Équations différentielles

(Une semaine)

Cours à travailler :
Mimo : Équations différentielles linéaires du premier ordre
Mimo : Équations différentielles linéaires du second ordre

Exercice 1

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1. $xy' - 2y = 0$ sur $\mathbb{R}_+^*$.
2. $(x^2+1)y' - y = 1$ sur $\mathbb{R}$.
3. $x\ln(x)y' - y = 4$ sur $]1, +\infty[$.
4. $y' + y = e^x - 1$ sur $\mathbb{R}$.
5. $y' - 2xy = (1-2x)e^x$ sur $\mathbb{R}$.
6. $y' - \dfrac{2y}{x+1} = (x+1)^3$ sur $]-1, +\infty[$.
7. $(1+x^2)y' + xy = 3x^3 + 3x$ sur $\mathbb{R}$ en cherchant une solution particulière polynomiale de degré 2.
8. $\cos(t)y' - \sin(t)y = 1$ sur $\left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$ avec la condition initiale $y(0) = 2$.

★ Exercice 2

a. Grâce à une intégration par parties, calculer la primitive $I(t) = \displaystyle\int \left(3 + \frac{1}{t}\right)\left(\frac{1}{t^2}e^{\frac{1}{t}}\right) \mathrm{d}t$ en posant : $u = \left(3 + \dfrac{1}{t}\right)$ et $v' = \left(\dfrac{1}{t^2}e^{\frac{1}{t}}\right)$.

b. Résoudre l'équation différentielle : $(E)\ :\ x^2y' - y = 3 + \dfrac{1}{x}$.

Exercice 3

Résoudre sur $\mathbb{R}$ les équations différentielles suivantes :

1. $y'' - y' - 2y = -x^2 - 3x$
2. $y'' - 5y' + 6y = e^{2x}$
3. $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$
4. $y'' + y = e^x$
5. $y'' + 2y' + 5y = xe^x$