

基于深度自编码网络的慢速移动目标检测

刘 凯¹, 林基明^{1,2}, 郑 霖¹, 杨 超¹

(1. 桂林电子科技大学 广西无线宽带通信与信号处理重点实验室, 广西 桂林 541004;

2. 梧州学院, 广西 梧州 543002)

摘 要: 强杂波背景下的慢速目标检测存在低多普勒频移、杂波干扰严重、鲁棒性不足、特征提取困难与信息利用不充分等问题。为此, 提出一种基于深度自编码网络的宽带信号目标检测方法。利用时频变换解析回波信息, 通过深度自编码网络算法, 在时频域提取针对目标的深度抽象信息进行目标检测, 以准确感知环境变化。仿真结果表明, 与支持向量机、超限学习机和后向传播神经网络等传统机器学习相比, 该方法可以有效感知环境变化, 具有较高的鲁棒性和检测性能。

关键词: 目标检测; 深度学习; 自编码神经网络; 特征提取; 机器学习

中文引用格式: 刘 凯, 林基明, 郑 霖, 等. 基于深度自编码网络的慢速移动目标检测[J]. 计算机工程, 2018, 44(2): 129-134.

英文引用格式: LIU Kai, LIN Jiming, ZHENG Lin, et al. Slow Moving Target Detection Based on Deep Self-coding Network[J]. Computer Engineering, 2018, 44(2): 129-134.

Slow Moving Target Detection Based on Deep Self-coding Network

LIU Kai¹, LIN Jiming^{1,2}, ZHENG Lin¹, YANG Chao¹

(1. Guangxi Key Laboratory of Wireless Wideband Communication and Signal Processing,

Guilin University of Electronic Technology, Guilin, Guangxi 541004, China;

2. Wuzhou University, Wuzhou, Guangxi 543002, China)

[Abstract] The slow target detection in the background of strong clutter has such problems as low Doppler frequency shift, clutter interference, lack of robustness, feature extraction difficulties and inadequate information utilization. Therefore, a target detection method of wideband signal based on deep self-coding network is proposed. The echo information is analyzed by using time-frequency transform, and the deep self-coding network algorithm is used to extract the target deep abstract information in the time-frequency domain for target detection to accurately sense the environmental change. Simulation results show that compared with traditional machine learning such as Support Vector Machine (SVM), Extreme Learning Machine (ELM) and Back Propagation Neural Network (BPNN), the proposed method can effectively detect environmental changes and has high robustness and detection performance.

[Key words] target detection; deep learning; self-coding neural network; feature extraction; machine learning

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2018.02.023

0 概述

强杂波背景(如树林、建筑群等环境)下的低速目标检测一直以来都是一个具有挑战性的课题,譬如:障碍物和目标的回波具有类似的电磁特性,严重的多径效应及低速特性,使得传统的动目标检测技术很难奏效。

从 20 世纪开始,国内外学者在该领域做了一系列探索,其中比较有效的方法主要有:基于传统信号

处理和基于特征的模式分类。基于传统的信号处理技术通过统计特性以似然比检测(LRT)及其改进型作为主要技术手段^[1],但必须构建准确的环境统计特性模型,而这对于时变乃至未知环境并不适用;或是从时域波形^[2-3]、时频分析^[4-5]和信息论^[6-7]等角度来构建特征检测量,但其构建的 RAKE 结构雷达传感网,推导过于理想化,判别函数的实用性值得商榷,因此,对于强杂波淹没下的低速目标检测效果并不理想。而基于特征的检测方法则从模式识别的角度出

基金项目: 国家自然科学基金(61362006, 61571143); 广西无线宽带通信与信号处理重点实验室基金(GXKL061501); 广西自然科学基金(2014GXNSFBA118288, 2014GXNSFAA118387)。

作者简介: 刘 凯(1991—), 男, 硕士研究生, 主研方向为信号处理; 林基明, 教授、博士、博士生导师; 郑 霖, 教授、博士; 杨 超, 博士研究生。

收稿日期: 2017-01-26 **修回日期:** 2017-03-17 **E-mail:** liukaiwuxing@live.com

发,利用传统信号处理结合数据约简技术提取特征,最后以机器学习算法构建检测器^[8-11]。该方法虽然成功地将目标检测问题转化为模式分类问题,并取得了一定效果,但仍然存在一些问题。首先,所提取特征的有效性值得推敲,是否有利于后面的分类识别,或是否是最优、无冗余的,还有就是它们大多针对固定目标,对于位置变动的目标则没有涉及;其次,分类器的构建都是基于传统的浅层机器学习算法,这些算法对复杂函数的逼近能力有限,不能充分地挖掘和表示环境变化特征;最后,简单地将所提取的特征作为分类器的输入,并未考虑特征与分类器的组合性能。此外对于更易工程实现的宽带雷达也并未涉及。

近年来兴起的深度学习^[12]具有较好的目标信息表示能力、鲁棒性和泛化性,可以实现复杂函数逼近,因此,国内外学者成功将其用于图像处理、自然语言处理等领域并取得了突破性进展。文献[13]将卷积神经网络应用于合成孔径雷达目标识别,取得了比传统机器学习更好的效果。文献[14]将自编码神经网络应用于人体步行图像序列的数据降维中,实现了人体运动的跟踪和姿态的识别。文献[15]将自编码神经网络应用于车牌数字识别,取得了良好的识别性能。

基于以上分析,本文以深度自编码网络取代传统的特征提取,并结合分类器结构构建宽带信号目标检测系统。按照信息保留原则,采用维格纳-威尔分布(Wigner-Ville Distribution, WVD)进行预处理,以解析回波中的信息,同时引入深度自编码网络提取环境特征用于自动监测。

1 预处理

由于目标信号被淹没在强杂波干扰中,因此有必要通过一定的预处理技术来解析回波信息。对于慢速目标检测而言,地面和其他静态障碍物等造成的强杂波干扰会导致监测信号呈现出较强的非平稳特性,而目标的移动又会使环境的散射特性发生改变,这些反映在时频平面上就体现为具有不同的时频密度分布^[8-9]。时频变换正是提取这些变化的有效工具。因为 WVD 变换在二次型时频变换中具有独特的信息保留优势以及良好的时频聚焦特性^[8],且相对于线性时频变换能更加直观、合理地描述信号的瞬时功率谱密度,所以本文使用 WVD 变换进行预处理。但是由于多径导致了严重的交叉项干扰,同时它们也会一定程度反映环境变化,因此使用加核的 WVD Choi-Williams 分布^[16]:

$$C_r(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_r(t, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (1)$$

其中:

$$R_r(t, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_r(\tau, \nu) \phi(\tau, \nu) e^{-j\nu t} d\nu \quad (2)$$

$$A_r(\tau, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} r\left(t + \frac{\tau}{2}\right) r^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{j\nu t} dt \quad (3)$$

其中, $r(t)$ 为对回波进行脉冲压缩后的距离信号, $r^*(t)$ 为其共轭函数, $\phi(\tau, \nu) = e^{-\tau^2 \nu^2 / \sigma^2}$ 为核函数。同时,为了抑制噪声采用了非相干积累。

2 自编码网络

WVD 的使用,在解析回波信息的同时也引入了冗余。为了有效提取特征,准确感知环境变化,本文将深度自编码网络引入到目标监测中。深度自编码网络通过堆叠多个自编码搭建多层神经网络架构,实现对回波数据中信息的分级表达,并通过整体微调将特征提取和分类器有机结合,充分挖掘数据中的变化特征来优化检测性能。

2.1 传统自编码

自编码是构建深度自编码网络的基础。传统自编码由输入层、隐含层和输出层组成,在功能上可分为编码和解码两部分,前者将输入信号变换成编码信号,完成特征提取:

$$h = f_{\theta}(x) = s(\mathbf{w}x + \mathbf{b}), \theta = \{\mathbf{w}, \mathbf{b}\} \quad (4)$$

后者将编码 h 转换成重构信号 \tilde{x} :

$$\tilde{x} = g_{\theta'}(h) = s(\mathbf{w}'h + \mathbf{b}'), \theta' = \{\mathbf{w}', \mathbf{b}'\} \quad (5)$$

其中, s 表示非线性激活函数,一般为 sigm 函数或 tanh 函数, θ, θ' 分别表示隐含层和输出层的权值矩阵和偏置量 \mathbf{w}, \mathbf{b} 。为了减少训练参数的数目,一般将 \mathbf{w}' 和 \mathbf{b}' 取为 \mathbf{w} 和 \mathbf{b} 的转置,其原理如图 1 所示。

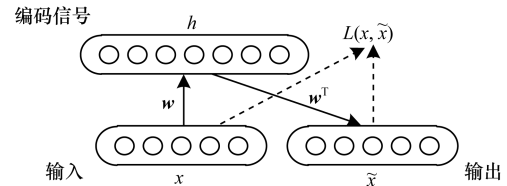


图1 自编码原理示意图

通过无监督贪婪算法调节权值和偏置量使重构误差最小即可完成单个自编码的训练。重构误差通常有 2 种形式:

均方误差形式:

$$L(x, \tilde{x}) = \|x - \tilde{x}\|^2 \quad (6)$$

交叉熵形式:

$$L(x, \tilde{x}) = \sum_k (1 - x_k) \log_a(1 - \tilde{x}_k) + x_k \log_a \tilde{x}_k \quad (7)$$

2.2 稀疏和降噪自编码

若仅是为了恢复输入,只需 $h \equiv x, \tilde{x} \equiv h$ 即可,但这样做对目标特征识别毫无意义。为了提取更有效

的特征,在自编码基础上加入稀疏条件,来约束隐含层激活度:

$$J_{\text{sparse}}(\theta^*, \theta'^*) = L(x, \tilde{x}; \theta, \theta') + \alpha KL(\rho \parallel \hat{\rho}) = \alpha[\rho \log_a \hat{\rho} + (1-\rho) \log_a (1-\hat{\rho})] + L(x, \tilde{x}; \theta, \theta') \quad (8)$$

其中, $\rho \in (0, 1)$ 为指定的稀疏性参数, $\hat{\rho}$ 表示神经元的平均激活度,它与权重和偏置量有关, α 为相应的惩罚因子。

此外为了增加算法的鲁棒性,文献[17]提出了降噪自编码算法:尝试从加噪数据 \bar{x} 中恢复正常数据 x ,以此来学习更加鲁棒的特征。其原理如图2所示。首先对输入信号 x 进行加噪得到 \bar{x} ,然后通过映射得到编码 $h = f_{\theta}(\bar{x})$ 及重构信号 $\tilde{x} = g_{\theta'}(h)$ 。与前面不同的是,这里的 \tilde{x} 是关于噪声信号 \bar{x} 的函数。

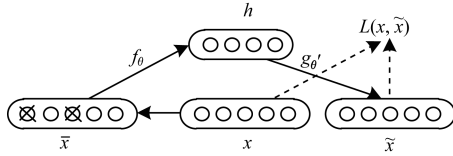


图2 降噪自编码原理示意图

2.3 深度自编码网络

为了挖掘回波中的本质特征,基于上述自编码,通过堆叠来构建深度自编码网络,其构建过程如图3所示。

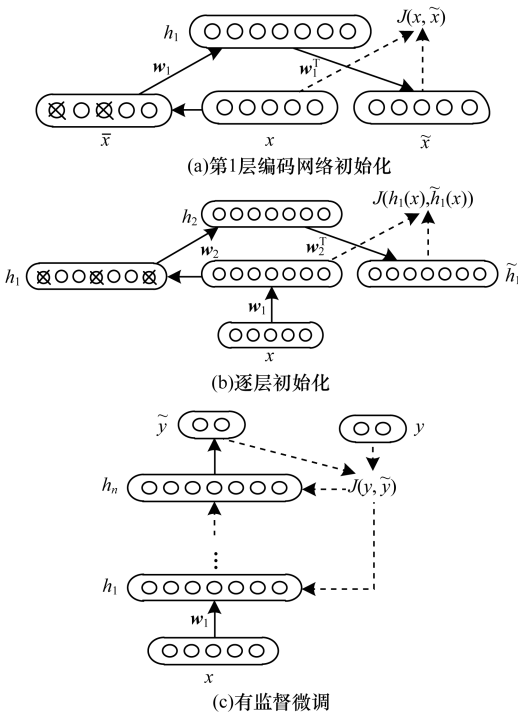


图3 深度自编码网络构建和训练过程

首先将网络的输入层和第1个隐层作为自编码的输入层和隐层进行训练,其代价函数如下:

$$J(x, \tilde{x}) = L(x, \tilde{x}; \theta, \theta') + \lambda \|W\|_2 + \alpha KL(\rho \parallel \hat{\rho}) = \alpha[\rho \log_a \hat{\rho} + (1-\rho) \log_a (1-\hat{\rho})] + L(x, \tilde{x}; \theta, \theta') + \lambda \|W\|_2 \quad (9)$$

其中,第2项为采用 L_2 范数作为正则化项, λ 为对应的惩罚因子,且 \tilde{x} 是关于噪声信号 \bar{x} 的函数;训练完成后,将第1个隐层和第2个隐层作为自编码的输入层和隐层采用类似的方法进行训练,这样逐层进行即可完成对自编码网络参数的初始化^[18-19];然后在网络顶端加入逻辑回归层,将输入映射到对应的类别信息,利用误差反向传播(Error Back Propagation, BP)算法对全局参数进行有监督微调。

这样各个隐含层都对预处理之后的回波数据输入进行一次编码,即特征提取,最后再通过全局微调把特征提取和逻辑回归有效结合起来,挖掘其本质特征,优化检测性能。

3 基于深度自编码网络的目标检测方法

为了提取更加抽象和有用的特征信息,本文通过深度自编码网络来进行目标检测,检测流程如图4所示,其中深度网络由1个输入层、6个隐层和1个 Softmax ^[20] 回归层组成。

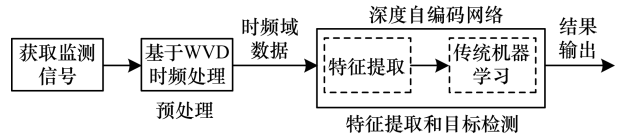


图4 目标检测算法框图

首先将前面经预处理得到的时频样本数据组成矢量 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$,经归一化后作为输入,利用贪婪算法对网络进行逐层初始化训练,然后在顶端加入 Softmax 分类器,利用 BP 算法对深度网络进行全局微调。这样网络前面6个隐层2完成特征提取, Softmax 完成最终的分类检测。

Softmax 是最常用的2个分类器之一,其输出可以认为是输入属于每一类的归一化概率。对于输入样本 x_i , Softmax 将其归入类别 $j \in \{1, 2\}$ 的概率为:

$$P_j = \text{Softmax}(h_j(x_i)) = \frac{\exp(h_j(x_i))}{\sum_{j=1}^2 \exp(h_j(x_i))} \quad (10)$$

其中, $h_j(x_i)$ 表示输入 x_i 经过前面 6 层自编码网络之后的输出, 也即 *Softmax* 层的输入。那么最后的分类结果为:

$$\text{Output} = j | \max_j P_j \quad (11)$$

4 实验与结果分析

4.1 场景模型

为了验证算法的有效性, 本文采用相对简化的回波模型, 实验数据由地物回波, 以及相应的多径组成的非平稳回波背景和目標回波共同构成:

$$s(t) = \sum_i A_i s_0(t - \tau_i) \quad (12)$$

其中, $s_0(t)$ 为发射的 Chirp 脉冲信号, $\tau_i = 2R_i(t)/c$ 为第 i 个回波的时延。对于目标, 回波传输距离 $R_i(t) = R_0 - (2v/c)t$, 对于地物回波加入正弦抖动来模拟环境的慢变特性, $\bar{R}_i(t) = \bar{R}_0 - q(t)$, 其中, c 为光速, R_0 和 \bar{R}_0 分别为目标和障碍物的初始距离, v 为目标的移动速度, $q(t) = 0.05 \times \sin(2\pi f' t)$ 。 $A_i = e^{-x_i}$ 为对应回波的幅值。场景及系统参数如表 1 所示。

表 1 场景及系统参数设置

参数	数值
障碍物初始距离 (\bar{R}_0)/m	30, 32, 34, 35
目标回波幅值系数 x_1^1	0.916 3
障碍物回波幅值系数 x_i^2	[0, 0.69] 间均匀取值
多径时延/ns	0.067, 0.67
多径幅值系数 x_i^3	$x_i + 0.001, x_i + 0.003$
载频/GHz	2.4
带宽/MHz	100
采样率/MHz	200
脉冲重复周期/ms	0.165
脉冲持续时间/ μ s	0.15

为了减少数据处理的复杂度, 在不影响算法性能的前提下, 截取回波中前 49.5 m 的样本点作为分析数据, 目标速度设为 ± 2 m/s、 ± 4 m/s、 ± 6 m/s、 ± 8 m/s 和 ± 10 m/s, 以此构成样本。

图 5 给出了实验中采用的模拟杂波与目标的距离像 (速度为 4 m/s 时), 目标位于样本点 50 ~ 60 之间, 其功率信杂比 (SCR) 为 -15 dB。本文在此回波基础上加入高斯白噪声进行测试实验。该回波数据经预处理之后的时频维波形如图 6 所示, 从图 6 可以看出, 由于目标的出现致使时频平面的分布发生

了变化。

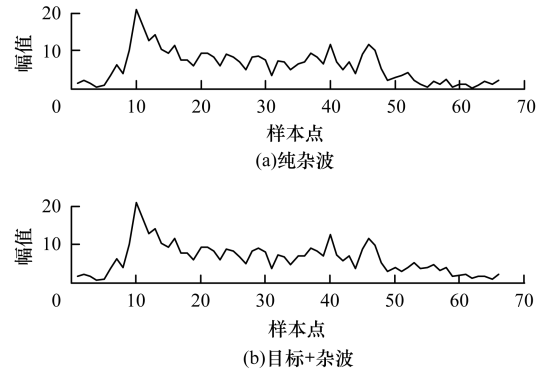


图 5 实验数据模拟波形图

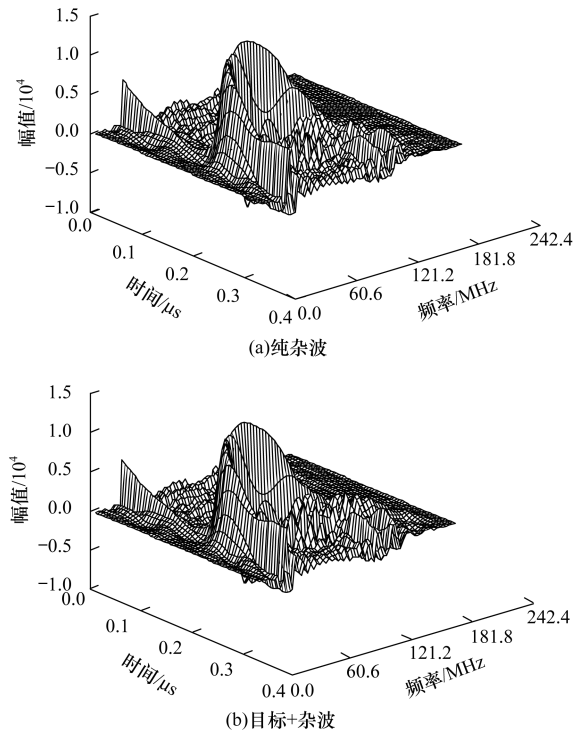


图 6 预处理之后的波形图

4.2 深度学习性能比较与分析

实验中采用 4.1 节中产生的回波数据, 使用 Matlab 进行仿真分析。深度自编码网络的具体结构 (输入层-隐层-输出层) 为: 4356-3500-2500-1500-500-200-2, 预训练过程加入降噪和稀疏约束, 微调中加入 Dropout 来防止系统过拟合, 最终的参数如表 2 所示。在对比实验中, 分别采用后向传播神经网络 (BPNN)、超限学习机 (ELM) 和支持向量机 (SVM) 结合时频分析进行测试。其中预处理中的小波包变换 (WPT) 是参考文献 [11] 的处理方法, WVD 则表示采用本文的预处理方法并结合主成分分析 (PCA) 对其进行降维。

表2 深度自编码网络的仿真参数

属性	参数值
加噪系数 c	0.3、0.1、0.1、0.1、0
稀疏参数 ρ	0.05、0.07、0.116 7、0.46、0
稀疏惩罚因子 α	0.4、0.2、0.15、0.2、0
Dropout 系数	0.1

深度自编码网络的最后一层是 *Softmax* 回归层,其输出为对应类别的概率。表3为部分样本的输出结果,从表3中可以看出,深度网络成功地将输入样本识别为“有目标”和“没有目标”2类,且输出类别的概率近似为1,说明深度自编码网络具有很好的目标信息表示能力,能够实现复杂函数的逼近,可有效提取目标的结构特征,具有较好的鲁棒性。

表3 深度网络的部分输出结果

样本编号	有目标	无目标
1	0.999 9	1.021 4e-04
2	3.346 7e-07	1.000 0
3	0.999 9	1.187 4e-04
4	1.000 0	4.910 1e-06
5	1.676 1e-06	1.000 0
6	1.000 0	5.341 0e-06
7	1.000 0	5.293 3e-08
8	0.999 4	5.863 7e-04
9	7.633 8e-05	0.999 9
10	3.544 5e-08	1.000 0
11	1.000 0	1.327 0e-06
12	2.446 5e-08	1.000 0
13	4.423 8e-06	1.000 0
14	1.129 6e-05	1.000 0
15	1.788 5e-07	1.000 0
16	1.000 0	1.043 1e-06
17	1.000 0	1.895 4e-06

另外,实验中分别使用识别率 P 和虚警率 P_f 作为性能指标:

$$P = \frac{N_{\text{clu-clu}} + N_{\text{tar-tar}}}{N_{\text{clu}} + N_{\text{tar}}} \quad (13)$$

$$P_f = \frac{N_{\text{clu-tar}}}{N_{\text{clu}}} \quad (14)$$

其中, N_{clu} 和 N_{tar} 分别表示测试集中正常环境的样本数和出现目标的样本数, $N_{\text{clu-clu}}$ 表示实验中将正常环境分为正常的数量, $N_{\text{tar-tar}}$ 表示将出现目标分为异常的数量, $N_{\text{clu-tar}}$ 表示将正常环境分为异常的数量。

从图7、图8可以看出,经本文预处理方法的神经网络和支持向量机的性能优于经 WPT 处理的算法,说明了本文的预处理方法能有效解析回波中的信息,

为后续检测提供保证。此外,相比于 SVM、ELM 和 BPNN 检测方法,本文方法具有更高的检测率,尤其是在低信噪比时,其他算法性能急剧下降,本文算法仍保持较高检测率,说明深度自编码网络具有更好的鲁棒性,克服了传统神经网络和支持向量机的缺陷。深度自编码网络优于传统算法的原因是:多层稀疏结构更能提取数据的本质特征,能更好地逼近非线性分类函数;有监督的微调将特征提取和分类有效结合;降噪自编码的运用改善了其抗噪性能。

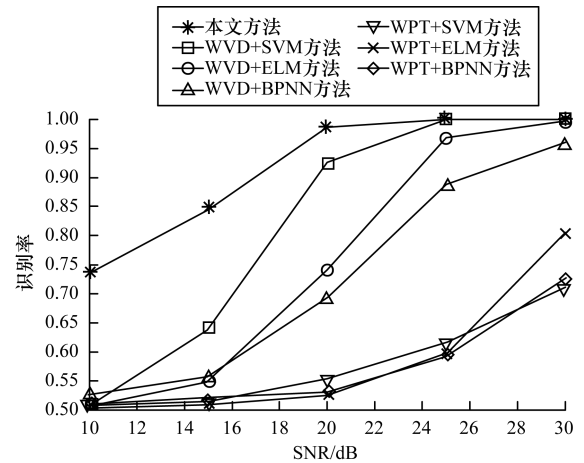


图7 不同方法识别率对比

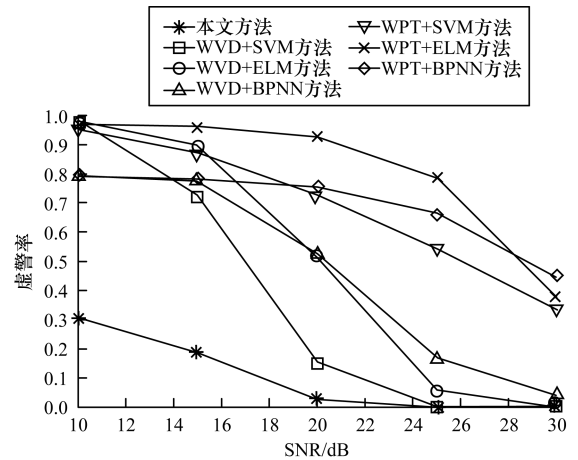


图8 不同方法虚警率对比

5 结束语

针对传统目标检测中杂波干扰严重、特征提取困难、模型泛化能力有限等不足,本文提出一种采用时频分析结合深度自编码网络进行自动监测的方法。按照信息保留原则,该方法可准确解析回波中的信息,并引入深度自编码网络提取环境特征用于自动监测。实验结果表明,该方法具有较高的检测率,可以有效感知环境变化,同时对噪声具有一定的鲁棒性,并且所需带宽小,易于工程实现。

参考文献

- [1] SEN S, NEHORAI A. Adaptive OFDM Radar for Target Detection in Multipath Scenarios [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(1): 78-90.
- [2] LIANG Q. Automatic Target Recognition Using Waveform Diversity in Radar Sensor Networks [J]. Pattern Recognition Letters, 2008, 29(3): 377-381.
- [3] LIANG J, LIANG Q. Sense-through-foliage Target Detection Using UWB Radar Sensor Networks [J]. Pattern Recognition Letters, 2010, 31(11): 1412-1421.
- [4] LIANG J, LIANG Q. UWB Radar Sensor Networks Detection of Targets in Foliage Using Short-time Fourier Transform [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Communications. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2009: 1-5.
- [5] LIANG Q, ZHANG B, WU X. UWB Radar for Target Detection: DCT Versus Matched Filter Approaches [C]//Proceedings of IEEE GLOBECOM'12. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2012: 1435-1439.
- [6] MAHERIN I, LIANG Q. A Mutual Information Based Approach for Target Detection Through Foliage Using UWB Radar [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Communications. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2012: 6406-6410.
- [7] MAHERIN I, LIANG Q. Multistep Information Fusion for Target Detection Using UWB Radar Sensor Network [J]. IEEE Sensors Journal, 2015, 15(10): 5927-5937.
- [8] HAYKIN S, BHATTACHARYA T K. Modular Learning Strategy for Signal Detection in a Nonstationary Environment [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1997, 45(6): 1619-1637.
- [9] ZHAI S, JIANG T. Target Detection and Classification by Measuring and Processing Bistatic UWB Radar Signal [J]. Measurement, 2014, 47(1): 547-557.
- [10] HE X, JIANG T. Target Identification in Foliage Environment Using UWB Radar with Hybrid Wavelet—IICA and SVM Method [J]. Physical Communication, 2014, 13: 197-204.
- [11] ZHAI S, JIANG T. Application of Ultra-wide Band Radar for Sense-through-foliage Target Detection and Recognition [C]//Proceedings of the 3rd International Conference on Communications, Signal Processing and Systems. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2015: 479-487.
- [12] BENGIO Y, COURVILLE A, VINCENT P. Representation Learning: A Review and New Perspectives [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence, 2013, 35(8): 1798-1828.
- [13] DING J, CHEN B, LIU H, et al. Convolutional Neural Network with Data Augmentation for SAR Target Recognition [J]. IEEE Geoscience & Remote Sensing Letters, 2016, 13(3): 1-5.
- [14] 胡昭华, 宋耀良. 基于 Autoencoder 网络的数据降维和重构 [J]. 电子与信息学报, 2009, 31(5): 1189-1192.
- [15] 刘高平, 赵杜娟, 黄 华. 基于自编码神经网络重构的车牌数字识别 [J]. 光电子·激光, 2011(1): 144-148.
- [16] 张贤达. 现代信号处理 [M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [17] VINCENT P, LAROCHELLE H, BENGIO Y, et al. Extracting and Composing Robust Features with Denoising Autoencoders [C]//Proceedings of ICML'08. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2008: 1096-1103.
- [18] 李传朋, 秦品乐, 张晋京. 基于深度卷积神经网络的图像去噪研究 [J]. 计算机工程, 2017, 43(3): 253-260.
- [19] SCHOLKOPF B, PLATT J, HOFMANN T. Greedy Layer-wise Training of Deep Networks [C]//Proceedings of International Conference on Neural Information Processing Systems. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2007: 153-160.
- [20] ANDREW N G, JIOUAN N, CHUAN Y F, et al. UFLDL Tutorial [EB/OL]. (2013-05-21). http://deeplearning.stanford.edu/wiki/index.php/UFLDL_Tutorial.
- (上接第 128 页)
- [5] 李 栋, 徐志明, 李 生, 等. 在线社会网络中信息扩散 [J]. 计算机学报, 2014, 37(1): 189-206.
- [6] 杨 博, 陈贺昌, 朱冠宇, 等. 基于超链接多样性分析的新型网页排名算法 [J]. 计算机学报, 2014, 37(4): 833-847.
- [7] 马润年, 文 刚, 邵明志, 等. 基于抗毁性测度的赋权网络抗毁性评估方法 [J]. 计算机应用研究, 2013, 30(6): 1802-1804.
- [8] 李文锋, 符修文. 无线传感器网络抗毁性 [J]. 计算机学报, 2015, 38(3): 625-647.
- [9] 闵 磊, 刘 智, 唐向阳, 等. 基于扩展度的复杂网络传播影响力评估算法 [J]. 物理学报, 2015, 64(8): 387-397.
- [10] GOH K I, OH E, KAHANG B, et al. Spectra and Eigenvectors of Scale-free Networks [J]. Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics, 2003, 67(2): 026107.
- [11] BRYAN K, LEI S E T. Eigenvector: The Linear Algebra Behind Google [J]. SIAM Review, 2006, 48(3): 569-581.
- [12] 唐晋韬, 王 挺, 王 戟. 适合复杂网络分析的最短路径近似算法 [J]. 软件学报, 2011, 22(10): 2279-2290.
- [13] 张喜平, 李永树, 刘 刚, 等. 节点重要度贡献的复杂网络节点重要度评估方法 [J]. 复杂系统与复杂性科学, 2014, 11(3): 26-32, 49.
- [14] 王甲生, 吴晓平, 廖 巍, 等. 改进的加权复杂网络节点重要度评估方法 [J]. 计算机工程, 2012, 38(10): 74-76.
- [15] KITSACK M, GALLOS L K, HAVLIN S, et al. Identifying Influential Spreaders in Complex Networks [J]. Nature Physics, 2010, 6(11): 888-893.
- [16] 任卓明, 刘建国, 邵凤, 胡兆龙, 郭 强. 复杂网络中最小 K-核节点的传播能力分析 [J]. 物理学报, 2013, 62(10): 474-479.

编辑 索书志

编辑 索书志