LP24: Phénomènes de résonance dans divers domaines de la physique

Alexandre Fafin

29/04/18

Références

[1] J-P Faroux and J. Renault. *Mécanique des fluides et ondes mécaniques, PC.* Dunod, 1999.

[2] C. Garing. *Ondes mécaniques.* Ellipses.

[3] D. Hennequin, V. Zehnlé, and D. Dangoisse. *Les lasers. Cours et exercices corrigés.* Dunod, 2013.

[4] J. Pérez, E. Bellanger, X. Ducros, V. Renvoizé, and P. Roux. *Physique MPSI-PCSI-PTSI, Cap prépa.* Pearson, 2009.

[5] J.-Ph Pérez. *Mécanique : fondements et applications.* Dunod, 2014.

[6] V. Renvoizé, E. Bellanger, R. Girardi, S. Paulin, B. Portelli, and E. Saudrais. *Physique PC-PC*, Cap prépa.* Pearson, 2014.

Niveau

L3

Prè-requis

- Electronique
- Mécanique du point
- Optique ondulatoire
- Circuit RLC et régime transitoire
- Equation de d'Alembert

Objectifs

- Généralité du phénomène de résonance
- Intérêt du facteur de qualité

Table des matières

Introduction

La résonance est un comportement fréquentiel. On se limite ici à des systèmes linéaires (et on se place en régime sinusoïdal forcé).

Les phénomènes de résonance se manifestent tout autour de nous différentes échelles et dans différents domaines (quartz, instrument de musique, marée,...)

1 Oscillateur à un degrè de liberté : le RLC série[4]

1.1 Présentation

Présenter le circuit RLC rapidement et son équation caractéristique avec facteur de qualité et fréquence propre à partir de la loi des mailles :

$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{du_c}{dt} + \omega_0^2 u_c = \omega_0^2 E\cos(\omega t) \tag{1}$$

Manip : Faire varier la fréquence d'un générateur et regarder l'amplitude du signal délivré aux bornes de l'oscilloscope.

1.2 Résonance en tension

— $\underline{e} = Ee^{j\omega t}$

— $\underline{u}_c = \underline{U}_m e^{j\omega t}$ avec $\underline{U}_m = U_m e^{j\phi}$

La tension aux bornes du condensateur s'écrit :

$$\underline{U}_m = E\frac{1}{1 - x^2 + j\frac{x}{Q}} \tag{2}$$

Discussion en fonction de la valeur du facteur de qualité sur l'amplitude de U_m. On arrive à

$$\omega_r = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \tag{3}$$

On trace le diagramme de Bode.

1.3 Résonance en intensité et en puissance

Il existe toujours une résonance en intensité à la pulsation $\omega_r = \omega_0$.

Montrer les diagrammes de Bode de la résonance en puissance. Définition de la largeur de la résonance et du facteur de qualité

2 Oscillateur à deux degrés de liberté[1]

2.1 Oscillations libres

On étudie dans cette partie deux pendules pesants couplés. On arrive à [5] :

$$m_1\ddot{x}_1 + m_1\omega_1^2 x_1 + k_{12}(x_1 - x_2) = 0 \tag{4}$$
$$m_2\ddot{x}_2 + m_2\omega_2^2 x_2 + k_{12}(x_2 - x_1) = 0 \tag{5}$$
$$\tag{6}$$

Définition des fréquence ω_1 (pulsation propre de l'oscillateur harmonique 1 mais avec 2 bloquée) et ω_2

$$\omega_1 = \frac{k_1 + k_{12}}{m_1} \tag{7}$$
$$\omega_1 = \frac{k_2 + k_{12}}{m_2} \tag{8}$$
$$\tag{9}$$

Prendre le cas de deux oscillateurs identiques

Couplage de deux oscillateurs mécaniques. Recherche de modes propres. Les pulsations propres du systèmes sont données par[1] :

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma} \tag{10}$$
$$\omega'' = \sqrt{\omega_0^2 + \gamma} \tag{11}$$
$$\tag{12}$$

ω' est le mode symétrique ($x_1 = x_2$) : les oscillations des deux masses sont en phases. ω'' est le mode antisymétrique : les mouvements des masses sont en opposition de phase. Le mode antisymétrique à toujours une fréquence propre plus élevée que le mode symétrique.

Le mouvement générale du système est donné par une superposition des deux modes propres.

2.2 Oscillations forcées

On excite le premier oscillateur en imposant un mouvement sinusïdal à l'extrémité A du ressort $x_A = a\cos\omega t$. En régime forcée (on ne regarde pas le transitoire) la solution particulière s'écrit :

$$x_1 = A\cos\omega t \tag{13}$$
$$x_2 = B\cos\omega t \tag{14}$$
$$\tag{15}$$

avec :

$$A = a\frac{k_0/m_0(\omega_0^2-\omega^2)}{(\omega_0^2-\omega^2)^2-\gamma^2} \tag{16}$$
$$B = a\frac{\gamma(k_0/m_0)}{(\omega_0^2-\omega^2)^2-\gamma^2} \tag{17}$$

Ainsi pour $\omega = \omega_0$ on a $A = 0$! C'est une anti-résonance. Ainsi il est possible d'étouffer les vibrations d'un oscillateur (absorbeur de vibration).

3 Cavités résonantes

Les cavités résonantes sont le siège d'un grand nombre de réflexions.

3.1 Corde de Melde[2]

On aborde la corde comme une cavité. Le vibreur fournit une vibration qui se propage et se réfléchi à une extrémité A de la corde, puis à l'autre extrémité de la corde 0,... (voir BUP 851).

Suivre le BUP. Si on note A l'amplitude du mouvement en M on arrive à :

$$A^2 = a^2\frac{(1-R)^2+4R\sin^2(\phi-phi_x)}{(1-RR')^2+4RR'\sin^2\phi} \tag{18}$$

On peut tracer Z défini par :

$$Z = \frac{A^2_{ventre}}{A^2_{ventre,max}} = \frac{1}{1+m^2\sin\phi} \tag{19}$$

avec $m = \frac{2\sqrt{RR'}}{1-RR'}$. On a une fonction d'Airy.

On arrive au facteur de qualité Q (qui dépend de n) :

$$Q = n\frac{\pi\sqrt{RR'}}{1-RR'} \tag{20}$$

Si $R \to 1$, (et R') le facteur de qualité augmente ($Q \to \infty$)

Manip Facteur de qualité de la corde de Melde (pas facile).

3.2 Cavité Fabry-Pérot[3, 6]

Traiter la cavité Fabry-pérot comme une analogie. Mais à mon avis pas le temps donc plutôt en conclusion.

Conclusion

Généralité du phénomène de résonance. Ouvrir sur la RMN (mais ça ouvre un champ de questions).

Remarques

On a divers types de couplage (voir Pérez) :

- Couplage élastique
- Couplage par inertie
- Couplage par frottement