

# 基于轨迹特征根的机组分群方法

谭 伟, 沈 沉, 李 颖, 倪敬敏, 刘 锋

(清华大学电机系电力系统国家重点实验室, 北京市 100084)

**摘要:** 在轨迹特征根思路的启发下, 建立了故障后系统的泰勒展开模型。通过对大故障后系统泰勒展开模型的研究, 初步得出可用泰勒展开一次项的系数矩阵来预测系统状态量的动态特性。沿着故障后系统的轨迹, 逐断面分析系统的泰勒展开一次项系数矩阵, 计算该矩阵的特征值, 分析实部为正的 eigenvalue 所对应的右特征向量以及发电机在该模式下的参与程度, 结合当前断面发电机功角大小推断发电机的分群情况。算例分析表明, 该方法能很好地识别各个时段系统状态量的变化趋势, 并能有效地预测发电机的分群情况。

**关键词:** 轨迹特征根; 机组分群识别; 参与因子; 特征向量

## 0 引言

当前, 在电力系统低频振荡分析、暂态稳定分析、动态等值中均需要对机组的分群情况进行研究<sup>[1-4]</sup>。将故障后同群的机群进行聚合和等值, 对简化分析、减少计算量有极大的帮助, 有利于各种暂态稳定分析方法的在线应用。在暂态稳定分析中, 扩展等面积法则 (EEAC)<sup>[5]</sup> 针对给定的功角曲线对机组进行临界机群和剩余机群的识别, 基于轨迹聚合和保稳变换将 2 个机群分别进行等值, 最后将 2 机系统等值为单机无穷大系统, 利用等面积法则对系统进行暂态稳定分析与控制。该方法在理论研究和工程实用上均取得了较大的成功, 但该方法很大程度上依赖于临界机群的识别。EEAC 以发电机最大功角间隙为分群标志, 在故障后不同时刻的分群结果可能有所不同, 难以快速给出机组将要形成的分群情况; 而临界机群的提前正确识别将对 EEAC 带来很大帮助, 有利于控制措施的快速产生。在主动解列中, 同样依赖于对机组分群情况的识别。文献 [3] 基于稳态时系统的运行状态及网络拓扑结构来分析机组的同调特性, 并不考虑故障对机组分群情况所带来的影响, 这样做的目的是希望事先估计出系统可能的分群情况和系统弱连接存在的可能位置, 缩短在线搜索解列断面的时间。在故障实际发生后, 仍需从故障后的系统轨迹出发, 快速判断机组的分群情况。

暂态稳定分析需要考虑到故障对系统网络结构

的破坏以及对机组动态特性的影响。大故障后, 对电力系统进行分析一般侧重于机组实际的分群情况, 而不仅局限于稳态时的同调特性, 下文中所研究的机组动态特性, 均以分群为目的。

故障后机组分群的研究, 大多基于功角曲线的聚合。当前, 已有学者对故障后发电机的功角曲线展开了研究, 从实时的曲线对发电机进行分群<sup>[6-7]</sup>。该类方法对于功角曲线的数据时间窗宽度有一定要求, 且数据处理方法本身存在一定的局限性, 给分群结果带来较大的影响<sup>[8]</sup>。暂态稳定的在线分析中, 应能利用实时数据, 快速预测发电机动态特性, 给出分群情况供后续的控制研究所用。而基于曲线聚合的方法, 在有限的时间窗内, 可能无法给出准确的分群结果, 即使给出, 也仅代表当前时刻以前的分群情况, 无法预知将来的分群趋势, 不适合在线暂态稳定控制。

文献 [9] 提出轨迹特征根的概念, 基于此思路, 本文利用系统轨迹特征根对大故障后发电机的动态特性进行分析, 研究机组分群方法。

为做到快速、准确的机组分群研究, 本文尝试用故障后系统的轨迹特征根进行机组分群趋势的预测, 不受数据时间窗长短的限制。通过公式推导, 研究大故障下轨迹特征根所蕴含的系统动态信息, 并通过算例分析, 验证基于轨迹特征根的机组分群方法的可行性。

## 1 电力系统特征及振荡模式

在电力系统的小扰动分析中, 常常通过在平衡点处的线性化处理, 得到系统的状态矩阵, 分析该状态矩阵的特征值, 以此判断系统的小扰动稳定特性。

收稿日期: 2009-09-03; 修回日期: 2009-10-21。

国家自然科学基金资助项目 (50677031, 50777032); 新世纪优秀人才支持计划资助项目 (NCET-08-0317)。

当系统受到大故障后,运行点偏离系统平衡点。在偏离平衡点的过程中,考虑到系统的强非线性特点,一般不再使用线性化技术进行处理。要想研究系统的动态过程,只能通过数值积分求取系统状态量的轨迹。

文献[9]指出,欧拉积分的几何解释是:受扰轨迹上的每个短时段内的系统动态可以用时间的线性函数来近似描述。换言之,对于任何一个非线性变化过程,可以由各个时间断面的一系列线性模型加上外部激励来加以等效。其中,外部激励为上一个时间断面末的系统状态量所产生的影响。同时,该文提出了一种评估平衡点泰勒展开模型(包括线性化模型)适用性的方法,研究了系统非线性因素对振荡模式的影响程度。在文献[9]的基础上,文献[10-11]将此思想予以进一步推广,并在小故障下验证了该思路的实用性。

文献[12]已对大故障后系统线性化分析进行了初步尝试,取得了较好的效果。在此基础上,本文将对文献[12]中的机组分群思路进行进一步的研究,推导其理论依据。本文尝试在大故障后对系统的任意时间断面进行泰勒展开,建立故障后的泰勒展开模型,分析非平衡量带来的影响,研究状态量的动态特性。本文的轨迹特征根计算采用文献[9]中的第2种方法,即沿时间断面逐点泰勒展开,计算特征根。

## 2 故障后系统泰勒展开模型

### 2.1 电力系统模型

电力系统微分代数方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}$  为状态变量; $\mathbf{y}$  为运行参数变量。

在进行后续分析时,式(1)中发电机模型采用经典二阶模型。

### 2.2 非平衡点处泰勒展开

在故障后的某一时刻  $t_0$  时,系统状态为  $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ 。令  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y}$ , 代入式(1)得:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}, \mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}, \mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y}) \end{cases} \quad (2)$$

将式(2)中微分方程在  $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$  处泰勒展开,即

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_0 + \Delta\mathbf{x}, \mathbf{y}_0 + \Delta\mathbf{y}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) + \\ &\left[ \Delta\mathbf{x} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + \Delta\mathbf{y} \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \right] \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) + \\ &\frac{1}{2} \left[ \Delta\mathbf{x} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} + \Delta\mathbf{y} \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \right]^2 \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

考虑到  $\Delta\mathbf{x}$ ,  $\Delta\mathbf{y}$  取值较小,式(3)中高次项可以省略。同时,非平衡点处  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \neq \mathbf{0}$ , 式(3)简化后代入式(2)得:

$$\begin{cases} \Delta\dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \Delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}} \Delta\mathbf{y} + \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \\ \mathbf{0} = \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \Delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}} \Delta\mathbf{y} \end{cases} \quad (4)$$

消去  $\Delta\mathbf{y}$  可得:

$$\begin{cases} \Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta\mathbf{x} + \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \\ \mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}} \left( \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{y}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{x}} \end{cases} \quad (5)$$

下文统称  $\mathbf{A}$  为状态矩阵。

### 2.3 状态量微分方程化简

在平衡点和非平衡点附近,  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$  取值不同,对于式(5)的影响完全不同。

平衡点处  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) = \mathbf{0}$ , 代入式(5)中的第1式得:

$$\Delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta\mathbf{x} \quad (6)$$

由上式可知,直接对  $\mathbf{A}$  进行特征值分析即可推测  $\Delta\mathbf{x}$  的动态特性,这也是小扰动分析的基本方法。

非平衡点处  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \neq \mathbf{0}$ , 将式(5)中第1式等号两边对时间  $t$  求导得:

$$\Delta\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta\dot{\mathbf{x}} \quad (7)$$

若令  $\mathbf{z} = \Delta\dot{\mathbf{x}}$ , 代入上式得:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A} \mathbf{z} \quad (8)$$

由上述分析可知,在平衡点处和非平衡点处,矩阵  $\mathbf{A}$  所代表的含义不同。在平衡点处,可通过  $\mathbf{A}$  直接分析  $\Delta\mathbf{x}$  的动态特性;而非平衡点处,  $\mathbf{A}$  表示  $\Delta\dot{\mathbf{x}}$  的动态特性。这也说明了,大故障后非平衡点处,不能直接用  $\mathbf{A}$  来进行状态量动态特性的分析,本文在此进行简要说明。

式(5)所表示的向量关系如图1所示。若  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) = \mathbf{0}$ , 则  $\mathbf{A} \Delta\mathbf{x}$  与  $\Delta\dot{\mathbf{x}}$  方向一致,可用  $\mathbf{A}$  来分析  $\Delta\mathbf{x}$  的动态特性;若  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0) \neq \mathbf{0}$ , 如果  $\Delta t$  足够小,则  $\Delta\mathbf{x}$  也很小,此时  $\Delta\dot{\mathbf{x}}$  与  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$  在方向和幅值上均非常接近,而  $\mathbf{A} \Delta\mathbf{x}$  与  $\Delta\dot{\mathbf{x}}$  的方向差别很大,因此,在这种情况下,用  $\mathbf{A}$  来分析  $\Delta\mathbf{x}$  的动态特性必然会带来很大的误差。

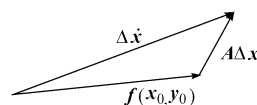


图1 式(5)矢量图

Fig. 1 Vector graph of expression (5)

经本节的推导, 可以用  $A$  来分析  $\Delta \dot{x}$  的动态特性, 在此基础上对  $\Delta \dot{x}$  的动态特性进行分析和聚类, 研究机组分群情况。

## 2.4 大故障后机组分群分析

在非平衡点处, 必须考虑  $f(x_0, y_0)$  给  $\Delta \dot{x}$  的动态特性带来的影响。本文通过变换, 从  $\Delta \dot{x}$  的动态特性出发, 来分析  $\Delta \dot{x}$  的特点。在状态矩阵特征值分析中, 本文采用文献[13]中的方法, 对状态量的动态特性进行判别。具体分析步骤如下:

步骤 1: 实际中可以通过相量测量单元(PMU)采集故障清除后系统的状态量, 结合系统的网络数据获取状态矩阵  $A$ , 本文通过时域仿真工具获取  $A$ ; 接着逐个断面计算其特征值, 寻找某个断面, 其存在实部为正的实特征值  $\lambda$ 。

步骤 2: 取当前断面的发电机功角大小相对于初始值的偏差, 并按从大到小排序; 计算任意相邻两功角之间的差值, 其最大值  $\Delta \delta_{\max}$  为第 1 个分群标志; 对于其他功角差  $\Delta \delta$ , 若  $\Delta \delta > k \Delta \delta_{\max}$ , 则认为  $\Delta \delta$  为分群标志之一, 此处的  $k$  可根据实际系统进行调整, 后文算例分析中  $k$  取 0.5。通过上述处理, 若得到  $m$  个分群标志, 则当前情况下, 系统内可能存在  $m+1$  个机群, 即为初步分群情况。

步骤 3: 由于故障后发电机即使存在很大的不平衡功率, 其功角也不会迅速突变, 因此, 在分群时仅仅考虑当前功角大小是不够的, 还应考虑角速度所带来的影响, 即  $\dot{\alpha}(t) = \dot{\alpha}(t_0) + \int_{t_0}^t \omega dt$ 。通过分析

各机  $\int_{t_0}^t \omega dt$  之间的差别, 可以对初步分群结果进行修正。具体实现如下, 计算  $\lambda$  所对应的特征向量及发电机功角的一阶导数(即式(8)中  $z$  所包含功角变量的导数, 下文统称为角速度)对该  $\lambda$  的参与因子, 按照以下 2 点分析角速度对功角带来的影响:

1) 分析  $\lambda$  对应的右特征向量。根据文献[13], 右特征向量中元素相角一致, 则其所对应的状态量变化方向一致。划分规则如下: 比较右特征向量元素的相角, 若 2 个角速度所对应的右特征向量元素的相角方向一致或差值在一定范围内, 则认为这 2 个角速度所对应的功角会同时加速或减速, 有成为一群的趋势; 反之, 则其对应的功角间差距会越来越大。应注意, 右特征向量元素的幅值, 也会对角速度的变化速率带来一定影响, 在分析同一群中的机组时应考虑到这一因素所带来的影响。

2) 若需要对机群进行细分, 可根据参与因子的大小进行归类。参与因子大的角速度所对应的功角

可能会处于同一群, 参与因子小的角速度所对应的功角可能会处于另一群。

总之, 以右特征向量为主, 参与因子为辅, 对机组的动态特性进行分析。

步骤 4: 根据步骤 3 中所得到的结果对步骤 2 中初步分群结果进行修正。如果系统中的某  $n$  台机组, 初步分群结果是其中  $i$  台在第 1 群,  $n-i$  台在第 2 群。若考虑角速度, 发现这  $n$  台机组的角速度对于特征值  $\lambda$  的参与因子近似且变化方向一致, 则可认为这  $n$  台机有成为一群的趋势, 在当前状态下预测它们为一群。从而得到一组考虑了状态量变化趋势的机组分群情况。

步骤 5: 沿轨迹逐个断面分析, 若连续  $p$  个断面实部为实的特征根其实部持续增加或维持在一稳定正值附近, 且这  $p$  个断面分群结果一致, 则终止计算, 给出分群结果; 反之, 因特征值的变化导致分群结果出现变化, 则应继续分析。当发电机最大功角差大于  $180^\circ$  时, 停止计算。此时, 系统失去稳定, 主导失稳模式确定, 发电机分群情况稳定下来, 此时所对应的分群情况即为最终的分群结果。此外, 若一直持续到第 1 个摇摆周期(本算法取 1.8 s)结束, 尚未终止计算, 则说明在一个摇摆周期内, 发电机无明显的分群趋势, 算法终止。其中, 随着系统的不同,  $p$  取不同值。根据大量测试结果来看, 建议研究时间窗不少于 0.2 s, 对于步长为  $\Delta t$ ,  $p$  值应不小于  $0.2/\Delta t$ 。

## 2.5 小结

在  $\Delta t$  足够小的情况下, 式(5)能在小范围内较好地近似系统的非线性特性。本节对平衡点和非平衡点处系统泰勒展开模型进行了比较, 通过简单推导论证了大故障下不能用状态矩阵  $A$  直接分析  $\Delta \dot{x}$  的动态特性,  $A$  仅代表了  $\Delta \dot{x}$  的动态特性。本文提出, 从发电机当前时刻的功角出发, 对机组进行初步分群, 然后运用式(8)中所蕴含  $\Delta \dot{x}$  的动态特性对当前分群情况进行修正。沿着系统轨迹逐个断面分析, 按照步骤 5 中的终止条件, 结束计算。值得注意的是, 分群并不代表失稳, 只是说明在这一时段内, 发电机有这一抱团的趋势, 若要确定失稳后的分群结果, 有必要延长分析的时间范围。

## 3 算例分析

以 IEEE 9 节点、新英格兰 10 机 39 节点和国内某实际电网为例, 发电机采用经典 2 阶模型, 利用 Psat 开源软件包<sup>[14]</sup> 分别对小故障和大故障下系统的动态特性进行研究。按 2.4 节中的方法分析机组

的分群情况,并用时域仿真对机群识别结果予以验证,以说明该机组分群算法的适用性。

### 3 1 IEEE 9 节点系统

以 IEEE 3 机 9 节点系统为例,发电机 G1, G2, G3 的转动惯量分别为:47.28, 12.80, 6.02, 阻尼均为 1。

#### 3.1.1 算例 1

0.1 s 时,在母线 5 处发生三相接地故障,0.2 s 故障切除,系统稳定。逐个断面计算所有的特征根,由于系统中含有 3 台发电机,且采用的是发电机 2 阶经典模型,因此,每个断面都存在 2 对共轭特征根,本文在这 2 对特征值中各取一个,如附录 A 图 A1 所示。根据各断面的特征根,可以计算这 2 个振荡模式的阻尼比和频率。不难发现,故障期间,2 个振荡模式阻尼比有所增加,振荡频率下降;而故障切除后,阻尼比和频率与故障前的大小相比非常接近。

由附录 A 图 A1 可知,故障切除之后,系统网络结构稳定,特征值实部和虚部与故障前相差不大。此时,系统内存在 2 个主要的振荡模式。以故障切除后 0.1 s 时刻为例,对应的特征值分别为:  $\lambda_1 = -0.0746 \pm 12.9945i$ ,  $\lambda_2 = -0.0336 \pm 8.0448i$ 。由于特征值实部为负,可用式(6)对系统进行分析。2 个特征值所对应的右特征向量及发电机的参与因子如表 1 所示。

表 1 发电机功角所对应的特征向量和参与因子  
Table 1 Eigenvectors and participant factors of generators

发电 机	$\lambda_1 = -0.0746 \pm 12.9945i$		$\lambda_2 = -0.0336 \pm 8.0448i$	
	特征向量	参与因子	特征向量	参与因子
G1	0.306-0.003i	0.0869	-0.998-0.002i	0.297
G2	-0.999-0.001i	0.4080	-0.563+0.001i	0.042
G3	0.044-0i	0.0060	0.433-0.003i	0.161

从表 1 可以看出,若  $\lambda_2$  所对应的振荡模式被激发时,发电机 G1 和 G2 为一群, G3 为一群,而且相对于 G2 来说, G1 对该模式更为灵敏。同样,若  $\lambda_1$  所对应的振荡模式被激发时, G1 和 G3 为一群, G2 为一群,此时, G2 对该模式最灵敏。

由上述分析可知,在小故障后,对系统逐个断面进行分析,所得的机组机群模式与稳态时一样,这说明了故障后逐断面轨迹特征根分析的适用性。通过逐个断面的分析发现,随着时间的推移,振荡的阻尼和频率与稳态时不完全一样,这也突出了该方法能更好地反映系统的实际动态特性,相比于稳态时的特征根分析更加真实。

#### 3.1.2 算例 2

0.1 s 时,在母线 5 处发生三相接地故障,0.53 s 故障切除,系统不稳定。逐个断面分析系统

特征值,发现从 0.49 s 开始,出现实部为正的 eigenvalue。

从故障切除之后,逐个断面分析实部为正的 eigenvalue,研究其所对应的右特征向量。以 0.54 s 时刻为例,实部为正的 eigenvalue 为:  $\lambda_3 = 6.246 + 0i$ 。

0.54 s 时,发电机功角相对于初始值的变化分别为:2.45 rad, 1.98 rad, 0.517 rad。按照步骤 2 中的分群方法可知,当前时刻, G1 和 G2 为一群, G3 为一群。此时,  $\lambda_3$  所对应的右特征向量及变量的参与因子如附录 A 图 A2 所示,由于参与因子虚部较小,仅画出实部(下同)。参与因子图表示 G1 在该特征值所对应的模式下,参与度较大,而 G2 和 G3 参与度相对小一些;同时,特征向量图表示 G1 和 G2 的角速度变化方向一致,变化大小接近,而 G3 正好相反。因此,由当前分群情况结合角速度动态,可初步判断 G1 和 G2 为一群, G3 为一群。

经过连续多个断面的分析,按照步骤 5 中的设置,此处选择连续分析 20 个断面,即 0.53 s ~ 0.72 s。在这一时间段内,3 台发电机角速度的变化趋势与附录 A 图 A2 基本一致。系统失稳后,主导的失稳模式已确定下来,发电机分群结果是 G1 和 G2 为一群, G3 为一群,分群情况此后不再发生大的变化。经时域仿真可知,该方法所得分群结果与时域仿真结果完全一致。

### 3 2 新英格兰 10 机 39 节点系统

以新英格兰 10 机 39 节点系统为研究对象,发电机阻尼均取 0.2。在母线 4 处设置小故障,系统稳定,类似于 3.1.1 节算例 1,此时计算出来的轨迹特征根在稳态特征根附近轻微振荡,分析结果与稳态时一致。此处,对如下故障进行分析:0.1 s 时,在母线 4 处发生三相接地故障,0.255 s 故障切除,系统失去稳定。

经逐断面特征值计算可发现,在 0.33 s 时明显出现实部为正的 eigenvalue,  $\lambda_4 = 1.587 + 0i$ 。

发电机 G1~G10 在 0.33 s 时的功角相对于初始值的偏差分别为:0.54 rad, 1.14 rad, 1.28 rad, 0.52 rad, 0.44 rad, 0.55 rad, 0.56 rad, 0.58 rad, 0.38 rad, 0.44 rad。按照步骤 2 中的分群方法可知,当前时刻可分为 2 群: G2 和 G3 为一群, 剩余机组为一群。此时,  $\lambda_4$  所对应的右特征向量及变量的参与因子如图 2 所示。

由图 2 可知,在 0.33 s 时, G2 和 G3 的角速度所对应的变量参与度较大,而其他发电机的参与度符号相反。由特征向量图可知,对应的右特征向量相位差为 0,幅值略有差异,则各发电机状态量仍处于同调阶段。由此,可以预测,在该模式作用下,分

群情况将会是 G2 和 G3 为一群, 而其他机组为一群。

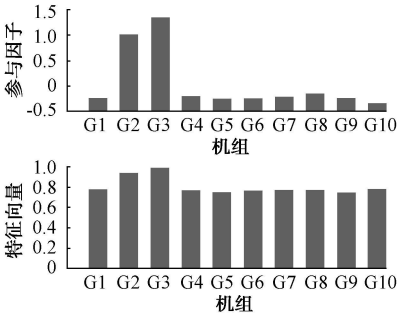


图 2  $\lambda_4$  所对应的右特征向量及参与因子  
Fig. 2 Right eigenvector of  $\lambda_4$  and participant factors

连续分析 20 个断面, 即 0.33 s ~ 0.52 s。分析结果与 0.33 s 时的结果一致, 由此可以认为该故障下, 系统的分群情况为: {G2,G3}, {其他}。

为进一步跟踪状态变量的变化趋势, 特地对 1.09 s 时的状态矩阵进行分析。此时, 发电机最大功角差达到 360°, 存在 2 个实部为正的 特征值, 分别为:  $\lambda_5 = 7.676 + 0i$ ,  $\lambda_6 = 5.902 + 0i$ 。当前时刻, 发电机 G1 ~ G10 的功角相对于初始值的偏差分别为: 6.47 rad, 8.71 rad, 8.02 rad, 6.33 rad, 6.21 rad, 6.33 rad, 6.32 rad, 6.54 rad, 6.37 rad, 6.29 rad。

按照步骤 2 中的方法, 可知当前的分群情况为: {G2, G3}, {其他发电机}。  $\lambda_5$  和  $\lambda_6$  对各发电机功角的运动趋势起重要作用, 分别对这 2 个特征值所对应的右特征向量和参与因子进行计算, 结果如附录 A 图 A3、图 A4 所示。由附录 A 图 A3 可知, G2 和 G3 角速度在  $\lambda_5$  所对应的失稳模式中参与因子远大于其他机组; 附录 A 图 A4 中情况相似。由于  $\lambda_5$  和  $\lambda_6$  是影响系统失稳的 2 个关键模式, 那么, 可以预测 G2 和 G3 在这 2 个模式的激励下, 迅速失稳, 发电机功角迅速与其他机组的功角拉开距离。但是, 观察附录 A 图 A4 的特征向量图, 还可以发现在  $\lambda_6$  所对应的失稳模式中, G2 和 G3 角速度的变化方向相反, G3 在  $\lambda_5$  和  $\lambda_6$  的共同作用下受到削弱, 那么可以预测, G2 和 G3 可能会从同一群中分离开来。因此, 结合角速度的动态情况, 而且由于 1.09 s 时系统已经出现功角失稳, 系统失稳模式已经确定, 因此可以预测发电机分群情况为: {G2}, {G3}, {其他}。另外, 不难发现, G10 的运动趋势也会因为其在  $\lambda_5$  和  $\lambda_6$  的共同作用下而受到削弱, 使 G10 的功角落后于其他发电机。

时域仿真结果如图 3 所示。仿真结果验证了上述推断, 即故障切除后的一个阶段, G2 和 G3 开始

时为一群, 其他机组为一群; 随着时间的推移, 在 2 个实部为正特征值的作用下 G3 比 G2 变化更快, G10 变化最为缓慢, 若严格区分, 系统内机组可分为 3 群。

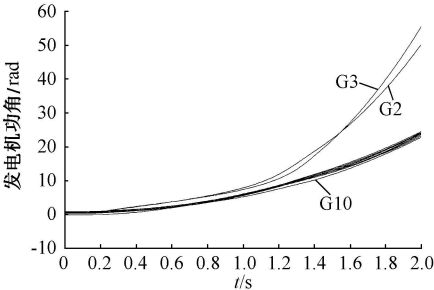


图 3 大故障后的发电机功角  
Fig. 3 Swing curves of generators after a large disturbance

3.3 国内实际电网

该电网含发电机节点 64 个, 负荷节点 253 个, 母线节点 488 个, 线路 681 条。发电机采用经典 2 阶模型。正常状态下, 全网发电  $(6.30 \times 10^4 + j2.48 \times 10^4)$  MVA, 系统总负荷  $(6.25 \times 10^4 + j2.36 \times 10^4)$  MVA。假设 0.100 s 时在母线 33 处发生三相接地短路, 0.400 s 后故障清除。在 0.745 s 处对系统进行泰勒展开得到状态矩阵  $A$ 。此时, 存在一个实部为正的 特征根:  $\lambda_7 = 3.35 + j0$ 。

0.745 s 时, 按照步骤 2 中的方法, 系统内发电机可分为 3 群, 如表 2 所示。

表 2 0.745 s 时发电机分群情况 Table 2 Groups of the generators' angles at 0.745 s	
序号	发电机母线号
1	203, 307, 557, 333, 205, 91, 558, 500, 395, 242, 260, 97, 408, 292, 294, 141, 140, 315
2	253
3	其他

分析发电机角速度对该特征值的参与因子, 此时, 由于系统庞大, 发电机动态更加复杂, 仅凭参与因子一项无法完全表达角速度的动态特性。此时, 分析发电机角速度所对应的右特征向量, 将其元素的相角按 0° 和 180° 可分为 2 群, 如表 3 所示。这意味着角速度的变化趋势按此进行分群, 分别朝相反的方向作用于功角的变化。

表 3 发电机角速度分群情况		
Table 3 Groups of the generators' angular velocity		
序号	相角/(°)	发电机母线号
1	0	203, 307, 557, 333, 205, 91, 558, 500, 395, 242, 260, 97, 408, 292, 294, 141, 140, 315, 253
2	180	其他

结合表 2 和表 3 的结果, 初步认为发电机慢慢从 3 群向 2 群过渡, 发电机 253 将进入表 2 中的第 1 群。

由于该系统内所含的发电机较多, 系统动态较为复杂, 为增加分析的正确性, 适当增加步骤 5 中  $p$  的取值。本算例连续分析 0.3 s 范围内的特性, 即 0.745 s ~ 1.035 s, 对应  $p = 30$ 。在此范围内, 发电机分群趋势一致, 2 群现象更加明显, 因此, 可以明确给出该故障下系统的分群结果与表 3 中的结果一致。

时域仿真结果如图 4 所示。

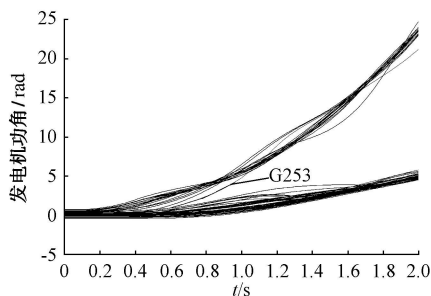


图 4 发电机功角  
Fig. 4 Swing curves of generators

0.75 s 前后, 发电机 253 从第 2 群向第 1 群过渡, 与预测的分群结果基本一致, 1 s 以后, 系统内发电机呈现出明确的 2 群现象。

## 4 结语

本文在轨迹特征根思路的启发下, 对故障后的系统进行泰勒展开, 研究状态量的动态特性。通过初步论证, 在非平衡点处不能直接用状态矩阵  $A$  对状态量  $\Delta x$  的动态特性进行分析, 应该分析  $\Delta x$  在非平衡点处的特点, 从而得到  $\Delta x$  的变化情况。将此思路运用于机组分群研究时, 首先从当前时刻功角大小相对于故障前的差值出发, 提前将机组的现状进行初步分群, 接着考虑发电机角速度的动态特性, 预测下一个时步内发电机功角的变化趋势, 对当前的分群情况进行修正。通过多个断面的分析与归纳, 给出分群结果。经算例分析表明, 大故障下, 本文所提出的方法识别出的机组分群情况与时域仿真所得结果完全相符。因此, 大故障下也可以通过轨迹特征根对系统状态量的动态特性进行预测。

算例分析中发现, 参与因子仅在一定程度上反映了变量与特征值的灵敏度关系, 可以作为动态特性分析时的一个参考量, 但不起主导作用; 应着重分析右特征向量所蕴含的信息, 包括其幅值和相角, 这些信息对变量的动态特性至关重要。

本算法的优点在于, 能考虑故障清除后任意时刻发电机功角的分群情况及功角的变化趋势, 对未来的分群情况起到预测作用; 尤其适用于大故障导致系统失稳的算例, 对于不足以引起系统失稳的故障, 需要分析较长的时间段, 以免发生误判。与基于功角曲线聚合的分群方法相比, 本算法能反映功角的动态特性, 能捕捉到不同阶段的分群情况及变化趋势; 同时, 对于分群阈值选取不当所带来的分群结果模棱两可的情况, 本算法能通过角速度动态特性对其进行修正, 有效解决这一问题。

本算法能通过实时数据快速预判机组的分群情况, 给在线暂态稳定控制节约了宝贵的时间, 有利于控制措施的快速生成。该算法能否在线应用的关键在于系统状态矩阵的快速获得与快速分析。本文的仿真算例中, 在处理器 P4(1.8 GHz、内存 2 GB) 的 PC 上, 用 MATLAB7 加以计算。对于新英格兰 10 机 39 节点系统, 生成矩阵  $A$  耗时 1.3 ms, 计算其特征值耗时 1.6 ms; 国内某实际系统(含 64 台发电机), 生成矩阵  $A$  耗时 70.7 ms, 计算其特征值耗时 114.8 ms。从目前的技术发展来看, 提高计算机的处理速度, 通过 PMU 量测数据快速生成系统状态矩阵  $A$  是可行的, 对  $A$  进行快速分析也是可能的。因此, 本算法在在线紧急控制研究中具有一定的前景。

本文的研究表明, 基于轨迹特征根的系统状态量动态特性预测具有可行性, 为故障后的系统暂态稳定分析和控制提供了一条新思路。本文只是将该方法在单一故障上进行了尝试, 至于该方法能否适应复杂系统和连锁故障场景以及多摆失稳的情况, 还有待进一步研究。

附录见本刊网络版 (<http://www.aeps-info.com/aeps/ch/index.aspx>)。

## 参考文献

- [1] 薛禹胜, 郝思鹏, 刘俊勇, 等. 关于低频振荡分析方法的评述. 电力系统自动化, 2009, 33(3): 1-8.  
XUE Yusheng, HAO Sipeng, LIU Junyong, et al. A review of analysis methods for low-frequency oscillations. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(3): 1-8.
- [2] 滕林, 刘万顺, 负志皓, 等. 电力系统暂态稳定实时紧急控制的研究. 中国电机工程学报, 2003, 23(1): 64-69.  
TENG Lin, LIU Wanshun, YUN Zhihao, et al. Study of real-time power system transient stability emergency control. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(1): 64-69.
- [3] 沈沉, 吴佳耘, 乔颖, 等. 电力系统主动解列控制方法的研究. 中国电机工程学报, 2006, 26(13): 1-6.  
SHEN Chen, WU Jiayun, QIAO Ying, et al. Studies on active

- splitting control of power systems. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(13): 1-6.
- [4] 许剑冰, 薛禹胜, 张启平, 等. 电力系统同调动态等值的述评. 电力系统自动化, 2005, 29(14): 91-95.  
XU Jianbing, XUE Yusheng, ZHANG Qiping, et al. A critical review on coherency-based dynamic equivalences. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(14): 91-95.
- [5] 薛禹胜. 运动稳定性量化理论——非自治非线性多刚体系统的稳定性分析. 南京: 江苏科学技术出版社, 1999.
- [6] 滕林, 刘万顺, 李贵存, 等. 一种基于摇摆曲线的电力系统同调机群识别新方法. 电力自动化设备, 2002, 22(4): 18-20.  
TENG Lin, LIU Wanshun, LI Guichun, et al. A new method of coherency identification to disturbed generators based on its swing curves. Electric Power Automation Equipment, 2002, 22(4): 18-20.
- [7] 戴晨松, 薛峰, 薛禹胜. 受扰轨迹的分群研究. 电力系统自动化, 2000, 24(1): 13-16.  
DAI Chensong, XUE Feng, XUE Yusheng. Classification of disturbed trajectories. Automation of Electric Power Systems, 2000, 24(1): 13-16.
- [8] 韩松, 何利铨, 孙斌, 等. 基于希尔伯特-黄变换的电力系统低频振荡的非线性非平稳分析及其应用. 电网技术, 2008, 32(4): 56-61.  
HAN Song, HE Liqian, SUN Bin, et al. Hilbert-Huang transform based nonlinear and non-stationary analysis of power system low frequency oscillation and its application. Power System Technology, 2008, 32(4): 56-61.
- [9] 薛禹胜, 潘学萍, ZHANG Guorui, 等. 计及时变系统完整非线性振荡模式分析. 电力系统自动化, 2008, 32(18): 1-7.  
XUE Yusheng, PAN Xueping, ZHANG Guorui, et al. Inclusion of full nonlinearity for oscillation mode analysis. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(18): 1-7.
- [10] 潘学萍, 薛禹胜, 张晓明. 轨迹特征根的解析估算及其误差分析. 电力系统自动化, 2008, 32(19): 10-14.  
PAN Xueping, XUE Yusheng, ZHANG Xiaoming. Analytical calculation of power system trajectory eigenvalues and its error analysis. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(19): 10-14.
- [11] 郝思鹏, 薛禹胜, 唐茂林, 等. 通过轨迹特征根分析时变振荡特性. 电力系统自动化, 2009, 33(6): 1-5.  
HAO Sipeng, XUE Yusheng, TANG Maolin, et al. Trajectory eigenvalues analysis time variant oscillation characters. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(6): 1-5.
- [12] 谭伟, 张雪敏, 沈沉. 新的同调识别方法及其在切机算法中的应用. 西南交通大学学报, 2009, 44(4): 1-6.  
TAN Wei, ZHANG Xuemin, SHEN Chen. New coherency identification approach and its application to generator tripping algorithm. Journal of Southwest Jiaotong University, 2009, 44(4): 1-6.
- [13] LO C M, TSE C T. Application of coherency-based dynamic equivalents in small perturbation stability studies// Proceedings of IEE Second International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management, December 7-10, Hong Kong, China, 916-921.
- [14] MILANO F. An open source power system analysis toolbox. IEEE Trans on Power Systems, 2005, 20(3): 1199-1206.

谭伟(1984—), 男, 博士研究生, 主要研究方向: 电力系统分析与控制. E-mail: Tanw06@mails.thu.edu.cn

沈沉(1970—), 男, 通信作者, 副教授, 博士生导师, 主要研究方向: 电力系统分析与控制. E-mail: shenchen@tsinghua.edu.cn

李颖(1986—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 电力系统解列.

## A Generator Groups Identification Method Based on Trajectory Eigenvalues

TAN Wei, SHEN Chen, LI Ying, NI Jingmin, LIU Feng

(State Key Lab of Power Systems, Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** Based on the idea of trajectory eigenvalues, the Taylor expansion model is established for a power system after disturbances. Through the study of the above model, a novel approach is developed to analyze a power system's coherency characteristics using the Taylor expansion's first order coefficient matrix. In the approach, the eigenvalues and eigenvectors of the coefficient matrix are calculated continuously together with the generators' participant factors. Through analyzing the above information together with the angles of generators, the generators' coherency can be obtained. Case studies on several power systems are provided to illustrate the proposed approach and the results show that it works well and could indicate the trend of the generators' trajectories variations with time.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50677031, 50777032) and Program for New Century Excellent Talents in University (No. NCET-08-0317).

**Key words:** trajectory eigenvalues; generator groups identification; participant factor; eigenvector