

LP20: Diffraction par des structures périodiques

Alexandre Fafin

10/05/18

Références

- [1] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin. *Physique des solides*. EDP Sciences, 2002.
- [2] V. Renvoizé, E. Bellanger, R. Girardi, S. Paulin, B. Portelli, and E. Sau-drais. *Physique PC-PC*, Cap prépa*. Pearson, 2014.
- [3] R. Taillet. *Optique physique*. De Boeck, 2015.

Niveau

L2

Prè-requis

- Modèle scalaire de la lumière
- Interférences à deux ondes (Young)
- Diffraction par une fente

Objectifs

- Diffraction à N ondes
- Réseaux de diffraction

- Spectroscopie
- Diffraction des rayons X

Table des matières

1	Réseau plan en optique	2
1.1	Caractéristiques du réseau plan	2
1.2	Relation fondamentale des réseau	2
1.3	Intensité diffractée par un réseau	2
1.4	Applcation à la spectroscopie[3]	3
2	Etude des cristaux par diffraction des rayons X [1]	3
2.1	Principe physique	3
2.2	Formulation de Bragg et Von Laue	3
2.3	Méthodes expérimentales	3

Introduction

On a vu la diffraction, on a vu les deux fentes d’Young, maintenant on va mettre N objets et décrire ce qui se passe. Les réseaux sont des systèmes optiques important en analyse spectrale : ils sont dispersifs.

1 Réseau plan en optique

1.1 Caractéristiques du réseau plan

Définition d'un réseau[2] : Structure périodique qui transmet (réseau par transmission) ou réfléchit (réseau par réflexion) la lumière.

Un réseau d'amplitude est caractérisé par l'indice d'extinction qui varie périodiquement ; on joue sur la transparence du milieu. C'est le réseau que l'on va étudier. Dans un réseau de phase, c'est l'indice de réfraction qui varie périodiquement.

Définition du pas du réseau : distance entre deux fentes voisines. On le note a .

Un réseau est une structure périodique qui diffracte une lumière incidente. Un réseau est caractérisé par :

- Sa période a , que l'on caractérise souvent en nombre de traits par mm
- La largeur des motifs élémentaires ε
- La longueur totale L éclairée, c'est à dire le nombre de traits éclairés ($L = aN$).

Un réseau simple est constitué par un ensemble de fentes parallèles. La transmittance est égale à 1 au niveau des fentes et 0 ailleurs.

Eclairement parallèle. Diffraction par chacune des fentes du réseaux puis interférences entre les rayons issus de toutes les fentes

On va s'intéresser à un réseau en transmission.

1.2 Relation fondamentale des réseau

On éclaire le réseau par une onde plane monochromatique (de longueur d'onde λ) sous une incidence θ_i . On calcul la différence de marche entre deux rayons :

$$\delta = a(\sin \theta - \sin \theta_i) \quad (1)$$

Pour avoir des interférences constructives, le déphasage $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$ doit être un multiple de 2π . Ainsi on arrive à :

$$a(\sin \theta - \sin \theta_i) = m\lambda \quad (2)$$

avec m un nombre entier. Pour $m = 0$ on a $\theta = \theta_i$.

1.3 Intensité diffractée par un réseau

1ere méthode

L'amplitude est le produit de convolution de la fonction porte $\Pi(\frac{x}{\varepsilon})$ par la somme sur le nombre de fentes $\sum_{k=0}^N \delta(x - ka)$

$$\Psi_0 = \Pi(\frac{x}{\varepsilon}) * \sum_{k=0}^N \delta(x - ka) \quad (3)$$

$$\Psi(u) = TF(\Psi_0) = a \operatorname{sinc}(\pi u \varepsilon) \sum_{k=0}^N \exp(i2\pi k a u) \quad (4)$$

$$= a \operatorname{sinc}(\pi u \varepsilon) \frac{1 - e^{i2\pi a N u}}{1 - e^{i2\pi a u}} \quad (5)$$

où $u = \frac{\sin \theta - \sin \theta_i}{\lambda}$. u est la fréquence spatiale (dimension physique homogène à l'inverse d'une longueur).

2eme méthode

$$\Psi(u) = \sum_{k=0}^N \int_{ka-\frac{\varepsilon}{2}}^{ka+\frac{\varepsilon}{2}} \exp(i\frac{2\pi}{\lambda} \alpha x) dx \quad (6)$$

$$= a \operatorname{sinc}(\Pi u \varepsilon) \sum_{k=0}^N \exp(i2\pi u k a) \quad (7)$$

avec $\phi = 2\pi u a$
Ainsi

$$I(u) = I_0 N^2 \varepsilon^2 \operatorname{sinc}^2(\pi u \varepsilon) \left(\frac{\sin(N\pi u a)}{N \sin(\pi u a)} \right)^2 \quad (8)$$

L'intensité est caractérisée par le produit de deux termes : la figure de diffraction donnée par le motif (la fente) et la fonction réseau R :

$$R = \left(\frac{\sin(N\pi ua)}{N \sin(\pi ua)} \right)^2 \quad (9)$$

On trace l'intensité en fonction de u . Chaque maximum est séparé de $1/a$. La fonction enveloppe s'annule pour $u = 1/\varepsilon$.

1.4 Application à la spectroscopie[3]

- Finesse. Ecart entre les pics divisé par leur largeur à mi-hauteur.
- Pouvoir de résolution (intrinsèque)
- Influence de la fente source
- Discuter rapidement de la comparaison avec le prise
- Discuter des réseaux blazés.

Manip Tracer le minimum de déviation D_m en fonction de λ . Résolution des doublet du mercure [2], et/ou celui du sodium.

2 Etude des cristaux par diffraction des rayons X [1]

Pour cette partie voir également : <http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/Diffraction-rayons-X-techniques-determination-structure.xml>

On a vu le cas des réseaux plans, maintenant on va s'intéresser aux réseaux tri-dimensionnels. Bien justifier, par le cal

2.1 Principe physique

- Rappels de cristallographie. Réseaux cristallins et réseaux réciproques
- Ordre de grandeur des rayons X.

- Les ondes électromagnétiques sont sensibles à la densité électronique déterminée par la distribution des électrons au sein du matériau.

2.2 Formulation de Bragg et Von Laue

- Formulation de Bragg : $2d \sin \theta = n\lambda$
- Condition d'interférences constructives. Commentaire essentiel : on a une condition sur les trois composantes de \vec{k} , et plus seulement sur une seule. Observer des pics dans les cristaux est donc beaucoup plus dur.

2.3 Méthodes expérimentales

- Faisceau polychromatique, poudre, cristal tournant.
- Ordres de grandeurs

Conclusion

Ouvrir le phénomène de diffraction à l'ensemble du spectre EM et sur les réseaux.

Remarques

On peut également aborder dans cette leçon les réseaux acoustiques qui sont traités dans le Garing, ondes mécaniques. Les réseaux acoustiques sont utilisés en échographie. On montre que si on utilise un seul transducteur (rectangulaire), l'intensité acoustique émise est très large. En effet :

$$I(\theta) = I_0 \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right) \quad (10)$$

Pour améliorer la résolution latérale il faudrait augmenter a , la largeur du transducteur. Une meilleure solution est de mettre en réseau un ensemble de

transducteur. Pour N transducteurs de largeur a et séparés de d , l'intensité s'écrit :

$$I(\theta) = N^2 I_0 \operatorname{sinc}^2 \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right) \left[\frac{\sin \pi N d \sin \theta / \lambda}{N \sin \pi d \sin \theta / \lambda} \right]^2 \quad (11)$$