

Corrigé

Diffraction (1)



EXERCICE I RAPPELS

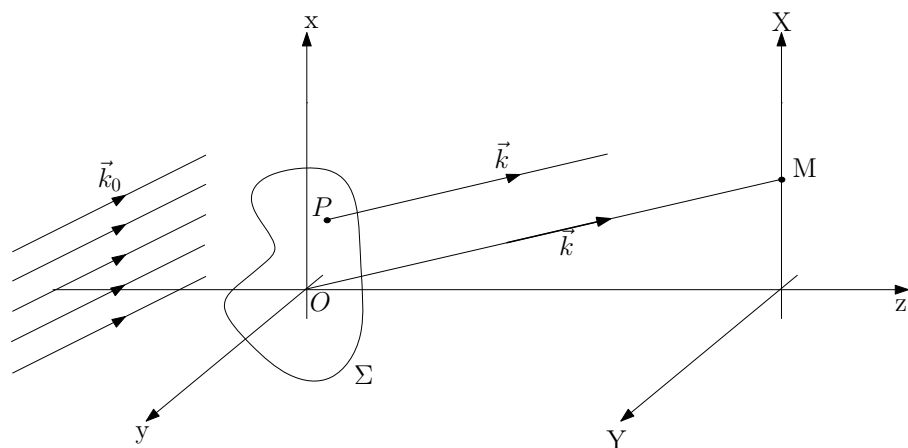


FIGURE 1.1 – Géométrie considérée

1. Principe de Huygens-Fresnel : (Cf. BFR)

Enoncé du principe

Chaque point M d'une surface Σ atteinte par la lumière peut être considérée comme une source secondaire émettant une onde sphérique. L'état vibratoire de cette source secondaire est proportionnel à celui de l'onde incidente en M et à l'élément de surface $d\Sigma$ entourant le point M .

Les vibrations issues des différentes sources secondaires interfèrent entre elles.

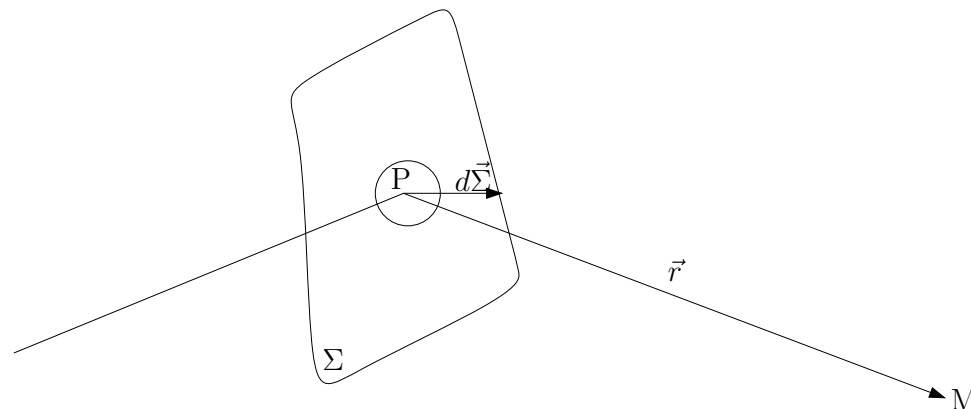


FIGURE 1.2 – Principe de Huygens-Fresnel.

Soit P un point de la surface Σ éclairée et M un point de l'espace (point d'observation), on note θ l'angle entre la direction \overrightarrow{PM} et $d\vec{\Sigma}$ le vecteur normal à Σ en P . Alors

$$ds(M) = A(\theta)t(x, y)s_0(P)\frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma \longrightarrow s(M) = \int_{\Sigma} A(\theta)t(x, y)s_0(P)\frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma. \quad (\text{I.1})$$

On a ici sommé les amplitudes complexes car les différentes sources secondaires interfèrent entre elles.

Le facteur $A(\theta)$ permet de tenir compte du fait qu'il n'y a pas de diffraction vers l'arrière ($A(|\theta| > \pi/2) = 0$) et d'une possible anisotropie du diagramme d'émission. En pratique, on considère des rayons faiblement inclinés sur l'axe optique, auquel cas $A(\theta) \approx A(0) \equiv A$, soit

$$s(M) = A \int_{\Sigma} t(x, y)s_0(P)\frac{e^{ikPM}}{PM} d\Sigma.$$

Remarque Le principe de Huygens-Fresnel peut en fait (ou évidemment) être dérivé des équations de Maxwell. Il faut dans ce cas considérer la théorie de la diffraction de Kirchhoff. En considérant les solutions d'une équation d'onde, et en utilisant le théorème de Green, le théorème intégral de Kirchhoff et Helmholtz peut être dérivé. En supposant de surcroît toutes les distances caractéristiques grandes devant la longueur d'onde, et en se limitant à la diffraction à grande distance, on obtient la formule

dite de Fresnel-Kirchhoff de la diffraction, qui n'est rien d'autre que l'équation (I.1), à ceci prêt que l'expression de $A(\theta)$ est explicite. En particulier, on trouve $A(\pi) = 0$, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de diffraction vers l'arrière. [Voir par exemple Born & Wolf].

2. On applique le principe de Huygens-Fresnel au cas considéré (surface Σ de transmittance $t(x, y)$). Soit M un point d'observation, et P un point courant de Σ . Alors

$$s(M) = A \int_{\Sigma} s_0(P) t(x, y) \frac{e^{ikPM}}{PM} dx dy.$$

$$\text{Or } \overrightarrow{PM} = \begin{pmatrix} X - x \\ Y - y \\ D \end{pmatrix} \text{ et } PM^2 = D^2 \left(1 + \left(\frac{x - X}{D} \right)^2 + \left(\frac{y - Y}{D} \right)^2 \right), \text{ soit}$$

$$PM = D \sqrt{1 + \left(\frac{x}{D} \right)^2 + \left(\frac{X}{D} \right)^2 + \left(\frac{y}{D} \right)^2 + \left(\frac{Y}{D} \right)^2 - 2 \frac{xX + yY}{D^2}}.$$

On se place maintenant dans la situation où

$$\begin{cases} x, y \ll D, d & \text{pupille petite,} \\ X, Y \ll D, d & \text{petits angles.} \end{cases}$$

Dans ce cas,

$$PM \approx D \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{D} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{X}{D} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{D} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{Y}{D} \right)^2 - \frac{xX + yY}{D^2} \right].$$

En posant $\alpha = \frac{X}{D}$ et $\beta = \frac{Y}{D}$ les angles directeurs de \overrightarrow{OM} , i.e. $\overrightarrow{OM} = D \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix}$, on a

$$PM = D \left(1 + \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2} + \frac{r^2}{2D^2} - \frac{\alpha x + \beta y}{D} \right),$$

avec $r^2 = x^2 + y^2 = OP^2$.

On peut alors faire l'approximation $PM \approx D$ dans la norme $s_0(P)/PM$: la norme ne varie significativement que si les variations de PM sont de l'ordre de D . En revanche, **pour évaluer la phase $\Phi = kPM$, il faut tenir compte des variations de**

PM à l'échelle de la longueur d'onde, λ , et l'on garde donc les ordres plus élevés du développement :

$$\Phi/k = D - (\alpha x + \beta y) + \underbrace{\frac{D}{2} (\alpha^2 + \beta^2) + \frac{r^2}{2D}}_{\text{termes quadratiques en } x \text{ et } y \text{ ou } X \text{ et } Y}.$$

Finalement, l'onde émise par le point P est, au point M , $s_P(M) \approx e^{i\Phi}/D$. On trouve de même $s_0(P) = s_0 e^{i\Phi_0}/d$, où

$$\Phi_0/k = d + (\alpha_0 x + \beta_0 y) + \frac{d}{2} (\alpha_0^2 + \beta_0^2) + \frac{r^2}{2d},$$

avec $\alpha_0 = -\frac{X_0}{d}$ et $\beta_0 = -\frac{Y_0}{d}$ les angles directeurs de \overrightarrow{SO} , et (X_0, Y_0) les coordonnées du point source S . Si S est sur l'axe optique, $\alpha_0 = \beta_0 = 0$.

L'onde diffractée s'écrit alors

$$s(M) = A s_0 \frac{1}{dD} \int_{\Sigma} t(x, y) e^{-ik[(\alpha - \alpha_0)x + (\beta - \beta_0)y] + ik\frac{r^2}{2}(\frac{1}{d} + \frac{1}{D})} dx dy.$$

On a ici omis la phase $k(d + D)$ et les termes en $\alpha_0^2, \beta_0^2, \alpha^2$ et β^2 qui sont constants pour un point M donné et ne modifient donc pas la valeur de l'intensité lumineuse en M .

Remarque On n'a jusqu'ici pas précisé à quelle grandeur physique l'ébranlement s correspond. En particulier, on ne précise pas son unité. On pourrait ajouter partout un coefficient α qui viendrait assurer l'adimensionnalité de s , par exemple en écrivant pour une onde sphérique $s_0(P) = \alpha s_0 e^{ikr}/r$: α a la dimension d'une longueur. En pratique, on ne calculera les figures qu'à un facteur multiplicatif près, commun à toutes les figures. On «cachera» donc par la suite le problème dans le coefficient s_0 , proportionnel à l'amplitude de l'onde émise par la source.

3. La **diffraction de Fraunhofer** correspond au cas où les termes quadratiques dans Φ et Φ_0 peuvent être négligés. L'onde diffractée s'écrit dans ce cas

$$s(M) = s_0 \int_{\Sigma} t(x, y) e^{-ik[(\alpha - \alpha_0)x + (\beta - \beta_0)y]} dx dy.$$

On distingue trois cas important où la condition de Fraunhofer est réalisée :

- Diffraction d'une onde plane ($1/d = 0$) à l'infini ($1/D = 0$). Dans ce cas, l'onde incidente est repérée par son vecteur d'onde \vec{k}_0 et la direction d'observation par le vecteur d'onde \vec{k} , avec

$$\vec{k}_0 = k_0 \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{k} = k_0 \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix}.$$

L'onde diffractée $s(M)$ prend alors la forme

$$s(M) = s_0 \int_{\Sigma} t(P) e^{-i(\vec{k} - \vec{k}_0) \cdot \vec{OP}} d\Sigma.$$

- Diffraction d'une onde plane ($1/d = 0$) à grande distance ($1/D \approx 0$). On retrouve la formule précédente dans le cas où

$$kr^2 \ll 2D \Leftrightarrow D \gg \frac{r^2}{2\lambda}.$$

Cette condition n'est en pratique pas très restrictive. Par exemple, pour un objet de taille $r = 50 \mu\text{m}$, éclairé par une lumière de longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$, il suffit de placer l'écran à $d \gg 2,5 \text{ mm}$ pour que la condition soit vérifiée.

- Diffraction au voisinage de **l'image géométrique** de la source. Cette situation correspond à la situation où $1/d \neq 0$, $1/D \neq 0$ mais $(1/d + 1/D) = 0$. En fait, on peut reprendre les calculs précédents en écrivant $d = -D$: la source effective est située sur l'écran d'observation. Voir *Sextant* p.139.

C'est le fait que la diffraction de Fraunhofer corresponde à cette situation qui la rend si importante en pratique !

La *diffraction de Fresnel* correspond à la situation où les termes quadratiques (en r^2) ne sont plus négligeables, tout en omettant les ordres suivants du développement.

Remarque 1 La formule de Fraunhofer peut être retrouvée simplement dans le cas de la diffraction d'une onde plane à l'infini. Dans ce cas en effet, L'onde émise par un point P de Σ au point M présente un déphasage $\delta\varphi$ (voir FIG. 3) par rapport à celle émise par le point O égal à

$$\delta\varphi = -\vec{k} \cdot \vec{OP}.$$

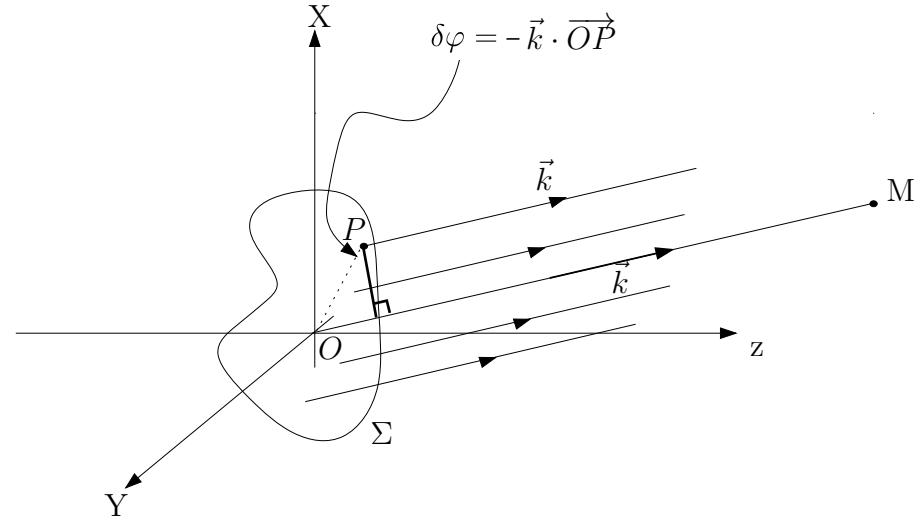


FIGURE 1.3 – Calcul de l'amplitude de la vibration lumineuse dans l'approximation de Fraunhofer. $\delta\varphi$ est le déphasage de l'onde émise en P par rapport à l'onde émise en O.

De même, l'onde reçue au point P est déphasée par rapport à celle reçue au point O d'une grandeur

$$\delta\varphi_0 = \vec{k}_0 \cdot \vec{OP}.$$

On obtient alors directement

$$s(M) \propto \int_{\Sigma} t(P) e^{i(\delta\varphi(P) + \delta\varphi_0(P))} d\Sigma = \int_{\Sigma} t(P) e^{-i(\vec{k} - \vec{k}_0) \cdot \vec{OP}} d\Sigma.$$

Remarque 2 Base de l'optique de Fourier (Cf. TD Diffraction (2)).

On a une relation de transformée de Fourier entre $t(x, y)$ et le profil d'intensité diffracté dans le cadre de la diffraction de Fraunhofer. On appelle *plan de Fourier* le plan où l'on observe cette figure de diffraction.

Remarque 3 On peut en fait montrer que l'on est dans le cadre de la diffraction de Fraunhofer quand la taille de la tache de diffraction est grande devant la taille de l'image géométrique (*i.e.* sans diffraction). Voir *Sextant* p.140.

4. *Diffraction par une fente rectangulaire* Dans le plan focal focal de la lentille, éclairée par une onde plane de vecteur d'onde $\vec{k}_0 = k \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \\ 1 \end{pmatrix}$, en $M = \begin{pmatrix} X = f\alpha \\ Y = f\beta \\ D \end{pmatrix}$, on a

$$\begin{aligned} s(M) &= s_0 \int_{-b/2}^{+b/2} dy \int_{-a/2}^{+a/2} dx \frac{1}{ab} e^{-ik((\alpha-\alpha_0)x+(\beta-\beta_0)y)} \\ &= s_0 \frac{1}{ab} \left[-\frac{1}{ik(\alpha-\alpha_0)} \left(-2i \sin \frac{ka(\alpha-\alpha_0)}{2} \right) \right] \left[-\frac{1}{ik(\beta-\beta_0)} \left(-2i \sin \frac{kb(\beta-\beta_0)}{2} \right) \right] \\ &= s_0 \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi a(X-X_0)}{\lambda f} \right) \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi b(Y-Y_0)}{\lambda f} \right), \end{aligned}$$

avec $X_0 = f\alpha_0$ et $Y_0 = f\beta_0$. D'où le profil d'intensité

$$I(X, Y) = I_0 \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\pi a(X-X_0)}{\lambda f} \right) \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\pi b(Y-Y_0)}{\lambda f} \right).$$

Pour une fente infiniment fine $b \rightarrow 0$, $I \rightarrow I_0 \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\pi aX}{\lambda f} \right)$, de largeur $\frac{2\lambda f}{a}$ (première annulation en $\frac{\lambda f}{a}$) : la figure de diffraction est **perpendiculaire** à la fente diffractante.

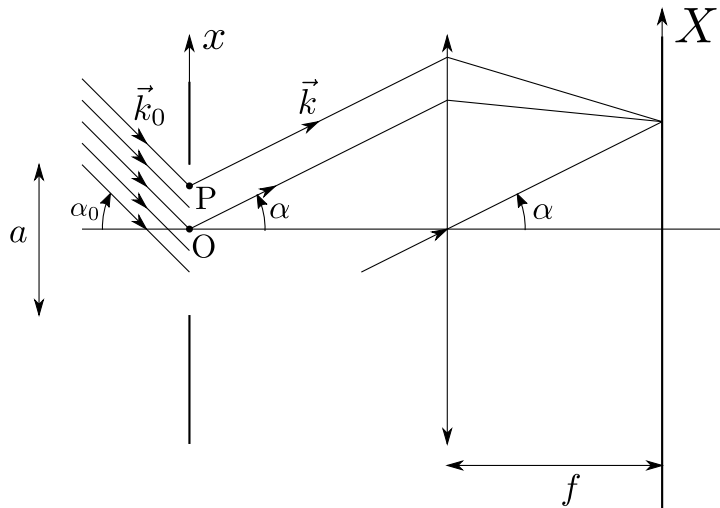


FIGURE 1.4 – Diffraction par une fente rectangulaire.

5. Un trou de rayon a est compris entre une fente carrée de côté $2a$ et une autre de côté $\sqrt{2}a$. Les largeurs des taches de diffraction de ces carrés sont $\frac{\lambda f}{a}$ et $\frac{\sqrt{2}\lambda f}{a}$, respectivement.

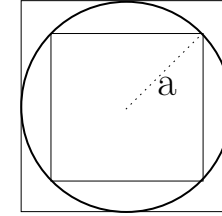


FIGURE 1.5 – Un trou de rayon a est compris entre deux carrés de cotés $2a$ et $\sqrt{2}a$.

La largeur angulaire θ du rayon de la tache de diffraction du trou de rayon a vérifie alors

$$\frac{\lambda}{a} < \theta < \frac{\sqrt{2}\lambda}{a}.$$

Donc $\theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{a} \pm 0,2 \frac{\lambda}{a}$. Le calcul complet fait apparaître des fonctions de Bessel et permet de trouver

$$\theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{a}.$$

6. Théorème de Babinet.

Soit deux écrans Σ_1 et Σ_2 de transmittance $t_1(x, y)$ et $t_2(x, y)$ complémentaires ($\forall x, y \quad t_1(x, y) + t_2(x, y) = 1$).

En dehors de l'image géométrique, les figures de diffraction données par les deux écrans sont identiques.

DÉMONSTRATION : La vibration en M pour l'écran Σ_1 s'écrit

$$s_{\Sigma_1}(M) = A \int_{\Sigma_1} \frac{e^{ikPM}}{PM} t_1(x, y) dx dy,$$

et de même pour l'écran Σ_2

$$s_{\Sigma_2}(M) = A \int_{\Sigma_2} \frac{e^{ikPM}}{PM} t_2(x, y) dx dy.$$

En l'absence d'objet diffractant Σ_i , au point M, on ne voit que l'image géométrique de la source. En dehors de l'image géométrique, il n'y a donc pas d'éclairement en l'absence d'objet diffractant :

$$\text{Hors de l'image géométrique : } I = s \cdot s^* = 0 \longrightarrow s = 0.$$

Or, cette situation correspond à $t(x, y) = 1$ en tout point. Comme $t_1 + t_2 = 1$ en tout point, en dehors de l'image géométrique, on en déduit

$$s = A \int \frac{e^{ikPM}}{PM} t_1(x, y) dx dy + A \int \frac{e^{ikPM}}{PM} t_2(x, y) dx dy = s_{\Sigma_1}(M) + s_{\Sigma_2}(M) = 0.$$

Donc $s_{\Sigma_1}(M) = -s_{\Sigma_2}(M)$, soit

$$I_{\Sigma_1}(M) = I_{\Sigma_2}(M) \quad \text{pour } M \text{ en dehors de l'image géométrique}.$$

EXERCICE II DIFFRACTION PAR UN ENSEMBLE DE STRUCTURES

1. Cas général

1.1 On applique le principe de Huygens-Fresnel dans l'approximation de Fraunhofer

$$s(M) = A s_0 \int_{\Sigma} t(P) \frac{e^{-i(\vec{k}-\vec{k}_0) \cdot \vec{OP}}}{PM} dx dy.$$

À chaque élément diffractant $\{j\}$, on associe une transmittance $t_j(P)$ et une position O_j . On a alors

$$t(P) = \sum_j t_j(P).$$

1.2 On note $\vec{R}_j = \vec{OO_j}$, et on décompose

$$\vec{OP} = \vec{OO_j} + \vec{O_jP} = \vec{R}_j + \vec{O_jP}.$$

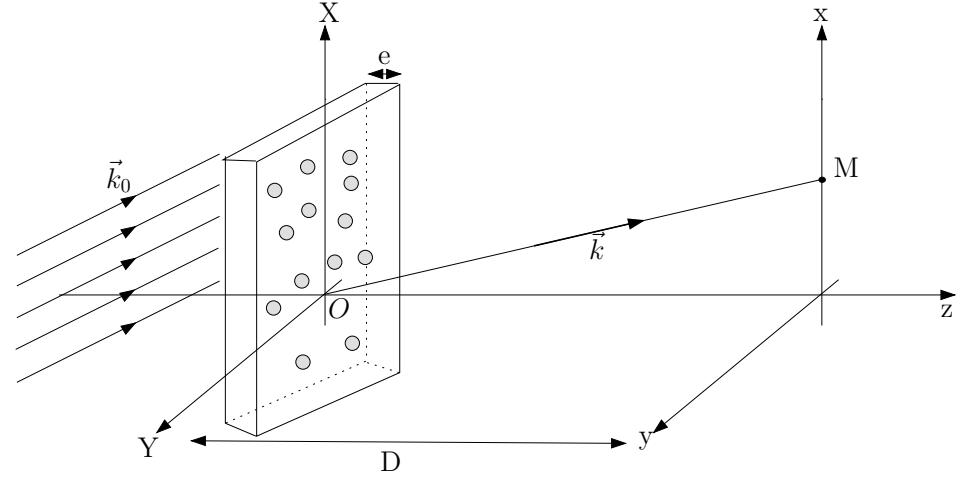


FIGURE 2.1 – Diffraction par un ensemble de structures.

Si l'on note $\Delta\vec{k} = \vec{k} - \vec{k}_0$, on obtient

$$s(M) = \frac{A s_0}{D} \sum_j \left(e^{-i\Delta\vec{k} \cdot \vec{R}_j} \underbrace{\int_{\Sigma} t_j(P) e^{-i\Delta\vec{k} \cdot \vec{O_jP}} d\Sigma}_{\text{indépendant de } j} \right)$$

$$s(M) = s'_0 \underbrace{\left(\sum_j e^{-i\Delta\vec{k} \cdot \vec{R}_j} \right)}_{\text{Facteur de structure}} \underbrace{\int_{\text{1 structure}} t_0(\delta\vec{r}) e^{-i\Delta\vec{k} \cdot \delta\vec{r}} d\Sigma}_{\text{Facteur de forme}}.$$

La figure de diffraction obtenue est le produit d'un facteur de structure, qui ne dépend que de la répartition des structures sur l'écran diffractant, et d'un facteur de forme, qui ne dépend que de la forme d'une structure unique.

2. Structures réparties de façon aléatoire

On a

$$I \propto |s(M)|^2 = |s'_0|^2 \left| \sum_j e^{i(\vec{k}_0 - \vec{k}) \cdot \vec{R}_j} \right|^2 \underbrace{\left| \int_{\Sigma} t_0(\delta \vec{r}) e^{i(\vec{k}_0 - \vec{k}) \cdot \delta \vec{r}} d\Sigma \right|^2}_{=\mathcal{F}(M) \text{ diffraction d'un seul motif}}.$$

Soit $S = \left| \sum_j e^{i(\vec{k}_0 - \vec{k}) \cdot \vec{R}_j} \right|^2$ le facteur de structure. On a

$$S = \left| \sum_j e^{i(\vec{k}_0 - \vec{k}) \cdot \vec{R}_j} \right|^2 = \sum_{j,l} e^{i(\vec{k}_0 - \vec{k}) \cdot (\vec{R}_j - \vec{R}_l)}, \quad (\text{II.1})$$

$$= \sum_{j=l} 1 + \sum_{j \neq l} e^{i(\vec{k}_0 - \vec{k}) \cdot (\vec{R}_j - \vec{R}_l)},$$

$$= N + \underbrace{\sum_{j \neq l} e^{i\Delta \vec{k} \cdot (\vec{R}_j - \vec{R}_l)}}_{\approx 0 \text{ si } N \text{ grand}}. \quad (\text{II.2})$$

Le deuxième terme dans l'équation précédente s'annule car les structures sont réparties de façon aléatoire sur l'écran diffractant. On a alors

$$I(M) = N \mathcal{F}(M).$$

Si on a N motifs répartis aléatoirement, on obtient la figure de diffraction d'un seul motif mais N fois plus intense qu'avec un motif unique.

Exemple Cette situation est particulièrement utile quand l'on cherche, par exemple, à connaître le rayon moyen des grains d'une poudre. En répartissant de façon aléatoire les grains sur une plaque, la figure de diffraction obtenue pour l'ensemble des grains est la figure de diffraction d'un grain de *diamètre moyen*. En montage, on peut par exemple mesurer le diamètre de spores de lycopode par cette méthode.

Notons qu'on ne gagne, ni ne perd, en intensité par rapport à la situation où l'on éclairerait un seul grain, à intensité lumineuse totale constante. En effet, l'intensité éclairant le grain unique est N fois plus grande que l'intensité éclairant un grain parmi les N répartis de façon aléatoire. Mais comme la figure de diffraction dans ce dernier cas est N fois plus intense que dans le premier cas, les deux figures de diffraction obtenues sont également intenses.

Remarque La situation est différente au centre de la figure de diffraction, *i.e.* pour $\vec{k} = \vec{k}_0$. Dans ce cas en effet, tous les termes de la somme dans l'équation (II.1) sont égaux à 1, et $S = N^2$. Autrement dit, au centre de la figure, l'intensité est proportionnelle à N^2 .

3. Structures périodiques : réseau

Si les motifs sont répartis de manière ordonnée, une relation de phase déterminée est établie entre chacun d'eux et le deuxième terme de la somme (II.2) est non nul.

3.1 On envisage le cas simple du réseau plan. Les positions \vec{R}_j sont alors données par $\vec{R}_j = j\vec{a}$ où \vec{a} est le vecteur caractéristique du réseau. Le facteur de structure

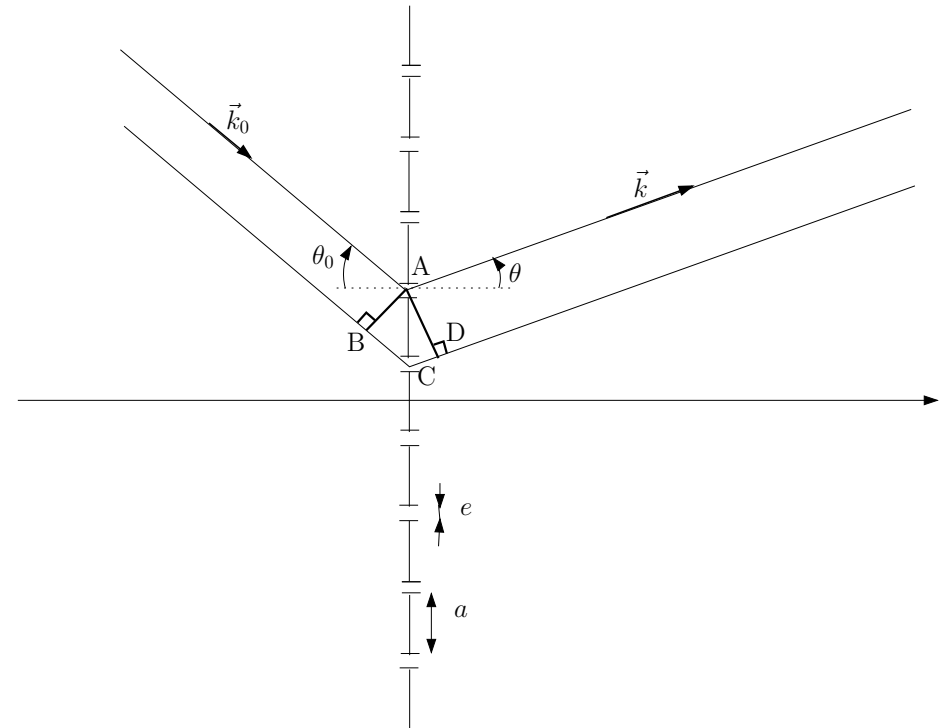


FIGURE 2.2 – Diffraction par un réseau plan.

s'exprime dès lors

$$S = \left| \sum_j e^{i j \vec{a} \cdot (\vec{k}_0 - \vec{k})} \right|^2 = \left| \sum_j e^{i j k a (\sin \theta_0 - \sin \theta)} \right|^2 = \begin{cases} N^2, & \text{si } k a (\sin \theta_0 - \sin \theta) \equiv 0 [2\pi], \\ \approx 0 & \text{sinon (pour } N \text{ grand)}. \end{cases}$$

On retrouve alors la formule dite des réseaux qui stipule que les interférences entre les ondes émises par les différentes fentes du réseaux sont constructives dans la direction θ quand θ prend l'une des valeurs θ_n définies par

$$\sin \theta_n = \sin \theta_0 + n \frac{\lambda}{a}, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Le nombre n est appelé *ordre de diffraction*.

3.2 L'expression exacte de S se calcule facilement en notant que

$$\sum_{j=1}^N e^{-i(\sin \theta - \sin \theta_0) \frac{2\pi}{\lambda} a j} = \frac{1 - e^{i\varphi N}}{1 - e^{i\varphi}} e^{i\varphi} = e^{i\frac{\varphi(N-1)}{2}} \frac{\sin\left(\frac{\varphi N}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)},$$

où $\varphi = \frac{2\pi a}{\lambda} (\sin \theta_0 - \sin \theta)$. Ce déphasage correspond au déphasage entre deux rayons issus de deux fentes successives du réseau, *i.e.* à la différence de marche BC + CD sur la figure 2.2.

On a finalement

$$S = N^2 \underbrace{\left(\frac{\sin\left(\frac{\varphi N}{2}\right)}{N \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right)^2}_{\max=1},$$

et

$$I_{\max} \propto N^2,$$

et non N comme dans le cas d'une répartition aléatoire.

Le motif élémentaire est ici une fente, le facteur de forme est donc

$$\mathcal{F}(\theta) = \mathcal{F}_0 \operatorname{sinc}^2 \left(k (\sin \theta - \sin \theta_0) \frac{e}{2} \right).$$

D'où l'expression complète

$$I = N^2 I_0 \operatorname{sinc}^2 \left(\varphi \frac{e}{2a} \right) \left(\frac{\sin\left(\frac{\varphi N}{2}\right)}{N \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \right)^2$$

Le facteur de forme s'annule quand $\varphi \frac{e}{2a} = p\pi$, $p \in \mathbb{Z}$ soit $\varphi = 2p\pi \frac{a}{e}$.

Toutes les longueurs caractéristiques du réseau apparaissent sur la figure :

	Espace réel	Espace réciproque
$L = Na$	dimension la plus grande	dimension de la plus petite petites annulations de la fonction des réseaux BF spatiales
a	dimension intermédiaire distance entre les fentes	directions de sélection ordres du réseau HF spatiales
e	plus petite dimension taille d'une fente	modulation globale THF spatiales

Pouvoir dispersif Si l'on note $\theta_m(\lambda)$ la direction du maximum de diffraction d'ordre m , pour la longueur d'onde λ , le pouvoir dispersif du réseau, à l'ordre m , autour de la longueur d'onde λ_0 , est défini comme

$$\gamma_d(\lambda_0, m) = \left. \frac{d\theta_m}{d\lambda} \right|_{\lambda_0}.$$

À partir de la formule des réseaux, on obtient

$$\cos \theta_m \gamma_d(\lambda_0, m) = \frac{m}{a}$$

soit

$$\gamma_d(\lambda_0, m) = \frac{m}{a \cos \theta_m(\lambda_0)}.$$

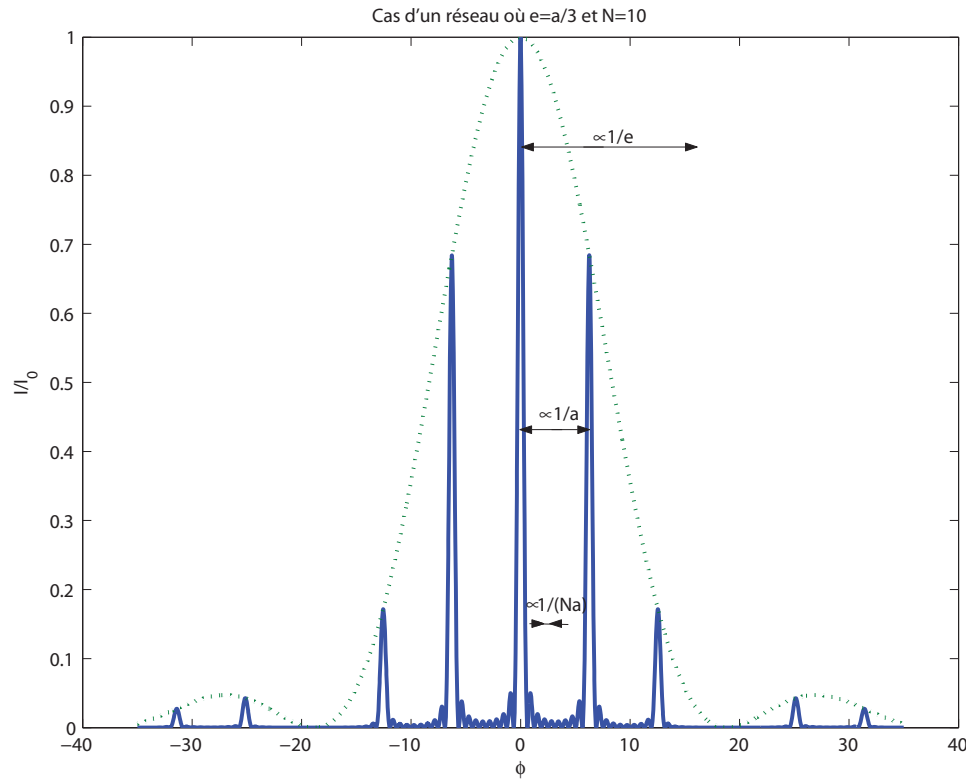


FIGURE 2.3 – Diffraction par un réseau plan, dans le cas où $e = a/3$ et $N = 10$. Les trois dimensions caractéristiques de l'objet diffractant apparaissent sur la figure : e , a et Na . Elles correspondent, respectivement, à des structures sur la figure de diffraction, tracée en fonction de φ , de tailles de l'ordre de a/e , 1 et $1/N$.

Si l'on considère des petits angles, on a finalement ($\cos \theta_m \approx 1$)

$$\gamma_d(m) = \frac{m}{a}.$$

On remarque en particulier qu'il n'y a pas de dispersion dans l'ordre 0, et que le pouvoir dispersif est d'autant plus important que l'ordre est important et que a est petit.

On remarque toutefois, d'après l'expression trouvée pour I , que plus l'ordre m

est élevé, plus l'intensité du maximum de diffraction est faible, à cause du facteur de forme \mathcal{F} . **En spectroscopie**, il faut donc faire un compromis entre pouvoir de dispersion et intensité. On utilise en pratique des réseaux dit *blazés* qui permettent de déplacer le maximum d'intensité (maximum de \mathcal{F}) sur un ordre de diffraction non nul ($m = 1$ en général). Pensez à les utiliser dans vos montages !

Pouvoir de résolution Le pouvoir de résolution autour d'une longueur d'onde λ est défini comme le rapport de λ sur la plus petite variation $\delta\lambda$ de longueur d'onde que l'on peut résoudre avec le réseau, ou tout autre spectromètre étudié :

$$\gamma_r = \frac{\lambda}{\delta\lambda}.$$

On considère, par exemple, que deux pics de diffraction, correspondant à deux longueurs d'onde distinctes, sont distinguables quand le maximum de l'un coïncide avec la première annulation de l'autre. Autour de $\varphi = 0$, celle-ci a lieu quand

$$\sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right) = 0 \quad \text{soit} \quad \delta\varphi = \frac{2\pi}{N}.$$

Cette condition est en fait la même pour tous les pics de diffraction : la première annulation autour du maximum $\varphi = \varphi_m$ est en $\varphi = \varphi_m \pm \delta\varphi$.

Pour le pic de diffraction d'ordre m , i.e. autour de $\varphi_m = 2\pi m$, le pouvoir de résolution est donc

$$\gamma_r(m) = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\varphi}{\delta\varphi} = mN.$$

Le pouvoir de résolution d'un réseau est d'autant plus important que l'ordre de diffraction est élevé, ou que le nombre de figures diffractantes éclairées est important.

Réseau et Fabry-Pérot Le réseau et le Fabry-Pérot sont tous deux des interféromètres à ondes multiples. Leurs propriétés sont en fait très similaires. D'après les résultats précédents, pour le réseau, la largeur d'un pic de diffraction correspond à

$$\delta\varphi = \frac{2\pi}{N} = \frac{\Delta\varphi}{N},$$

où $\Delta\varphi = 2\pi$ est l'écart entre deux maxima principaux de diffraction. Or, pour le Fabry-Pérot, le rapport de la distance entre deux pics d'interférence ($\Delta\varphi$) et

la largeur d'un pic d'interférence ($\delta\varphi$) est donné par la *finesse* du Fabry-Pérot : $\mathcal{F} = \Delta\varphi/\delta\varphi$. Le réseau à N fentes est donc l'équivalent d'un interféromètre de Fabry-Pérot de finesse $\mathcal{F} = N$.

On constate également cette analogie en notant que le pouvoir de résolution du réseau est donné par

$$\gamma_r = m N,$$

où m est l'ordre du pic de diffraction considéré. Pour le Fabry-Pérot, le pouvoir de résolution est donné par

$$\gamma_d = p \mathcal{F} = Q,$$

où p est l'ordre d'interférence et Q le facteur de qualité de l'interféromètre. On retrouve donc et l'on précise l'analogie précédente :

Un réseau à N fentes, à l'ordre m de diffraction, est l'équivalent d'un Fabry-Pérot de finesse $\mathcal{F} = N$, utilisé dans l'ordre d'interférence $p = m$, *i.e.* de facteur de qualité $Q = m N$.