

LT 22 - Propriétés macroscopiques des milieux ferromagnétiques

Niveau : Licence 2^e année

Prérequis : Equations de Maxwell, Théorème d'Ampère, ARQS, dipôle magnétique, induction magnétique, Modèle de Bohr, moment cinétique.

Introduction

Certains matériaux ont la particularité de posséder un champ magnétique en l'absence de courant électrique. On les appelle ferromagnétiques, l'objectif de cette leçon est d'étudier leurs propriétés et leurs applications.

Amp ? noyau de fer \Rightarrow pas de champ.
 solénoïde \Rightarrow champ
 solénoïde + noyau \Rightarrow champ plus fort
 noyau \Rightarrow il y a un champ non présent au départ.

Champ géomagnétique
 en France : 47 μT

I - Mise en équation

1 - Origine microscopique du magnétisme

La matière est composée d'atomes dans lesquels, selon le modèle classique de Bohr, des électrons tournent autour d'un noyau.

On peut assimiler la circulation des électrons autour du noyau à une boucle de courant générant un moment magnétique :

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2me} \vec{L}$$

avec \vec{L} le moment cinétique de l'électron

On trouve le même résultat pour N électrons.

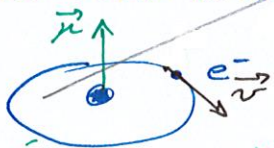
$$\gamma_e = -8,79 \cdot 10^{-10} \text{ C} \cdot \text{s}^{-1}$$

On considère N atomes contenus dans un petit volume $d\tau$ et on peut définir l'aimantation de cet élément de volume :

$$A \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\vec{M} = \frac{1}{d\tau} \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_i = \frac{N}{d\tau} \langle \vec{\mu} \rangle$$

$$\{\vec{\mu}_i\} \begin{matrix} \nearrow \\ \uparrow \\ \searrow \\ \nwarrow \end{matrix} \quad \uparrow \vec{M}$$



Cette représentation peut se généraliser aux molécules.

2 - Equations de Maxwell dans un milieu matériel

On a vu précédemment les équations de Maxwell dans le vide :

$$(1G) \quad \text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$(1A) \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$(1T) \quad \text{div } \vec{B} = 0$$

$$(1F) \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$[\vec{J}] = A \cdot \text{m}^{-2}$$

$\vec{J} = \oint \vec{v}$
 d'où la volumique

On souhaite récrire ces équations en prenant en compte la présence d'un milieu matériel. \Rightarrow les équations constitutives du champ électromagnétique (1T et 1F) restent inchangées.

Les équations sont désormais séparées en deux catégories :

- Les densités volumiques liées au milieu matériel
- les densités volumiques liées dues aux porteurs de charge

On définit donc deux champs représentant l'état du milieu : dans l'ARQS

$$\begin{aligned}
 &\text{Le champ de polarisation} \quad \text{div } \vec{P} = -\rho_{\text{lié}} \\
 &\text{Le champ d'aimantation} \quad \text{rot } \vec{M} = \vec{J}_{\text{lié}}
 \end{aligned}$$

Les équations de Maxwell-Gauss et de Maxwell-Ampère s'écrivent dès lors, dans l'ARQS

$$\text{div } \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} (\rho_{\text{ext}} - \text{div } \vec{P}) \quad \text{et} \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 (\vec{J}_{\text{ext}} + \text{rot } \vec{M})$$

On ne s'intéresse pas la suite qu'au champ magnétique et donc à l'équation de Maxwell-Ampère

On introduit un nouveau champ vectoriel : le champ d'excitation magnétique, noté $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$

Ce qui donne pour l'équation de Maxwell-Ampère :

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J}_{\text{ext}}$$

$$[H] A \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\begin{aligned}
 \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \\
 &\text{V.S. } A^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \\
 &\text{T} \cdot \text{m} \cdot A^{-1}
 \end{aligned}$$

3 - Théorème d'Ampère dans les milieux magnétiques

On a démontré précédemment que l'on retrouvait le théorème d'Ampère à partir de l'équation de Maxwell-Ampère. Ceci est également vrai dans un milieu matériel:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum I_{\text{enlacés}}$$

II - Caractéristique des milieux ferromagnétiques.

Il est possible de définir une grandeur liant la circulation à l'excitation magnétique:

$$\vec{B} = \chi_m \vec{H} \quad \chi_m = \text{susceptibilité magnétique.}$$

La susceptibilité magnétique reflète la faculté d'un matériau à s'aimanter. Elle permet de distinguer plusieurs types de matériaux:

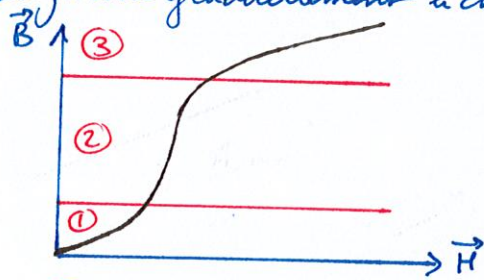
① $\chi_m < 0$, on parle de matériaux diamagnétiques ($\chi_m \sim 10^{-5}$)

② $\chi_m > 0$, on parle de matériaux paramagnétiques ($\chi_m \sim 10^{-3}$) $\chi_m \neq \frac{B}{H}$ \downarrow $\frac{dB}{dH}$ de la courbe

Il y a des matériaux paramagnétiques à haute température ($T > T_c$, température de Curie) mais cessent une aimantation en absence de champ d'excitation, ce sont les matériaux ferro-magnétiques. On a alors $\chi_m = f(H, T)$ avec $\chi_m(H \rightarrow 0) \sim 10^{-5}$.

1 - Courbe de première aimantation seulement le condensé

On considère un matériau ferromagnétique initialement non aimanté dans lequel on augmente graduellement le champ d'excitation magnétique.



On représente l'évolution du champ magnétique \vec{B} en fonction de \vec{H} . On distingue trois domaines:

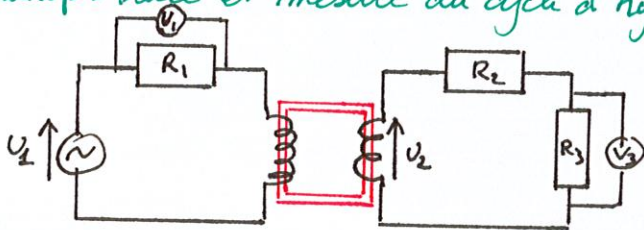
① Pour un champ d'excitation faible, \vec{B} croît linéairement. L'évolution du matériau est réversible.

② Pour un champ d'excitation plus fort, \vec{B} croît beaucoup plus rapidement, la réponse est non-linéaire. Cela correspond à des transformations irréversibles.

③ Pour de forts champs d'excitation, \vec{B} croît plus lentement jusqu'à croître de façon affine, ce qui indique que $H = \frac{B}{\mu_0} - H$ est constant: le milieu est arrivé à saturation. Dans cette zone, les transformations au sein du matériau sont réversibles.

2 - Cycle d'hystérésis

Plan: tracé et mesure du cycle d'hystérésis.



On souhaite étudier les caractéristiques ferromagnétiques du fer doux.

On s'intéresse à un circuit magnétique de longueur l (en rouge) constitué de lames de fer doux.

On excite le circuit magnétique au primaire à l'aide d'une bobine d'inductance L_1 , comportant N_1 sp.

① Le champ d'excitation \vec{H} dans le circuit magnétique s'obtient par le théorème d'Ampère:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = \sum I_{\text{enlacés.}}$$

on a: $\vec{H}(H) \ell = N_1 i(t) = \frac{N_1}{R_1} u_1(t).$ avec \vec{H} algébrique.

\vec{H} est selon $d\vec{\ell}$ dans le sens du sens positif de la main droite puis guidé par le matériau.

② On détermine l'intensité du champ magnétique \vec{B} par induction au secondaire:

$$u_2(t) = -e_2 = +N_2 \frac{d\phi}{dt} \quad \text{où} \quad \phi = N_2 \vec{B} \cdot \vec{S}$$

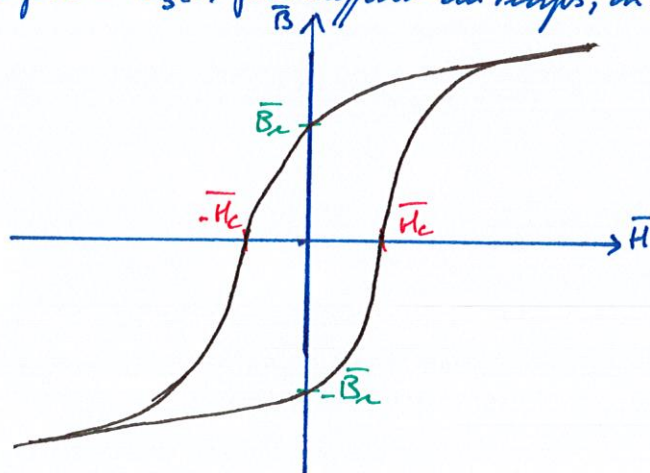
car $\vec{\phi}$ est dans le sens opposé à celui du primaire.

On a alors au secondaire par point diviseur de tension:

$$u_3(t) = \frac{R_3}{R_2 + R_3} u_2(t)$$

d'où
$$v_3(t) = \left(\frac{R_3}{R_2 + R_3} \right) N_2 S \frac{d\bar{B}(t)}{dt}$$

En intégrant $v_3(t)$ par rapport au temps, on obtient alors $\bar{B}(t)$ et on peut tracer $\bar{B} = f(\bar{H})$.



On remarque que le chemin suivi par \bar{B} n'est pas le même selon que \bar{H} est croissant ou décroissant.

Le phénomène, lié à l'irréversibilité des transformations dans le matériau et que l'on retrouve dans d'autres domaines de la physique est appelé hystérésis.

On remarque que ce cycle est symétrique.

a - Champ aimantant

Lorsque le champ d'excitation est nul, le champ magnétique ne l'est pas. Cela signifie que le matériau est aimanté.

On parle alors de champ magnétique et d'aimantation rémanente. e.s noté e.s \bar{B}_r et \bar{H}_r .

b - Champ coercitif

Au cours du parcours du cycle d'hystérésis, on remarque que le champ magnétique s'annule pour une valeur non nulle du champ d'excitation. Cette valeur est appelée champ coercitif.

L'intensité du champ coercitif permet de classer deux familles de matériaux ferromagnétiques:

⊕ Les ferromagnétiques durs (ex: acier au platine, $\mu_0 H_c = 0,18 \text{ T}$) qui ont une grande valeur de champ coercitif.

⊕ Les ferromagnétiques doux (ex: acier trempé, $\mu_0 H_c = 5,15 \cdot 10^{-6} \text{ T}$) qui ont une faible valeur de champ coercitif.

On peut alors approximer le matériau dans des conditions hors saturation par une relation linéaire: $\bar{B} = \mu_0 \mu_r \bar{H}$ avec $\mu_r = 1 + \chi_m$. $\mu_r(\text{Fe}) = 10^5$

Selon la nature du ferromagnétique, on va l'utiliser pour différentes applications.

exemples: doux \rightarrow transformateurs / durs \rightarrow disques durs.

3 - Effets dissipatifs

a - Perte énergétique

On effectue le bilan énergétique dans le circuit magnétique.

Comme on s'est placé dans des conditions telles que $i_2 \ll i_1$, on néglige la dissipation d'énergie au secondaire. Le bilan énergétique au primaire s'écrit donc, en puissance:

$$u_1 i_1 = R_1 i_1^2 + N_1 \frac{d\phi_1}{dt} \cdot i_1 \quad (u_{1,1} \text{ exprimé en termes de flux magnétique} \rightarrow \text{sem induite})$$

De plus, comme vu au II.2, $N_1 i_1 = \bar{H} \cdot l$ par le théorème d'Ampère.

Et par définition du flux magnétique: $\phi_1 = S d \bar{B}$

On a donc: $u_1 i_1 = R_1 i_1^2 + \frac{ES}{l} \bar{H} d \bar{B}$

D'où la puissance moyenne pendant une période:

$$\bar{P}_1 = \frac{1}{T} \int_0^T u_1 i_1 dt = \frac{R_1}{T} \int_0^T i_1^2 dt + \frac{ES}{T} \int_0^T \bar{H} d \bar{B}$$

Il y a deux sources de dissipation : les pertes cuivre (effet Joule dans le bornage)

b - Pertes fer : courants de Foucault et hystérésis.

Les pertes fer sont exprimées comme $\frac{eS}{T} \int_0^T \vec{H} d\vec{B}$, elles sont donc proportionnelles à l'aire du cycle d'hystérésis.

Ces pertes correspondent à deux phénomènes :

- ① La réorganisation microscopique du matériau qui coûte de l'énergie
- ② Les courants de Foucault créés par induction : la dissipation du champ magnétique génère une fem dans le matériau qui génère des courants qui dissipent l'énergie par effet Joule.

$$P_F \propto \underbrace{e^2}_{\text{épaisseur du matériau}} \underbrace{B^2}_{\text{amplitude}} \underbrace{f^2}_{\text{fréquence}}$$

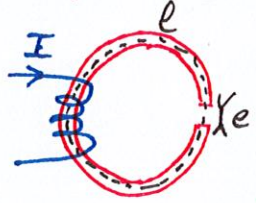
Ces deux phénomènes physiques sont à l'origine des choix technologiques dans la réalisation du circuit magnétique :

- Fer doux pour limiter les pertes par hystérésis
- Fer lamellé pour limiter les pertes par courants de Foucault.

4 - Désaimantation

Pour désaimanter un matériau ferromagnétique, il faut parcourir le cycle d'hystérésis en réduisant graduellement la valeur maximale du champ d'excitation jusqu'à ce qu'il soit nul.

III - Application : l'électroaimant torique avec entrefer



On considère un circuit magnétique torique de longueur moyenne l où l'on introduit une discontinuité d'épaisseur e .

Le circuit magnétique est constitué d'un ferromagnétique dense, donc dans le circuit, on a : $\vec{B}_f = \mu_0 \mu_r \vec{H}_f$

De plus, on suppose que e est suffisamment petit pour que l'entrefer reste un tube de courant donc : $\vec{B}_e = \mu_0 \vec{H}_e$ et $\|\vec{B}_f\| = \|\vec{B}_e\| = \|\vec{B}\|$

On applique le théorème d'Ampère sur un contour de longueur l :

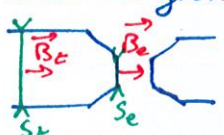
$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = NI$$

$$\int_{\text{fer}} \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r} d\vec{\ell} + \int_{\text{entrefer}} \frac{\vec{B}}{\mu_0} d\vec{\ell} = NI$$

$$\frac{B(l-e)}{\mu_0 \mu_r} + \frac{Be}{\mu_0} = NI \quad \text{d'où le champ magnétique } B\left(\frac{l-e}{\mu_r} + e\right) = \mu_0 NI$$

$$\text{Ainsi } B = \frac{\mu_r \mu_0 NI}{l + e(\mu_r - 1)} \approx \frac{\mu_r \mu_0 NI}{l + \mu_r e} \approx \frac{\mu_0 NI}{e} \quad \text{si } e \gg \frac{l}{\mu_r} \Rightarrow B \approx \frac{\mu_0 NI}{e}$$

Solution : géométrie de l'entrefer



Equation de Maxwell-Thomson : $\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \Rightarrow -B_e S_e + B_f S_f = 0$

$$\Rightarrow B_e = \frac{S_f}{S_e} B_f$$

Utilisation d'électroaimants : sonnettes de portes, lavage de masses métalliques, injecteurs de carburant.

Conclusion

On a vu les fer et vu une application des fer doux. Les fer doux sont utilisés par ex dans le circuit au niveau du transformateur ?