SEM0530 Problemas de Engenharia Mecatrônica II

Aula 6: Transformação de vetores

GABRIEL LUENEBERG - 14746439

Professor:

Marcelo A. Trindade

29/06/2024

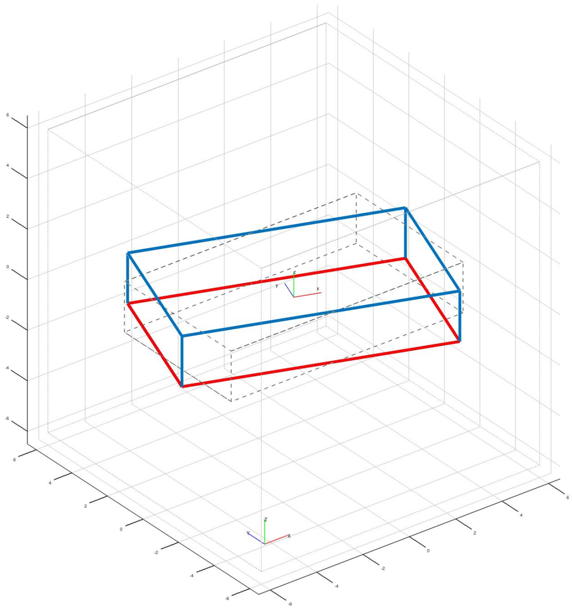
Conteúdo

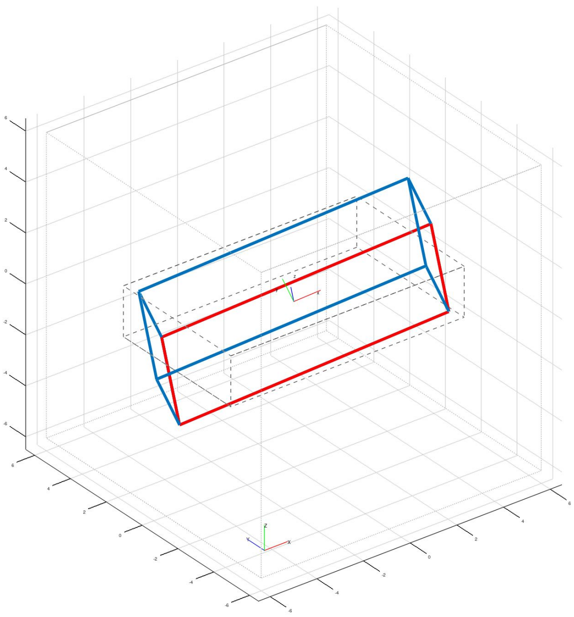
1 Problema

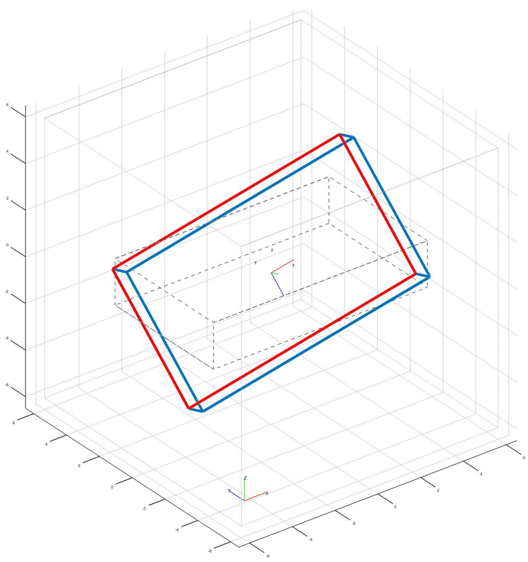
- Simular a rotação de um corpo rígido, dado um sequenciamento de rotações pré-definido. Para simular uma rotação executada por juntas, consideramos as rotações sempre em torno de eixos coordenados solidários ao corpo (base móvel).
- Primeira sequência:
  1. Rotação em torno de z de ângulo θ
  2. Rotação em torno de y de ângulo θ
  3. Rotação em torno de x de ângulo 4θ (com velocidade 4 vezes maior)
- Segunda sequência:
  - Executar as três rotações anteriores simultaneamente
- Considerar $\theta = \frac{-(90+N)}{4}^{\circ}$, sendo formado pelos dois últimos algarismos do Número USP. Nesse caso,
  - $N = 39 \Rightarrow \theta = -32.25^{\circ} \approx -0.5629\,\text{rad}$

2 Screenshots

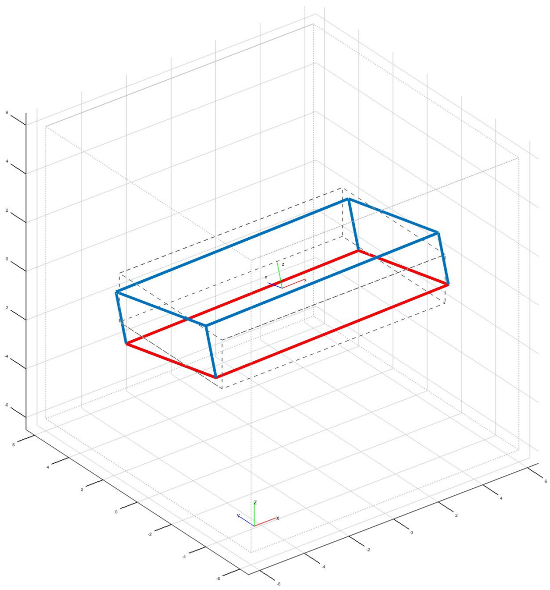
2.1 Rotação - Sequência 1

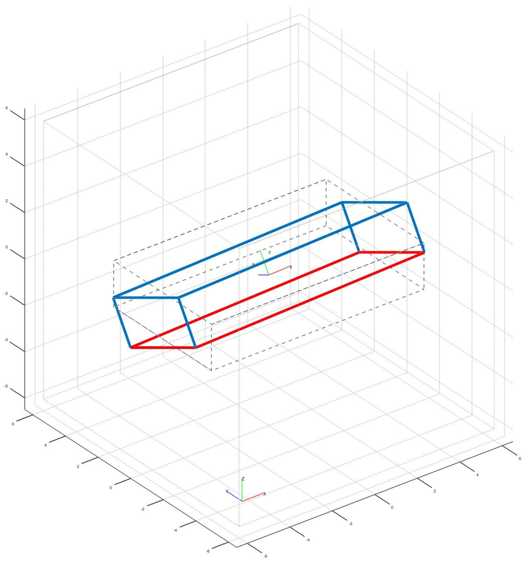


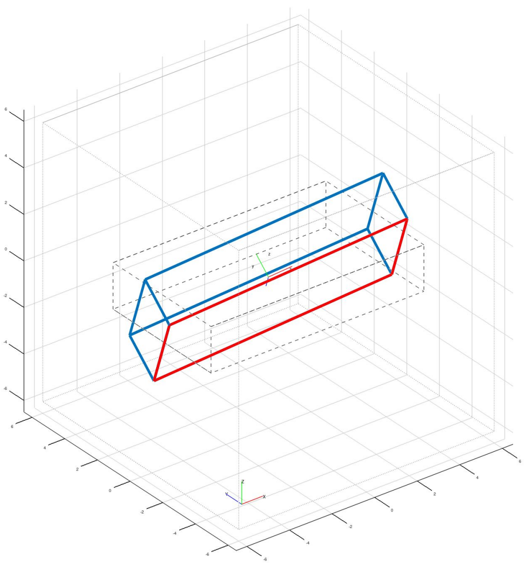


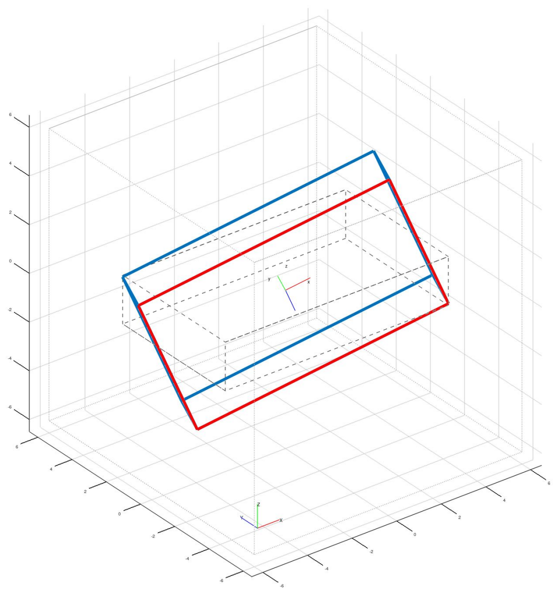


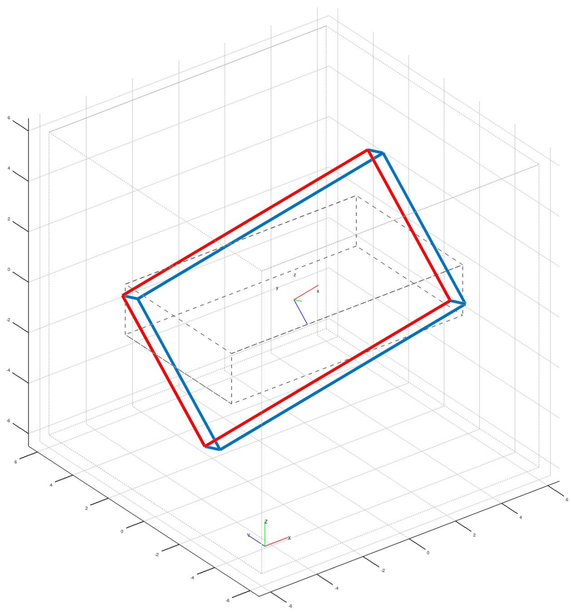
2.2 Rotação - Sequência 2











3 Scripts

3.1 Explicação

A seguir, esclarece-se brevemente o código elaborado para a realização das rotações. Em linhas gerais, a finalidade da função `p6` é preencher a matriz tridimensional R, composta por todas as configurações de rotação compreendidas entre as posições inicial e final do desenho tridimensional proposto. Cada "folha" de R é oriunda do produto $R_z R_y R_x$, que indica a ordem de rotação.

Tratando do vetor `theta` que é usado para definir as matrizes `thetaxv`, `thetayv` e `thetazv`, utilizadas, por sua vez, como argumento das funções seno e cosseno presentes nas matrizes de rotação, tem-se sua estrutura básica:

$$\texttt{theta} = [0 : d\theta : \theta_f],$$

onde $d\Theta$ é o passo das rotações, determina a quantidade de "folhas" da matriz R, além de estar relacionado com a duração da animação obtida, já que o intervalo de tempo decorrido para a execução de cada "folha" é invariável. A seu turno, Θ_f representa o valor de -0.5629 rad. Definiu-se $d\Theta = -\pi/500$, sendo que, para a primeira sequência utilizou-se $2d\Theta$ como passo, enquanto para a segunda, $0.5d\Theta$. Essa decisão foi tomada convenientemente de maneira a facilitar a feitura dos screenshots.

Outrossim, deve-se destacar a presença da expressão $4\times$`theta` nas matrizes `thetaxv` da primeira e segunda sequências. Não somente o valor de Θ_f será quadruplicado, como também o será $d\Theta$. No entanto, como dito anteriormente, o tempo para a execução de cada "folha" é invariável, de modo que a rotação estará sendo feita com uma velocidade 4 vezes maior, quando se compara o $d\Theta$ efetivo com o original (para cada sequência).

Por fim, a matriz tridimensional R é passada como argumento para a função `fcnrot3d`, responsável pelos desenhos (animação). Deve-se, ainda, ressaltar que não se realizou modificação alguma no código desta função. Fica, desse modo, solucionado o problema proposto. O código é apresentado a seguir.

3.2 Código

```
function p6 ( seq )

N = 84; % 2 ultimos algarismos do numero USP
theta_f = (-1) * ((90 + N) / 4) * (pi / 180); % angulo de rotacao (rad
    )
dtheta = (-1) * (pi / 500); % passo

if seq == 1
    % 1 a sequencia [ z (theta) -> y (theta) -> x (4 * theta) ]
    theta = [0:2 * dtheta:theta_f];
    thetaxv = [0 * theta 0 * theta 4 * theta];
    thetayv = [0 * theta theta theta(end) + 0 * theta];
    thetazv = [theta theta(end) + 0 * theta theta(end) + 0 * theta];
else
    % 2 a sequencia [ simultaneamente ]
    theta = [0:0.5 * dtheta:theta_f];
    thetaxv = [4 * theta];
    thetayv = [theta];
    thetazv = [theta];
end

for k = 1:length(thetayv)
    thetax = thetaxv(k); thetay = thetayv(k); thetaz = thetazv(k);
    Rx = [1 0 0; 0 cos(thetax) -sin(thetax); 0 sin(thetax) cos(thetax)
    ];
```

```
    Ry = [cos(thetay) 0 sin(thetay); 0 1 0; -sin(thetay) 0 cos(thetay)
   ];
    Rz = [cos(thetaz) -sin(thetaz) 0; sin(thetaz) cos(thetaz) 0; 0 0
   1];
    R(:, :, k) = Rz * Ry * Rx;
end

fcnrot3d(R)
```

Listing 1: script utilizado para a geração das rotações

4 Conclusão

É possível dizer que foi feita uma análise minimamente razoável do problema proposto, de maneira que se pode obter resultados coerentes com o que se esperava e suspeitava acerca da rotação de um corpo rígido.

Por fim, é notório o importante papel desempenhado pelo Matlab na construção dos resultados.