \approx \frac{2}{3} \left(\frac{h^2}{2m}\right) \left(\frac{1}{2L}\right)^2 \left(\frac{N}{2}\right)^3 = \frac{1}{3} N E_F$$

La densité d'états $D(E)$ est le nombre d'états occupés par unité d'énergie. Rappelons que l'énergie E correspondant au niveau n est

$$E = \left(\frac{h^2}{2m}\right) \frac{1}{4L^2} n^2$$

$$dE = \frac{h^2}{m} \frac{n}{2L} \frac{dn}{2L}$$

$$\frac{dn}{dE} = \frac{4L^2}{h^2} \frac{1}{n}$$

dn/dE est le nombre de niveaux d'énergie par unité d'énergie. Comme il y a deux états quantiques par niveau d'énergie,

$$D(E) = 2 \frac{dn}{dE} = \frac{8L^2 m}{h^2} \frac{1}{n}$$

$$D(E) = \frac{4L}{h} \left(\frac{m}{2E} \right)^{1/2}$$

La densité d'états varie donc comme $E^{-1/2}$.

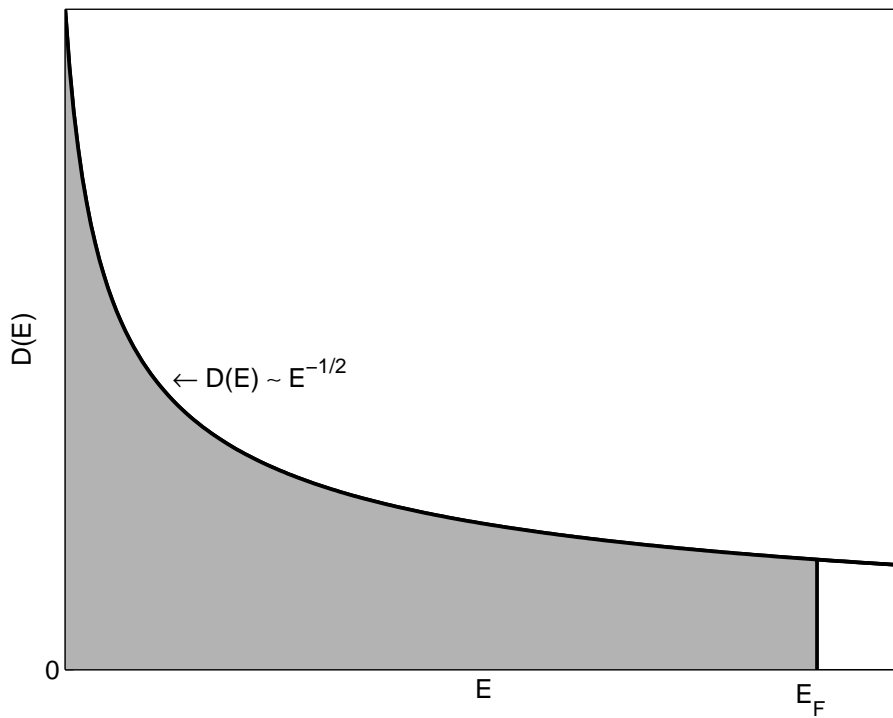


FIG. 5.1 – Variation de $D(E)$. Tous les états sont occupés jusqu'à E_F .

5.3 Extension à trois dimensions

Le cas tridimensionnel est aisément obtenu à partir des notions précédentes. L'équation de Schrödinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Psi = E\Psi$$

avec la condition aux limites

$$\Psi = 0 \text{ sur les faces du cube d'arête } L$$

admet comme solution

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{8}{L^3}} \sin\left(\frac{n_x \pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n_y \pi y}{L}\right) \sin\left(\frac{n_z \pi z}{L}\right)$$

avec n_x , n_y et n_z des entiers positifs.

L'énergie E vaut :

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} \left[\left(\frac{n_x}{2L}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{2L}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{2L}\right)^2 \right]$$

5.3.1 Conditions périodiques

En physique du solide, il est souvent utile d'introduire des conditions aux bords périodiques. Dans notre cas, nous supposons que le système est périodique de période L :

$$\Psi(x + L, y, z) = \Psi(x, y, z)$$

et de même pour y et z .

La fonction d'onde Ψ est donc

$$\Psi_k(\mathbf{r}) = \left(\frac{1}{V}\right)^{1/2} \exp\{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}\}, \quad V = L^3$$

avec $k_x = 0, \pm \frac{2\pi}{L}, \pm \frac{4\pi}{L}, \pm \frac{6\pi}{L}, \dots$, et de même pour k_y et k_z .

On vérifie immédiatement la condition de périodicité :

$$\begin{aligned} \Psi(x + L, y, z) &= \left(\frac{1}{V}\right)^{1/2} \exp\{ik_x(x + L)\} \exp\{i(k_y y + k_z z)\} \\ &= \left(\frac{1}{V}\right)^{1/2} \exp\{i(k_x x + k_y y + k_z z)\} \exp\{ik_x L\} \end{aligned}$$

Or

$$\exp\{ik_x L\} = \exp\left\{i \frac{n 2\pi}{L} L\right\} = 1$$

Donc

$$\Psi(x + L, y, z) = \Psi(x, y, z)$$

La formulation précédente nous permet d'introduire le vecteur d'onde \mathbf{k} .

$$\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$$

L'énergie est donc

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$$

et l'impulsion \mathbf{p} est

$$\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k} = m \mathbf{v}$$

Dans l'espace des \mathbf{k} , chaque état est caractérisé par un vecteur $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$. Le volume occupé par un état est $(2\pi/L)^3$. Si on dénote par \mathbf{k}_F le vecteur d'onde correspondant à la sphère de Fermi, on a donc :

$2 \times \text{nombre d'états dans la sphère de Fermi} = \text{nombre d'électrons de valence dans } V$

$$2 \frac{\frac{4}{3}\pi k_F^3}{(2\pi/L)^3} = \frac{V}{3\pi^2} k_F^3 = N$$

$$k_F = \left(\frac{3\pi^2 N}{V} \right)^{1/3}$$

L'énergie de Fermi est donc :

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2 N}{V} \right)^{2/3}$$

On définit la vitesse de Fermi v_F à partir de $\hbar k_F = m v_F$.

$$v_F = \frac{\hbar k_F}{m} = \frac{\hbar}{m} \left(\frac{3\pi^2 N}{V} \right)^{1/3}$$

$(\hbar/m = 1.16 \text{ cm}^2\text{s}^{-1})$.

Le tableau 5.1 donne les valeurs¹ des grandeurs précédentes pour quelques métaux (où $k_B = \text{constante de Boltzmann} = 1.381 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$). Notez la faible valeur de la vitesse de Fermi par rapport à la vitesse de la lumière.

¹Extraites de *Introduction to solid state physics*, Charles Kittel.

Métal	N/V [cm ⁻³]	k_F [cm ⁻¹]	v_F [cm/s]	E_F [eV]	$T_F = E_F/k_B$ [K]
Li	$4.6 \cdot 10^{22}$	$1.1 \cdot 10^8$	$1.3 \cdot 10^8$	4.7	$5.5 \cdot 10^4$
Na	$2.5 \cdot 10^{22}$	$0.9 \cdot 10^8$	$1.1 \cdot 10^8$	3.1	$3.7 \cdot 10^4$
Cu	$8.5 \cdot 10^{22}$	$1.35 \cdot 10^8$	$1.56 \cdot 10^8$	7	$8.2 \cdot 10^4$
Ag	$5.76 \cdot 10^{22}$	$1.19 \cdot 10^8$	$1.38 \cdot 10^8$	5.5	$6.4 \cdot 10^4$
Au	$5.9 \cdot 10^{22}$	$1.2 \cdot 10^8$	$1.39 \cdot 10^8$	5.5	$6.4 \cdot 10^4$

TAB. 5.1 – N/V , k_F , v_F , E_F et T_F pour quelques métaux

5.3.2 Densité d'états $D(E)$

La densité d'états $D(E)$ est le nombre d'états par unité d'énergie.

$$\begin{aligned}
 D(E)dE &= 2 \frac{\text{Volume entre } E \text{ et } E + dE}{\text{Volume par état}} \\
 &= 2 \frac{\text{Volume entre } E \text{ et } E + dE}{(2\pi)^3/V}
 \end{aligned}$$

Le facteur 2 provient des deux états de spin. Le numérateur vaut

$$\int dS_E \frac{dE}{\|\nabla_k E\|}$$

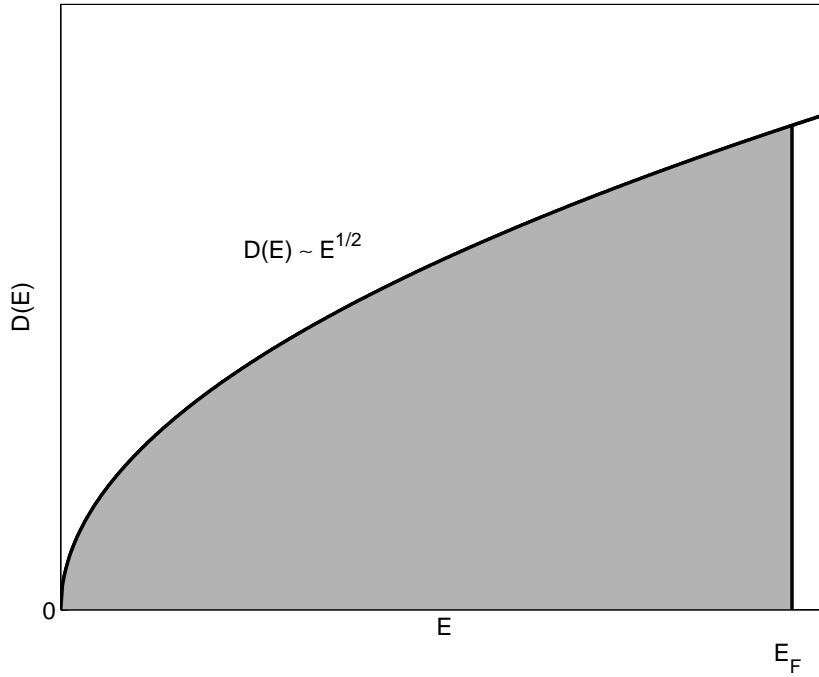
avec dS_E l'élément de surface correspondant au volume relatif à l'énergie E . Et donc

$$D(E)dE = \frac{2V}{(2\pi)^3} dE \int \frac{dS_E}{\|\nabla_k E\|}$$

$$D(E) = \frac{2V}{(2\pi)^3} \int \frac{dS_E}{\|\nabla_k E\|}$$

$$D(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2}$$

A trois dimensions, $D(E)$ est proportionnel à \sqrt{E} (voir figure 5.2).

FIG. 5.2 – A $T = 0$ K, tous les états jusqu'à E_F sont remplis.

5.4 Température non nulle

5.4.1 Notion de température

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré l'état fondamental du système de N électrons de valence. Nous avons rempli les niveaux d'énergie depuis le niveau le plus bas jusqu'au niveau de Fermi. Du point de vue de la mécanique statistique, cet état est celui qui correspond à la température nulle.

Mais qu'entend-on par **température** ? C'est une notion liée à la distribution aléatoire des vitesses autour d'une vitesse moyenne.

Dans le cas de l'état fondamental, chaque paire d'électrons de spin $+1/2$ et $-1/2$ a l'énergie

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

et une vitesse

$$v = \frac{\hbar k}{m} = v_0$$

Sans agitation thermique, la distribution des vitesses est une distribution de Dirac, c'est-à-dire $\delta(v - v_0)$. Ceci correspond au graphique de droite de la figure 5.3.

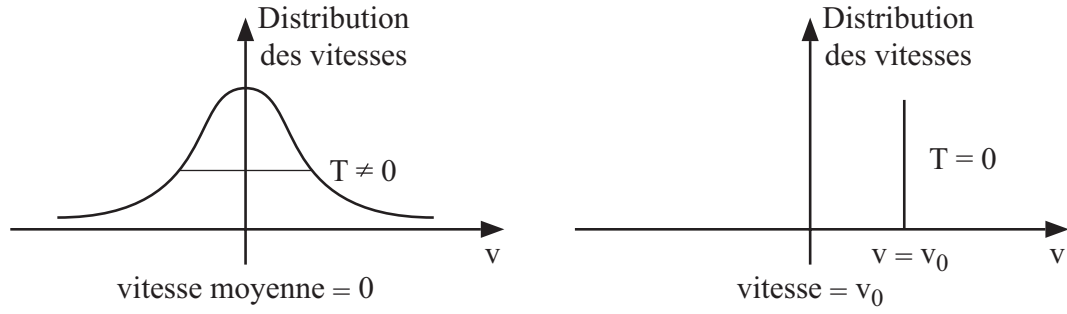


FIG. 5.3 – Distribution des vitesses

Si on introduit une température, l'énergie cinétique des électrons augmente. Certains états peuvent alors être occupés alors que d'autres seront dépeuplés.

Ce fait se passe autour de l'énergie de Fermi. Pourquoi? Comparons $k_B T$ (énergie thermique) à l'énergie de Fermi. Pour $T \sim 300$ K (température ambiante), $k_B T$ vaut environ 0.03 eV. L'énergie de Fermi est d'environ 5 eV. Donc

$$k_B T \ll E_F$$

Pour les états d'énergie qui ne sont pas proches de E_F , l'agitation thermique ne pourra pas les amener à peupler les états vides au delà de E_F . Seuls les états dans le voisinage de E_F ($|E - E_F| \sim k_B T$) peuvent être affectés (voir figure 5.4 pour le cas unidimensionnel).

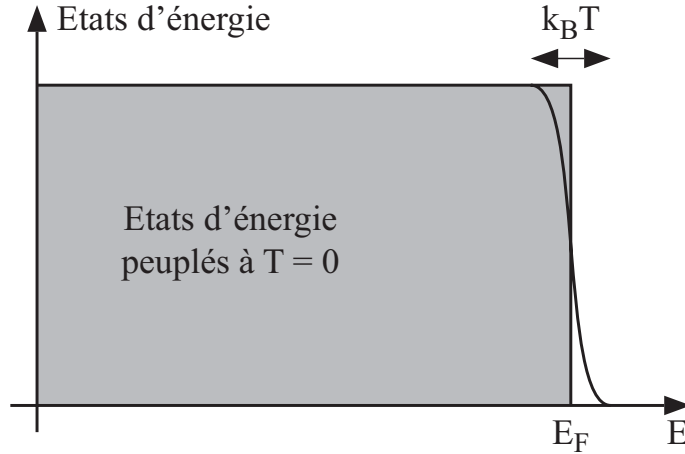


FIG. 5.4 – En gris : états peuplés à $T = 0$. La forme de la densité d'états change autour de E_F pour $T \neq 0$.

5.4.2 Distribution de Fermi-Dirac

A température nulle, tous les niveaux d'énergie jusqu'à l'énergie de Fermi sont occupés. Si maintenant la température n'est pas nulle, il nous faut introduire la notion de probabilité d'occupation d'un niveau d'énergie donné. Cette probabilité est donnée par la **fonction de distribution de Fermi-Dirac** :

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left\{\frac{E - \mu}{k_B T}\right\} + 1}$$

La quantité μ , appelée **potentiel chimique**, est fonction de la température. Pour les métaux à température ambiante, $\mu \approx E_F$. Si $T = 0$, μ est exactement égal à E_F et $f(E)$ vaut :

$$f(E, T = 0) = \begin{cases} 1, & E \leq E_F \\ 0, & E > E_F \end{cases}$$

Plus généralement, μ est choisi pour que le nombre total d'électrons soit égal à N .

5.4.3 Chaleur spécifique d'un ensemble d'électrons libres

La chaleur spécifique C est définie par

$$\begin{aligned} C &= \frac{\partial E}{\partial T} \\ &= \text{variation de l'énergie du système par rapport à la température} \end{aligned}$$

Nous avons noté la dérivée avec une dérivée partielle, car dans les systèmes, on peut garder des quantités du système constantes. Il nous faut donc calculer l'énergie E du système de N électrons.

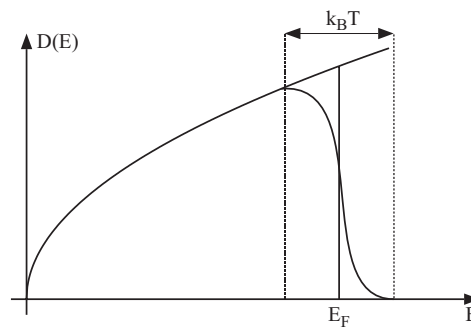


FIG. 5.5 – La forme de la $D(E)$ change autour de E_F pour $T \neq 0$ par rapport à $T = 0$.

Elle se compose de deux termes :

- la contribution pour $E > E_F$ pour amener les électrons à une énergie supérieure à E_F ,
- la contribution pour $E < E_F$ pour amener les électrons à E_F .

$$E = \int_{E_F}^E dE(E - E_F)f(E)D(E) + \int_0^{E_F} dE(E_F - E)(1 - f(E))D(E)$$

Le terme $(1 - f(E))$ dans la deuxième intégrale donne la probabilité qu'un électron ait été enlevé de l'état d'énergie $E < E_F$.

$$E = \int_0^\infty dE(E - E_F)f(E, T)D(E) + \int_0^{E_F} dE(E_F - E)D(E)$$

La chaleur spécifique est alors :

$$C = \frac{\partial E}{\partial T} = \int_0^\infty dE(E - E_F) \frac{\partial f(E, T)}{\partial T} D(E)$$

avec

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left\{\frac{E - E_F}{k_B T}\right\} + 1}$$

car $\mu \approx E_F$ pour les températures considérées.

$$D(E) = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} E^{1/2}$$

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{3\pi^2 N}{V}\right)^{2/3}$$

Comme nous l'avons remarqué, c'est autour de E_F que les effets dus à T sont importants. Il suffit alors de prendre

$$D(E) \approx D(E_F)$$

$$C \approx D(E_F) \int_0^\infty dE(E - E_F) \frac{\partial f}{\partial T}$$

Après quelques calculs (voir Kittel), on trouve :

$$C = \frac{\pi^2}{2} N k_B \frac{k_B T}{E_F}$$

En écrivant $E_F = k_B T_F$, on a :

$$C = \frac{\pi^2}{2} N k_B \frac{T}{T_F}$$

Il est plus commode d'exprimer la chaleur spécifique par mole. En supposant qu'il n'y a qu'un seul électron de conduction par atome,

$$\begin{aligned} C_{mole} &= \frac{\pi^2}{2} \frac{N_A k_B^2 T}{E_F} \\ &= \frac{\pi k_B^2 N_A m}{\hbar^2 (3\pi^2 N/V)^{2/3}} T \end{aligned}$$

où $N_A = 6.023 \cdot 10^{23}$ atomes/mole est le nombre d'Avogadro.

Résultats expérimentaux

La chaleur spécifique se compose de deux contributions :

- celle des électrons proportionnelle à T ,
- celle du réseau cristallin proportionnelle à T^3 .

$$C = \gamma T + AT^3$$

Un graphique de C/T en fonction de T^2 est donné dans la figure 5.6.

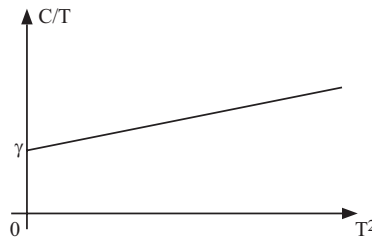


FIG. 5.6 – C/T en fonction de T^2

Par exemple, pour le cas du potassium pour T^2 jusqu'à 0.3 K^2 , c'est-à-dire $T = 0.5 \text{ K}$, nous avons (voir Kittel) :

$$\frac{C}{T} = 2.08 + 2.57T^2$$

où C est exprimé par mole. Notons deux faits :

- Remarquez le domaine de température des mesures : $T < 0.5 \text{ K}$, c'est-à-dire une valeur très proche du zéro absolu. Ce n'est que pour des très faibles températures que la chaleur spécifique des électrons est importante. Au delà, c'est la chaleur spécifique du réseau qui domine.
- L'accord entre la théorie et l'expérience n'est malheureusement pas bon :

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_{exp}}{\gamma_{th}} &= \frac{\gamma_{exp}}{\left(\frac{\pi k_B^2 N_A m}{\hbar^2 (3\pi^2 N/V)^{2/3}} \right)} = 1.25 \text{ (Na)} \\ &= 1.26 \text{ (Rb)} \\ &= 1.43 \text{ (Cs)} \end{aligned}$$

5.4.4 Conductibilité électrique

Considérons un métal décrit par un gaz d'électrons libres. A l'équilibre, les électrons remplissent la sphère de Fermi centrée en $\mathbf{k} = 0$.

Rappelons que l'impulsion \mathbf{p} de l'électron est liée à \mathbf{k} par $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$.

Mettons un champ électrique \mathbf{E} uniforme et statique dans le métal. Sous l'action de \mathbf{E} , les électrons ressentent la force $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$.

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \hbar \frac{d\mathbf{k}}{dt} = -e\mathbf{E} = \mathbf{F}$$

Après un temps δt , le centre de la sphère de Fermi est déplacé de $\delta\mathbf{k}$.

$$\delta\mathbf{k} = \frac{\mathbf{F}\delta t}{\hbar}$$

Bien que les collisions des électrons dans le métal soient rares, elles existent. En moyenne, les électrons font une collision toutes les τ secondes (τ est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-14}$ s pour du Cu à température ambiante). Donc, après ce temps τ , $\delta\mathbf{k}$ vaut :

$$\delta\mathbf{k} = \frac{\mathbf{F}\tau}{\hbar}$$

A l'état stationnaire, la sphère de Fermi est déplacée de $\delta\mathbf{k} = \mathbf{F}\tau/\hbar$ (figure 5.7).

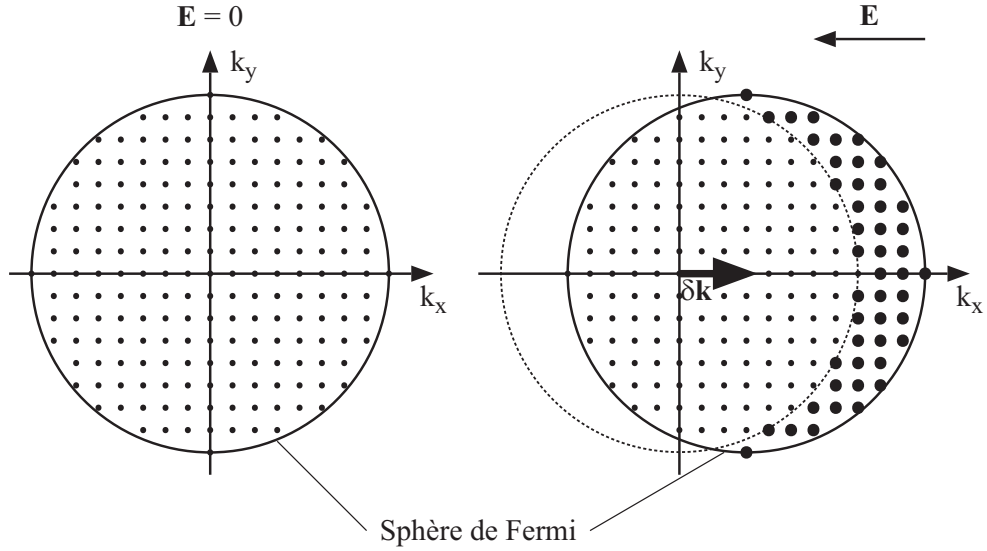


FIG. 5.7 – La sphère de Fermi déplacée de $\delta\mathbf{k}$ sous l'action de \mathbf{E} englobe de nouveaux états, marqués par un point plus grand.

Les électrons ont acquis une vitesse supplémentaire $\delta \mathbf{v}$:

$$\delta \mathbf{v} = \frac{\hbar \delta \mathbf{k}}{m} = \frac{\mathbf{F} \tau}{m} = -\frac{e \mathbf{E} \tau}{m}$$

Si on a une densité $n = N/V$ d'électrons de conduction par unité de volume, nous avons alors une densité de courant \mathbf{j} :

$$\mathbf{j} = -ne\delta \mathbf{v} = \frac{ne^2\tau}{m} \mathbf{E}$$

On définit la conductibilité électrique σ par

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

Donc

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

5.5 Théorie des bandes

Jusqu'à maintenant, nous avons supposé que les électrons de valence ne ressentent aucun potentiel dû au réseau des ions. Dans la réalité, il existe un potentiel autour des ions, comme le montre la figure 5.8 pour le cas unidimensionnel.

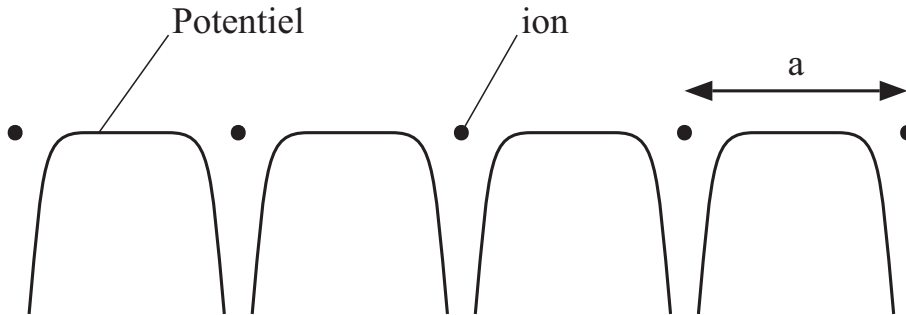


FIG. 5.8 – Potentiel périodique créé par les ions

Les électrons ressentent ainsi un potentiel périodique, de période égale à la maille. Le résultat de leur interaction avec ce potentiel périodique est **l'apparition de bandes d'énergie**, représentées dans la figure 5.9.

Cette section nous permettra de comprendre pourquoi il existe de telles bandes permises (où nous trouvons des électrons) et interdites (où il n'y a pas d'électrons).

Pour simplifier les calculs, nous considérons le cas unidimensionnel.

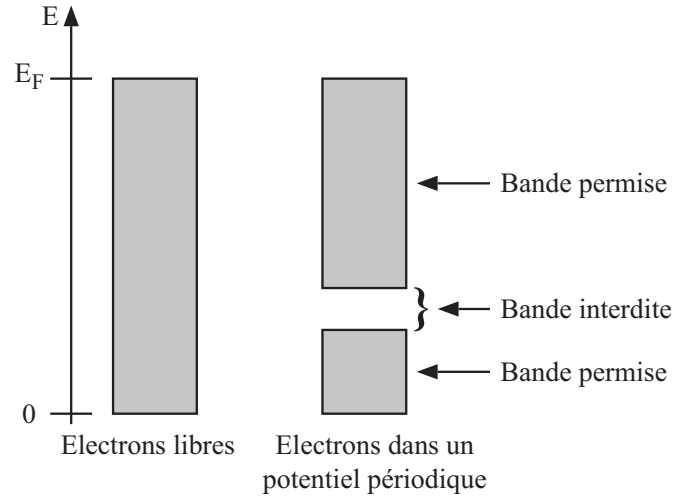


FIG. 5.9 – Bandes d'énergie des électrons dans un potentiel périodique

Rappel

Soit un réseau à une dimension, de période a . C'est le réseau direct.

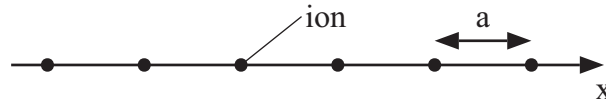


FIG. 5.10 – Réseau direct

Nous définissons le réseau réciproque (pour le vecteur d'onde k).

Le vecteur unitaire dans l'espace réciproque est $G_1 = 2\pi/a$. La zone $[-G_1/2, G_1/2]$ est appelée **première zone de Brillouin**. Sur la figure 5.11, nous avons également dessiné l'énergie des électrons libres, proportionnelle à $\hbar^2 k^2 / 2m$.

Dans le réseau direct, les ions sont repérés par

$$x = na, \quad n \text{ entier positif ou négatif}$$

Dans le réseau réciproque, les points du réseau sont :

$$G = mG_1, \quad m \text{ entier positif ou négatif}$$

$$G_1 = \frac{2\pi}{a}$$

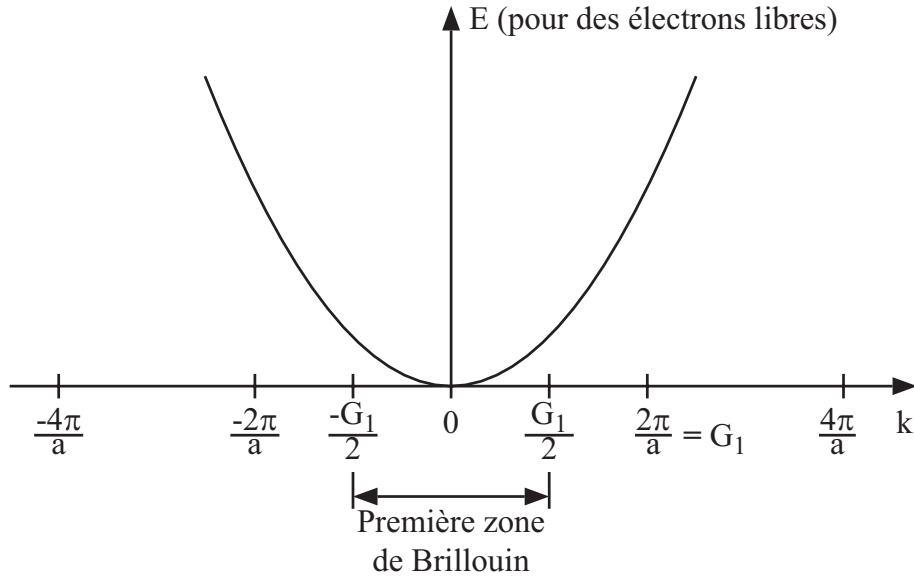


FIG. 5.11 – Energie dans l'espace réciproque, et première zone de Brillouin

5.5.1 Equation de Schrödinger

Nous considérons maintenant que les électrons ressentent l'effet d'un potentiel périodique $V(x)$. L'équation de Schrödinger est

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right] \Psi(x) = E \Psi(x)$$

avec $V(x+a) = V(x)$.

Nous avons la décomposition

$$V(x) = \sum_G \tilde{V}(G) \exp\{iGx\}$$

avec G défini précédemment. En effet,

$$V(x+a) = \sum_G \tilde{V}(G) \exp\{iG(x+a)\} = \sum_G \tilde{V}(G) \exp\{iGx\} = V(x)$$

L'équation de Schrödinger se ramène à

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \sum_G \tilde{V}(G) \exp\{iGx\} \Psi = E \Psi$$

Nous développons maintenant $\Psi(x)$ en série de Fourier :

$$\Psi(x) = \sum_K \tilde{\Psi}(K) \exp\{iKx\}$$

Notons que nous n'avons pas imposé, pour $\Psi(x)$, la périodicité sur x . Transformons maintenant l'équation de Schrödinger :

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} = \frac{\hbar^2}{2m} \sum_K K^2 \tilde{\Psi}(K) \exp\{iKx\}$$

$$V(x)\Psi(x) = \sum_{K'} \sum_G \tilde{V}(G) \tilde{\Psi}(K') \exp\{i(G + K')x\}$$

Posons $K = K' + G$. La dernière expression devient

$$\sum_K \sum_G \tilde{V}(G) \tilde{\Psi}(K - G) \exp\{iKx\}$$

L'équation de Schrödinger devient

$$\sum_K \left(\frac{\hbar^2}{2m} K^2 \tilde{\Psi}(K) + \sum_G \tilde{V}(G) \tilde{\Psi}(K - G) \right) \exp\{iKx\} = E \sum_K \tilde{\Psi}(K) \exp\{iKx\}$$

Cette équation est valable quel que soit K . Donc :

$$\left(\frac{\hbar^2 K^2}{2m} - E \right) \tilde{\Psi}(K) + \sum_G \tilde{V}(G) \tilde{\Psi}(K - G) = 0$$

C'est, en fait, un ensemble infini d'équations algébriques couplées qui remplacent l'équation différentielle de Schrödinger. En pratique, on peut approximer ce système infini en ne gardant qu'un nombre fini de termes (2 termes!).

5.5.2 Comportement aux bornes de la première zone de Brillouin

Les bornes de la première zone de Brillouin sont définies par

$$|K| = \frac{\pi}{a} = \frac{G_1}{2}$$

ou

$$(K - G_1)^2 = K^2$$

et

$$\frac{\hbar^2}{2m}K^2 = \frac{\hbar^2}{2m}(K - G_1)^2$$

Dans le système d'équations précédent, **nous ne garderons que deux termes**, ceux selon $\tilde{\Psi}(K)$ et $\tilde{\Psi}(K - G_1)$.

$$\begin{cases} \left(\frac{\hbar^2}{2m}K^2 - E \right) \tilde{\Psi}(K) + \tilde{V}(G_1)\tilde{\Psi}(K - G_1) = 0 \\ \left(\frac{\hbar^2}{2m}(K - G_1)^2 - E \right) \tilde{\Psi}(K - G_1) + \tilde{V}(-G_1)\tilde{\Psi}(K) = 0 \end{cases}$$

Nous supposons que V est une fonction paire, de sorte que

$$\tilde{V}(G_1) = \tilde{V}(-G_1) = \tilde{V}_1$$

Posons

$$\frac{\hbar^2}{2m}K^2 = E_K \quad \text{et} \quad \frac{\hbar^2}{2m}(K - G_1)^2 = E_{K-G_1}$$

Donc

$$\begin{cases} (E_K - E) \tilde{\Psi}(K) + \tilde{V}_1 \tilde{\Psi}(K - G_1) = 0 \\ (E_{K-G_1} - E) \tilde{\Psi}(K - G_1) + \tilde{V}_1 \tilde{\Psi}(K) = 0 \end{cases}$$

C'est un système de deux équations linéaires homogènes pour $\tilde{\Psi}(K)$ et $\tilde{\Psi}(K - G_1)$. Pour éviter la solution triviale $\tilde{\Psi}(K) = 0$ et $\tilde{\Psi}(K - G_1) = 0$, il faut que le déterminant des coefficients soit nul.

$$\begin{vmatrix} E_K - E & \tilde{V}_1 \\ \tilde{V}_1 & E_{K-G_1} - E \end{vmatrix} = 0$$

$$E^2 - E(E_K + E_{K-G_1}) + E_K E_{K-G_1} - \tilde{V}_1^2 = 0$$

Soit

$$E = \frac{1}{2}(E_K + E_{K-G_1}) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(E_{K-G_1} - E_K)^2 + \tilde{V}_1^2}$$

Pour $K = G_1/2$, nous avons vu que $E_K = E_{K-G_1} = E_1$, et les deux racines sont :

$$E_+ = E_1 + \tilde{V}_1$$

$$E_- = E_1 - \tilde{V}_1$$

A la limite de la première zone de Brillouin, les deux racines sont séparées par une bande de largeur $2\tilde{V}_1$.

La figure 5.12 donne E pour $K \in [0, \pi/a]$. La bande autorisée 1 est séparée de la bande autorisée 2 par une bande interdite de largeur $2\tilde{V}_1$. La bande autorisée existe jusqu'à $K = G_1$, où nous allons de nouveau rencontrer une bande interdite.

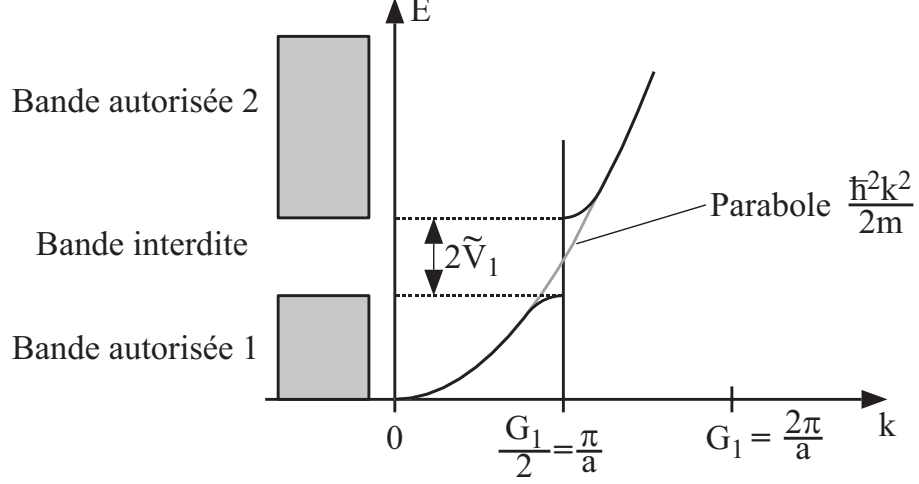


FIG. 5.12 – Variation de E pour K allant de 0 à π/a .

5.5.3 Fonction d'onde à la limite de la première zone de Brillouin

Pour $E = E_1 + \tilde{V}_1$, nous avons :

$$\tilde{\Psi}(K) = \tilde{\Psi}(K - G_1) = \tilde{\Psi}(-K) \quad \text{car } K = \frac{1}{2}G_1$$

Pour $E = E_1 - \tilde{V}_1$, nous avons :

$$\tilde{\Psi}(K) = -\tilde{\Psi}(-K)$$

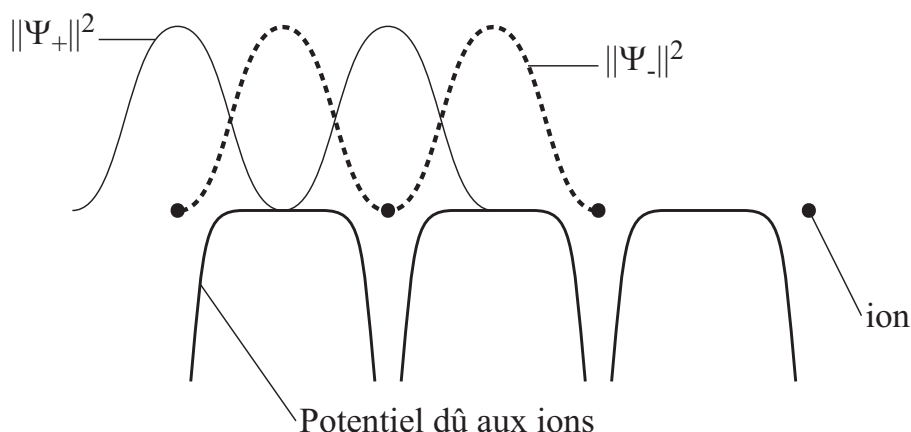
La fonction d'onde est donc respectivement

$$\Psi_+(x) \propto \left(\exp \left\{ \frac{iG_1x}{2} \right\} + \exp \left\{ \frac{-iG_1x}{2} \right\} \right)$$

et

$$\Psi_-(x) \propto \left(\exp \left\{ \frac{iG_1x}{2} \right\} - \exp \left\{ \frac{-iG_1x}{2} \right\} \right)$$

Les fonctions d'onde sont des ondes stationnaires en $\cos(G_1x/2)$ ou $\sin(G_1x/2)$.

FIG. 5.13 – Fonctions d'onde Ψ_+ et Ψ_-

Sur la figure 5.13, nous représentons le réseau avec les ions et le potentiel dû aux ions ($\tilde{V}_1 < 0$). La fonction d'onde Ψ_+ correspond à une situation où les électrons ont une probabilité plus grande de se mettre aux nœuds du réseau, et diminue ainsi l'énergie potentielle du système. Le raisonnement est inverse pour Ψ_- .

5.5.4 Nombre d'état

Soit un cristal ayant N cellules primitives. Sa longueur est $L = Na$. Les vecteurs d'onde K permis sont :

$$K = 0, \pm \frac{2\pi}{L}, \pm \frac{4\pi}{L}, \dots, \frac{N\pi}{L} = \frac{\pi}{a}$$

Le vecteur $K = -\pi/a$ est identique à celui de π/a .

Il y a donc N états d'énergie par bande. Ce nombre devient $2N$ en tenant compte des spins.

Si le cristal a un atome par cellule primitive et que cet atome a un seul électron de valence, alors la bande est à moitié pleine. Si l'atome a deux électrons de valence, la bande est complètement remplie. Il en est de même si la cellule primitive possède deux atomes ayant chacun un seul électron de valence.

5.5.5 Bandes et niveaux d'énergie des atomes

Considérons un système de N atomes séparés (c'est-à-dire dont les distances respectives sont grandes). Chaque atome possède des niveaux d'énergie déterminés par la résolution de l'équation de Schrödinger. Les atomes étant séparés, ces niveaux d'énergie sont identiques pour les N atomes : on dit que ces niveaux d'énergie sont **N fois dégénérés**.

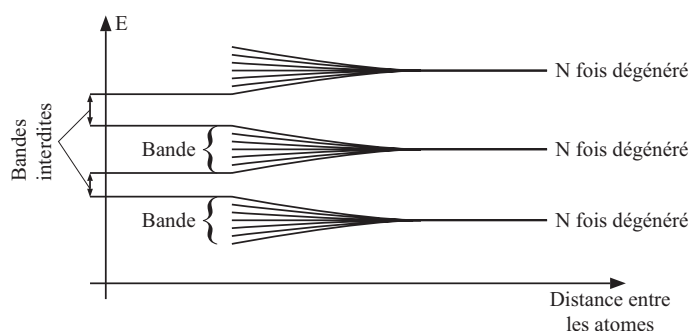


FIG. 5.14 – Niveaux dégénérés

Nous voyons ainsi qu'il y a une bande de N états correspondant à chaque niveau d'énergie atomique. On peut donc appeler les bandes par le nom de l'état atomique, par exemple la bande $3s$, la bande $3p$, etc.

5.6 Propriétés électriques des corps

Lorsque l'on applique une différence de potentiel électrique entre deux points d'un corps, un courant électrique peut circuler entre ces points. On distingue :

- les **conducteurs électriques**. Ces corps peuvent porter un courant électrique appréciable. La résistivité électrique augmente avec la température du corps.
- les **semi-conducteurs**. La résistivité électrique des semi-conducteurs est plus élevée que celle des conducteurs. Elle diminue lorsque la température augmente (contrairement à celle des conducteurs).
- les **isolants**, qui ne conduisent pas d'électricité.

Bien que nous ne discutons pas de la supraconductivité, nous donnons ici les propriétés des **supraconducteurs** :

- Au dessous d'une certaine température (appelée température critique T_c), la résistivité électrique du supraconducteur tombe à 0 (figure 5.15). C'est effectivement la valeur 0 et non une approximation.

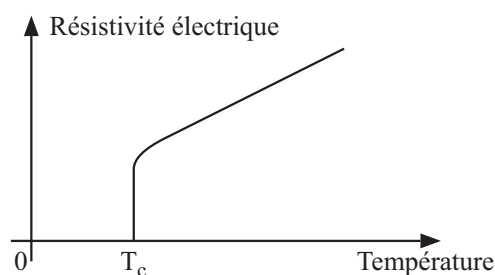


FIG. 5.15 – Résistivité d'un supraconducteur

- Les supraconducteurs exhibent l'effet Meissner. Considérons un supraconducteur immergé dans un champ magnétique à une température $T > T_c$. Le champ magnétique pénètre le corps. Lorsque l'on refroidit le supraconducteur en dessous de T_c , le champ magnétique est expulsé du supraconducteur (figure 5.16).

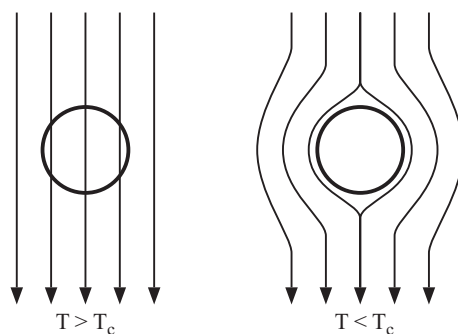


FIG. 5.16 – Effet Meissner

La question que nous posons est la suivante : pouvons-nous expliquer les propriétés des conducteurs, des semi-conducteurs et des isolants à partir de la théorie des bandes que nous venons de développer ?

Rappelons les points essentiels de la théorie :

- Les électrons sont distribués en bandes d'énergie permises séparées par des bandes interdites.
- En prenant tous les électrons disponibles, on peut remplir ces bandes jusqu'à une énergie maximale appelée énergie de Fermi.

Schématiquement, nous avons deux cas, présentés dans la figure 5.17 :

- l'énergie de Fermi est au sommet d'une bande d'énergie permise : cas (a),
- l'énergie de Fermi est à l'intérieur d'une bande d'énergie permise : cas (b).

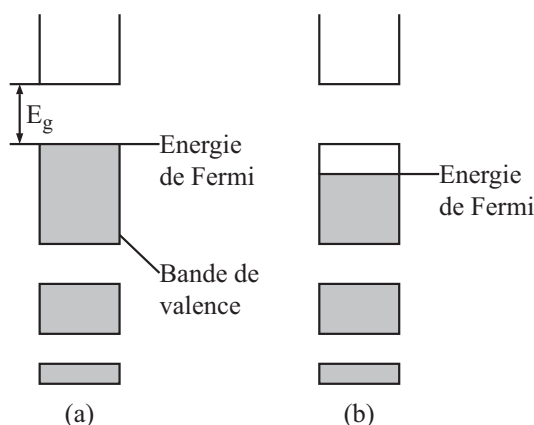


FIG. 5.17 – Energie de Fermi : deux cas possibles

Le cas (a) peut se subdiviser en deux cas, selon la largeur de la bande interdite E_g : E_g grande ou E_g faible. Nous précisons plus tard ce que signifie "grande" ou "faible".

Que se passe-t-il lorsque l'on essaie de faire passer un courant électrique ? L'énergie cinétique d'un électron quelconque doit augmenter. Pour ce faire, il doit se mettre dans un état d'énergie plus élevé et vacant dans la bande (naturellement, nous supposons que le champ électrique ne modifie pas la structure de bandes que nous avons calculée sans tenir compte de sa présence).

5.6.1 Isolant

Considérons le cas (a) de la figure 5.17 : l'énergie de Fermi se trouve au sommet d'une bande autorisée. Comme il ne reste plus aucun état d'énergie vacant dans la bande, le corps ne peut pas conduire l'électricité et est donc un isolant.

La question que vous posez immédiatement est la suivante : l'agitation thermique peut-elle amener un électron dans la bande d'énergie supérieure, qui, elle, est vide ? Ceci nous amène à comparer E_g (exprimée en eV) à $k_B T$ (énergie thermique, aussi exprimée en eV).

Pour un bon isolant, E_g est de l'ordre de 5 eV (5.5 eV pour le diamant). 1 eV correspond à une température de l'ordre de 10^4 K. L'énergie E_g excède de plus de 500 fois l'énergie thermique d'un électron : la probabilité de faire passer un électron à la bande supérieure est donc négligeable.

5.6.2 Conducteur

Considérons le cas (b) de la figure 5.17, où le niveau d'énergie de Fermi se trouve au milieu d'une bande. Dans cette situation, lorsque l'on applique un potentiel, un courant peut circuler, car il existe de nombreux niveaux d'énergie vacants où les électrons peuvent se placer.

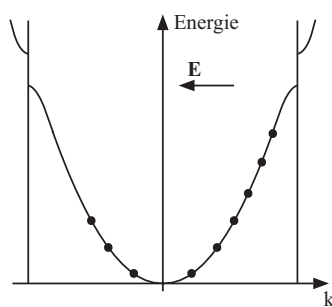
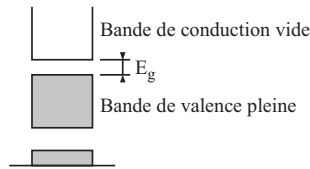


FIG. 5.18 – Sous l'action du champ \mathbf{E} (dirigé de droite à gauche), il y a des états excités pour $\mathbf{k} > 0$.

5.7 Semi-conducteur

5.7.1 Semi-conducteur intrinsèque

Reprenons le cas (a) de la figure 5.17, mais avec une faible valeur de E_g . Pour le Si, E_g vaut 1.1 eV (à comparer avec $E_g = 5.5$ eV pour le diamant).



Comme E_g n'est que de l'ordre de 100 fois l'énergie thermique $k_B T$, il y a une possibilité réelle pour que des électrons passent de la bande de valence à la bande de conduction. Le tableau 5.2 donne la valeur de E_g pour quelques matériaux. Ce processus, où les électrons sont transférés dans la bande de conduction, donne lieu à des semi-conducteurs intrinsèques.

Matériau	Si	Ge	InAs	InSb
E_g [eV]	1.14	0.67	0.33	0.23

TAB. 5.2 – E_g pour quelques matériaux

Mise en évidence de l'énergie de la bande interdite

Notons que, dans la bande de longueur d'onde visible ($\lambda = 400 - 700$ nm), l'énergie d'un photon varie entre 3.2 et 1.8 eV. Ceci correspond à la valeur E_g de la bande interdite. Il est donc possible de déplacer les électrons de la bande de valence à la bande de conduction par absorption d'un photon.

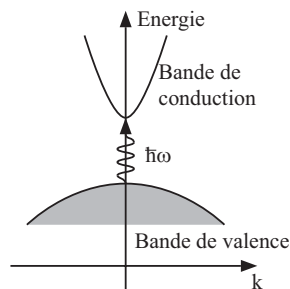


FIG. 5.19 – Absorption d'un photon, $k_{\text{photon}} \sim 0$

Porteurs de charges dans un semi-conducteur intrinsèque

Lorsqu'un électron passe de la bande de valence à la bande de conduction, il laisse, dans la bande de valence, un "trou", qui correspond à une charge $+e$. Le courant dans un semi-conducteur est porté par

- les électrons dans la bande de conduction,
- les trous dans la bande de valence.

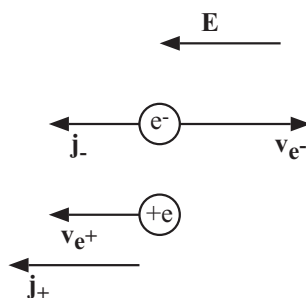


FIG. 5.20 – Courants \mathbf{j}_- et \mathbf{j}_+ dus aux électrons et aux trous

$$\mathbf{j}_- = -n_{e-} e \mathbf{v}_{e-}$$

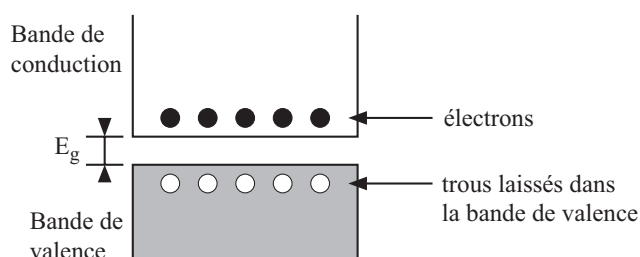
$$\mathbf{j}_+ = n_{e+} e \mathbf{v}_{e+}$$

Et donc \mathbf{j}_+ et \mathbf{j}_- ont la même direction. $\mathbf{j}_{tot} = \mathbf{j}_+ + \mathbf{j}_-$.

Comment comprenons-nous ceci dans la théorie des bandes ? Pour les électrons, la situation est simple. Dans la bande de conduction, le petit nombre d'électrons qui y sont ne remplit pas la bande. Il y a donc la possibilité d'avoir une conduction électrique.

Qu'en est-il des trous dans la bande de valence ? On peut considérer que pour les trous, la bande de valence est occupée par les trous seulement, sans les électrons. Ceci permet aux trous de porter le courant. En résumé, dans les semi-conducteurs intrinsèques, la conduction électrique est causée **par les électrons et les trous**.

Etudions la situation un peu plus en détail. Sous l'effet de la température, un petit nombre d'électrons ont passé de la bande de valence à la bande de conduction.



Avant de pousser plus loin l'analyse, on possède l'explication de deux observations :

- La résistivité des semi-conducteurs qui est plus grande que celle des conducteurs. En effet, il y a peu de charges disponibles pour le transport du courant : seules les charges qui ont été transférées dans la bande de conduction transportent le courant. Le nombre de charges dans un semi-conducteur intrinsèque est de 10^{16} m^{-3} , à comparer à 10^{29} m^{-3} dans un métal.
- la diminution de la résistivité avec l'accroissement de la température (à la différence des conducteurs). A $T = 0 \text{ K}$, aucun électron ne passe de la bande de valence à la bande de conduction. Le semi-conducteur est isolant. Plus la température augmente, plus le nombre d'électrons passant de la bande de valence à la bande de conduction augmente : ce fait diminue la résistivité.

5.7.2 Semi-conducteur dopé de type n

Nous avons mentionné que la densité de charge d'un semi-conducteur intrinsèque est assez faible (10^{16} m^{-3}) par rapport à celle d'un conducteur ($9 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$). On peut y remédier en dopant le semi-conducteur intrinsèque, c'est-à-dire en remplaçant environ un atome sur 10^7 par un autre.

Considérons, pour fixer les idées, du Si. Le Si a la structure $1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^2$. La couche de valence a donc 4 électrons. Schématiquement, nous avons la situation suivante :

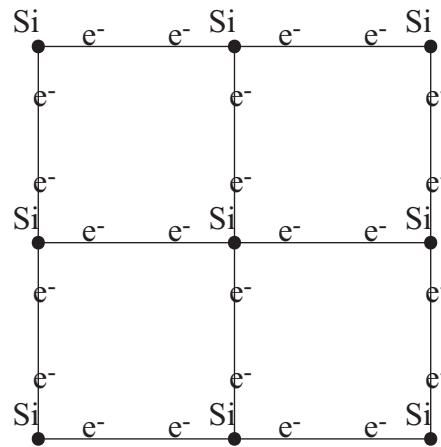


FIG. 5.21 – Structure du Si

Chaque atome de Si partage un des électrons de valence avec ses 4 plus proches voisins, formant un lien covalent de deux électrons. Remplaçons un des atomes de Si par du phosphore P. Le phosphore a une valence de 5. Quatre des électrons de valence du P jouent le même rôle que les 4 électrons de valence du Si. Le 5^e est faiblement lié au P. La structure de bande est celle de la figure 5.22.

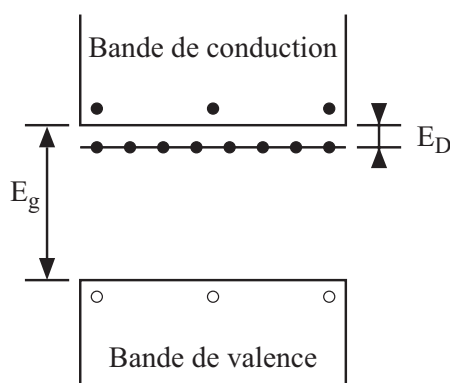
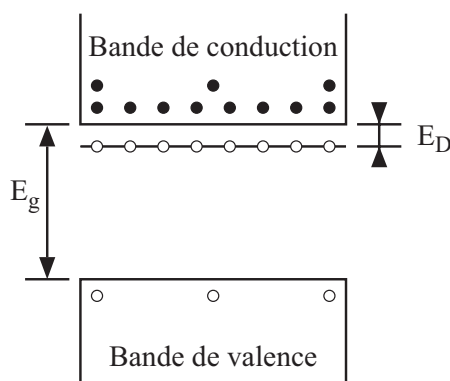


FIG. 5.22 – Structure de bande du Si dopé au P

Le niveau d'énergie E_D du 5^e électron du P est très proche du bas du niveau de la bande de conduction, et $E_D \ll E_g$. E_D est de l'ordre de 0.05 eV, et est donc comparable à l'énergie thermique à température ambiante. Les électrons du P peuvent donc être excités thermiquement dans la bande de conduction. On a donc beaucoup plus d'électrons dans la bande de conduction :



Un atome comme le P est appelé **donneur**, car il donne un électron au semi-conducteur. Le semi-conducteur ainsi dopé est appelé **semi-conducteur de type n** (n pour négatif). Dans un semi-conducteur de type n, **les porteurs de charge majoritaires sont des électrons** (apportés par le donneur), et **les porteurs de charge minoritaires sont les trous**. Le semi-conducteur dopé est bien sûr neutre.

5.7.3 Semi-conducteur dopé de type p

Remplaçons maintenant un atome de Si par un atome d'Al, dont la valence n'est que de 3. Il manque donc un électron pour former les 4 liaisons de valence. Un électron d'une

liaison Si-Si voisine se libère pour combler le trou dans la liaison Al-Si. Mais maintenant, il s'est formé un trou dans la liaison Si-Si, trou comblé par un électron d'une seconde liaison Si-Si. Il se forme ainsi une migration des trous. Les niveaux d'énergie sont alors :

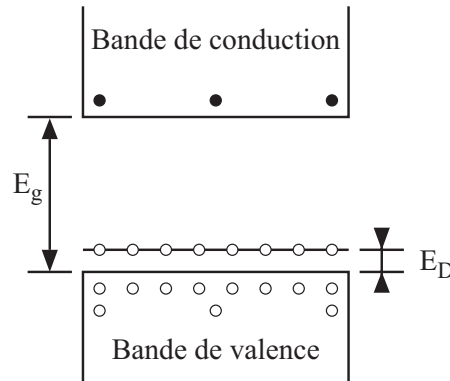


FIG. 5.23 – Structure de bande du Si dopé à l'Al

La valeur de E_D est à nouveau relativement faible (~ 0.067 eV) comparée à E_g (~ 1.2 eV), ce qui permet aux électrons des liaisons Si-Si de combler le trou de la liaison Si-Al et de laisser un trou dans la bande de valence.

L'Al est appelé **receveur**, car il reçoit un électron. Les semi-conducteurs ainsi dopés sont appelés **semi-conducteurs de type p**, car les porteurs de charges majoritaires sont des trous.

5.7.4 La jonction p-n

Mettons côte à côte deux semi-conducteurs dopés, un de type n et l'autre de type p :



Il faut discuter du mouvement des porteurs de charge majoritaires (les électrons, respectivement les trous, dans le semi-conducteur de type n, respectivement de type p), et des porteurs de charge minoritaires (les trous, respectivement les électrons, dans les semi-conducteurs de type n, respectivement de type p).

Mouvement des charges majoritaires

Les électrons de la région n vont diffuser à travers la surface de séparation vers la région p qui possède moins de charges négatives. Inversement, les trous de la région p diffusent

vers la région n qui possède moins de charges positives. Il se crée ainsi un **courant de diffusion I_{diff} dirigé (conventionnellement) de la région p vers la région n.**

Les électrons de la région n, lorsqu'ils arrivent dans la région p, se combinent avec les atomes receveurs (Al dans notre cas) qui manquent chacun d'un électron. Cette zone (à l'origine neutre) devient maintenant négative, car elle a une charge d'espace négative. De même, les trous migrant vers la région n créent une charge d'espace positive rendant la zone positive (figure 5.24).

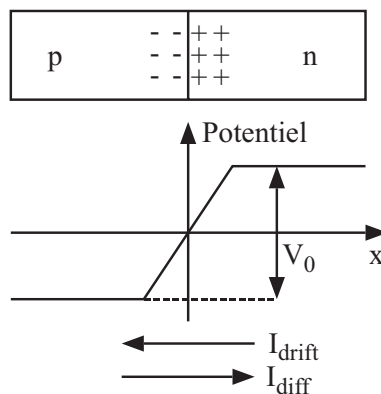


FIG. 5.24 – Jonction p-n : potentiel

Il se crée donc, autour de la jonction, une zone appelée **zone de déplétion**. Cette zone est appelée ainsi car elle ne possède pas de charge libre : les trous de la région p sont compensés par les électrons venant de la région n, et inversement. Dans cette zone, à cause de la charge d'espace, il existe un potentiel $V_0/2$ négatif dans la région p et positif dans la région n.

Mouvement des charges minoritaires

Rappelons que dans un semi-conducteur de type n (respectivement de type p) les charges minoritaires sont des trous (respectivement des électrons). Les trous de la région n voient un potentiel négatif dans la zone de déplétion. Pour les électrons de la région p, la zone de déplétion apparaît également comme un potentiel attractif. Les deux porteurs minoritaires sont donc accélérés et créent ainsi un **courant I_{drift} dirigé (conventionnellement) de la région n vers la région p.**

A l'équilibre, nous avons

$$I_{diff} = I_{drift}$$

de sorte que le courant total est nul.

5.7.5 La diode p-n

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré deux semi-conducteurs p et n mis côte à côte. Connectons ce système à une alimentation. On a deux montages possibles (figure 5.25).

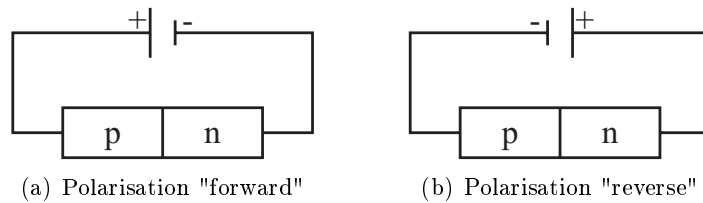


FIG. 5.25 – Polarisations possibles avec une jonction p-n connectée à une alimentation

a) Polarisation "forward"

Faisons le montage de la figure 5.26 pour mesurer le courant I en fonction de la tension V aux bornes de l'alimentation.

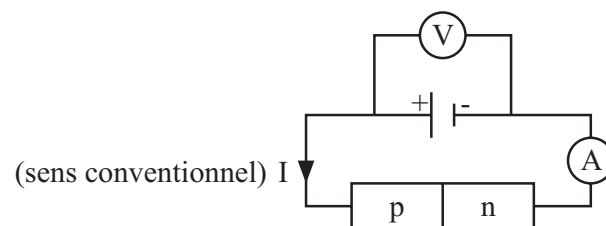


FIG. 5.26 – Montage en polarisation "forward"

La caractéristique $I = I(V)$, appelée caractéristique I-V, a l'allure suivante :

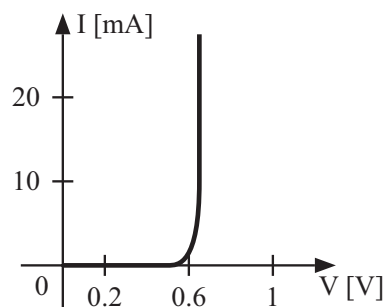


FIG. 5.27 – Caractéristique I-V

Au-delà d'une certaine tension (0.3 V pour le Ge, 0.6 V pour le Si), le courant circule.

Rappelons qu'avant l'application de la tension, il existait une tension négative du côté p de la zone de déplétion et positive du côté n. Avec une polarisation "forward", le côté p (respectivement n) devient plus positif (respectivement négatif) : la valeur de la différence de potentiel V_0 à travers la zone de déplétion diminue. Si V_0 est plus faible, les charges des deux côtés de la jonction peuvent diffuser plus facilement et donnent lieu à une augmentation du courant de diffusion I_{diff} .

Le courant de dérive I_{drift} n'est pas changé par la diminution de V_0 . En effet, les charges contribuant à I_{drift} sont accélérées par le potentiel dans la zone de déplétion et le courant n'est donc pas affecté par la profondeur du trou de potentiel.

Remarque : Ne tombez pas dans l'erreur de dire : "les charges sont accélérées par le potentiel, donc la vitesse augmente et le courant, qui est proportionnel à v , doit augmenter". N'oubliez pas que dans un écoulement, vous avez l'équation de continuité

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$$

A une dimension et à l'état stationnaire, $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ et l'équation de continuité se réduit à

$$\frac{dj}{dz} = 0 \Leftrightarrow j = cte \Rightarrow I = cte$$

Revenons à la polarisation "forward". Nous avons donc la situation suivante :

- Potentiel appliqué = 0 V

$$\begin{array}{c} \longleftarrow I_{drift} \\ \longrightarrow I_{diff} \\ I = I_{drift} + I_{diff} = 0 \end{array}$$

- Potentiel appliqué $\gtrsim 0.5$ V

$$\begin{array}{c} \longleftarrow I_{drift} \\ \longrightarrow I_{diff} \\ \longrightarrow I \\ I = I_{drift} + I_{diff} \neq 0 \end{array}$$

Le courant total $I = I_{drift} + I_{diff}$ est maintenant non nul et important.

b) Polarisation "reverse"

Dans cette situation, le potentiel V_0 est augmenté. Le courant de diffusion I_{diff} est baissé et le courant de dérive I_{drift} reste inchangé. Il reste alors un petit courant inverse (de l'ordre de quelques μA pour du Ge et du pA pour du Si).

5.8 Composants à semi-conducteurs

5.8.1 Diode

Un ensemble (p-n) ainsi décrit est appelé **diode** et est symbolisé par $\rightarrow|$ avec la flèche indiquant le sens du courant conventionnel.

Exemple de calcul de circuit avec une diode

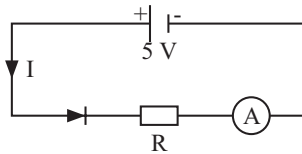


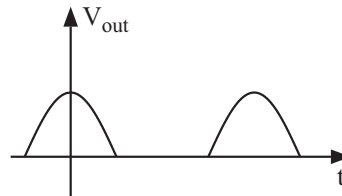
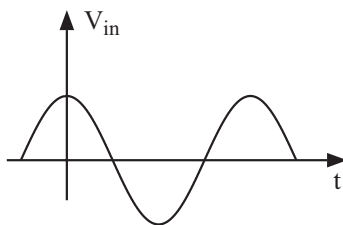
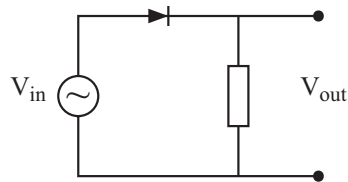
FIG. 5.28 – Circuit avec une diode

L'alimentation est de 5 V et le courant I est de 10 mA, mesuré par l'ampèremètre. La caractéristique I-V de la diode est celle du cas a), en particulier la tension est de 0.65 V à 10 mA. La valeur de la résistance R est donc :

$$RI = 5 \text{ V} - 0.65 \text{ V} = 4.35 \text{ V}$$

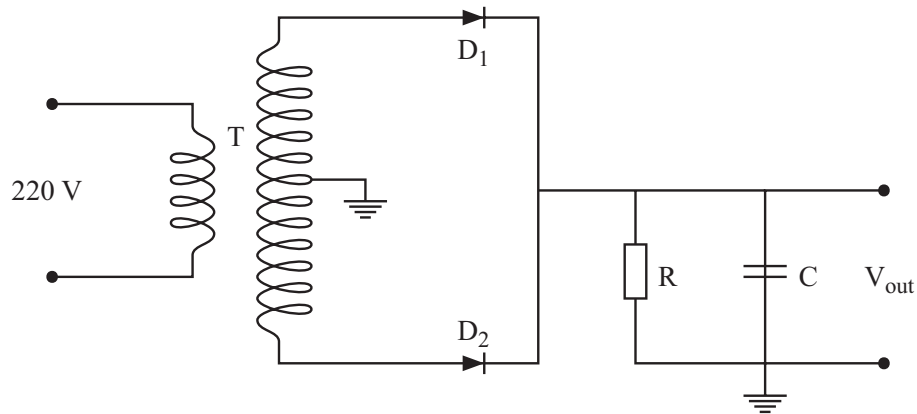
$$R = \frac{4.35 \text{ V}}{10^{-2} \text{ A}} = 435 \text{ } \Omega$$

Diode en tant que circuit redresseur

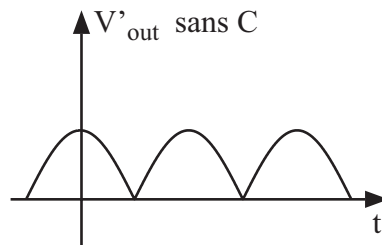


Lorsque V_{in} est positif, la diode conduit et V_{out} reproduit la forme de V_{in} . Lorsque V_{in} est négatif, la diode est bloquée et V_{out} est nul. Nous avons V_{out} durant une demi-alternance seulement.

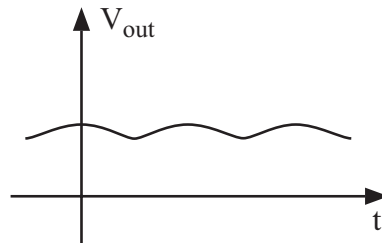
Dans les chargeurs de vos téléphones mobiles ou de vos ordinateurs, le circuit redresseur est le suivant :



Le transformateur T baisse la tension de 220 V à la valeur d'environ une dizaine de volts nécessaire pour charger votre accumulateur (3.6 V pour les téléphones). Les deux diodes D_1 et D_2 sont arrangées de façon à ce que D_1 conduise pendant l'alternance positive, et D_2 pendant la négative. Sans le condensateur C , la tension V_{out} serait :



Le condensateur C "lisse" V'_{out} :



5.8.2 Diode émettrice de lumière (*Light Emitting Diode* : LED)

Si un électron de la bande de conduction se recombine avec un trou de la bande de valence, il y a émission de lumière de fréquence ω telle que

$$\hbar\omega = E_g = \text{énergie de la bande interdite}$$

Dans les deux cas d'un semi-conducteur nsèque ou dopé, il n'y a pas assez d'électrons dans la bande de conduction pour que ce processus puisse être utilisé. Il faut utiliser des semi-conducteurs fortement dopés en donneurs et receveurs.

5.8.3 Transistor

Un transistor est formé d'une couche de semi-conducteur d'un type (par exemple n) pris en sandwich entre deux semi-conducteurs de type opposé (par exemple p). On ainsi des transistors pnp ou npn. Dans un transistor npn les porteurs de charges sont les électrons, et dans un transistor pnp ce sont les trous.



FIG. 5.29 – Types de transistors

Un circuit typique d'un transistor est le suivant :

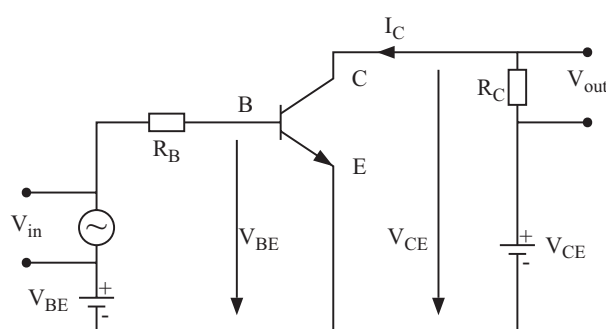


FIG. 5.30 – Circuit avec un transistor

On applique une tension V_{BE} entre la base et l'émetteur, et une tension V_{CE} entre le collecteur et l'émetteur. Tant que V_{BE} est positif, le courant I_C (qui est important) peut circuler, et $V_{out} = R_C I_C$ est amplifié par rapport à V_{BE} .

Table des matières

5	Electrons libres, gaz de Fermi	1
5.1	Introduction	1
5.2	Etude du cas unidimensionnel	1
5.3	Extension à trois dimensions	4
5.3.1	Conditions périodiques	4
5.3.2	Densité d'états $D(E)$	6
5.4	Température non nulle	7
5.4.1	Notion de température	7
5.4.2	Distribution de Fermi-Dirac	9
5.4.3	Chaleur spécifique d'un ensemble d'électrons libres	9
5.4.4	Conductibilité électrique	12
5.5	Théorie des bandes	13
5.5.1	Equation de Schrödinger	15
5.5.2	Comportement aux bornes de la première zone de Brillouin	16
5.5.3	Fonction d'onde à la limite de la première zone de Brillouin	18
5.5.4	Nombre d'état	19
5.5.5	Bandes et niveaux d'énergie des atomes	19
5.6	Propriétés électriques des corps	20
5.6.1	Isolant	22
5.6.2	Conducteur	22
5.7	Semi-conducteur	23
5.7.1	Semi-conducteur intrinsèque	23

5.7.2	Semi-conducteur dopé de type n	25
5.7.3	Semi-conducteur dopé de type p	26
5.7.4	La jonction p-n	27
5.7.5	La diode p-n	29
5.8	Composants à semi-conducteurs	31
5.8.1	Diode	31
5.8.2	Diode émettrice de lumière (<i>Light Emitting Diode</i> : LED)	33
5.8.3	Transistor	33