

Big Line Big Clique conjecture e bloqueadores de visibilidade

Gabriel K. Lasso

1 Motivação

No estudo de grafos de visibilidade, em 2005, Kára, Pór e Wood[3] conjecturaram o seguinte:

Big Line Big Clique conjecture. *Para inteiros $k, l \geq 2$ existe um n tal que todo conjunto P com pelo menos n pontos contém l pontos colineares ou k pontos visíveis dois a dois (equivalentemente, o grafo de visibilidade de P tem um k -clique).*

Esse problema chamou bastante a atenção de pesquisadores na época[1, 5, 6] e ainda permanece em aberto, com não muitos resultados.

Porém, essa curiosidade levou pesquisadores a estudar conjuntos de bloqueadores de visibilidades, o que gerou uma outra questão também tão interessante quanto:

Bloqueadores de visibilidade. *Seja P um conjunto de n pontos no plano sem três pontos colineares. Dizemos que um conjunto Q bloqueia P se $P \cap Q = \emptyset$ e todo segmento com extremidades em P contém um ponto em Q . $b(P)$ é o tamanho do menor conjunto que bloqueia P e $b(n)$ é o mínimo de todos os $b(P)$ s para todos os conjuntos P s de n elementos.*

Existem alguns resultados sobre a ordem de crescimento de $b(n)$, mas ainda há muita coisa a ser resolvida nessa área.

2 Objetivo

Nesse trabalho, eu pretendo fazer um estudo rigoroso sobre os resultados existentes nos problemas citados a cima e possivelmente em alguns tópicos relacionados, em particular, provando os seguintes resultados:

- Big Line Big Clique conjecture é verdadeira para $k = 4$ [3].
- Também é para $k = 5$ [1].
- É falsa para conjuntos infinitos de pontos[6].
- Existe c tal que $b(n) \leq ne^{c\sqrt{\log n}}$ [4].
- Para todo conjunto P de n pontos em posição estritamente convexa, $b(P)$ é $\Omega(n \log n)$ [4].
- $b(n) \geq (\frac{25}{8} - o(1))n$ [2].

Referências

- [1] Zachary Abel, Brad Ballinger, Prosenjit Bose, Sébastien Collette, Vida Dujmović, Ferran Hurtado, Scott D. Kominers, Stefan Langerman, Attila Pór, and David R. Wood. Every large point set contains many collinear points or an empty pentagon. <https://arxiv.org/abs/0904.0262>, 2009.
- [2] Adrian Dumitrescu, János Pach, and Géza Tóth. A note on blocking visibility between points. <http://www.cs.uwm.edu/faculty/ad/blocking.pdf>, 2009.
- [3] Jan Kára, Attila Pór, and David R. Wood. On the chromatic number of the visibility graph of a set of points in a plane. <http://dx.doi.org/10.1007/s00454-005-1177-z>, 2005.
- [4] Jiří Matoušek. Blocking visibility for points in general position. <https://doi.org/10.1007/s00454-009-9185-z>, 2009.
- [5] Attila Pór and David R. Wood. On visibility and blockers. <https://arxiv.org/abs/0912.1150>, 2009.
- [6] Attila Pór and David R. Wood. The big-line-big-clique conjecture is false for infinite point sets. <https://arxiv.org/abs/1008.2988>, 2010.