Leçon : Mécanisme de la conduction électrique dans les solides

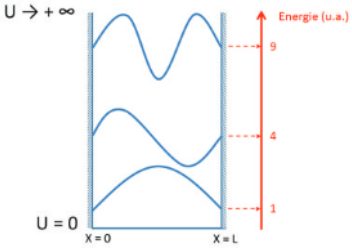
Gabriel Le Doudic

Préparation à l'agrégation de Rennes

1er juin 2023

Niveau : CPGE deuxième année
Prérequis : Électronicétique
: Électromagnétisme
: équations de Maxwell
: Théorie cinétique des gaz

Gaz d'électrons libres 1D



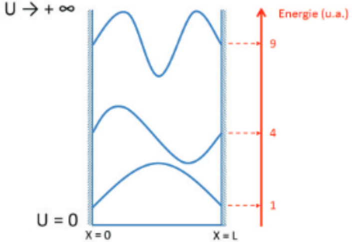
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(x) = \varepsilon\psi(x) \quad \text{pour } 0 \geq x \geq L. \quad (1)$$

Solution :

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin(k_x x) \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m}, \quad k_x = n_x\frac{\pi}{L}, \quad n_x \text{ entier } > 0. \quad (3)$$

Gaz d'électrons libres 1D



$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(x) = \varepsilon\psi(x) \qquad \text{pour } 0 \geq x \geq L. \tag{1}$$

Solution :

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin(k_x x) \tag{2}$$

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m}, \quad k_x = n_x\frac{\pi}{L}, \quad n_x \text{ entier } > 0. \tag{3}$$

Densité d'états dans l'espace des k et d'énergie :

$$g(k_x) = \frac{L}{\pi}\times 2(\uparrow\downarrow), \quad g(\varepsilon) = L\frac{\sqrt{2m}}{\hbar\pi}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}. \tag{4}$$

Gaz d'électrons libres 3D

Solution :

$$\psi(x,y,z) = \sqrt{\frac{8}{V}} \sin(k_x x)\sin(k_y y)\sin(k_z z), \quad \varepsilon = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} \tag{5}$$

Chaque solution est repérée par un vecteur d'onde $\vec{k} = \left(k_x = n_x \frac{pi}{Lx}, k_y = n_y \frac{\pi}{Ly}, k_z = n_z \frac{\pi}{Lz}\right)$.

Gaz d'électrons libres 3D

Solution :

$$\psi(x,y,z) = \sqrt{\frac{8}{V}} \sin(k_x x)\sin(k_y y)\sin(k_z z), \quad \varepsilon = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} \tag{5}$$

Chaque solution est repérée par un vecteur d'onde $\vec{k} = \left(k_x = n_x \frac{pi}{Lx}, k_y = n_y \frac{\pi}{Ly}, k_z = n_z \frac{\pi}{Lz}\right)$.

Densité d'états dans l'espace des $\vec{k}$

$$g(\vec{k})d^3\vec{k} = \frac{d^3\vec{k}}{\frac{\pi}{L_x}\frac{\pi}{L_y}\frac{\pi}{L_z}} \times 2(\uparrow\downarrow) = \frac{2V}{pi^3} d^3\vec{k} \to g(\vec{k}) = \frac{V}{\pi^3} \times 2(\uparrow\downarrow) \tag{6}$$

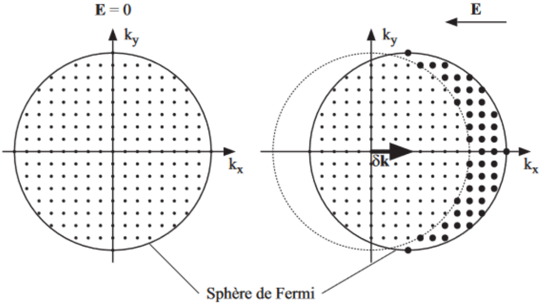
Densité d'états en énergie

$$g(\varepsilon)d\varepsilon = g(\vec{k})dV_k = g(\vec{k})4\pi k^2 dk \times \frac{1}{8}$$

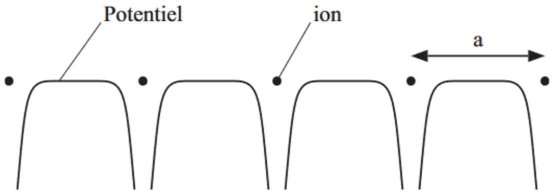
Soit :

$$g(\varepsilon) = \frac{V}{2\pi^2}\left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \varepsilon^{1/2}. \tag{7}$$

Comment relier ce modèle à la conductivité électrique



Théorie des bandes



Isolant, conducteur