SEM0530 Problemas de Engenharia Mecatrônica II

Aula 1: Zero de funções

GABRIEL LUENEBERG - 14746439

Professor:

Marcelo A. Trindade

03/04/2024

Conteúdo

1 Introdução

O método do zero de funções é uma técnica fundamental amplamente utilizada para determinar os valores de uma variável independente para os quais uma função específica atinge o valor zero. Em outras palavras, busca-se encontrar os pontos onde a função cruza o eixo x. A precisão e eficiência na determinação desses zeros são essenciais para uma variedade de aplicações práticas, tornando o estudo e a aplicação do método de zero de funções uma área de grande importância e interesse na engenharia.

2 Objetivos

O principal objetivo deste relatório é determinar o deslocamento estático de uma suspensão automotiva oblíqua da Figura 1, causado pelo peso do veículo, a fim de encontrar o ponto de equilíbrio estático no qual as forças de peso e as forças restauradoras se igualam. Além disso, busca-se calcular e visualizar graficamente a variação da rigidez efetiva da suspensão com o deslocamento, especialmente nas proximidades dos pontos de equilíbrio estático.

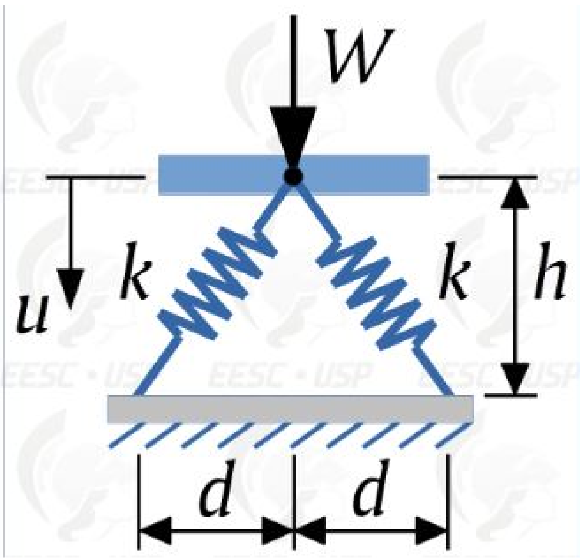

Figura 1: Modelo de suspensão automotiva utilizada

3 Resultados e Discussão

Nesta seção, discutira-se os resultados da análise das forças atuantes sobre o sistema em equilíbrio estático, utilizando o diagrama de corpo livre mostrado na Figura 3 como ponto de partida.

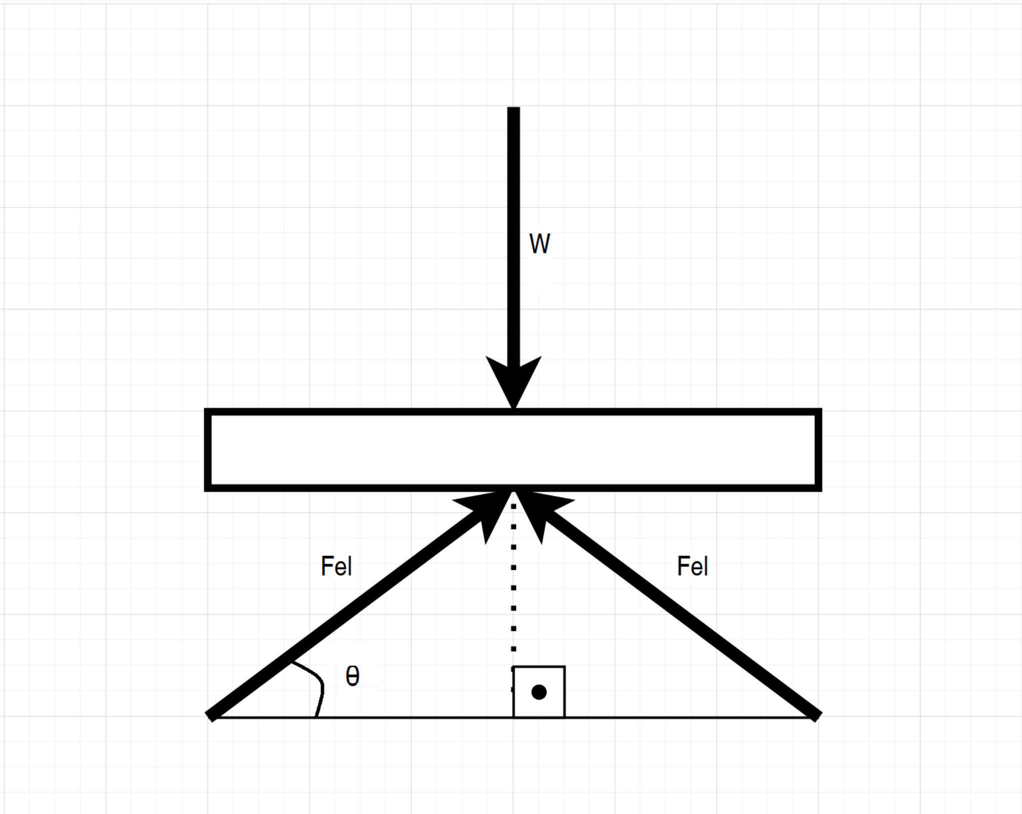

Figura 2: Diagrama de forças do sistema

Ao analisar o sistema, observamos que a força W pode ser expressa em termos de outra força F e o ângulo θ entre as forças elásticas e o chão, conforme mostrado na Equação 1.

$$W = 2F\cos(\theta) \tag{1}$$

onde θ é o ângulo entre as forças elásticas e o chão.

Como a força elástica é definida por meio da equação $F_{el} = -kx$, basta encontrar x em função do deslocamento u. Utilizando o teorema de Pitágoras, chega-se à expressão da Equação 2:

$$(L - x)^2 = (h - u)^2 + d^2 \tag{2}$$

que pode ser reescrito como

$$x = L - \sqrt{(h - u)^2 + d^2} \tag{3}$$

A partir da geometria do problema, encontra-se uma expressão para $\cos(\theta)$, conforme mostrado na Equação 4

$$\cos(\theta) = \frac{h-u}{L-x} \tag{4}$$

Substituindo as Equações 2, 3 e 4 em 1, e considerando que W = -mg, obtém-se a equação final 5, que relaciona todas as variáveis do problema. Esta equação nos permite analisar e interpretar os resultados da análise das forças no sistema em equilíbrio estático.

$$2(k(L - \sqrt{(h-u)^2 + d^2}))(\frac{h-u}{\sqrt{(h-u)^2+d^2}}) + mg = 0 \tag{5}$$

Considerando esta expressão como o zero da função da forca equivalente do sistema, tem-se que:

$$f(u) = 2(k(L - \sqrt{(h-u)^2 + d^2}))(\frac{h-u}{\sqrt{(h-u)^2+d^2}}) + mg \tag{6}$$

A partir da relação obtida na Equação 5, emprega-se o método do zero de funções para determinar o deslocamento u em que o equilíbrio estático é alcançado. Esse método possibilita a obtenção numérica do valor de u que faz com que a função de força f(u) se anule, indicando o ponto de equilíbrio estático do sistema.

Além disso, almeja-se encontrar a rigidez efetiva do sistema k_{ef}. Para tanto, considera-se a existência de uma força elástica equivalente expressa por f_{eq}(u)= k_{ef}u. Observa-se que a derivada dessa força em relação ao deslocamento u corresponde à rigidez efetiva, como ilustrado na seguinte equação:

$$\frac{df(u)}{du} = k \tag{7}$$

A mencionada equação viabiliza o cálculo da rigidez efetiva do sistema k_{ef}, a qual representa uma medida crucial da resposta do sistema a forças externas e seu comportamento elástico.

Por meio da função **fsolve** da biblioteca de Python **scipy**, foram determinados o deslocamento no equilíbrio estático e a rigidez efetiva nesses pontos. Adicionalmente, os gráficos dessas funções foram plotados para uma melhor compreensão do problema. O código utilizado para essa análise está descrito abaixo:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.optimize import fsolve

d = 0.2
L = 0.5
k = 10000
```

```
g = 9.81
m = (180 + 39)
h = np.sqrt(L**2 - d**2)

def f(u):
    return 2 * k * (L - ((h - u) ** 2 + d ** 2) ** 0.5) * ((h - u) / ((h - u) ** 2 + d ** 2) ** (0.5))-m*g

def keq(u):
    h = 1e-9
    return (f(u + h) - f(u)) / h  # derivada da funcao f

resposta = fsolve(f, [0, h])
keq1 = keq(resposta[0])
keq2 = keq(resposta[1])
print("Valores do deslocamento no equil brio est tico em m:", resposta[0],resposta[1])
print("Valores da rigidez efetiva no equil brio est tico em N/m:", keq1,keq2)
u = np.linspace(-h, h, 1000)

fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(2)
ax1.plot(u, f(u))
ax1.scatter(resposta, [0, 0], color='red')
ax1.set_title('f(u)')
ax1.grid()

ax2.plot(u, keq(u))
ax2.scatter([resposta[0], resposta[1]], [keq1, keq2], color='red')
ax2.set_title('keq(u)')
ax2.grid()

plt.tight_layout()
plt.show()
```

Do código, encontrou-se que o deslocamento para o qual o sistema atinge o equilíbrio é quando u = 0.13 m e u = 0.38 m. Além disso , encontrou-se que a rigidez efetiva foi de aproximadamente k_{ef} = 12273.425 N/m e k_{ef} = -19659.595 N/m

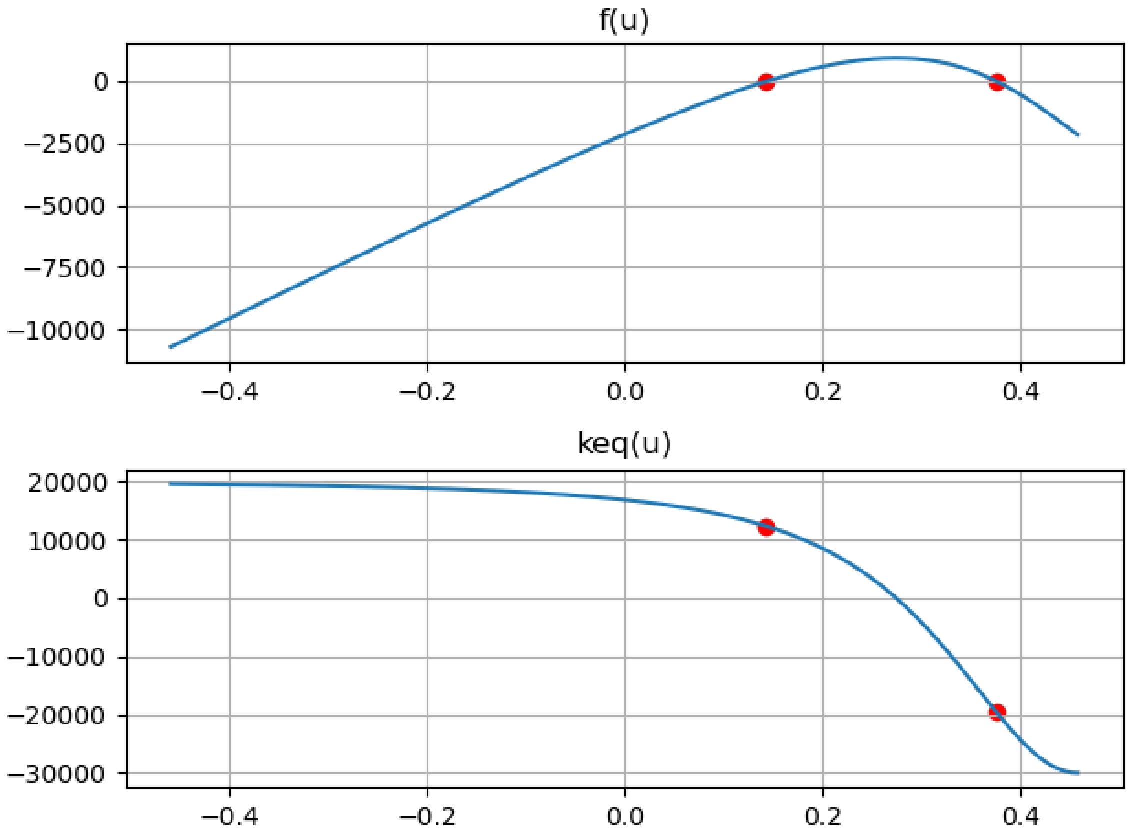

Figura 3: Resultados do problema

4 Conclusão

A análise dos resultados obtidos fornece uma compreensão significativa do comportamento do sistema em equilíbrio estático sob a influência de forças externas e elásticas. Através das equações derivadas e do calculo numérica, foi possível determinar os deslocamentos nos quais o equilíbrio é alcançado, bem como a rigidez efetiva do sistema nesses pontos de equilíbrio.Os gráficos gerados fornecem uma representação visual clara dos resultados, facilitando a interpretação e análise do problema. Esses resultados são fundamentais para o entendimento do comportamento elástico do sistema e têm aplicações práticas na engenharia.