LP n° 8 : Notion de viscosité d'un fluide. Écoulements visqueux.

NIVEAU : CPGE

On appuie cette leçon sur le programme de PC.

PRÉREQUIS :

- Description d'un fluide en mouvement
- Force de pression et équivalent volumique
- Diffusion de particules, de la chaleur (phénomènes de transport)

PLAN :

1. Notion de viscosité
2. Dynamique des fluides newtoniens
3. Description des écoulements fondamentaux

BIBLIOGRAPHIE :

1. [41] *Hydrodynamique physique*, Guyon-Hulin-Petit (2001).
2. [53] *Physique PC/PC**. H. Gié et coll.
3. [71] *Physique PC/PC**. Tout-en-un, Dunod (4e édition)

IDÉES À FAIRE PASSER :

L'objectif principal est de décrire l'écoulement d'un fluide général. On caractérise la diffusion de quantité de mouvement par viscosité et on complète l'étude dynamique en modifiant l'équation d'Euler qui devient Navier-Stokes. Cette nouvelle équation est compliquée à résoudre entre autre à cause du terme non-linéaire. On présente deux écoulements fondamentaux pour lesquels la géométrie implique que ce terme soit strictement nul.

Introduction : On a développé les outils pour décrire le mouvement d'un fluide et établi les équations pour un fluide parfait. Cela dit, les outils que nous avons développés jusqu'ici ne nous permettent pas d'expliquer la différence entre les écoulements suivants :

> Expérience : Faire couler différents fluides (par exemple de l'eau est un fluide nettement plus visqueux) et montrer qu'il y a quelque chose non encore inclus dans la description qui doit les différencier.

Cette leçon va être l'occasion d'introduire la notion de viscosité qui va nous écarter du cas idéal, puis de déterminer l'influence de ce nouveau paramètre sur l'équation de la dynamique et les conditions limites pour enfin discuter des différents régimes d'écoulement nécessitant ou non la prise en compte de cette nouvelle phénoménologie.

1 Notion de viscosité

1.1 Expérience introductive

Voir [53], pp. 417 - 419.

> Expérience : Voir [71], p. 298 et vidéo sur Youtube, vers 3:50 . On fait glisser deux plaques en sens inverse de part et d'autre d'un fluide visqueux. On constaté que le fluide se met petit à petit en mouvement sur toute sa largeur, ce qui est modélisé par le déplacement relatif des croix les unes par rapport aux autres et à la déformation progressive de chacune. MENTIONNER QUE DANS LE CAS DE LA VIDÉO LE RÉGIME PERMANENT EST BIEN ATTEINT ! Ceci implique que la quantité de mouvement fournie à la plaque a diffusé dans le fluide. D'autre part on peut mesurer la force nécessaire pour mettre la plaque en mouvement et il vient expérimentalement
> $$\frac{F}{S} = \eta \frac{v_0}{d}$$

C'est l'analogue de la définition de la pression dans le fluide mais ici η est une constante caractéristique du fluide, appelée viscosité dynamique, exprimée en Pa.s. Donner des ordres de grandeur sur slide. En fait ici on s'est intéressé à un écoulement très simple pour rendre les choses facile mais en vrai il faut plutôt retenir $d\vec{F}_x(y,t) = \eta_{x,y}\frac{\partial v_x}{\partial y} dS\vec{u_x}$ (ça peut peut-être s'accompagner d'un petit schéma, typiquement [71], p. 299). Mentionner le cas des fluides non newtonien [41], p. 174.

1.2 Équivalent volumique de la force de cisaillement

Le problème à ce stade c'est que dans les équations dynamique des fluides toutes les forces sont volumiques (le poids s'exprime $\rho\vec{g}$, les forces de pression $-\overrightarrow{grad}(P)$, ...) donc il nous faut déterminer la fome équivalente volumique des forces de viscosité. A traiter très proprement (attention au signe etc, on fait comme dans pas mal d'exos type onde sur une corde etc : la force positive est celle exercée par « le dessus sur le dessous »). C'est bien fait dans [71], p. 300 et dans [53], pp. 520 - 421. Insister sur le fait que la forme simple en $\eta\Delta v$ n'est vrai que pour un fluide incompressible (hypothèse dont on se passait pour démontrer l'équation d'Euler) de sorte que DÈS QUE CETTE EXPRESSION DES CONTRAINTES VISQUEUSES APPARAÎT ON DOIT AVOIR FAIT L'HYPOTHÈSE DE FLUIDE INCOMPRESSIBLE!

1.3 Équation de diffusion de la quantité de mouvement

Voir [71], p.295 pour le calcul et [53], p.420 + note de bas de page pour l'interprétation.

Transition : On a le formalisme pour décrire la force de cisaillement de sorte qu'on va devoir ajouter au transport de quantité de mouvement par convection un transport diffusif. Comment le prendre en compte dans la dynamique, et quand est-ce que l'on peut, ou pas, la négliger?

---

2 Dynamique des fluides newtoniens

2.1 Équation de Navier-Stokes

Il y a deux solutions pour aboutir à Navier-Stokes : soit on part d'Euler et on ajoute la force de viscosité sous réserve des bonnes hypothèses, soit on applique rapidement le pfd à une particule fluide, cf. [71], p. 305 et [53], p. 420 (je penche plutôt pour cette deuxième solution qui invite plus naturellement à réinterpréter brièvement chaque terme - faire notamment apparaître le terme convectif et le terme diffusif).

2.2 Conditions aux limites en présence de viscosité

Pour les fluides parfaits on avait exprimé les conditions limites de manières assez binaires : la vitesse du fluide normale à une paroi était nécessairement nulle par hypothèse de non-pénétration, mais on ne pouvait rien stipuler sur la vitesse tangentielle. La viscosité nous permet d'imposer une nouvelle conditions : que la vitesse tangentielle soit elle aussi nulle. (Voir interprétation énergiétique, que l'on peut évoquer, dans [41], p. 266). Évoquer les conditions aux limites dynamique à présenter sur **slide**, voir Cours de M. Rabaud, pp. 25-30.

2.3 Résolution d'un écoulement fondamental, l'écoulement de Poiseuille

L'équation de Navier-Stokes est NON LINÉAIRE! donc fort difficile à résoudre dans le cas générale. Pour autant il existe des écoulements qui, DU FAIT DE LEUR GÉOMÉTRIE annule le terme non linéaire et peuvent alors être rigoureusement résolus.

- D'une part, l'écoulement de Couette (déjà vu en I.) sur lequel on ne s'attarde pas (expliquer brièvement pourquoi les termes s'annulent et éventuellement montrer le profil de vitesse sur **slide**).
- D'autre part l'écoulement de Poiseuille. Présenter le type d'écoulement dont on parle ici. On va le résoudre en géométrie cylindrique (ça modélise par exemple l'écoulement du sang dans les vaisseaux sanguins, ou du magma dans les cheminées volcaniques) - cf. [71], p. 351 ou [53], p. 435 et encore le cours de M. Rabaud L3, p. 126. Voir, sur les travaux de Poiseuille, le début (au moins) de cette vidéo sur les écoulements de poiseuille. Si on fait le calcul du débit (ce qui me paraît assez recommandé) on peut faire l'expérience! et enfin montrer la **vidéo** montée pour voir la forme de l'écoulement.

Transition : On a présenté dans cette dernière partie les écoulements pour lesquels des solutions exactes sont rendues accessibles par la géométrie de la situation. Lorsque ça n'est pas le cas on peut généralement simplifier l'équation de Navier-Stokes en comparant les termes diffusif et convectif.

---

3 Importance relative de la diffusion et de la convection, régimes d'écoulement

3.1 Le nombre de Reynolds

Définition par le rapport des termes convectifs et diffusif (cf. [53], p.423 ou [71], pp. 298-299). Interprétation en termes de temps caractéristiques (ce qui permet de définir le Reynolds même si on est pas dans le cas de Navier-Stokes) permettant de dégager deux grands types d'écoulement.

On va à nouveau pouvoir négliger le terme non linéaire si l'écoulement est dominer par la viscosité. C'est le cas de l'écoulement de Stokes que l'on présente maintenant.

3.2 Écoulement à dominante visqueuse, l'écoulement de Stokes

Voir cours de M. Rabaud (L3), pp. 128 et suivantes. On peut s'intéresser à la réversibilité cinématique de l'écoulement (pp. 133 - 134) puis **vidéo** de l'écoulement de Poiseuille renversé et/ou éventuellement à la force de Stokes, accompagnée de l'expérience (mais ça commence sûrement à faire beaucoup là...).

Conclusion : Dernier régime d'écoulement, à dominante convective, implique de la turbulence. Domaine de la physique extrêmement complexe et champ encore très actuel de recherche en physique.