

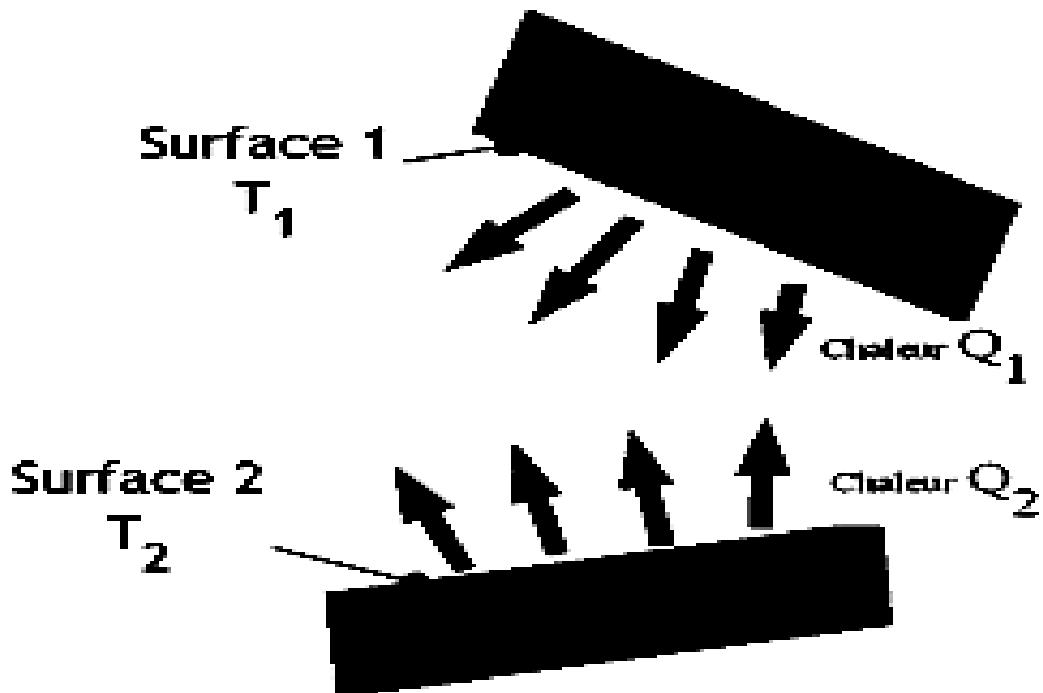
S.BENSAADA

**MECANIQUE APPLIQUEE**

**PARTIE II**

**PHENOMENES DE**

**TRANSPORT**



## 11. MODES DE CONDUCTION

### 11.1. Généralités

Les multiples procédés utilisés dans l'industrie sont très souvent le siège d'échanges de chaleur, soit parce que c'est le but recherché (fours, coulée, échangeurs, thermoformage, induction, lits fluidisés, trempe, refroidissement), soit parce que ceux-ci interviennent d'une manière inévitable (chocs thermiques, pertes de chaleurs, rayonnement). Des connaissances de base en ce domaine sont donc nécessaires à l'ingénieur de production ou de développement pour :

- comprendre les phénomènes physiques qu'il observe
- maîtriser les procédés et donc la qualité des produits.

Le deuxième principe de la thermodynamique admet que la chaleur (ou énergie thermique) ne peut passer que d'un corps chaud vers un corps froid, c'est-à-dire d'un corps à température donnée vers un autre à température plus basse, donc Un transfert de chaleur qu'il convient d'appeler transfert thermique ou transfert par chaleur est un transit d'énergie sous forme microscopie désordonnée. Deux corps ayant la même température sont dits en « équilibre thermique ». Si leur température est différente, le corps le plus chaud cède de l'énergie au corps le plus froid : il y a transfert thermique, ou par chaleur. L'étude des transferts thermiques complète l'étude de la thermodynamique en décrivant la manière dont s'opère le transfert d'énergie. À la différence de la thermodynamique, la thermocinétique fournit des informations sur le mode de transfert en situation de non équilibre ainsi que sur les valeurs de flux de chaleur. La thermodynamique établit les conditions de cette transmission de chaleur et détermine les conséquences qui en résultent, mais elle ne se préoccupe pas de la vitesse de cette transmission. En thermodynamique classique, les transformations réversibles supposent essentiellement le voisinage de l'équilibre et par conséquent, les échanges ne peuvent s'effectuer qu'entre corps à températures très voisines

## 11.2.. Modes de transfert thermiques

De tous temps, les problèmes de transmission d'énergie, et en particulier de la chaleur, ont eu une importance déterminante pour l'étude et le fonctionnement d'appareils tels que les générateurs de vapeur, les fours, les échangeurs, les évaporateurs, les condenseurs, etc., mais aussi pour des opérations de transformations chimiques. En effet, dans certains systèmes réactionnels, c'est la vitesse des échanges de chaleur et non la vitesse des réactions chimiques qui détermine le coût de l'opération (cas de réactions fortement endo- ou exothermique). En outre, de nos jours, par suite de l'accroissement relatif du prix de revient de l'énergie, on recherche dans tous les cas à obtenir le rendement maximal d'une installation pour une dépense d'énergie minimale.

Les problèmes de transfert de chaleur sont nombreux, et on peut essayer de les différencier par les buts poursuivis dont les principaux sont :

- l'augmentation de l'énergie transmise ou absorbée par une surface,
- l'obtention du meilleur rendement d'une source de chaleur,
- la réduction ou l'augmentation du passage d'un débit de chaleur d'un milieu à un autre.

Le potentiel qui provoque le transport et le transfert de l'énergie thermique est la température. Si deux points matériels placés dans un milieu thermiquement isolé sont à la même température, on peut affirmer qu'il n'existe aucun échange thermique global entre ces deux points dits en équilibre thermique (il s'agit bien d'un équilibre thermique car chacun des points matériels émet une énergie thermique nette de même module, mais de signe opposé). Le transfert de chaleur au sein d'une phase où, plus généralement, entre deux phases, se fait suivant 3 modes :

**- Par conduction.**

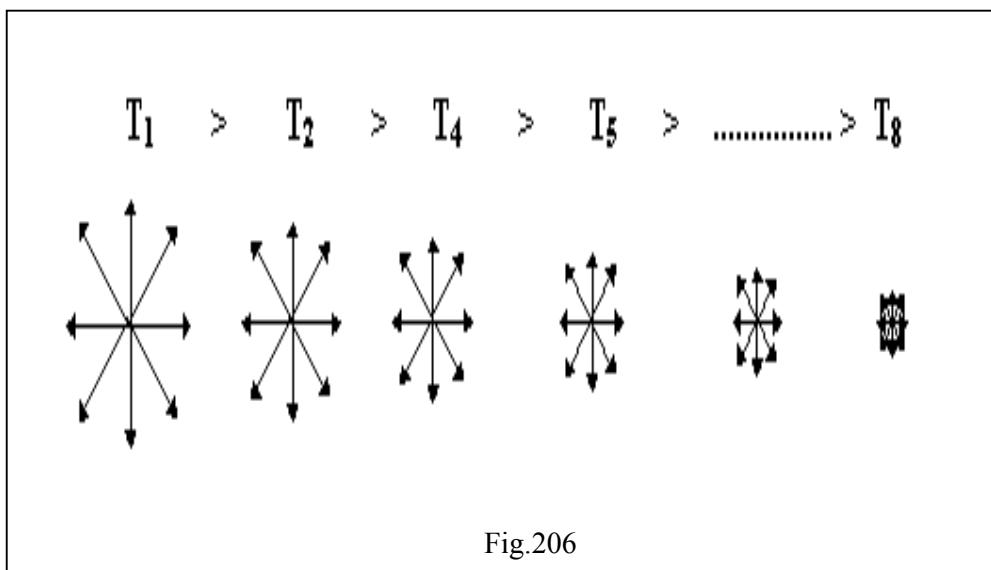
**- Par rayonnement.**

**- et par convection.**

### **11.2.1. Transfert par conduction**

1- soit par contact: c'est la conduction thermique; On chauffe l'extrémité d'une tige métallique. La chaleur se propage dans la tige. On dit qu'il y a **conduction** lorsque la chaleur (transport d'énergie) se propage sans transport de matière.

- On sait que :
  - les molécules/atomes sont en perpétuelle **agitation thermique**.
    - oscillations autour des positions d'équilibre (solides, liquides).
    - déplacements désordonnés (gaz).
  - à cette agitation thermique est associée une **énergie (d'agitation thermique)** proportionnelle à la température T.
  - les molécules sont en perpétuelle **interaction** les unes avec les autres ; au cours de ces chocs, elles échangent de l'énergie ; une molécule "excitée" peut ainsi perdre un peu de son énergie au profit de ses voisines avec lesquelles elle interagit (fig.206).



- Ainsi :
  - la molécule 1 va choquer la molécule 2 et globalement lui céder une partie de son énergie.
  - la molécule 2 va choquer la molécule 3, etc.
- Une partie de l'énergie de la molécule 1 va donc être transférée vers la droite, vers les molécules moins excitées (donc de température inférieure) et ceci sans déplacement de cette molécule1.
  - **d'où un transfert de chaleur, dans la matière, sans transfert de matière**
- NOTA :
  1. les molécules effectuent un très grand nombre de chocs, les transferts ci-dessus sont donc des **bilans** sur l'ensemble des chocs.

2. des molécules de même excitation (donc de même température) échangent de l'énergie lors des chocs, mais le **bilan global est nul** (transferts équivalents de chaque côté).

Seule la conduction assure un bon transfert de chaleur à travers les solides. Par exemple, lorsqu'on chauffe un barreau métallique à l'une de ses extrémités, l'autre extrémité s'échauffe progressivement. Si l'on chauffe suffisamment longtemps, l'objet métallique aura la même température en tout point. La chaleur s'est propagée à partir de l'extrémité chauffée dans tout le reste du matériau. Le barreau métallique a "conduit" de la chaleur : cette propriété s'appelle la conduction thermique. Si l'on arrête subitement de chauffer l'extrémité du barreau métallique, la température diminuera progressivement puis le barreau retrouvera sa température initiale en l'occurrence celle de l'air ambiant. La chaleur transmise à travers les murs ou le plancher d'une maison se fait par conduction thermique. Les bons conducteurs de chaleur sont souvent de bons conducteurs électriques. Dans les métaux, la conduction fait intervenir les électrons libres qui les rendent bons conducteurs de la chaleur. En revanche dans les isolants, la conduction se fait mal. En résumé, il y a une forte correspondance entre les propriétés thermiques et électriques des solides. La conduction s'observe aussi dans des fluides au repos mais elle est beaucoup plus faible que dans un métal. De plus, elle est souvent dominée par la convection.

*(par exemple pour le calcul des déperditions à travers une paroi)*

paroi

plane :

$$\Phi = \frac{\lambda}{e} \cdot S \cdot \Delta T$$

paroi

cylindrique :

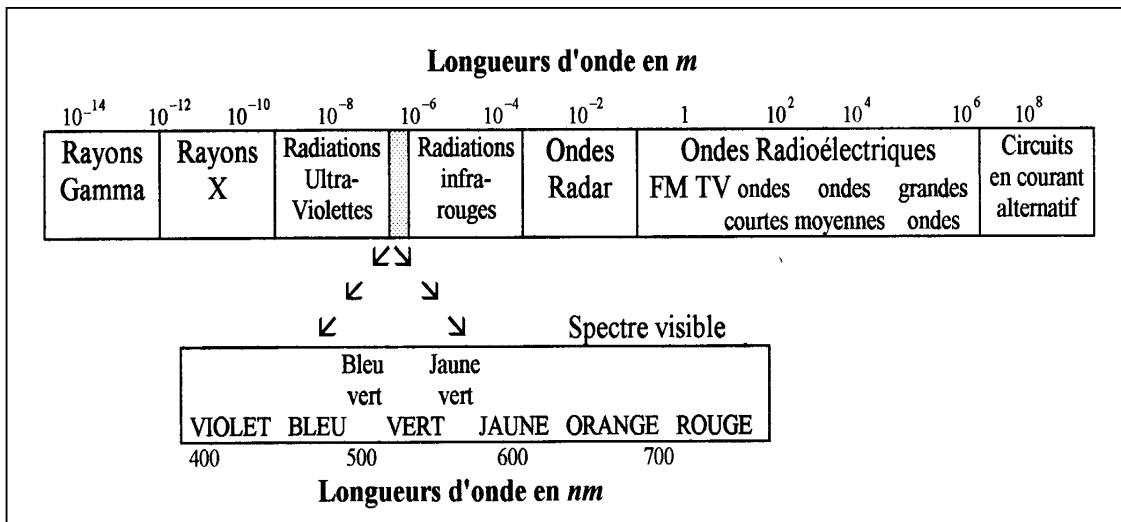
$$\Phi = \frac{2 \cdot \pi \cdot l \cdot \lambda \cdot \Delta T}{\ln \frac{R}{r}}$$

Ou :

$\Phi$  = quantité de chaleur en Watt,  $\lambda$  = Coeff. de conduction du matériaux en W/m.K  
 $S$  = surface du matériaux en  $m^2$ ,  $\Delta T$  = écart de température entre les 2 parois en  $^{\circ}\text{C}$  ou K  
 $l$  = longueur de la paroi cylindrique en m,  $R$  et  $r$  = rayon extérieur et intérieur de la paroi en m.

### 11.2.2. Transfert par rayonnement

La température entre le Soleil et la Terre est proche de 0 K ( $T_{\text{surf}} = 6000 \text{ K}$ ). Le soleil qui se situe à une distance considérable dans le " vide spatial " nous procure une sensation de chaleur. De même, si nous ouvrons la porte d'un four en fonctionnement, nous percevons une sensation de chaleur instantanée que nous ne pouvons attribuer à un transfert convectif du à l'air entre le four et notre peau. Cet échange de chaleur attribué à l'émission, par la matière du fait de sa température, d'ondes électromagnétiques est appelé **rayonnement thermique**, il ne nécessite pas la présence d'un milieu intermédiaire matériel. Le rayonnement thermique est caractérisé par des longueurs d'ondes comprises entre  $0,1 \text{ et } 100 \mu\text{m}$ , il inclut le domaine du visible (ondes lumineuses ou lumière de  $0,4 \text{ à } 0,8 \mu\text{m}$ ) et n'occupe qu'une faible portion du spectre d'ondes électromagnétiques.



**Remarque :** bien qu'il soit plus avantageux de rapporter les grandeurs monochromatiques à la fréquence  $\nu$  qui est indépendante du milieu matériel *transparent* où l'onde se propage,

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

l'habitude est de se référer à la longueur d'onde  $\lambda$  qui dépend de l'indice  $n$  du milieu

où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde dans le vide; pour l'air  $n \approx 1$ ). Cette manière de faire ne présente d'inconvénient majeur que pour les milieux semi-transparents non homogènes. Un point matériel chauffé émet un rayonnement électromagnétique dans toutes les directions situées d'un même côté du plan tangent au point matériel. Lorsque ce rayonnement frappe un corps quelconque, une partie peut être réfléchie, une autre *transmise* à travers le corps (dit diathermique si tout est transmis), et le reste est quantitativement absorbé sous forme de

chaleur. Si on place dans une enceinte deux corps capables d'émettre un rayonnement thermique, il existe entre ces deux corps à températures différentes, un échange de chaleur dû à l'absorption et à l'émission de ces rayonnements thermiques. Cet échange de chaleur est désigné habituellement sous le nom de **rayonnement**. Les transferts par rayonnement se poursuivent même lorsque l'équilibre thermique est atteint, mais le débit net de chaleur échangé est nul. Ce type de transport de chaleur est analogue à la propagation de la lumière, et il ne nécessite aucun support matériel, contrairement aux écoulements. Les gaz, les liquides et les solides sont capables d'émettre et d'absorber les rayonnements thermiques. Dans de nombreux problèmes de transformation d'énergie thermique, les trois modes de transfert de chaleur coexisteront mais, généralement, au moins une des trois formes pourra être négligée, ce qui simplifiera le traitement mathématique de l'appareil de transfert. Nous pouvons dire dès à présent, qu'aux températures ordinaires, le transport par rayonnement est négligeable, mais il peut devenir notable et prépondérant lorsque le niveau de température augmente. En outre, signalons que certains transferts thermiques sont accompagnés d'un transfert de matière entre deux phases. Le flux de chaleur transféré en présence d'un changement de phase dépend de la nature et des propriétés physico-chimiques des phases en présence. C'est le cas de l'ébullition, de la condensation, mais aussi des problèmes d'humidification, de séchage, de cristallisation,etc..

Ce mode de transfert intervient chaque fois qu'on est en présence de lumière et, plus généralement, d'ondes électromagnétiques : ondes radio et de télévision, ondes radar, rayonnement infrarouge, lumière visible, rayonnement ultraviolet, rayonnement X, rayonnement. Le transfert d'énergie par rayonnement peut se faire sur de très grandes distances et même dans le vide ; c'est ainsi que nous recevons l'énergie rayonnante du Soleil. Le transfert d'énergie par chaleur ne peut se faire que sur de petites distances et jamais dans le vide.

La quantité d'énergie transférée du Soleil à la Terre sous forme de rayonnement est très importante : la puissance correspondante est, au mieux, de 1 kW/m<sup>2</sup>. Ceci explique l'intérêt des capteurs solaires qui permettent de chauffer, au moins en partie, une maison, ou d'obtenir de l'eau chaude. De là aussi l'intérêt des cellules solaires : elles transforment directement l'énergie rayonnante en énergie électrique. En fait, tous les systèmes perdent de l'énergie par rayonnement, mais plus ou moins ; tous les corps "rayonnent". Ainsi, le corps humain perd 50% de son énergie par rayonnement : la puissance correspondante est de quelques dizaines de watts par mètre carré. Dans un grand nombre de cas, ce n'est pas la quantité d'énergie transférée par rayonnement qui est intéressante ; le rayonnement, en effet, sert essentiellement

à transmettre de l'information : forme et couleur des objets perçus par l'oeil, messages transmis par les ondes radio et de télévision, etc

- Tout corps, à la température T différente de zéro, émet des ondes e.m ; on parle de "rayonnement thermique".
- A l'inverse, de même qu'il émet, un corps absorbe tout rayonnement incident.
- Les deux phénomènes, émission et absorption, interviennent simultanément. Il faut alors faire le **BILAN**. A l'équilibre thermique avec son entourage, un corps absorbe autant qu'il émet : son bilan énergétique est NUL.

### EMISSION SPONTANEE

- atomes --> électrons sur des "couches" auxquelles on associe des énergies. Les électrons sont donc répartis sur des "niveaux d'énergie".
- normalement, les électrons sont dans leur état énergétique de base (ou de repos) d'énergie donnée  $E_1$ . Au cours d'un choc, un électron peut être placé (par échange d'énergie) sur un niveau d'énergie  $E_2 > E_1$ .

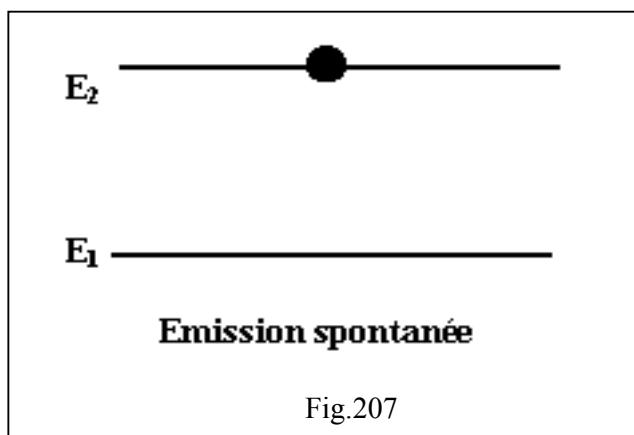


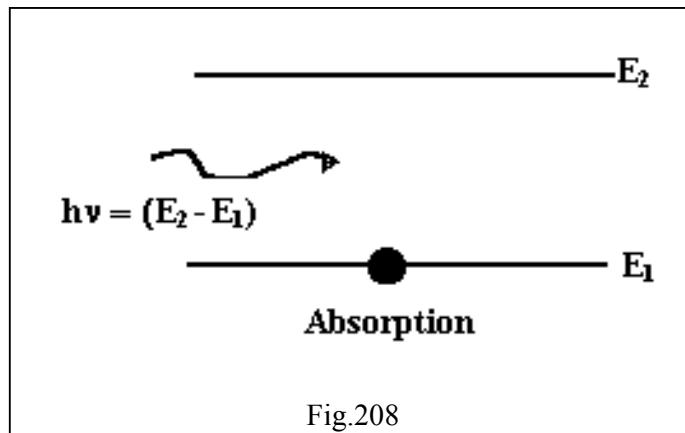
Fig.207

- cet électron tendra à redescendre sur son état de base, quand il le voudra (c.à.d "spontanément") en restituant l'énergie :  $h\nu = E_2 - E_1$  sous forme de rayonnement électromagnétique de fréquence :  $\nu = (E_2 - E_1) / h$  .

### ABSORPTION.

- inversement, si un rayonnement e.m arrive sur l'électron à l'état de repos, alors ce rayonnement sera utilisé pour placer l'électron dans l'état excité  $E_2$  tel que :

$$h\nu = (E_2 - E_1)$$



- **REMARQUES :**

- on voit les **rôles symétriques** joués par l'absorption et l'émission.
- pour tous les atomes (toutes les molécules) situés à l'intérieur de la matière, les 2 phénomènes (absorption et émission) se compensent. Seuls les atomes de la surface effectuent avec l'extérieur des échanges dont le bilan peut être non nul ; rayonnement thermique et "absorption" sont donc **des phénomènes de surface**.
- absorption et d'émission interviennent entre divers niveaux  $E_2$  et  $E_1$  ; compte tenu des interactions entre les atomes, les énergies des niveaux sont très variées ; d'où une grande variété d'écart  $E_2 - E_1$  et donc de fréquences émises  $\nu = (E_2 - E_1)/h$ . Cette variété (infinie) des fréquences  $\nu$  se traduit par un **spectre continu** des fréquences émises.
- le placement des électrons sur des états excités est dû aux chocs, qui dépendent eux-mêmes de l'agitation des molécules donc de la température  $T$ . L'émission spontanée dépend donc de la température → **le rayonnement thermique dépend de la température T**.

## EMISSION STIMULEE

- Le phénomène de descente, de  $E_2$  vers  $E_1$ , peut être spontané ou **stimulé**. Dans ce dernier cas, lors du passage du photon incident  $h\nu$ , il y a émission d'un autre  $h\nu$ , en phase avec le premier.

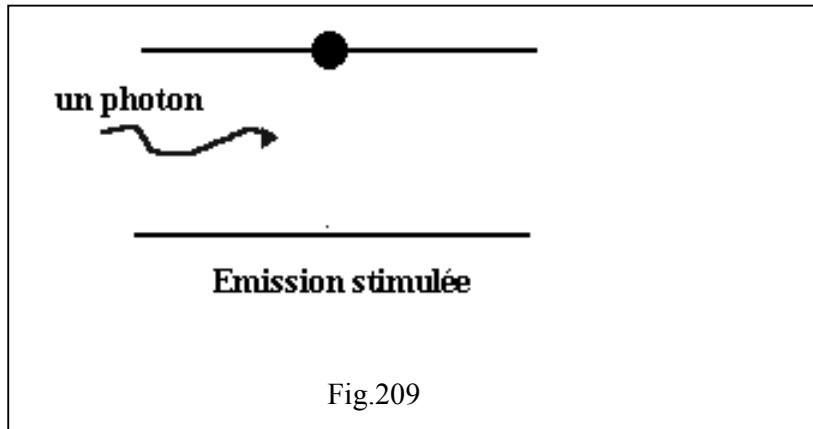


Fig.209

C'est le phénomène d'EMISSION STIMULEE, utilisé dans les lasers.

- RESUME :
  - rôles symétriques de l'absorption et de l'émission.
  - émission et absorption sont des phénomènes de surface.
  - grande variété des fréquences émises → spectre continu.
  - rôle important de la température dans les chocs → dépendance du rayonnement thermique avec la température T.
- Comme, par ailleurs, les ondes électromagnétiques se propagent en l'absence de matière, on en conclut que :

(Pour le calcul des déperditions ou apport d'énergie)

Loi de Kirchhoff généralisée

$$\Phi = \alpha \cdot \sigma_0 \cdot T^4$$

Où :

$\Phi$ = quantité de chaleur en Watt

$\alpha$  = facteur d'absorption ou d'émission de la surface émettrice

$\sigma_0 = 5,675 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$

T = Température absolue en K.

### Echange de chaleur par rayonnement entre 2 surfaces

(*Chauffage par rayonnement*)

$$\Phi = \sigma \cdot (T_1^4 - T_2^4) \cdot \mu \cdot S$$

ou :

**Φ** = quantité de chaleur en Watt

**σ**= **μ.S** = coeff. mutuel de rayonnement entre les 2 surfaces W/m<sup>2</sup>.K<sup>4</sup>

**T1 et T2** = température absolue des 2 surfaces en K

**S** = facteur d'angle ou facteur de forme des surfaces

#### 11.2.3. Transfert par convection

Dans ce cas le phénomène thermique est compliqué par des déplacements de matière et au transfert de chaleur se superpose le transfert de masse. Le transfert de chaleur par convection se produit entre deux phases dont l'une est généralement au repos et l'autre en mouvement en présence d'un gradient de température. Par suite de l'existence du transfert de chaleur d'une phase à l'autre, il existe dans la phase mobile des fractions du fluide (ou agrégats) ayant des températures différentes. Le mouvement du fluide peut résulter de la différence de masse volumique due aux différences de températures (on parle alors de convection libre ou naturelle) ou à des moyens purement mécaniques (on parle alors de convection forcée). Lorsqu'un fluide est en écoulement, une partie du transfert de chaleur dans le fluide se fait également par conduction et, dans le cas d'un fluide transparent, un transfert de chaleur par rayonnement peut accompagner les deux transferts précédents.

- C'est, de façon générale, un transfert de chaleur entre deux phases de nature différente. Elle intervient, par exemple, à la surface de séparation entre un solide et un fluide ( liquide ou gaz ), ou aussi bien, à la surface libre entre un liquide et un gaz.
- Le transfert de chaleur s'effectue en 2 phases (fig.210).

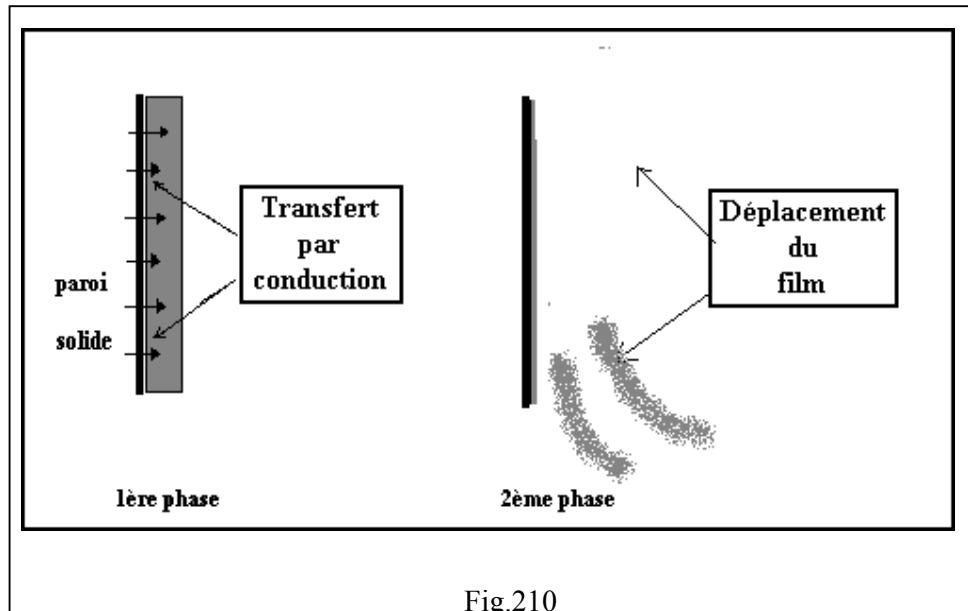
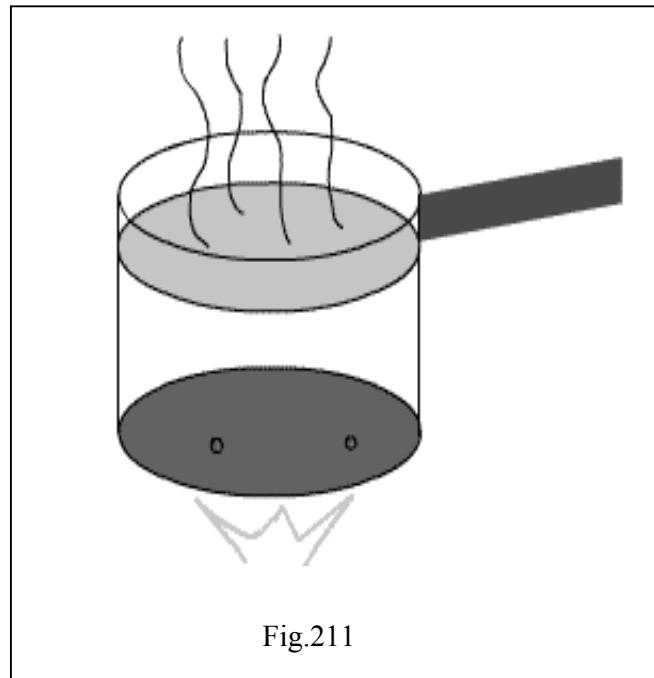


Fig.210

- **1ère phase** : la chaleur est échangée par conduction entre la surface solide et une mince couche de fluide (appelée "film"), au voisinage de la surface.
- **2ème phase** : le fluide du film est déplacé dans la masse du fluide ; ce déplacement du fluide est, soit naturel (variation de la masse volumique du film chauffé ou refroidi, par rapport celle du fluide en masse), soit artificiel (action d'une pompe, d'un agitateur). On parle alors soit de **convection naturelle**, soit de **convection forcée**.

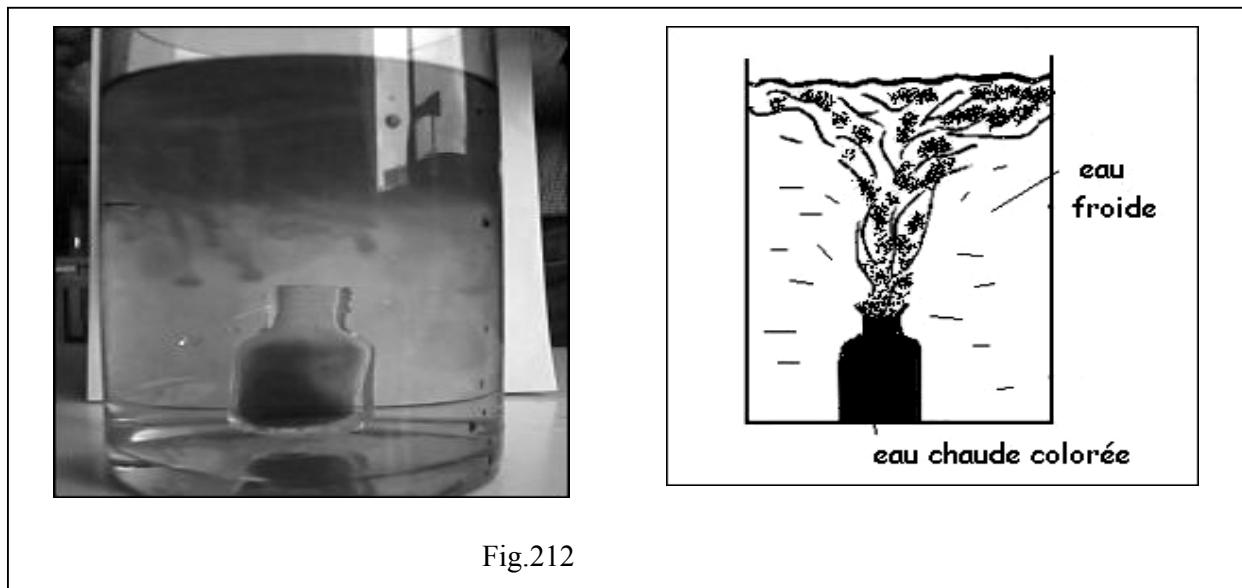
La convection implique le transport de la chaleur par une partie d'un fluide qui se mélange avec une autre partie. La convection concerne exclusivement les fluides (gaz ou liquides) puisqu'elle prend sa source dans un transport macroscopique de matière. La convection a lieu par exemple lorsque l'on chauffe une casserole d'eau. Le gradient thermique vertical est dirigé vers le bas. La masse volumique du fluide inférieur s'abaisse (car celui ci est plus chaud) et le fluide s'élève pour être remplacé par du fluide plus lourd situé plus haut. La convection tente de s'opposer au gradient thermique par un mouvement de fluide. Ce processus est s'associe à l'action de la gravité. On note que si l'on chauffe la casserole par le haut, le fluide chaud se situe au dessus du fluide froid et la convection est annihilée. Les chaddoks seraient bien surpris de voir qu'il faudrait un jour pour faire bouillir une casserole d'eau en la chauffant par le haut (seule la conduction intervient (fig.211)).



Les expériences suivantes ont pour objectif de montrer comment la chaleur peut se transmettre dans les milieux, par convection, avec transfert de matière. Ce mode de transfert est répandu en météorologie, car il affecte tout particulièrement les fluides.

#### Expérience n° 1 : convection ; cas des liquides

Un petit flacon d'eau chaude colorée est immergé dans un grand cristallisoir d'eau froide (ci-dessous : résultat de cette immersion (fig.212).



Une expérience similaire peut être réalisée à l'aide d'un glaçon obtenu par congélation d'eau colorée. Lorsque ce glaçon est immergé dans de l'eau tiède, il apparaît un courant de convection descendant, d'eau froide (fig213).

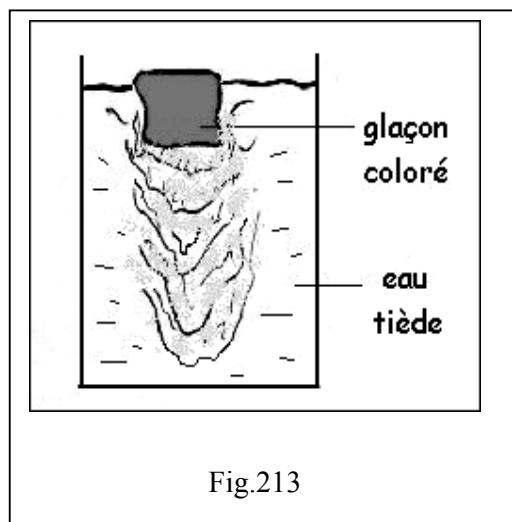


Fig.213

### Expérience n° 2 : convection ; cas de l'air

Une spirale est découpée dans de la cartoline, et suspendue à la base d'un bouchon à l'aide d'une épingle. Elle doit pouvoir tourner librement en rotation autour de cet axe. En maintenant l'ensemble au dessus d'une source de chaleur, telle qu'une petite bougie, la spirale se met à tourner sous l'effet du courant d'air chaud ascendant (fig.214).

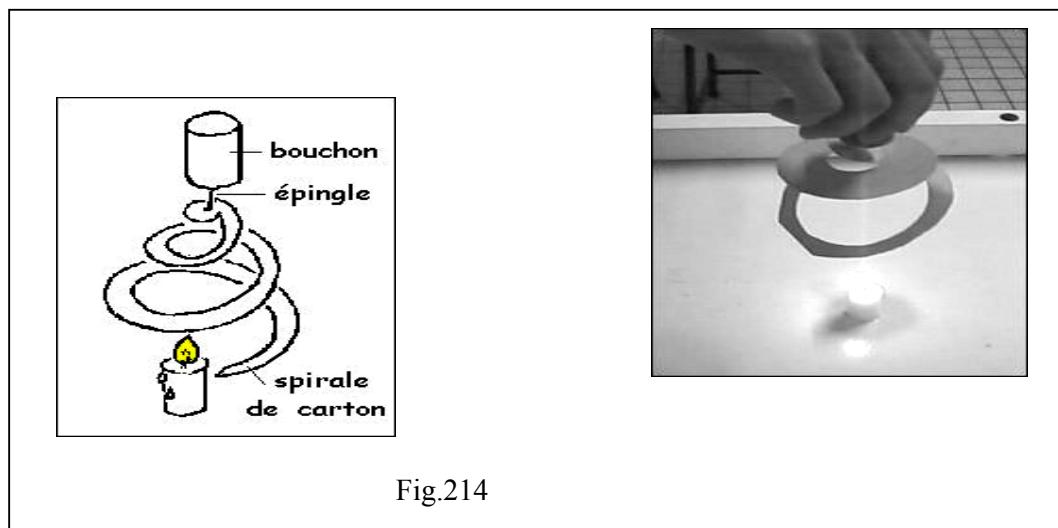


Fig.214

**Remarque :** L'ouverture de la porte du compartiment congélation d'un réfrigérateur permet de visualiser (par la condensation provoquée à cet instant) l'écoulement de l'air froid vers le bas, comparable à l'écoulement de l'eau froide du glaçon dans l'expérience n° 1.

**Matériel nécessaire :** Grand cristallisoir (ou bouteille d'eau minérale de 5 L coupée, petit flacon, colorant (permanganate de potassium, par exemple, ou colorant alimentaire), glaçon coloré, bouchon, cartoline, épingle, bougie.

conduction	convection	rayonnement
Ce terme est utilisé pour exprimer le transfert de chaleur d'un corps à un autre par contact direct: L'agitation moléculaire du plus chaud se transmet au plus froidCette échange est plus grand si le corps froid est un bon conducteur thermique (métal).	C'est la transmission de la chaleur dans les liquides et les gaz. En chauffant les liquides et les gaz se dilatent et leur masse volumique diminue. Il s'ensuit qu'ils vont "monter" car ils sont devenus plus léger que le reste du milieu ambiant. Il y a donc un brassage de l'air ou du liquide <i>on dit souvent " la chaleur monte"</i>	Comme son nom l'indique ce type de chauffage fonctionne par rayonnement. Le rayonnement choisi pour faire du chauffage est l'infrarouge. Les corps directement exposés aux rayonnements IR voient leur température augmenter.
fer à souder plaqué électrique en fonte	radiateur chauffe-eau	chauffage extérieur lampe IR

#### 11.2.4. Conversion de l'énergie

conversion	méca	élec	thermique	chimique	rayonnante	nucléaire
méca	—	alternateur	frottement	allumette	silex	collision nucléaire
élec	moteur électrique	—	effet Joule	électrolyse	ampoule	X
thermique	turbine à vapeur	?	—	combustion	flamme	?
chimique	arme à feu	piles	feu	—	réaction luminescente	X
rayonnante	radiomètre	cellule photovoltaïque	chauffage solaire	photosynthèse	—	photon gamma
nucléaire	désintégration nucléaire	X	centrale électrique	X	bombe A	—

. Lors d'un apport de chaleur, la température ne varie pas toujours ! Exemple du chauffage de l'eau à la pression atmosphérique :Lors du changement d'état d'un corps pur, la température ne varie pas. L'énergie apportée sert à défaire les liaisons entre les particules (215).

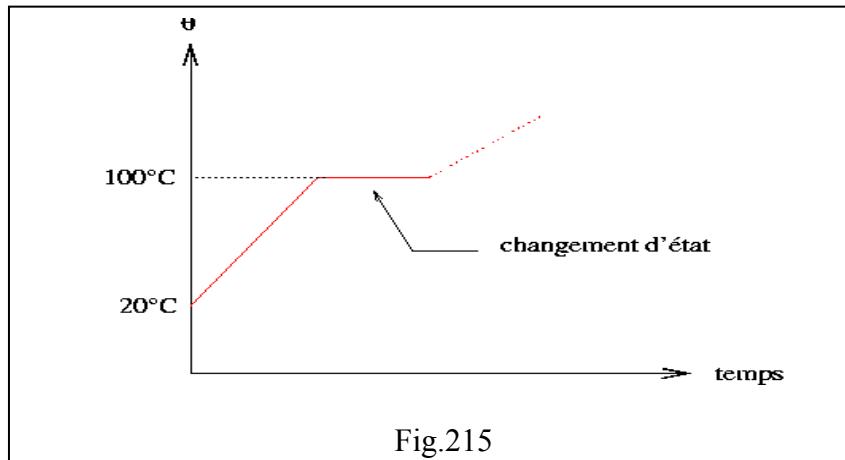
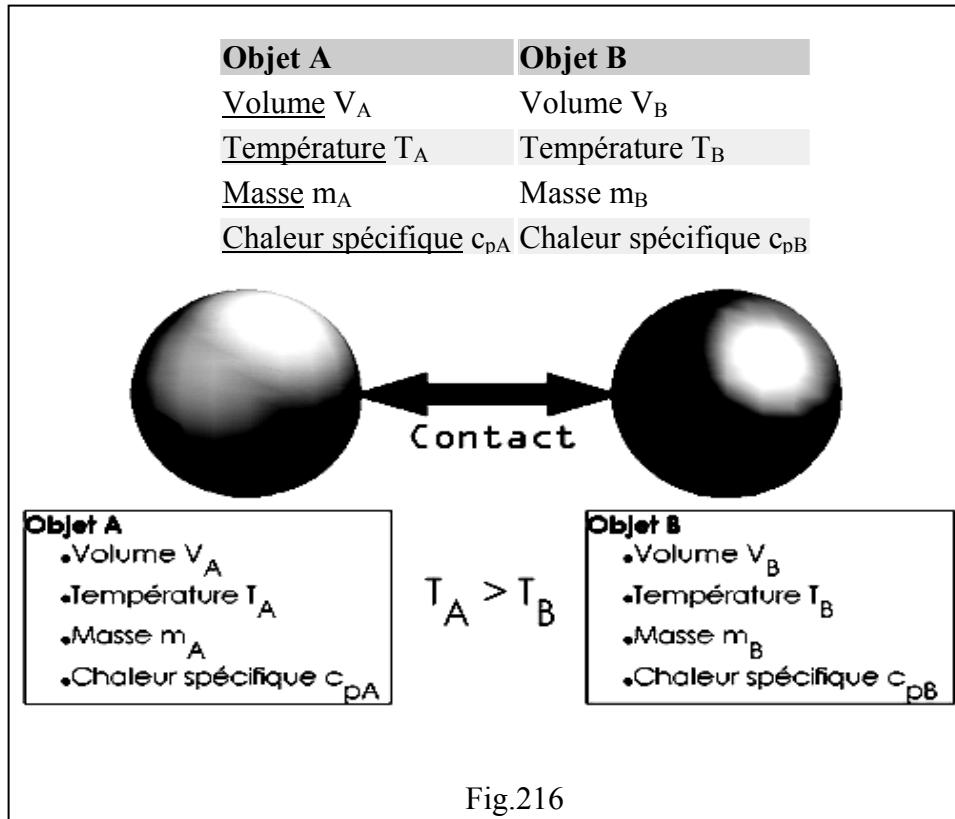


Fig.215

**Les transferts de chaleur sont mesurés par des flux. Par exemple évolution de deux corps en contact.** Deux corps ayant la même température sont dits en « équilibre thermique ». Si leur température est différente, le corps le plus chaud cède de l'énergie au corps le plus froid : il y a

transfert thermique, ou par chaleur. Soit deux objets A et B indéformables dans un système parfaitement isolé thermiquement et mécaniquement ayant les caractéristiques suivante (fig.216).



Conformément au premier principe de la thermodynamique nous avons :

$$dU = \delta Q + \delta W$$

- Les objets sont indéformables donc

$$\delta W = 0$$

- Le système est isolé donc

$$dU = 0$$

$Q_A$  et  $Q_B$  étant respectivement les énergies thermiques reçues par l'objet A et par l'objet B

$$\begin{aligned} \Rightarrow \delta Q &= 0 = Q_A + Q_B \\ \Rightarrow Q_A &= -Q_B \end{aligned}$$

**Le deuxième principe de la thermodynamique permet d'écrire la relation suivante liant les entropies des objets A et B :**

$$\begin{aligned} dS &= dS_A + dS_B \\ dS &> 0 \end{aligned}$$

**Par définition**

$$\begin{aligned} dS &= \frac{\delta Q}{T} \\ \Rightarrow dS &= \frac{\delta Q_A}{T_A} + \frac{\delta Q_B}{T_B} \end{aligned}$$

**Nous pouvons écrire :**

$$\begin{aligned} \delta Q_A \left( \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} \right) &> 0 && \text{Sachant que} \\ \delta Q = m \cdot C_p \cdot dT & \\ \Rightarrow m_A \cdot C_{pA} \cdot dT_A \left( \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_B} \right) &> 0 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} \delta Q_B \left( \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} \right) &> 0 \\ \Rightarrow m_B \cdot C_{pB} \cdot dT_B \left( \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_A} \right) &> 0 \\ T_A > T_B \end{aligned}$$

**Donc**

$$\begin{cases} dT_A < 0 \Rightarrow \delta Q_A < 0, \\ dT_B > 0 \Rightarrow \delta Q_B > 0, \end{cases}$$

**Donc, l'objet A cède de l'énergie et l'objet B gagne de l'énergie. L'objet le plus chaud cède de l'énergie à l'objet le plus froid. Le système étant isolé l'objet le plus froid reçoit autant d'énergie que l'objet le plus chaud en cède.**

$$\delta Q_A = -\delta Q_B$$

### 11.3. Loi de FOURIER

Soit un corps solide, homogène et isotrope à travers lequel passe un courant unidirectionnel de chaleur. Soit une petite couche plane perpendiculaire à la direction  $x$  de propagation de la chaleur d'épaisseur  $dx$  et d'aire  $S$  à l'intérieur de ce milieu (fig.217). Les 2 faces de cette couche sont des surfaces isothermes. La première est à la température  $\Theta$  et la seconde à la température  $\Theta + d\Theta$  (avec  $d\Theta < 0$ ).

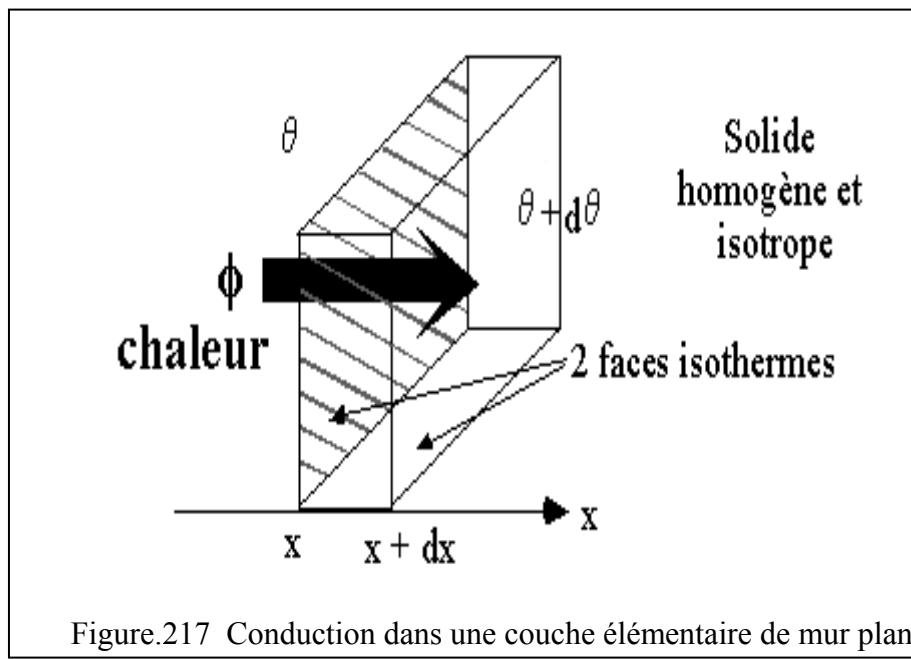


Figure.217 Conduction dans une couche élémentaire de mur plan

$$\frac{d\theta}{dx}$$

Le gradient de température  $\frac{d\theta}{dx}$ , est la variation de la température par unité de longueur, lorsqu'on se déplace dans la direction de propagation de la chaleur.

**La densité de flux thermique traversant la couche est proportionnelle au gradient de température**

$$\varphi = -\lambda \frac{d\theta}{dx}$$

**Le coefficient de proportionnalité  $\lambda$  est la conductivité thermique du matériau. Elle dépend du matériau et de sa température.**

$\lambda$  s'exprime en  $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  dans le système international ou en  $\text{kcal} \cdot \text{h}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ . C'est une énergie par unité de temps, par unité de longueur et par unité de différence de température. Plus la

conductivité thermique est élevée, plus les matériaux conduisent facilement la chaleur. Au contraire les matériaux de faible conductivité thermique conduisent difficilement la chaleur et sont donc utilisés comme isolants.

**Le flux thermique à travers la couche plane, d'aire S est donc :**

$$\phi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{d\theta}{dx}$$

### 11.3.1. Influence de la nature du matériau sur la conductivité thermique

Le Tableau ci-dessous contient la Conductivité thermique de différents matériaux en W. m<sup>-1</sup>. °C<sup>-1</sup>

<b>METAUX ET ALLIAGES (à la température ambiante)</b>			
Aluminium à 99,9 %	228	Zinc	111
Aluminium à 99 %	203	Acier doux (1 % de C)	46
Cuivre à 99,9 %	386	Acier inox (Cr 18 % - Ni 8 %)	16
Etain	61	Alliage (Al 92 % - Mg 8 %)	104
Fer pur	85	Laiton (Cu 70 % - Zn 30 %)	99
Nickel pur	61	Titane	21
Plomb pur	35		
<b>SOLIDES NON METALLIQUES (à la température ambiante)</b>			
Amiante (feuilles)	0,162	Liège	0,046
Béton plein	1,7	Matières plastiques phénoplastes	0,046
Briques de terre cuite pleines	1,16	Matières plastiques polyester	0,209
Plaque de fibrociment	0,74	Matières plastiques polyvinyles	0,162
Verre courant	0,70	Porcelaine	0,928
Verre pyrex	1,16	Laine de verre	0,046
Electrographite	116		
<b>LIQUIDES</b>		<b>GAZ (à 0°C et sous la pression normale)</b>	
Eau à 20°C	0,59	Air	0,024
Eau à 100°C	0,67	Azote	0,024
Dowtherm A à 20°C	0,139	Acétylène	0,019
Benzène à 30°C	0,162	Hydrogène	0,174
Mercure à 20°C	8,47	Anhydride carbonique	0,014
Sodium à 200°C	81,20	Oxygène	0,024

On constate que parmi les solides, **les métaux sont beaucoup plus conducteurs que les composés non métalliques** à l'exception du graphite (utilisé dans certains échangeurs de chaleur). L'acier inoxydable est moins conducteur que la plupart des autres métaux et alliages

Parmi les liquides : -le mercure se détache nettement

-Les métaux fondus sont de bons conducteurs ce qui explique par exemple l'utilisation de sels de sodium comme fluide caloporteur pour le refroidissement des réacteurs nucléaires.

Sauf pour les métaux fondus :

$$\lambda \text{ des gaz} < \lambda \text{ des liquides} < \lambda \text{ des solides}$$

### 11.3.2. Influence de la température sur la conductivité thermique

#### La conductivité thermique varie avec la température.

- **Pour les solides**, on peut admettre, en première approximation, que les variations sont linéaires, soit :  $\lambda = \lambda_0 \cdot (1 + a \cdot \Theta)$ 
  - où  $\lambda_0$  est la conductivité thermique à 0°C et  $\lambda$  la conductivité thermique à  $\Theta^{\circ}\text{C}$ .
  - a est une constante appelée coefficient de température du solide considéré.
    - $a > 0$  pour de nombreux matériaux isolants.
    - $a < 0$  pour la plupart des métaux et alliages (à l'exception de l'aluminium et du laiton).
- **Pour les liquides**, la conductivité thermique diminue quand la température augmente (à l'exception de l'eau et du glycérol).
- **Pour les gaz**, la conductivité thermique croît avec la température.

#### Remarques :

- **La conductivité thermique d'un mélange** ne varie pas linéairement avec la composition du mélange. Il est donc impossible de prévoir la conductivité thermique d'un alliage en connaissant sa composition et la conductivité des différents éléments constituant cet alliage. Il faut donc mesurer expérimentalement cette conductivité.
- **La conductivité thermique des matériaux poreux** augmente avec leur densité et avec la température.

- **Un matériau humide est plus conducteur de la chaleur qu'un matériau sec.** En particulier, lorsque les maçonneries d'un four sont terminées et avant de le mettre en exploitation, il convient de procéder à son séchage par une montée progressive en température qui permettra l'évaporation de l'eau.

## 12. CONDUCTION UNIDIMENSIONNELLE EN REGIME PERMANENT

### 12.1. Concept et expression de la résistance thermique dans les géométries planes, cylindriques et sphériques

#### 12.1.1 Expression du flux thermique de conduction dans un mur plan

Si  $\Theta_1 > \Theta_2$ , un flux thermique s'écoule par conduction à travers le mur de la face 1 vers la face 2. On suppose qu'il n'y a aucune perte de chaleur par les faces latérales du mur. Les lignes d'écoulement de la chaleur sont rectilignes et perpendiculaires aux faces isothermes 1 et 2. Les faces latérales du mur limitent un tube d'écoulement et la loi de conservation de la chaleur nous permet d'écrire :

$$\text{flux thermique } \Phi_1 = \text{entrant par la face 1.} \quad \begin{matrix} \text{flux de chaleur } \Phi = \text{traversant toute section intérieure parallèle aux faces.} \\ \Phi_2 = \text{sortant par la face 2} \end{matrix}$$

Le flux thermique traversant par conduction une mince paroi d'épaisseur  $dx$  située à une distance  $x$  de la face 1 et dont les faces sont respectivement aux températures  $\Theta$  et  $\Theta + d\Theta$ , est donné par la loi de FOURIER :

$$\phi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{d\theta}{dx}$$

$$\phi \cdot dx = -\lambda \cdot S \cdot d\theta$$

$$\text{après intégration on obtient : } \phi \int_0^e dx = -\lambda \cdot S \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \quad \text{soit } \phi \cdot e = -\lambda \cdot S \cdot (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\text{d'où l'expression du flux thermique : } \phi = \frac{\lambda \cdot S \cdot (\theta_1 - \theta_2)}{e}$$

$$\text{La densité de flux thermique est le flux rapporté à l'unité de surface soit : } \varphi = \frac{\lambda \cdot (\theta_1 - \theta_2)}{e}$$

### 12.1.2. Expression de la résistance thermique de conduction d'un mur plan

Comme en électricité, **la résistance** est le rapport d'une différence de potentiel donc ici de température et d'un débit d'énergie donc ici **le flux  $\Phi$** , d'où l'expression suivante de **la résistance thermique**

$$R = \frac{(\theta_1 - \theta_2)}{\phi} = \frac{e}{\lambda S}$$

#### Exemple d'application 1

- Calculer le flux traversant une vitre de 1 m<sup>2</sup> de surface et de 3,5 mm d'épaisseur. La température de la face interne de la vitre est égale à 10°C, celle de la face externe est égale à 5°C.

- En déduire la résistance thermique de la vitre.

Conductivité thermique du verre :  $\lambda_v = 0,7 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$

- Pour les mêmes températures de paroi, calculer le flux traversant un m<sup>2</sup> de mur de briques de 26 cm d'épaisseur. En déduire la résistance thermique. Conductivité thermique des briques :  $\lambda_v = 0,52 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$ .

### 12.1.3. Profil des températures à travers le mur

Reprendons l'expression de la loi de FOURIER :  $\Phi \cdot dx = -\lambda \cdot S \cdot d\theta$ , intégrons cette équation entre la face 1 d'abscisse  $x = 0$  et une surface d'abscisse  $x$  à la température  $\Theta$  :

On obtient :  $\Phi \cdot x = -\lambda \cdot S \cdot (\Theta - \Theta_1)$  soit :

$$\theta = \theta_1 - \frac{\phi \cdot x}{\lambda \cdot S}$$

La température diminue donc linéairement avec  $x$  entre les 2 faces du mur. Le profil des températures est donc linéaire. Pour un mur d'épaisseur donnée, la chute de température ( $\Theta_1 -$

$\Theta_2$ ) est d'autant plus grande que la conductivité thermique du matériau constituant le mur est petite.

Remarque :

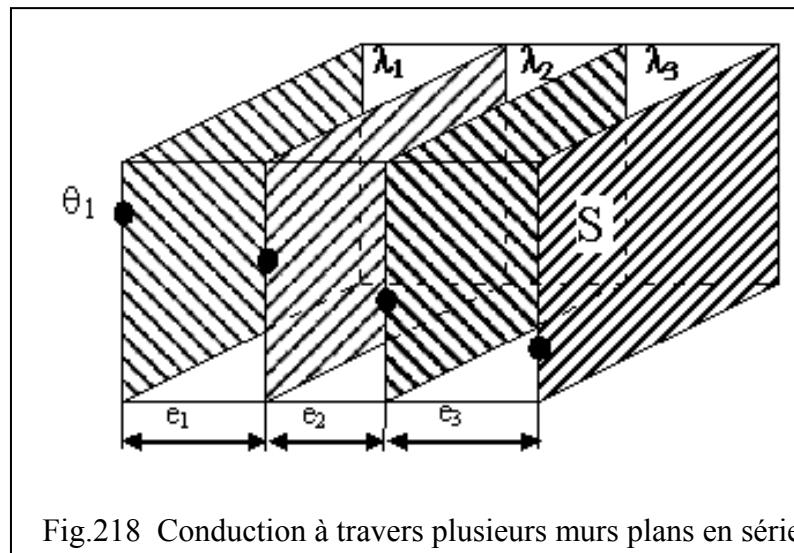
$\Theta_1$  et  $\Theta_2$  sont les températures des surfaces elles-mêmes. Leur mesure est très délicate, car dès que l'on s'écarte un peu de la paroi vers l'extérieur, la température peut beaucoup varier

## **12.2. Conduction à travers plusieurs murs plans homogènes, en série**

Considérons **plusieurs murs** limités par des plans parallèles (fig.218), constitués par des matériaux de conductivités différentes, mais en contact parfait.

Soient  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , les conductivités thermiques moyennes de chaque mur dont les épaisseurs sont respectivement  $e_1, e_2, e_3$ . On suppose comme précédemment qu'il n'y a pas de pertes latérales de chaleur.

**Chaque mur est donc traversé par le même flux thermique  $\Phi$ .**



### 12.2.1. Expression du flux thermique de conduction à travers des murs en série

On peut écrire d'après le paragraphe précédent **le flux traversant chaque mur**, et en déduire les différences de température entre les faces de chaque mur :

- Pour le mur 1 :

$$\phi = \lambda_1 \cdot \frac{S}{e_1} (\theta_1 - \theta_2) \quad \Rightarrow \quad (\theta_1 - \theta_2) = \frac{\phi}{S} \cdot \frac{e_1}{\lambda_1}$$

- Pour le mur 2 :

$$\phi = \lambda_2 \cdot \frac{S}{e_2} (\theta_2 - \theta_3) \quad \Rightarrow \quad (\theta_2 - \theta_3) = \frac{\phi}{S} \cdot \frac{e_2}{\lambda_2}$$

- Pour le mur 3 :

$$\phi = \lambda_3 \cdot \frac{S}{e_3} (\theta_3 - \theta_4) \quad \Rightarrow \quad (\theta_3 - \theta_4) = \frac{\phi}{S} \cdot \frac{e_3}{\lambda_3}$$

et en additionnant membre à membre :

$$(\theta_1 - \theta_4) = \frac{\phi}{S} \left( \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} \right)$$

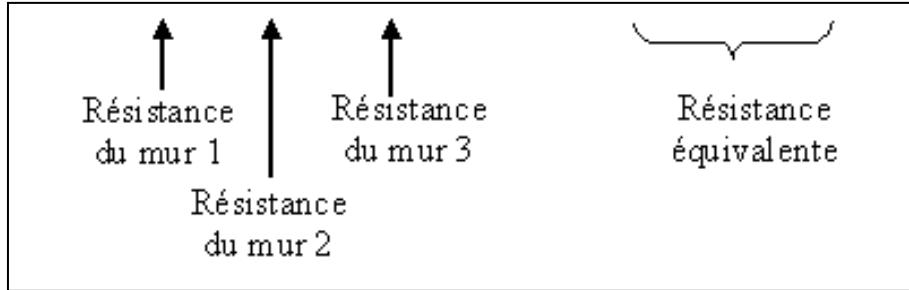
d'où l'**expression du flux thermique** :

$$\phi = S \cdot \left[ \frac{1}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}} \right] \cdot (\theta_1 - \theta_4)$$

### 12.2.2. Expression de la résistance thermique équivalente à des murs en série

L'**expression précédente du flux** peut être en faisant passer  **$S$**  au dénominateur :

$$\phi = \left[ \frac{1}{\frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \frac{e_3}{\lambda_3 S}} \right] \cdot (\theta_1 - \theta_4) = \left[ \frac{1}{R_1 + R_2 + R_3} \right] \cdot (\theta_1 - \theta_4)$$



On voit ainsi apparaître la résistance thermique de chacun des murs : Ces 3 résistances sont placées en série et leur somme constitue la résistance thermique équivalente des 3 murs en série, soit :

$$\phi = \frac{\theta_1 - \theta_4}{R}$$

Donc  $\phi = \frac{\theta_1 - \theta_4}{R}$  avec  $R = R_1 + R_2 + R_3$

Comme en électricité, la résistance équivalente à des murs en série et la somme des résistances de chaque mur.

Remarque :

Les relations précédentes supposent qu'il y a un contact thermique parfait entre les murs successifs. Si le contact n'est pas parfait, s'il existe par exemple, une mince lame de gaz entre 2 murs, cette lame même très mince, introduit une résistance supplémentaire considérable car la conductivité thermique des gaz est très faible.

### Exemple d'application 2

**Etude des pertes par conduction à travers un double vitrage**

Un double vitrage est constitué de deux plaques de verre séparées par une couche d'air sec immobile. L'épaisseur de chaque vitre est de 3,5 mm et celle de la couche d'air est de 12 mm. La conductivité thermique du verre est égale à  $0,7 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$  et celle de l'air est de  $0,024 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$  sur le domaine de température étudié. Pour une chute de température de

**5°C entre les deux faces extrêmes du double vitrage, calculez les pertes thermiques pour une vitre de 1 m<sup>2</sup>.**

(Note : ce calcul néglige l'effet du coefficient de convection de part et d'autre de chaque vitre).

Comparez ces pertes thermiques à celles qui seraient obtenues avec une seule vitre d'épaisseur égale à 3,5 mm.

### **12.3. Conduction à travers plusieurs murs plans homogènes, en parallèle**

Supposons maintenant que différents éléments solides soient juxtaposés par bandes, les uns à cotés des autres et que la température soit uniforme sur chacune de leurs deux faces (fig.219). La différence de température ( $\Theta_1 - \Theta_2$ ) est donc la même pour chacun des éléments traversé respectivement par les flux thermiques  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3$ .

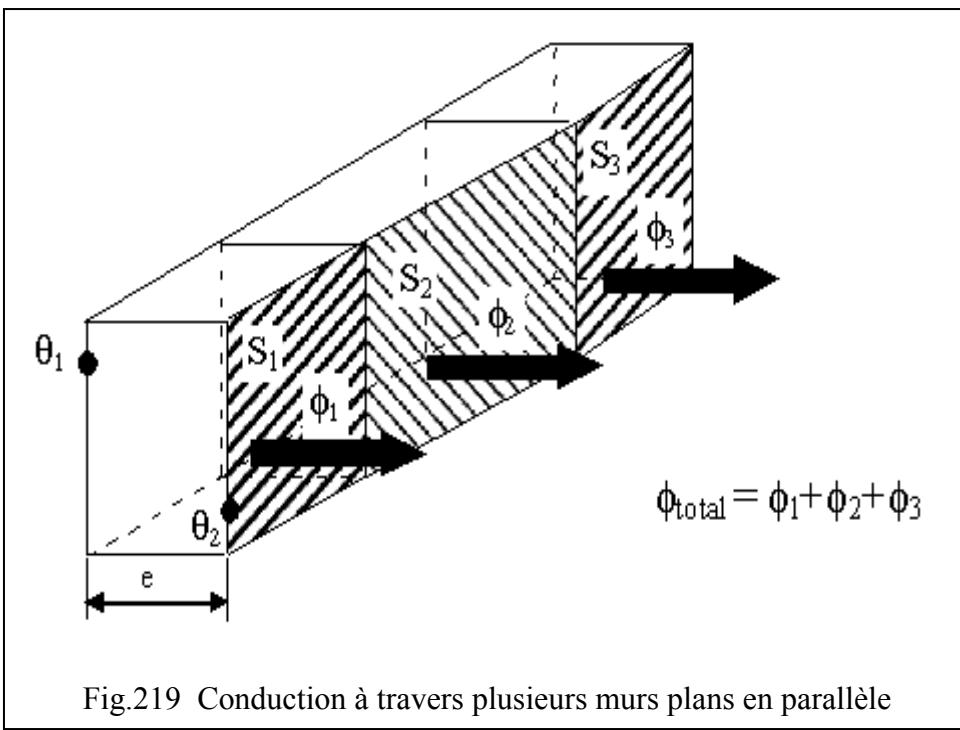


Fig.219 Conduction à travers plusieurs murs plans en parallèle

### 12.3.1. Expression du flux thermique de conduction à travers des murs en parallèle

Si  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  représentent les résistances thermiques de chacun des éléments, alors les flux traversant chaque mur sont donnés par :

$$\phi_1 = \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_1} \quad \phi_2 = \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_2} \quad \phi_3 = \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_3}$$

avec :  $R_1 = \frac{e}{\lambda_1 S_1}$  et  $R_2 = \frac{e}{\lambda_2 S_2}$  et  $R_3 = \frac{e}{\lambda_3 S_3}$

Le flux thermique total à travers l'ensemble est :  $\Phi$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = (\theta_1 - \theta_2) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

### 12.3.2. Expression de la résistance thermique équivalente à des murs en parallèle

Les résistances thermiques  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  de chacun des éléments sont en **parallèle** et  $R$  est la résistance équivalente.

Si les différents éléments en parallèle n'ont pas la même épaisseur comme représentée sur la figure 220. Le raisonnement précédent s'applique à condition de pouvoir négliger les échanges thermiques par les faces latérales des bandes juxtaposées.

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = (\theta_1 - \theta_2) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = \frac{(\theta_1 - \theta_2)}{R}$$

On obtient

avec  $R_1 = \frac{e}{\lambda_1 S_1}$  et  $R_2 = \frac{e}{\lambda_2 S_2}$  et  $R_3 = \frac{e}{\lambda_3 S_3}$

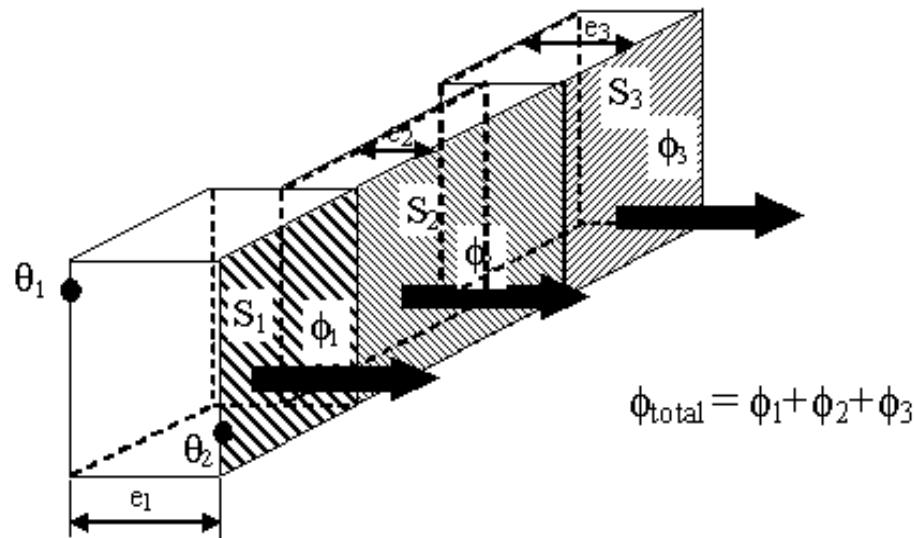


Fig.220 Conduction à travers plusieurs murs plans d'épaisseurs différentes en parallèle.

**En résumé, comme en électricité :**

Si les résistances thermiques sont en série, la résistance équivalente est égale à la somme des résistances. Si les résistances thermiques sont en parallèle, l'inverse de la résistance équivalente est égal à la somme des inverses des résistances.

### Exemple d'application 3

Calculer le flux traversant la façade de 50 m<sup>2</sup> d'une maison. Le mur est constitué de briques de 26 cm d'épaisseur. La façade est percée de 4 vitres de 2 m<sup>2</sup> de surface et 3,5 mm d'épaisseur et d'une porte en bois de 2m<sup>2</sup> et de 42 mm d'épaisseur. On suppose que la température de paroi interne est égale à 10°C pour tous les matériaux constituant la façade, de même, la température de paroi externe est de 5°C.

Conductivité thermique du verre :  $\lambda_v=0,7 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$

Conductivité thermique des briques :  $\lambda_b=0,52 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$

Conductivité thermique du bois :  $\lambda_{\text{bois}} = 0,21 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$

## 12.4. Conduction à travers la paroi d'un tube cylindrique circulaire

Considérons un tube cylindrique (fig.221)

Soient  $r_1$  le rayon de la paroi interne,  $r_2$  celui de la paroi externe,  $\Theta_1$  et  $\Theta_2$ , les températures respectives des faces interne et externe et  $\lambda$  la conductivité thermique moyenne entre  $\Theta_1$  et  $\Theta_2$  du matériau constituant le tube.

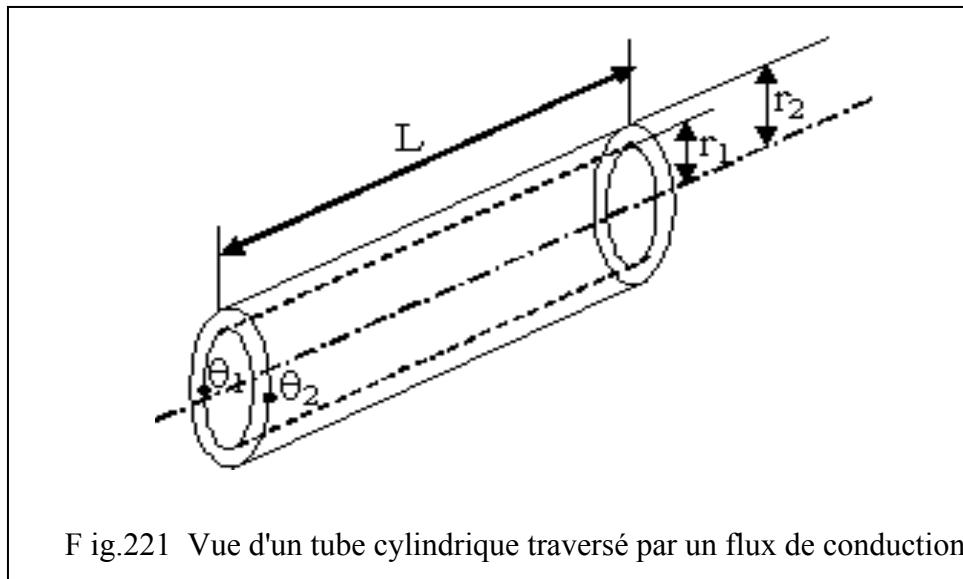


Fig.221 Vue d'un tube cylindrique traversé par un flux de conduction

### 12.4.1. Expression du flux thermique à travers un tube cylindrique

On désire connaître le flux thermique qui traverse le tube de l'intérieur vers l'extérieur (lorsque  $\Theta_1 > \Theta_2$ ) pour une longueur  $L$  de tube. Par raison de symétrie, les lignes d'écoulement de la chaleur sont des droites dirigées selon des rayons. On dit que le transfert de chaleur est radial.

Soit un cylindre de rayon intermédiaire  $r$  avec  $r_1 < r < r_2$  et d'épaisseur  $dr$  (voir figure 222).

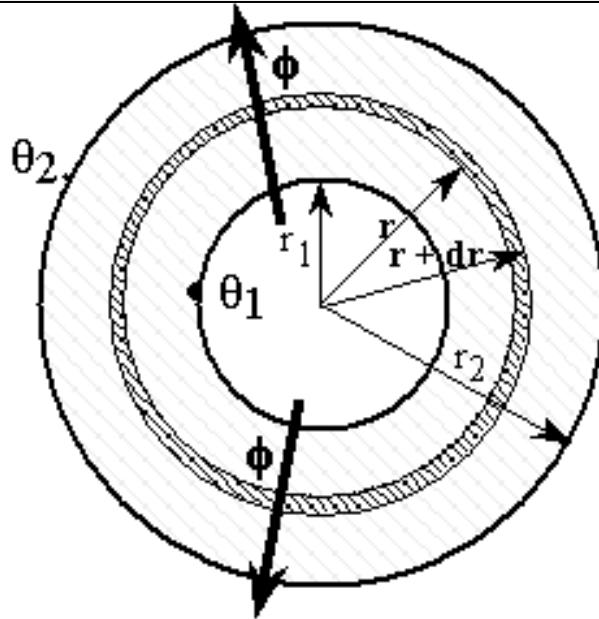


Fig.222 Vue en coupe d'un tube cylindrique traversé par un flux de conduction

La densité de flux thermique à travers ce cylindre est donnée par la loi de FOURIER :

$$\phi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{d\theta}{dr}$$

$$\phi = -\lambda \cdot S \cdot \frac{d\theta}{dr}$$

Le flux thermique correspondant est :

S étant l'aire de la surface latérale du cylindre de rayon  $r$  et de longueur  $L$  soit :  $S = 2\pi r L$

donc :  $\phi = -\lambda \cdot 2\pi \cdot L \cdot r \cdot \frac{d\theta}{dr}$  ou encore  $d\theta = \frac{-\phi}{\lambda \cdot 2\pi \cdot L} \cdot \frac{dr}{r}$

Comme  $\Phi$  est constant à travers tout cylindre coaxial de rayon  $r$  compris entre  $r_1$  et  $r_2$ , l'équation précédente peut donc s'intégrer de l'intérieur à l'extérieur du cylindre de la manière suivante :

$$\int_{r_1}^{r_2} d\theta = \frac{-\phi}{\lambda \cdot 2\pi \cdot L} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}$$

$$\theta_2 - \theta_1 = \frac{-\phi}{\lambda \cdot 2\pi \cdot L} \cdot (\ln r_2 - \ln r_1) = \frac{-\phi}{\lambda \cdot 2\pi \cdot L} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)$$

d'où :

$$\phi = \frac{\lambda \cdot 2\pi \cdot L}{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)} (\theta_1 - \theta_2)$$

**On en déduit l'expression du flux thermique**

Remarque :

Ce flux ne dépend pas des dimensions absolues du tube. Il ne dépend que du rapport  $r_2 / r_1$ . Transformons cette expression pour la rendre semblable à celle d'un mur plan : Pour cela, rappelons la définition de la moyenne logarithmique appliquée aux deux rayons  $r_1$  et  $r_2$

$$r_{ml} = \frac{r_2 - r_1}{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)} = \frac{e}{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}$$

$e$  étant l'épaisseur du tube.

$$d'où : \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) = \frac{e}{r_{ml}}$$

soit en remplaçant dans l'expression du **flux**

$$\phi = \frac{\lambda \cdot 2\pi \cdot L}{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)} (\theta_1 - \theta_2) = \frac{\lambda \cdot 2\pi \cdot L \cdot r_{ml}}{e} (\theta_1 - \theta_2)$$

La surface latérale interne du tube est :  **$S_1 = 2\pi r_1 L$**

La surface latérale externe du tube est :  **$S_2 = 2\pi r_2 L$**

La moyenne logarithmique de ces 2 surfaces est

$$S_{ml} = \frac{S_2 - S_1}{\ln \left( \frac{S_2}{S_1} \right)} = \frac{2\pi L (r_2 - r_1)}{\ln \left( \frac{2\pi L r_2}{2\pi L r_1} \right)} = 2\pi L \cdot \frac{(r_2 - r_1)}{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)} = 2\pi L r_{ml}$$

D'où l'expression finale du flux à travers un tube :

$$\phi = \frac{\lambda \cdot S_{ml}}{e} (\theta_1 - \theta_2)$$

Cette expression est semblable à celle obtenue pour le mur plan, la surface  $S$  est remplacée par la surface moyenne logarithmique. Très fréquemment, comme l'épaisseur du tube est faible, on peut remplacer la surface moyenne logarithmique par la surface moyenne arithmétique soit

$$Sma = (S_1 + S_2) / 2 = \pi \cdot L \cdot (r_1 + r_2)$$

#### 12.4.2. Expression de la résistance thermique d'un tube cylindrique

A partir de l'expression du flux, on déduit l'expression de la résistance thermique d'un tube :

$$R = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\phi} = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\frac{\lambda \cdot S_{ml}}{e} (\theta_1 - \theta_2)} \text{ donc : } R = \frac{e}{\lambda \cdot S_{ml}}$$

$$R = \frac{e}{\lambda \cdot S_{ml}} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda \cdot 2\pi \cdot L \cdot \frac{(r_2 - r_1)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\lambda \cdot 2\pi \cdot L}$$

soit

#### Exemple d'application 4

Soit un tube d'acier 20/27 dont la température de la paroi interne est  $\theta_1 = 119,75^\circ\text{C}$  et celle de la paroi externe  $\theta_2 = 119,64^\circ\text{C}$ . Conductivité thermique de l'acier :  $\lambda = 46 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$

Calculer :

a) la résistance thermique du tube pour une longueur de 1 m.

b) le flux correspondant.

### 12.4.3. Profil radial des températures à travers le tube

Chaque cylindre concentrique constitue une surface isotherme. On peut donc parler de profil radial de température.

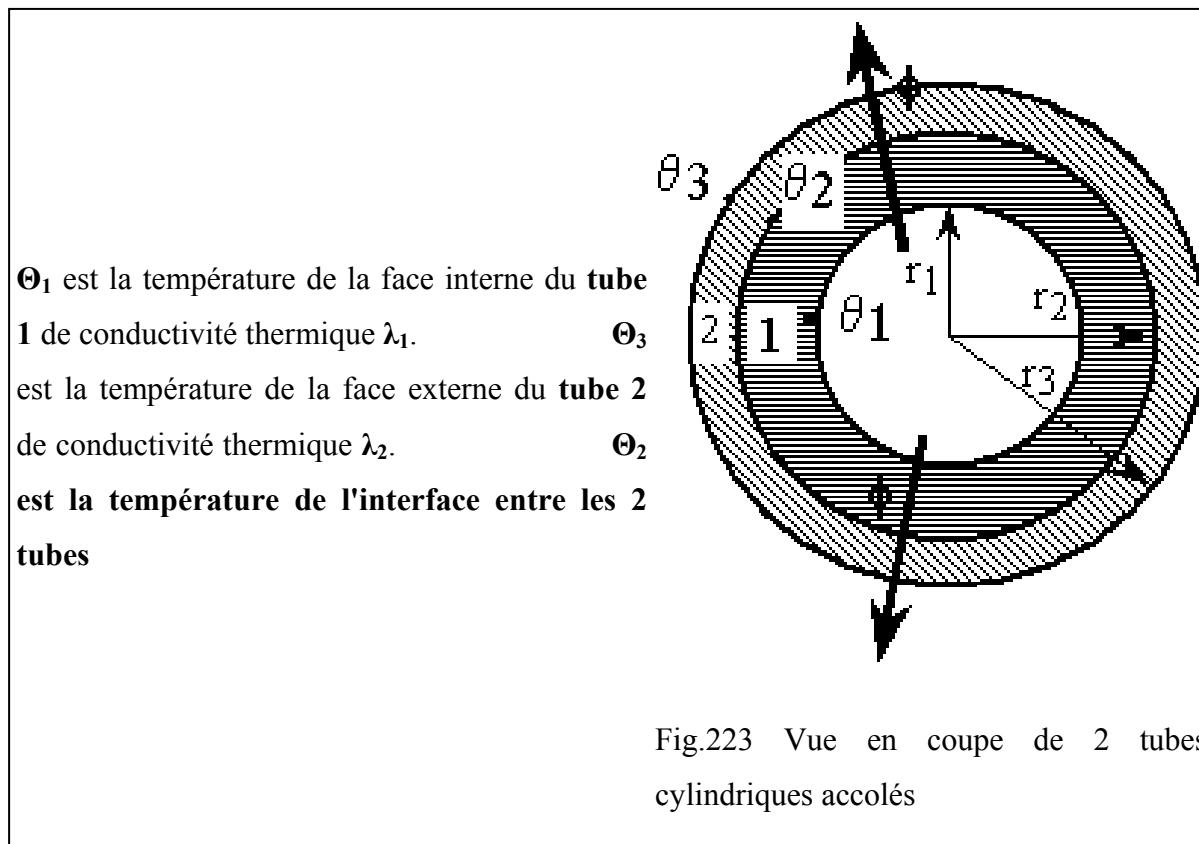
**On intègre l'expression donnant  $d\theta$  en fonction de  $\Phi$  et  $r$  et  $dr$  entre la face interne du tube de rayon  $r_1$  et un cylindre de rayon  $r$  ( $r_1 < r < r_2$ ) à la température  $\Theta$ .**

$$\text{d'où } \int_{r_1}^r d\theta = \frac{-\phi}{\lambda \cdot 2\pi \cdot L} \cdot \int_{r_1}^r \frac{dr}{r} \quad \theta = \theta_1 - \frac{\phi}{\lambda \cdot 2\pi \cdot L} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_1}\right).$$

Cette expression montre que le long d'un rayon, la température décroît de  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , selon une loi logarithmique. Le profil radial des températures n'est pas linéaire.

### 12.5 Conduction à travers deux tubes concentriques accolés

Considérons 2 tubes concentriques de longueur  $L$  en contact thermique parfait (voir figure 223)



### 12.5.1. Expression de la résistance thermique équivalente de deux tubes cylindriques accolés

- **Le tube 1** constitue une première résistance thermique  $R_1$  au transfert de chaleur.

$$R_1 = \frac{e_1}{\lambda_1 \cdot S_{1ml}}$$

$e_1$  étant l'épaisseur du **tube 1** et  **$S_{1ml}$  la surface moyenne logarithmique** du tube 1.

- **Le tube 2** constitue une seconde résistance thermique au transfert de chaleur :

$$R_2 = \frac{e_2}{\lambda_2 \cdot S_{2ml}}$$

$e_2$  étant l'épaisseur du **tube 2** et  **$S_{2ml}$  la surface moyenne logarithmique** du tube 2.

Ces 2 résistances sont placées en série et la résistance équivalente est :

$$R = R_1 + R_2 = \frac{e_1}{\lambda_1 \cdot S_{1ml}} + \frac{e_2}{\lambda_2 \cdot S_{2ml}}$$

### 12.5.2. Expression de la résistance thermique équivalente de deux tubes cylindriques accolés

- **Le tube 1** constitue une première résistance thermique  $R_1$  au transfert de chaleur.

$$R_1 = \frac{e_1}{\lambda_1 \cdot S_{1ml}}$$

$e_1$  étant l'épaisseur du **tube 1** et  **$S_{1ml}$  la surface moyenne logarithmique** du tube 1.

- **Le tube 2** constitue une seconde résistance thermique au transfert de chaleur :

$$R_2 = \frac{e_2}{\lambda_2 \cdot S_{2ml}}$$

$e_2$  étant l'épaisseur du **tube 2** et  $S_{2ml}$  la surface moyenne logarithmique du tube 2.

Ces 2 résistances sont placées en série et la résistance équivalente est :

$$R = R_1 + R_2 = \frac{e_1}{\lambda_1 \cdot S_{1ml}} + \frac{e_2}{\lambda_2 \cdot S_{2ml}}$$

### 12.5.3. Expression du flux thermique à travers deux tubes cylindriques accolés

D'après la résistance équivalente calculée ci-dessus, **on déduit l'expression du flux thermique :**  
**(si  $\Theta_1 > \Theta_3$ )**

$$\phi = \frac{(\Theta_1 - \Theta_3)}{R_1 + R_2} = \frac{(\Theta_1 - \Theta_3)}{\frac{e_1}{\lambda_1 \cdot S_{1ml}} + \frac{e_2}{\lambda_2 \cdot S_{2ml}}}$$

Ce calcul s'applique pour déterminer l'effet d'un **calorifugeage** de tube ou pour prévoir l'augmentation de la résistance thermique quand un tube est encrassé ou entartré.

#### Exemple d'application 5

L'intérieur du tube 20/27 étudié dans l'exemple précédent (1.4) est entartré sur une épaisseur de 2 mm. On suppose que les températures intérieures et extérieures restent inchangées : la température de la paroi interne est  $\Theta_1 = 119,75^\circ C$  et celle de la paroi externe  $\Theta_2 = 119,64^\circ C$ .

Calculer :

a)

la résistance thermique de la couche de tartre (pour une longueur de 1 m).

b) la résistance équivalente du tube entartré.

c)

le flux thermique correspondant.

Conductivité thermique du tartre :  $\lambda_C = 2,2 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$

## 12.6. Exercices

- **E1)** La paroi plane d'un four est composée de 3 couches successives de briques :
  - une couche de 15 cm de briques réfractaires d'alumine
  - une couche de briques isolantes de kaolin
  - une couche de 22,5 cm d'épaisseur de briques ordinaires de construction

La température des briques réfractaires de la face intérieure du four est de 982 °C. La température de la surface de contact des couches de briques réfractaires et isolantes est de 938 °C. La température de l'interface des couches de briques isolantes et de construction est de 138°C. Dans les conditions de fonctionnement du four, les conductivités thermiques moyennes des couches de la paroi sont :

Couche	$\lambda_m$ (W.m <sup>-1</sup> .°C <sup>-1</sup> )
briques réfractaires d'alumine	$\lambda_1 = 1,62$
briques isolantes de kaolin	$\lambda_2 = 0,23$
briques ordinaires de construction	$\lambda_3 = 1,39$

- **Calculer :**
  - 1) l'épaisseur  $e_2$  de la couche de briques isolantes de kaolin
  - 2) la température de la surface extérieure du four  $\Theta_{ext}$ .
- **E2)** La paroi plane d'un four est composée de 3 couches successives de briques :

Couche	Matériau	Epaisseur (cm)	$\lambda_m$ (kcal.h <sup>-1</sup> .m <sup>-1</sup> .°C <sup>-1</sup> )
intérieure	briques réfractaires	20	1,01
médiane	briques isolantes	10	0,22
extérieure	briques de construction	15	0,595

La température de la face intérieure du four est de 871 °C et la température de la face extérieure du four est maintenue à 52 °C par circulation d'air.

**1)** Calculer le flux perdu par unité de surface du four et déterminer les températures aux interfaces des couches.

**2)** Calculer le flux perdu par unité de surface du four en supposant qu'il existe une mince lame d'air de 6 mm d'épaisseur entre la couche de briques réfractaires et celle de briques isolantes. On supposera que les températures des faces internes et externes sont inchangées par rapport à la question 1). Dans ces conditions la conductivité thermique moyenne de l'air est  $\lambda_a = 0,055 \text{ kcal.h}^{-1}.\text{m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ .

- **E3)** Soit une paroi de chambre froide de 3,5 m de hauteur et de 4 m de longueur, constituée par un mur de maçonnerie et une plaque collée de liège d'épaisseurs respectives 80 cm et 2 cm.

La paroi est percée d'une porte de 1,5 m x 2 m, constituée d'une épaisseur de 4 cm de bois recouverte d'une couche de liège granulé de 2,2 cm d'épaisseur.

La température de la face intérieure de la paroi est de -12 °C et la température de la face extérieure est de + 12 °C.

#### Calculer le flux thermique traversant la paroi.

Les conductivités thermiques moyennes des différents matériaux sont :

Matériau	$\lambda_m (\text{W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1})$
maçonnerie	2,25
liège	0,039
bois	0,107
liège granulé	0,045

- **E4) Isolation d'un four**

La paroi d'un four de 0,244 m d'épaisseur est construite avec un matériau de conductivité thermique égale à  $1,3 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$ . La paroi est isolée à l'extérieur par un matériau ayant une conductivité de  $0,346 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$  pour que les pertes thermiques soient inférieures à  $1830 \text{ W.m}^{-2}$ . La température de la paroi interne du four est égale à 1588 K et la température de la face externe est de 299 K.

- Calculez l'épaisseur d'isolant nécessaire.
- **E5) Une conduite en acier ( $d_i = 53 \text{ mm}$ ,  $d_e = 60 \text{ mm}$ ) contient de la vapeur saturée à 120°C. La conduite est isolée par une couche de 10 mm d'épaisseur de laine de verre.**

En supposant que la température de la paroi interne du tube est égale à celle de la vapeur et que la température de la paroi externe de l'isolant est de 25 °C, calculez le flux thermique perdu pour une conduite longue de 30 m. En déduire le débit massique de vapeur condensée à cause de ces pertes.

$$\lambda_{\text{acier}} = 45 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}, \lambda_{\text{laine de verre}} = 0,046 \text{ W.m}^{-1}.\text{°C}^{-1}$$

- **E6) Soit un barreau d'uranium métal de 29,3 mm de diamètre chemisé dans un gaine unie de magnox (alliage de magnésium) de 33 mm de diamètre extérieur.**

La chaleur produite au cœur du combustible pendant le processus de fission nucléaire doit atteindre par conduction la surface du barreau avant d'être transmise au réfrigérant. Le flux de chaleur libéré par le combustible, par unité de longueur de barreau, est de  $43\,152 \text{ W.m}^{-1}$ .

- **Déterminer la température au centre du combustible en supposant que la surface extérieure de la gaine est maintenue à 440 °C par la circulation du réfrigérant.**

La détermination sera effectuée à l'aide des hypothèses suivantes :

- 1) La génération de chaleur est supposée uniforme dans le combustible

2) D'après Mac Adams, l'abaissement de température entre le cœur et la surface latérale extérieure d'un cylindre, qui est le siège d'une génération interne et uniforme, est donnée par l'équation :

$$\theta_0 - \theta_1 = \frac{\phi}{4\pi \times \lambda_u \times L}$$

- où  $\Theta^0$  est la température au centre du cylindre.
  - $\Theta_1$  est la température à la périphérie du cylindre.
  - $\Phi$  est le flux de chaleur dégagée dans le cylindre.
  - $\lambda$  est conductivité thermique du matériau constituant le cylindre.
  - $L$  est la longueur du cylindre.
- 3) La mise en œuvre technique du barreau de combustible ne permet pas de réaliser une continuité thermique parfaite entre la cartouche active et la gaine. On tiendra donc compte de la résistance thermique entre combustible et gaine estimée, par unité de longueur de barreau à  $8,2 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C.m.W}^{-1}$
- 4) Les conductivités thermiques moyennes de l'uranium et du magnox dans les conditions de fonctionnement sont respectivement  $32,5$  et  $141,5 \text{ W.m}^{-1}.\text{}^\circ\text{C}^{-1}$

### **REPONSES**

**E1)1)** Epaisseur  $e_2$  de la couche de briques isolantes de kaolin :  $e_2 = 0,39 \text{ m}$

**2)** Température de la surface extérieure du four:  $\Theta_{ext} = 61,1^\circ\text{C}$

**E2)1)** Flux perdu par unité de surface du four :  $\phi = 905,3 \text{ kcal.h}^{-1}.\text{m}^{-2}$

Températures intermédiaires :  $\Theta_1 = 691,7 \text{ } ^\circ\text{C}$ ,  $\Theta_2 = 280,2 \text{ } ^\circ\text{C}$

**2)** Flux perdu par unité de surface du four avec une couche d'air entre les deux couches de briques :  $\phi' = 807,8 \text{ kcal.h}^{-1}.\text{m}^{-2}$

**E3)** Flux total de chaleur entrant dans la chambre froide :

$$\Phi_{\text{total}} = \Phi_m + \Phi_p = 387,45 \text{ W}$$

**E4)** Epaisseur de l'isolant :  $e_2 = 0,179 \text{ m}$

**E5)** Flux thermique perdu pour une longueur de tube de 30 m :

$$\Phi = 2862 \text{ W}$$

Débit de vapeur condensée :  $Q_m = 4,7 \text{ kg / h}$

**E6)** Température au centre du barreau d'uranium  $\Theta_0 = 586,8 \text{ °C}$

## 13. CONDUCTION BIDIMENTIONNELLE EN REGIME PERMANENT

### 13.1. Transfert multidirectionnel

Dans le cas où la propagation de la chaleur ne s'effectue pas selon une direction unique, deux méthodes de résolution peuvent être appliquées :

#### 13.1.1. Méthode du coefficient de forme

Dans les systèmes bi- ou tridimensionnels où n'interviennent que deux températures limites  $T_1$  et  $T_2$ , on montre que le flux de chaleur peut se mettre sous la forme :

$$\Phi = \lambda F (T_1 - T_2)$$

Avec :  $\lambda$  conductivité thermique du milieu séparant les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  ( $\text{W m}^{-1} \text{°C}^{-1}$ )

$T_1$  Température de la surface  $S_1$

( $^{\circ}\text{C}$ )

$T_2$  Température de la surface  $S_2$

( $^{\circ}\text{C}$ )

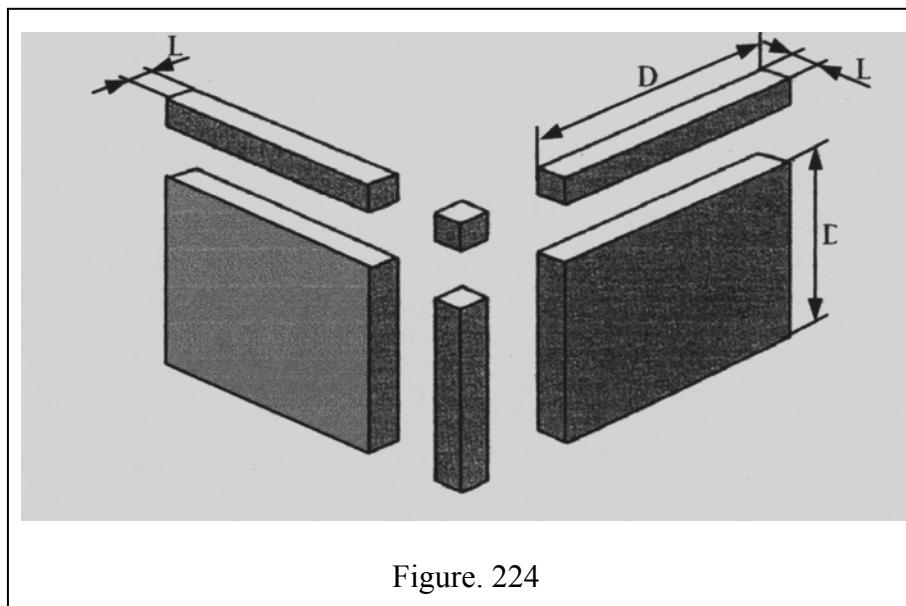
$F$  Coefficient de forme

(m)

Le coefficient de forme  $F$  ne dépend que de la forme, des dimensions et de la position relative des deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$ . Les valeurs de  $F$  pour les configurations les plus courantes sont présentées en annexe A.2.1.

**Cas particulier :** Enceinte tridimensionnelle ( four, chambre froide, pièce climatisée ... )

Méthode : on découpe l'enceinte en différents et on calcule le flux traversant chacun d'eux (fig. 224) :



Si les dimensions longitudinales sont grandes devant l'épaisseur e des parois (supposée constante) nous avons les relations :

$$F_{\text{paroi } i} = S_i / D_i$$

$$F_{\text{bord } i} = 0.54 D_i$$

$$F_{\text{coin } i} = 0.15 L_i$$

Avec :  $S_i$  : Aire de la paroi i

$D_i$  : Longueur de la paroi ou du bord i

$L_i$  : Epaisseur des parois

Le flux de chaleur traversant l'enceinte s'écrit alors :

$$\dot{q} = \sum_{i=1}^n \lambda_i F_{\text{paroi } i} \Delta T_i + \sum_{i=1}^n \lambda_i F_{\text{bord } i} \Delta T_i + \sum_{i=1}^n \lambda_i F_{\text{coin } i} \Delta T_i$$

Avec  $\lambda_i$  : Conductivité thermique (équivalente si paroi multicouche) de la paroi i ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )

$\Delta T_i$  : Différence de température entre les faces intérieure et extérieure de la paroi i ( $^{\circ}\text{C}$ )

### 13.1.2. Méthodes numériques

#### Expression de l'équation de Laplace en différences finies

Dans le cas où la méthode du coefficient de forme ne peut pas s'appliquer ('surfaces non isothermes par exemple), il faut résoudre l'équation de Laplace numériquement. On utilise une

méthode aux différences finies en discrétisant le s'en déduit en rajoutant simplement une dimension d'espace.

Considérons un milieu plan sur lequel on a appliqué un maillage de pas  $\Delta x$  et  $\Delta y$  tel que représenté sur la figure 225 :

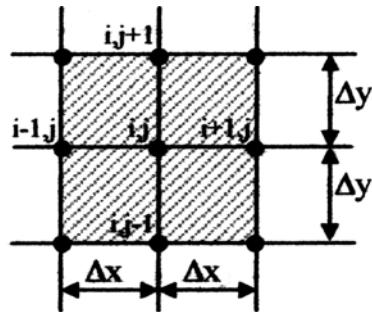


Figure.225

Les dérivées partielles de la température T peuvent s'exprimer selon les formules suivantes :

$$\frac{\partial T}{\partial x}\left(i+\frac{1}{2}, j\right) \approx \frac{T(i+1, j) - T(i, j)}{\Delta x} ; \quad \frac{\partial T}{\partial x}\left(i-\frac{1}{2}, j\right) \approx \frac{T(i, j) - T(i-1, j)}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x}\left(i, j+\frac{1}{2}\right) \approx \frac{T(i, j+1) - T(i, j)}{\Delta y} ; \quad \frac{\partial T}{\partial x}\left(i, j-\frac{1}{2}\right) \approx \frac{T(i, j) - T(i, j-1)}{\Delta y}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}(i, j) \approx \frac{\frac{\partial T}{\partial x}\left(i+\frac{1}{2}, j\right) - \frac{\partial T}{\partial x}\left(i-\frac{1}{2}, j\right)}{\Delta x} = \frac{T(i+1, j) + T(i-1, j) - 2T(i, j)}{(\Delta x)^2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}(i, j) \approx \frac{\frac{\partial T}{\partial y}\left(i, j+\frac{1}{2}\right) - \frac{\partial T}{\partial y}\left(i, j-\frac{1}{2}\right)}{\Delta y} = \frac{T(i, j+1) + T(i, j-1) - 2T(i, j)}{(\Delta y)^2}$$

L'équation de Laplace en bidimensionnel :  $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$  s'écrit alors :

$$\frac{T(i+1, j) + T(i-1, j) - 2T(i, j)}{(\Delta x)^2} + \frac{T(i, j+1) + T(i, j-1) - 2T(i, j)}{(\Delta y)^2} = 0$$

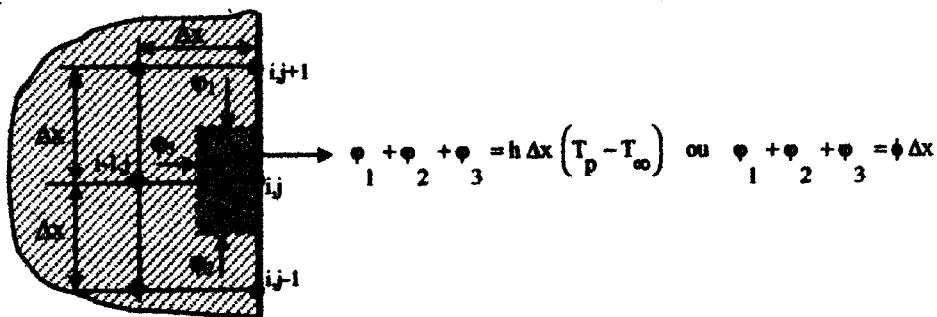
Et si l'on choisit  $\Delta x = \Delta y$ , on obtient :

$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j) + T(i+1, j) + T(i, j-1) + T(i, j+1)}{4}$$

### Expression des conditions aux limites en différences finies

Les conditions aux limites imposant sur un bord une température de surface s'expriment simplement en fixant la valeur de la température  $T(i, j)$  à la valeur imposée pour tout couple  $(i, j)$  représentant un point de ce bord.

Les conditions aux limites avec transfert convectif ou flux imposé s'expriment de la manière suivante :

*Bord rectiligne*

Un bilan thermique appliqué à la surface grise (rectangle de côtés  $\Delta x/2$  et  $\Delta x$ ) conduit au résultat suivant compte-tenu des formules établies précédemment :

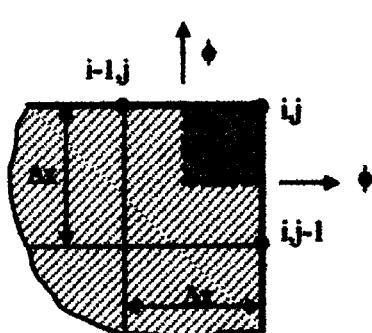
Flux linéique imposé  $\phi$  (en  $\text{W.m}^{-1}$ ) :

$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j)}{2} + \frac{T(i, j+1) + T(i, j-1)}{4} - \frac{\phi}{2\lambda}$$

Coefficient de convection imposé :

$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j) + \frac{T(i, j+1) + T(i, j-1)}{2} + Bi T_{\infty}}{2 + Bi}$$

où  $Bi = \frac{h \Delta x}{\lambda}$  est le nombre de Biot

*Coin extérieur*

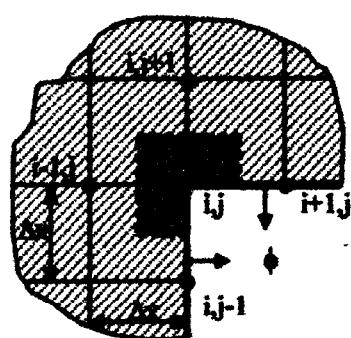
Un bilan thermique appliqué à la surface grise conduit au résultat suivant compte-tenu des formules établies précédemment :

Flux linéique imposé  $\phi$  (en  $\text{W.m}^{-1}$ ) :

$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j) + T(i, j-1)}{4} - \frac{\phi}{2\lambda}$$

Coefficient de convection imposé :

$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j) + T(i, j-1)}{2} + Bi T_{\infty}$$

*Coin intérieur*

Un bilan thermique appliqué à la surface grise conduit au résultat suivant compte-tenu des formules établies précédemment :

Flux linéique imposé  $\phi$  (en  $\text{W.m}^{-1}$ ) :

$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j)}{2} + \frac{T(i, j+1) + T(i, j-1)}{4} - \frac{\phi}{2\lambda}$$

Coefficient de convection imposé :

$$T(i, j) = \frac{T(i-1, j) + T(i, j+1) + \frac{T(i+1, j) + T(i, j-1)}{2} + Bi T_{\infty}}{3 + Bi}$$

### Méthode de résolution numérique

Soit à résoudre l'équation de Laplace sur un domaine plan (D) limité par un contour (C).

On réalise un maillage du système avec un pas  $\Delta x$  en général identique dans les deux directions du plan.

On affecte à chaque point du domaine (D) une valeur initiale de la température :

- Égale à la température imposée sur les points du contour où la condition limite impose une température.
- Arbitraire ailleurs mais la plus « réaliste » possible.

La résolution s'effectue par la méthode itérative de Gauss-Siedel. On effectue des itérations successives consistant à remplacer la valeur de la température en chaque nœud du maillage par la valeur calculée par l'équation aux différences finies qui lui est associée. Une itération consiste à effectuer un balayage complet de tous les nœuds, ligne après ligne et de gauche à droite pour chaque ligne par exemple. Les valeurs recalculées sont immédiatement prises en compte pour le calcul de la valeur de la température T aux points d'ordre supérieur (points situés à droite et en dessous dans le mode de balayage proposé).

### Critère de convergence :

On peut par exemple arrêter le calcul dès que la variation la plus grande de T (i,j) au cours d'une itération reste inférieure à une valeur  $\epsilon$  donnée.

### Remarques :

- On n'applique aucun calcul sur les points du contour où la température est imposée.
- La valeur de la température sera rangée dans un tableau T (i,j), on pourra utiliser un autre tableau L (i,j) dont les valeur indiqueront si le point de coordonnées ( $i\Delta x, j\Delta y$ ) appartient au domaine (D) et le type d'équation aux différences finies qui s'y applique/
- On peut accélérer la convergence en appliquant un coefficient de surrelaxation R ( $1 < R < 2$ , optimum proche de 1.7) au calcul de T (i,j) de la manière suivante (si on applique l'ordre de balayage proposé) :

$$T_{n+1}(i,j) = (1-R)T_n(i,j) + R \frac{T_{n+1}(i-1,j) + T_n(i+1,j) + T_{n+1}(i,j-1) + T_n(i,j+1)}{4}$$

- On peut noter que la discréétisation décrite ici revient très exactement à simuler un milieu bidimensionnel conducteur de l'électricité par un réseau de résistances reliant chaque nœud à ses voisins.

### 13. 2. Analogie électrique

La relation qui lie le flux avec les températures de deux objets en contact peut s'écrire en utilisant la relation suivante :

$$\Phi = KS(T_A - T_B)$$

- S en m<sub>2</sub>
- T en Kelvin (K)
- K en W. m<sub>2</sub>.K<sup>-1</sup>

Le coefficient K caractérisant le milieu dans lequel s'effectuera le transfert.

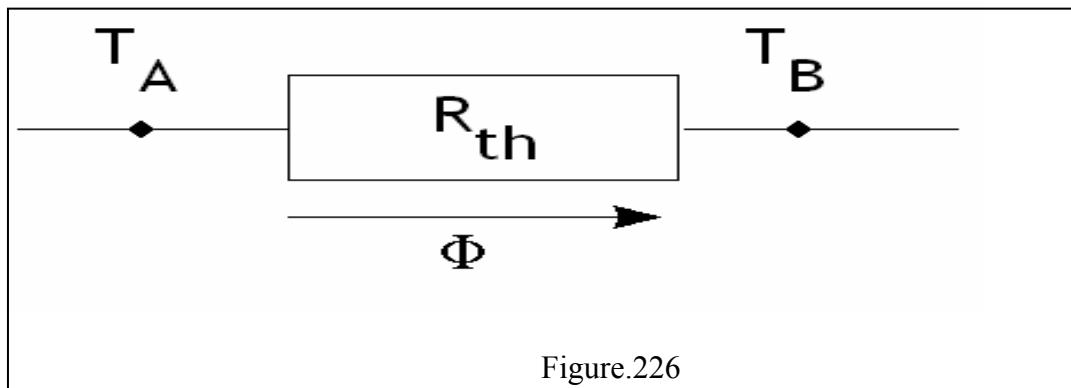
On peut faire une analogie avec la relation électrique :

$$(U_A - U_B) = RI$$

$$(T_A - T_B) = \frac{1}{KS} \cdot \Phi$$

Où 1/KS représente la résistance thermique que l'on peut noter R<sub>th</sub> (K.W<sup>-1</sup>).

Par analogie avec les lois électriques, nous pouvons faire le schéma fig.226 :



## 14. CONDUCTION EN REGIME TRANSITOIRE

### 14.1. Conduction unidirectionnelle en régime transitoire sans changement d'état

#### 14.1.1. Milieu à température uniforme

On va étudier la transfert de chaleur vers un milieu à température uniforme, ce qui est a priori contradictoire car il est nécessaire qu'il y ait un gradient thermique pour qu'il se produise un transfert de chaleur. Cette approximation du milieu à température uniforme peut néanmoins être justifiée dans certains cas que l'on va préciser. Considérons par exemple la trempe d'une bille métallique qui consiste à immerger une bille initialement à la température  $T_i$  dans un bain à température  $T_0$  maintenue constante. Si l'on suppose que la température à l'intérieur de la bille est uniforme, ce qui sera d'autant plus vrai que sa dimension est petite et sa conductivité thermique élevée, on peut écrire le bilan thermique de cette bille entre deux instants  $t$  et  $t + dt$  :

$$-hS(T - T_0) = \rho c V \frac{dT}{dt} \text{ soit: } \frac{dT}{T - T_0} = -\frac{hS}{\rho c V}$$

d'où:

$$\frac{T - T_0}{T_i - T_0} = \exp\left(-\frac{hS}{\rho c V} t\right)$$

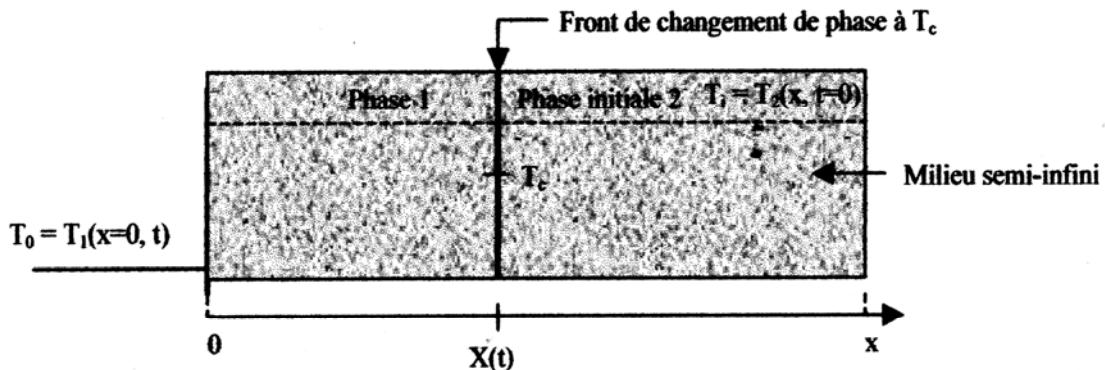
On remarque que le groupement  $\frac{\rho c V}{hS}$  est homogène à un temps, on l'appellera  $\tau$  la constante de temps du système :

$$\boxed{\tau = \frac{\rho c V}{hS}}$$

### 14.2. Conduction unidirectionnelle en régime stationnaire avec changement d'état

#### 14.2.1. Température constante imposée en surface

Le milieu semi -infini est initialement à la température uniforme  $T_i$  en phase 2. On impose brutalement une température de surface  $T_0$  inférieure à la température de changement de phase 2 1. Un changement de phase va se produire tout d'abord à la surface puis se propager du milieu semi -infini.



L'équation de la chaleur s'écrit dans les phases 1 et 2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = -\frac{\partial T_1}{\partial t} \quad (a) \\ \text{dans la phase 1 [pour } x < X(t)] \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = \frac{1}{a_2} \frac{\partial T_2}{\partial t} \quad (b) \\ \text{dans la phase 2 [pour } x > X(t)] \end{array} \right.$$

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_2(x,0) = T_i \quad (c) \\ T_1(0,t) = T_0 \quad (d) \\ T_1(X,t) = T_2(X,t) = T_c \quad (e) \\ \lambda_1 \left( \frac{\partial T_1}{\partial x} \right)_X - \lambda_2 \left( \frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_X = L \rho \frac{dX}{dt} \quad (f) \end{array} \right.$$

D'après 4.1.1, la fonction  $T_1(x,t) = A \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_1 t}}\right) + T_0$  où  $A$  est une constante arbitraire vérifie les équations (a) et (d).

De même, la fonction  $T_2(x,t) = T_i - B \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right) \right]$  où  $B$  est une constante arbitraire qui vérifie les équations (b) et (d).

L'équation (e) conduit alors à :

$$A \operatorname{erf}\left(\frac{X(t)}{2\sqrt{a_1 t}}\right) + T_0 = T_i - B \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{X(t)}{2\sqrt{a_2 t}}\right) \right] = T_c$$

Cette relation doit être vérifiée pour toutes les valeurs de  $t$ , on en déduit que :  $X = k\sqrt{t}$ , où  $k$  est une constante.

En tenant compte de cette forme de  $X(t)$ , l'équation (f) permet d'écrire :

$$\frac{\lambda_1 A e^{\frac{-k^2}{4a_1}}}{\sqrt{\pi a_1}} - \frac{\lambda_2 B e^{\frac{-k^2}{4a_2}}}{\sqrt{\pi a_2}} = L \frac{\rho k}{2}$$

Avec :

$$A = \frac{T_c - T_0}{\operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{a_1}}\right)} \quad \text{et} \quad B = \frac{T_i - T_c}{1 - \operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{a_2}}\right)}$$

La position  $X(t)$  du front de changement de phase se calcule finalement par :

$$X(t) = k \sqrt{t}$$

Avec  $k$  solution de l'équation :

$$\frac{\lambda_1 (T_c - T_0)}{\operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{a_1}}\right)} \exp\left(\frac{-k^2}{4a_1}\right) - \frac{\lambda_2 (T_i - T_c)}{\left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{a_2}}\right)\right]} \exp\left(\frac{-k^2}{4a_2}\right) = \frac{L \rho k}{2}$$

Et la température dans chaque phase s'écrit :

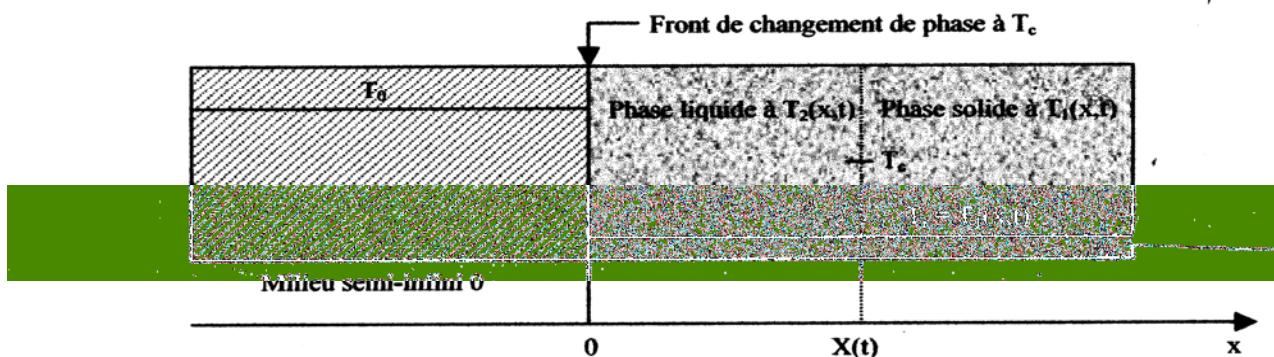
$$T_1(x, t) = \frac{T_c - T_0}{\operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{a_1}}\right)} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_1 t}}\right) + T_0 ; \quad T_2(x, t) = T_i - \frac{T_i - T_c}{\left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{a_2}}\right)\right]} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_2 t}}\right)\right]$$

On obtient dans le cas de l'eau les valeurs données dans le tableau 4.1.

$T_i$	$10^4 k$	$T_0$					
		-3	-6	-9	-12	-15	-18
0	0	0,9871	1,3876	1,6893	1,9393	2,1559	2,3484
	3	0,8937	1,2919	1,5925	1,8420	2,0582	2,2506
	6	0,8106	1,2040	1,5025	1,7506	1,9661	2,1580
	9	0,7371	1,1235	1,4188	1,6650	1,8792	2,0703
	12	0,6724	1,0500	1,3411	1,5848	1,7974	1,9873
	15	0,6154	0,9829	1,2690	1,5098	1,7203	1,9087
		0,5653	0,9217	1,2023	1,4395	1,6477	1,8344

Tableau 4.1 : Valeurs de  $k$  en fonction de  $T_i$  et de  $T_0$  pour de l'eau initialement liquide à  $T_i$ .

#### 2.4.2 Fusion par contact avec un milieu semi-infini chaud



On montre de la même manière que si  $X = k\sqrt{t}$  est la position de la surface de séparation liquide/soil k est solution de l'équation :

$$\frac{\lambda_0 \sqrt{a_2} (T_0 - T_c) \exp\left(-\frac{k^2}{4a_2}\right)}{\lambda_1 a_0^2 + \lambda_0 a_1 \operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{a_2}}\right)} - \frac{\lambda_1 \sqrt{a_2} (T_c - T_i) \exp\left(-\frac{k^2}{4a_1}\right)}{\lambda_2 \sqrt{a_1} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{a_1}}\right)\right]} = \frac{kL\sqrt{\pi}}{2\sqrt{a_2} c_2}$$

### 14.3. Conduction multidirectionnelle en régime variable

Certains problèmes bi- ou tridimensionnels peuvent être résolus par combinaison de 2 ou 3 solutions monodimensionnelles. Considérons par exemple le cas d'une barre rectangulaire infinie (longueur très grande devant les côtés  $2L_1$  et  $2L_2$ ), elle peut être considérée comme l'intersection de deux plaques infinies d'épaisseurs respectives  $2L_1$  et  $2L_2$ . Le théorème de Von Neumann permet d'affirmer que la température adimensionnelle de cette barre s'exprime comme le produit des températures adimensionnelles des deux plaques infinies dont elle peut être considérée comme étant l'intersection :

$$\left[ \frac{T(x,y,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right]_{\text{barre } 2L_1 \times 2L_2} = \left[ \frac{T(x,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right]_{\text{plaqué } 2L_1} \times \left[ \frac{T(y,t) - T_\infty}{T_i - T_\infty} \right]_{\text{plaqué } 2L_2}$$

#### Remarques :

- Il faut vérifier que les conditions initiales et aux limites sont satisfaites sous forme adimensionnelle après décomposition de la géométrie considérée en intersection d'éléments simples.
- Des géométries plus complexes peuvent également se décomposer en intersection d'éléments simples, comme par exemple :
- Cylindre semi-infini = Cylindre infini  $\cap$  Milieu semi-infini
- Barre rectangulaire semi-infini = Barre rectangulaire infini  $\cap$  Milieu semi-infini
- Cylindre hauteur  $2L$  = Cylindre infini  $\cap$  Plaque épaisseur  $2L$ ...

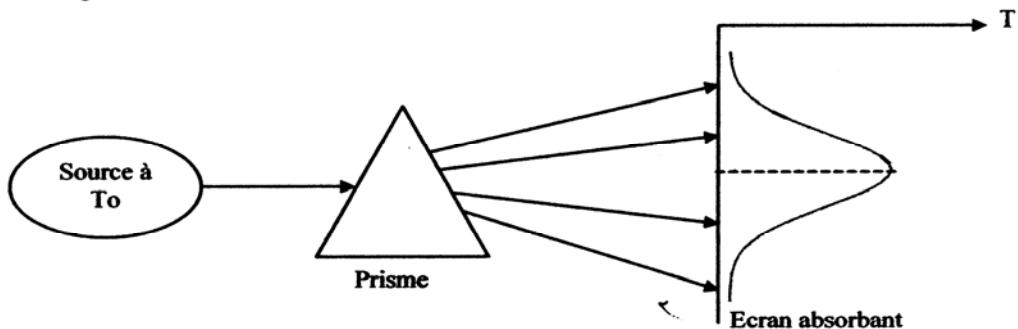
## 15. RAYONNEMENT THERMIQUE

### 15.1. Généralités et définitions

#### 15.1. 1.Nature du rayonnement

Tous les corps, quelque soit leur état : solide, liquide ou gazeux, émettent un rayonnement de nature électromagnétique. Cette émission d'énergie s'effectue au détriment de l'énergie interne du corps émetteur.

Le rayonnement se propage de manière rectiligne à la vitesse de la lumière, il est constitué de radiations de différentes longueurs d'onde comme l'a démontré l'expérience de William Herschell :



*Principe de l'expérience de William Herschell*

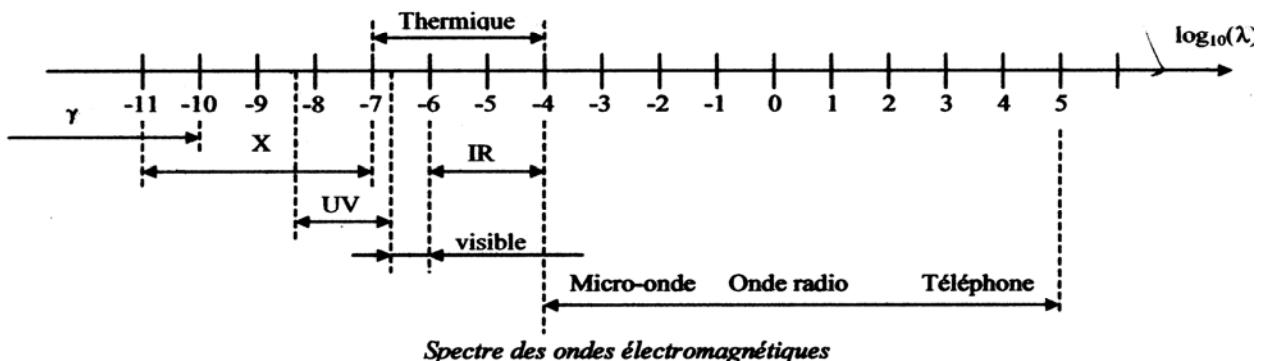
En passant à travers un prisme, les radiations sont plus ou moins déviées selon leur longueur d'onde. On envoie donc les radiations émises par une source à la température  $T_0$  sur un prisme et on projette le faisceau dévié sur un écran absorbant (noirci), on obtient ainsi la décomposition du rayonnement total incident en un spectre de radiations monochromatiques.

Si l'on déplace le long de l'écran un thermomètre, on mesure la température  $T$ , caractérisant l'énergie reçue par l'écran dans chaque longueur d'onde. En construisant la courbe  $T = f(\lambda)$ , on obtient la répartition spectrale de l'énergie rayonnée pour la température  $T_0$  de la source. On constate alors que :

- L'énergie émise est maximale pour une certaine longueur d'onde  $\lambda_m$  variable avec  $T_0$ .
- L'énergie n'est émise que sur un intervalle  $[\lambda_1, \lambda_2]$  de longueur d'onde caractérisant le rayonnement thermique.

On trouvera représenté sur la figure ci-dessous les différents types d'ondes électromagnétiques et leurs longueurs d'ondes correspondantes. On retiendra que le rayonnement thermique émis par les corps se situe entre 0,1 et 100  $\mu\text{m}$ . On notera par ailleurs que le rayonnement est perçu par l'homme :

- Par l'oeil : pour  $0,31 \mu\text{m} > \lambda < 0,79 \mu\text{m}$  rayonnement visible.
- Par la peau : pour  $0,79 \mu\text{m} < \lambda < 314 \mu\text{m}$  rayonnement IR.



*Spectre des ondes électromagnétiques*

## 15.2. Définitions

### 15.2.1. Classifications

Les grandeurs physiques seront distinguées selon :

- La composition spectrale du rayonnement
  - Si la grandeur est relative à l'ensemble du spectre elle est dite totale.
  - Si elle concerne un intervalle spectral étroit  $d\lambda$  autour d'une longueur d'onde  $\lambda$  elle est dite monochromatique :  $G_\lambda$ .
- La distribution spatiale du rayonnement
  - Si la grandeur est relative à l'ensemble des directions de l'espace elle est dite hémisphérique.
  - Si elle caractérise une direction donnée de propagation elle est dit directionnelle :  $G_x$ .

1

### 5.1.2.2. Définitions relatives aux sources

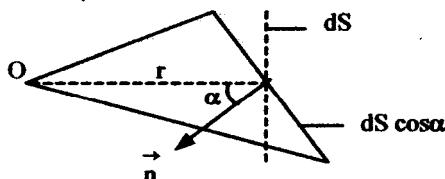
- On appelle flux d'une source S la puissance rayonnée notée  $\Phi$  par S dans tout l'espace qui l'entoure, sur toutes les longueurs d'onde. Le flux  $\Phi$  s'exprime en W
- Le flux envoyé par un élément de surface  $dS$  dans un angle solide élémentaire  $d\Omega$  est noté  $d^2\Phi$
- Le flux envoyé dans tout l'espace par une surface élémentaire  $dS$  est noté  $d\Phi$ .
- Le flux envoyé par une surface S dans l'angle solide  $d\Omega$  entourant la direction Ox est noté  $d\Phi_x$ .

Nous avons donc les relations suivantes :  $d\Phi = \int_{\Omega} d^2\Phi$  et  $\Phi = \int_S d\Phi = \int_{\Omega} d\Phi_x$

*Rappel sur les angles solides élémentaires :*

L'angle solide sous lequel depuis un point O on voit une surface S est par définition l'aire de la surface intersection de la sphère de rayon unité et du cône de sommet O s'appuyant sur le contour de la surface S.

L'angle solide  $d\Omega$  sous lequel est vu d'un point O le contour d'une petite surface  $dS$  (assimilée à une surface plane) peut être calculé par :



$$d\Omega = \frac{dS \cos \alpha}{r^2} \quad (3.1)$$

#### Emittance énergétique

- Monochromatique :

Un élément de surface  $dS$  émet dans toutes les directions du  $\frac{1}{2}$  espace un certain flux d'énergie par rayonnement. Ce flux est réparti sur un intervalle de longueurs d'ondes. Si l'on considère le flux d'énergie  $d\Phi_{\lambda}^{(\lambda+d\lambda)}$  émis entre les deux longueurs d'ondes  $\lambda$  et  $\lambda+d\lambda$ , on définit l'émissance monochromatique d'une source à la température T par :

$$M_{\lambda T} = \frac{d\Phi_{\lambda}^{(\lambda+d\lambda)}}{dS d\lambda} \quad (\text{W m}^{-3}) \quad (3.2)$$

- Totale :

C'est la densité de flux de chaleur émise par rayonnement par  $dS$  sur tout le spectre des longueurs d'ondes. Elle n'est plus fonction que de la température T et de la nature de la source :

$$M_T = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} M_{\lambda T} d\lambda = \frac{d\Phi}{dS} \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (3.3)$$

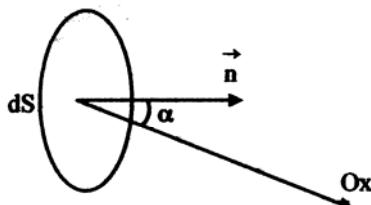
Intensité énergétique dans une direction

On appelle intensité énergétique  $I_x$  le flux par unité d'angle solide émis par une surface  $dS$  dans un angle solide  $d\Omega$  entourant la direction Ox :

$$I_x = \frac{d^2\varphi_x}{d\Omega} \quad (3.4)$$

Luminance énergétique dans une direction

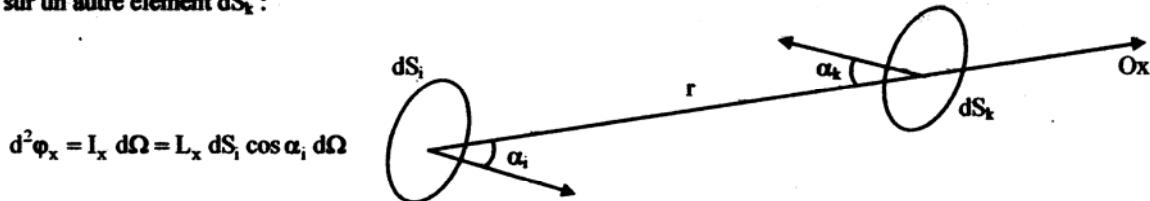
Soit  $\alpha$  l'angle fait par la normale  $n$  à la surface émettrice S avec la direction Ox suivant laquelle la surface S possède une intensité énergétique  $I_x$ . La projection de S sur le plan perpendiculaire à Ox s'appelle la surface émettrice apparente  $\Sigma$  et l'intensité énergétique dans la direction Ox par unité de surface émettrice apparente s'appelle la luminance énergétique  $L$  :



$$L_x = \frac{I_x}{dS_x} = \frac{I_x}{dS \cos \alpha} = \frac{d^2\varphi_x}{d\Omega dS \cos \alpha} \quad (3.5)$$

Application : Formule de Bouguer

On déduit des définitions précédentes l'expression du flux  $d^2\varphi_x$  envoyé par un élément  $dS_i$  de luminance  $L_x$  sur un autre élément  $dS_k$  :



$$\text{Où : } d\Omega \text{ est l'angle solide duquel depuis la surface } dS_i \text{ on voit la surface } dS_k \text{ donc } d\Omega = \frac{dS_k \cos \alpha_k}{r^2}$$

D'où la formule de Bouguer :

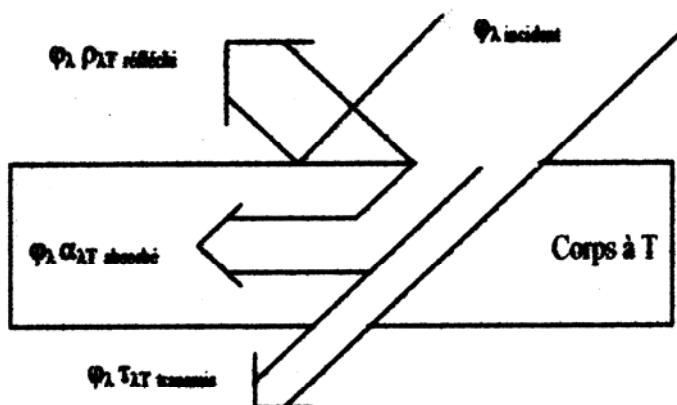
$$d^2\varphi_x = L_{ix} \frac{dS_i \cos \alpha_i dS_k \cos \alpha_k}{r^2} \quad (3.6)$$

15.1.2.3. Définitions relatives à un récepteur

C'est l'homologue de l'émittance pour une source. L'éclairement est le flux reçu par unité de surface réceptrice, en provenance de l'ensemble des directions.

Réception de rayonnement par un solide:

Quand un rayon incident d'énergie  $\Phi_{\lambda}$  frappe un corps à la température  $T$ , une partie  $\Phi_{\lambda} \rho_{AT}$  de l'énergie incidente est réfléchie par la surface  $S$ , une autre partie  $\Phi_{\lambda} \alpha_{AT}$  est absorbée par le corps qui s'échauffe et le reste  $\Phi_{\lambda} \tau_{AT}$  est transmis et continue son chemin :



$$\text{On a évidemment: } \Phi_{\lambda} = \Phi_{\lambda} \rho_{AT} + \Phi_{\lambda} \alpha_{AT} + \Phi_{\lambda} \tau_{AT} \quad \text{d'où:} \quad \rho_{AT} + \alpha_{AT} + \tau_{AT} = 1.$$

On définit ainsi les pouvoirs monochromatiques réfléchissant  $\rho_{AT}$ , absorbant  $\alpha_{AT}$  et filtrant  $\tau_{AT}$  qui sont fonction de la nature du corps, de son épaisseur, de sa température  $T$ , de la longueur d'onde  $\lambda$  du rayonnement incident et de l'angle d'incidence.

Si l'on considère l'énergie incidente sur tout le spectre des longueurs d'onde, on obtient les pouvoirs réfléchissants  $\rho_T$ , absorbant  $\alpha_T$  et filtrant  $\tau_T$  totaux. Les valeurs de  $\rho_T$ ,  $\alpha_T$  et  $\tau_T$  de certains corps sont donnés en annexe A.3.1.

#### 15.1.2.4. Corps noir et corps gris

##### Corps noir

C'est un corps qui absorbe toutes les radiations qu'il reçoit indépendamment de son épaisseur, de sa température, de l'angle d'incidence et de la longueur d'onde du rayonnement incident, il est défini par :  $\alpha_{AT} = 1$ . Une surface enduite de noir de fumée est approximativement un corps noir.

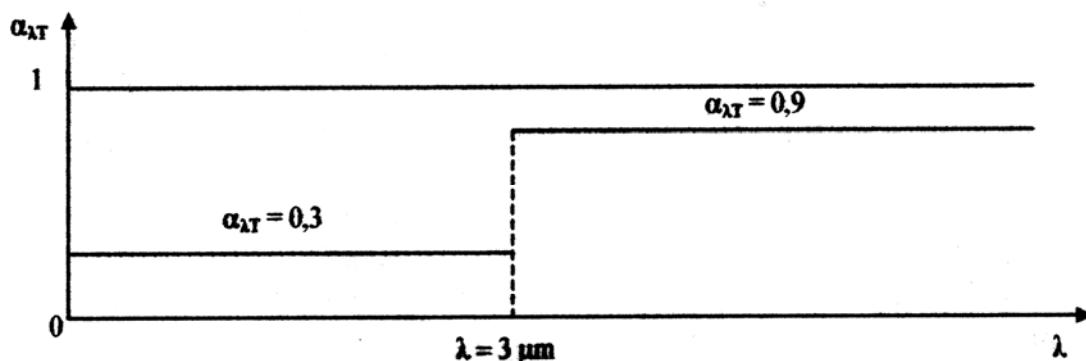
Propriétés du corps noir :

- Tous les corps noirs rayonnent de la même manière.
- Le corps noir rayonne plus que le corps non noir à la même température.

##### Corps gris

Un corps gris est un corps dont le pouvoir absorbant  $\alpha_{AT}$  est indépendant de la longueur d'onde  $\lambda$  du rayonnement qu'il reçoit. Il est défini par :  $\alpha_{AT} = \alpha_T$ .

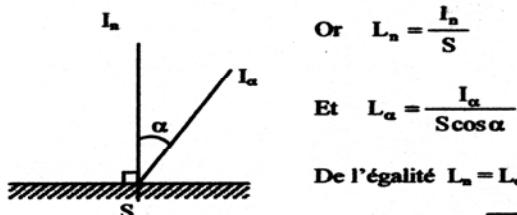
En général, on considère les corps solides comme des corps gris par intervalle et on utilise un pouvoir absorbant moyen vis-à-vis du rayonnement émis pour  $\lambda < 3 \mu\text{m}$  (rayonnement émis par des corps à haute température comme le Soleil) et un pouvoir absorbant moyen vis-à-vis du rayonnement émis pour  $\lambda > 3 \mu\text{m}$  (rayonnement émis par les corps à faible température : atmosphère, absorbeur solaire,...). On pourra à titre d'exemple considérer les valeurs suivantes pour la peinture blanche :



## 15.2. Lois du rayonnement

### 15.2.1. Loi de Lambert

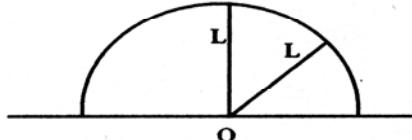
Dans le cas où la source est isotrope, la luminance est indépendante de la direction :  $L_x = L$



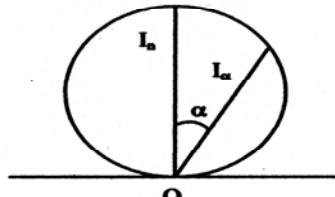
De l'égalité  $L_n = L_a$  on déduit la loi de Lambert pour une source isotrope :

$$I_a = I_n \cos \alpha \quad (3.7)$$

Ainsi l'indicatrice de l'intensité est une sphère tangente en O à la surface émettrice lorsque celle-ci suit la loi de Lambert :



Luminance d'une source isotrope



Intensité énergétique d'une source isotrope

Remarque : Lorsqu'un corps suit la loi de Lambert, on montre qu'émittance et luminance sont proportionnelles :

$$M = \pi L \quad (\text{W.m}^{-2}) \quad (3.8)$$

## 15.2.2. Lois physiques

### 15.2.2.1. Lois de Kirchoff

A une température T donnée et pour une longueur d'onde  $\lambda$  donnée, le rapport  $\frac{M_{\lambda T}}{\alpha_{\lambda T}}$  est le même pour tous les corps.

Pour le corps noir :  $\alpha_{\lambda T} = 1$ , le rapport  $\frac{M_{\lambda T}}{\alpha_{\lambda T}}$  est donc égal à  $M_{\lambda T}$  en appelant  $M_{\lambda T}$  l'émittance monochromatique du corps noir, donc :

$$M_{\lambda T} = \alpha_{\lambda T} M_{\lambda T} \quad (W.m^{-3}) \quad (3.9)$$

L'émittance monochromatique de tout corps est égale au produit de son pouvoir absorbant monochromatique par l'émittance monochromatique du corps noir à la même température, d'où l'intérêt de connaître le rayonnement émis par le corps noir.

#### Cas des corps gris : loi de Kirchoff généralisée

Dans le cas du corps gris, on peut généraliser cette loi ce qui facilite les applications. En effet pour un corps gris  $\alpha_{\lambda T} = \alpha_T$ , donc :

$$M_T = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} M_{\lambda T} d\lambda = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} \alpha_{\lambda T} M_{\lambda T} d\lambda = \alpha_T \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} M_{\lambda T} d\lambda$$

En appelant  $M_T$  l'émittance totale du corps noir à la température T, nous obtenons pour un corps gris :

$$M_T = \alpha_T M_T \quad (W.m^{-2}) \quad (3.10)$$

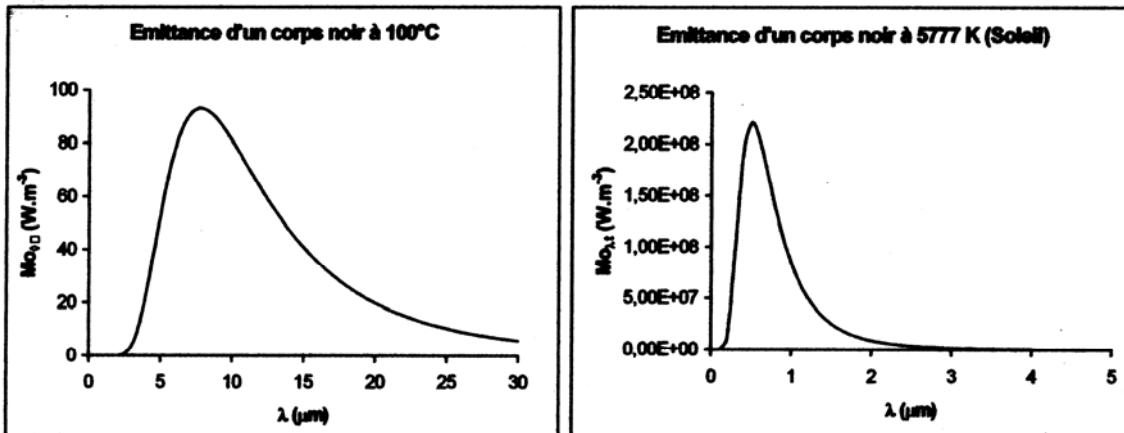
L'émittance totale  $M_T$  d'un corps gris à la température T est égal au produit de son pouvoir absorbant  $\alpha_T$  par l'émittance totale  $M_T$  du corps noir à la même température.

#### 15..2.2.2 Rayonnement du corps noir

$$Mo_{\lambda T} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1} \quad (\text{W.m}^{-3}) \quad (3.11)$$

avec :  $C_1 = 3,742 \cdot 10^{-16} \text{ W.m}^{-2}$   
 $C_2 = 1,4385 \cdot 10^2 \text{ m.K}$

La loi de Planck permet de tracer les courbes isothermes représentant les variations de  $Mo_{\lambda T}$  en fonction de la longueur d'onde pour diverses températures :



Remarques :

- La longueur d'onde  $\lambda_M$  pour laquelle l'émission est maximale varie avec la température de la source :

$$\lambda_M = \frac{2,897 \cdot 10^3}{T} \quad (\text{m}) \quad (3.12) \quad \text{et} \quad Mo_{\lambda_M T} = 0,410 \left( \frac{T}{10} \right)^5 \quad (\text{W.m}^{-3}) \quad (3.13)$$

Avec T : Température (K)

- Pour le Soleil (  $T \approx 5777 \text{ K}$  ), 90% de l'énergie est émise entre  $0,31$  et  $2,5 \mu\text{m}$ , le maximum étant situé dans le spectre visible. Par contre, un corps noir à  $373 \text{ K}$  ( $100^\circ\text{C}$ ) a son émission maximale vers  $\lambda = 8 \mu\text{m}$  dans l'IR.

### Émittance totale $M_{\text{o}}$

L'intégration de la formule de Planck pour toutes les longueurs d'onde donne l'émittance totale  $M_{\text{o,T}}$  du corps noir qui n'est plus fonction que de la température  $T$ , on obtient la loi de Stephan-Boltzmann :

$$M_{\text{o,T}} = \sigma T^4 \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (3.14)$$

avec  $\sigma = 5,675 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.K^{-4}$

Dans les calculs on écrira souvent :  $\sigma = 5,675 \left( \frac{T}{100} \right)^4$

### Fraction de l'émittance dans un intervalle donné de longueurs d'onde $[\lambda_1, \lambda_2]$

C'est la fraction du flux émis par l'unité de surface du corps noir à la température  $T$  entre les longueurs d'ondes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  :

$$F_{\lambda_1 T - \lambda_2 T} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_{\text{o},\lambda T} d\lambda}{\int_0^{\infty} M_{\text{o},\lambda T} d\lambda} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_{\text{o},\lambda T} d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^{\lambda_2} M_{\text{o},\lambda T} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} M_{\text{o},\lambda T} d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^{\lambda_2} M_{\text{o},\lambda T} d\lambda}{\sigma T^4} - \frac{\int_0^{\lambda_1} M_{\text{o},\lambda T} d\lambda}{\sigma T^4}$$

Ce qui peut également s'écrire :  $F_{\lambda_1 T - \lambda_2 T} = F_{0-\lambda_2 T} - F_{0-\lambda_1 T}$  ; Calculons  $F_{0-\lambda T}$  à  $T$  constant :

$$F_{0-\lambda T} = \frac{1}{\sigma T^4} \int_0^{\lambda} \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1} d\lambda = \frac{1}{\sigma} \int_0^{\lambda} \frac{C_1 (\lambda T)^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1} T d\lambda = \frac{1}{\sigma} \int_0^{\lambda} \frac{C_1 (\lambda T)^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1} d(\lambda T)$$

Nous constatons que  $F_{0-\lambda T}$  ne dépend que du produit  $\lambda T$ . Il suffit donc de dresser une fois pour toutes une table à une entrée unique  $\lambda T$  donnant  $F_{0-\lambda T}$  et de l'utiliser pour le calcul de  $F_{\lambda_1 T - \lambda_2 T} = F_{0-\lambda_2 T} - F_{0-\lambda_1 T}$ . Le tableau des valeurs est donné en annexe A.3.2.

### 15.2.2.3. Rayonnement des corps non noirs

Facteur d'émission ou émissivité

On définit les propriétés émissives des corps réels par rapport aux propriétés émissives du corps noir dans les mêmes conditions de température et de longueur d'onde et on les caractérise à l'aide de coefficients appelés facteurs d'émission ou émissivités. Ces coefficients monochromatiques ou totaux sont définis par :

$$\varepsilon_{\lambda T} = \frac{M_{\lambda T}}{M_{0 \lambda T}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_T = \frac{M_T}{M_{0 T}} \quad (3.15)$$

D'après la loi de Kirchoff, on montre que :

$$\alpha_{\lambda T} = \varepsilon_{\lambda T} \quad (3.16)$$

Cas des corps gris

Ils sont caractérisés par  $\alpha_{\lambda T} = \alpha_T$  soit d'après ce qui précède :  $\varepsilon_{\lambda T} = \varepsilon_T$

Or :  $M_T = \varepsilon_T M_{0 T}$ , nous en déduisons l'émittance du corps gris à la température T :

$$M_T = \varepsilon_T \sigma T^4 \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (3.17)$$

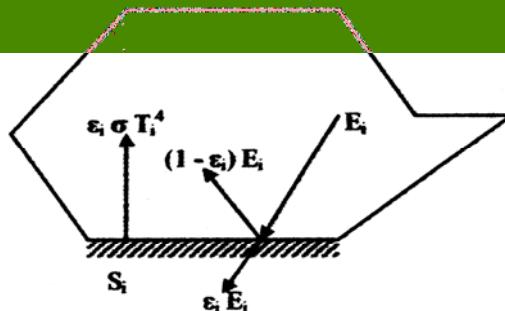
**15.3. Rayonnement réciproque de plusieurs surfaces (les surfaces considérées seront supposées homogènes, opaques, isothermes et grises)**

Le rayonnement qui quitte une surface  $S_i$  est la somme de son émission propre et de la réflexion d'une partie du rayonnement incident sur cette surface. On appelle radiosité, que l'on note  $J_i$ , l'émission apparente de la surface  $S_i$ , donc :

$$J_i = \epsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \epsilon_i) E_i \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (3.18)$$

Avec  $E_i$  : Eclaircement de la surface  $S_i$  ( $\text{W.m}^{-2}$ )

Considérons maintenant la surface  $S_i$  choisie parmi n surfaces isothermes et homogènes qui délimitent un volume :



La densité d'énergie nette perdue par rayonnement par  $S_i$  s'écrit :  $\phi_{i_{\text{net}}} = \epsilon_i \sigma T_i^4 - \epsilon_i E_i$

En introduisant, d'après (2.18), la radiosité  $J_i$  par :  $E_i = \frac{1}{1 - \epsilon_i} (J_i - \epsilon_i \sigma T_i^4)$ , nous obtenons :

$$\phi_{i_{\text{net}}} = \frac{\epsilon_i}{1 - \epsilon_i} (\sigma T_i^4 - J_i) = \epsilon_i (\sigma T_i^4 - E_i) = J_i - E_i \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (3.19)$$

### 15.3.2. Facteur de forme géométrique

On considère une surface  $S_i$  qui sur toute son étendue a une émission apparente  $\phi_i = S_i J_i$ .

La surface  $S_i$  est environnée par un nombre  $n$  de surfaces et  $\phi_i$  est envoyé sur toutes ces surfaces (la surface  $S_i$  peut également rayonner vers elle-même si elle est concave). Le flux apparent  $\phi_i$  peut donc se décomposer de la manière suivante :

$$\Phi_i = \Phi_{i \rightarrow 1} + \Phi_{i \rightarrow 2} + \dots + \Phi_{i \rightarrow n} + \dots + \Phi_{i \rightarrow \infty}$$

Calculons  $\Phi_{i \rightarrow k}$  qui est la part du flux quittant  $S_i$  qui atteint  $S_k$  :

D'après la formule de Bouguer, le flux  $d^2\Phi_{i \rightarrow k}$  envoyé par la surface élémentaire  $dS_i$  vers la surface élémentaire  $dS_k$  s'écrit :

$$d^2\Phi_{i \rightarrow k} = L_i \frac{dS_i \cos \alpha_i dS_k \cos \alpha_k}{r^2}$$

avec  $L_i = \frac{J_i}{\pi}$  si la surface  $S_i$  suit la loi de Lambert.

$$\text{Nous en déduisons : } \Phi_{i \rightarrow k} = J_i \iint_{S_i S_k} \frac{\cos \alpha_i \cos \alpha_k}{\pi r^2} dS_i dS_k$$

Le facteur de forme géométrique  $f_{ik}$  de la surface  $S_i$  par rapport à la surface  $S_k$  est alors défini par la relation :

$$S_i f_{ik} = \iint_{S_i S_k} \frac{\cos \alpha_i \cos \alpha_k}{\pi r^2} dS_i dS_k \quad (3.20)$$

Il ne dépend que de la géométrie et de la disposition relative des surfaces  $S_i$  et  $S_k$ . Des formules donnent sa valeur pour les cas de figure les plus courants (cf. annexe A.3.3). Le flux  $\Phi_{i \rightarrow k}$  peut alors s'écrire simplement :

$$\Phi_{i \rightarrow k} = J_i f_{ik} S_i$$

#### Remarques :

- Le 2<sup>ème</sup> membre de la formule (3.20) de définition de  $f_{ik}$  est symétrique en  $i$  et  $k$ , on en déduit que :

$$S_i f_{ik} = S_k f_{ki} \quad (3.21)$$

- La relation  $\Phi_i = \Phi_{i \rightarrow 1} + \Phi_{i \rightarrow 2} + \dots + \Phi_{i \rightarrow n} + \dots + \Phi_{i \rightarrow \infty}$  peut s'écrire :

$$\Phi_i = J_i f_{i1} S_i + J_i f_{i2} S_i + \dots + J_i f_{in} S_i = J_i S_i (f_{i1} + f_{i2} + \dots + f_{in}) \quad \text{or} \quad \Phi_i = S_i J_i$$

d'où :

$$f_{i1} + f_{i2} + \dots + f_{in} = 1 \quad (3.22)$$

Ces deux relations sont utiles pour la détermination des facteurs de formes de plusieurs surfaces en présence.

### 3.3.3 Calcul des flux

Le flux  $\Phi_{\rightarrow i}$  reçu par la surface  $S_i$  s'écrit :  $\Phi_{\rightarrow i} = E_i S_i = \sum_{k=1}^n \Phi_{k \rightarrow i}$  or  $\Phi_{k \rightarrow i} = J_k S_k f_{ki}$

D'où :  $E_i S_i = \sum_{k=1}^n J_k S_k f_{ki} = \sum_{k=1}^n J_k S_i f_{ik}$  d'après (3.21).

En reportant cette expression dans (3.18), nous obtenons :  $J_i = \epsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \epsilon_i) \sum_{k=1}^n J_k f_{ik}$

Soit encore :  $\sigma T_i^4 = \frac{J_i}{\epsilon_i} + \frac{1}{\epsilon_i} \sum_{k=1}^n (1 - \epsilon_i) J_k f_{ik}$

En utilisant le symbole de Kronecker, nous pouvons écrire :  $J_i = \sum_{k=1}^n \delta_{ik} J_k$

D'où :

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\varepsilon_i} [\delta_{ik} - (1-\varepsilon_i) f_{ik}] J_k = \sigma T_i^4 \quad (3.23)$$

Nous écrirons cette relation pour toutes les surfaces  $S_i$  dont on connaît les températures. Pour celles dont on connaît plutôt la densité de flux net perdu  $\phi_{i_{\text{net}}}$  nous utiliserons la relation :  $\phi_{i_{\text{net}}} = J_i - E_i = J_i - \sum_{k=1}^n f_{ik} J_k$  qui peut encore s'écrire :

$$\sum_{k=1}^n (\delta_{ik} - f_{ik}) J_k = \phi_{i_{\text{net}}} \quad (3.24)$$

#### Méthode de résolution

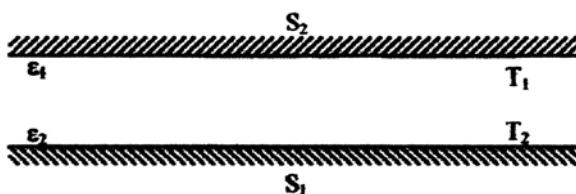
Si l'on connaît  $p$  températures et  $(n-p)$  densités de flux nets  $\phi_{i_{\text{net}}}$ , on écrit  $p$  fois l'équation (3.23) et  $(n-p)$  fois l'équation (3.24), on obtient ainsi un système linéaire de  $n$  équations à  $n$  inconnues :  $J_1, J_2, \dots, J_p, T_{p+1}, \dots, T_n$ .

La résolution de ce système permet de calculer les  $(n-p)$  températures et les  $p$  radiosités inconnues. Les  $p$  densités de flux nets inconnues se calculent ensuite par la relation :  $\phi_{i_{\text{net}}} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i} (\sigma T_i^4 - J_i)$

#### Remarque :

Si une surface est noire ( $\varepsilon_i = 1$ ), la relation (3.23) ne peut pas être utilisée. Nous avons alors simplement dans ce cas la relation :  $J_i = \sigma T_i^4$  et l'on résout le système des  $(n-1)$  équations restantes.

#### Exemple d'application : Cas de deux plans parallèles infinis



On suppose que les températures  $T_1$  et  $T_2$  des deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  sont connues, on cherche à déterminer le flux net perdu par chacune de ces surfaces.

Nous avons  $f_{11} = f_{22} = 0$  car les surfaces  $S_1$  et  $S_2$  sont planes et ne peuvent pas rayonner vers elles-mêmes.

Nous en déduisons  $f_{12} = 1$  et  $f_{21} = 1$  en appliquant la relation  $\sum_{k=1}^n f_{ik} = 1$  pour  $i = 1$  et pour  $i = 2$ .

La relation (3.23) s'écrit alors de la manière suivante pour  $i = 1$  et  $i = 2$  :

$$\begin{cases} J_1 - (1-\varepsilon_1) J_2 = \sigma \varepsilon_1 T_1^4 \\ -(1-\varepsilon_2) J_1 + J_2 = \sigma \varepsilon_2 T_2^4 \end{cases}$$

d'où :  $J_1 = \sigma \frac{\varepsilon_1 T_1^4 + \varepsilon_2 (1-\varepsilon_1) T_2^4}{1-(1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)}$

$$\phi_{i_{\text{net}}} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i} (\sigma T_i^4 - J_i) = \sigma T_i^4 \left( \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i} - \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i} \cdot \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2} \right) = \sigma T_i^4 \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i} \frac{\varepsilon_2 (1-\varepsilon_1)}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

et

$$\phi_{i_{\text{net}}} = -\phi_{2_{\text{net}}} = \sigma (T_1^4 - T_2^4) \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2}$$

Soit finalement :

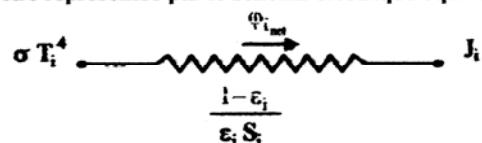
$$\boxed{\phi_{i_{\text{net}}} = -\phi_{2_{\text{net}}} = \sigma \frac{T_1^4 - T_2^4}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}} \quad (3.25)$$

### 3.3.4 Analogie électrique

#### Flux net perdu par une surface

Nous avons montré que :  $\phi_{i_{\text{net}}} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i} (\sigma T_i^4 - J_i)$  ce qui peut encore s'écrire :  $\phi_{i_{\text{net}}} = \frac{\sigma T_i^4 - J_i}{\frac{1-\varepsilon_i}{\varepsilon_i S_i}}$

Par analogie, cette relation peut être représentée par le schéma électrique équivalent suivant :



On notera que cette résistance thermique de rayonnement ne dépend que des propriétés physiques de la surface  $S_i$  et qu'elle est nulle pour un corps noir.

Le flux net perdu par la surface  $S_i$  dans ses échanges radiatifs avec l'ensemble des surfaces environnantes s'écrit d'après la relation (2.) :  $\Phi_{i_{\text{net}}} = (J_i - E_i)S_i$

Le flux  $\Phi_i = J_i S_i$  quittant la surface  $S_i$  peut se décomposer de la manière suivante :

$$\Phi_i = \Phi_{i \rightarrow i} + \Phi_{i \rightarrow 2+} + \dots + \Phi_{i \rightarrow n} = \sum_{j=1}^n J_j S_j f_{ij}$$

L'éclairement  $E_i$  reçu par la surface  $S_i$  peut se décomposer de la manière suivante :

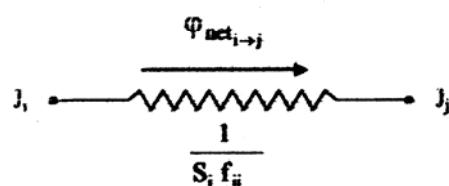
$$E_i S_i = \sum_{j=1}^n \Phi_{j \rightarrow i} = \sum_{j=1}^n J_j S_j f_{ji}$$

Le flux net perdu par  $S_i$  peut donc s'écrire :

$$\Phi_{i_{\text{net}}} = \sum_{j=1}^n J_j S_j f_{ij} - J_j S_j f_{ji} = \sum_{j=1}^n S_j f_{ij} (J_i - J_j) = \sum_{j=1}^n \Phi_{\text{act}_{i \rightarrow j}}$$

$$\text{Le flux net échangé entre les surfaces } S_i \text{ et } S_j \text{ s'écrit donc : } \Phi_{\text{act}_{i \rightarrow j}} = (J_i - J_j) S_i f_{ij} = \frac{J_i - J_j}{\frac{1}{S_i f_{ij}}}$$

Cet échange radiatif peut être représenté par le schéma électrique équivalent suivant :



On notera que cette résistance thermique de rayonnement est purement géométrique et qu'elle ne dépend pas des propriétés physiques des surfaces  $S_1$  et  $S_2$ .

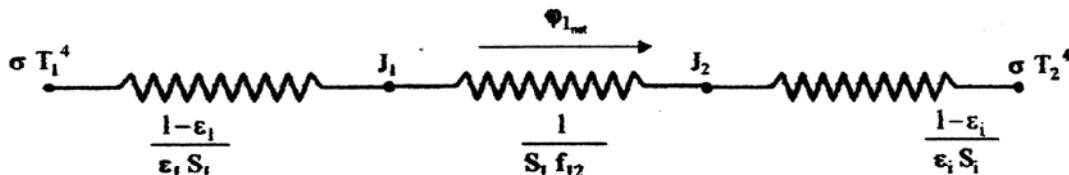
#### Application : Echange entre deux surfaces grises

Si les deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  sont seules en présence, le flux net  $\Phi_{1_{\text{net}}}$  perdu par  $S_1$  est égal au flux net  $\Phi_{2_{\text{net}}}$  gagné par  $S_2$ . Ce flux est encore égal au flux net  $\Phi_{\text{net}_{1 \rightarrow 2}}$  échangé entre  $S_1$  et  $S_2$ , nous avons donc les égalités :

$$\Phi_{1_{\text{net}}} = \Phi_{\text{net}_{1 \rightarrow 2}} = -\Phi_{2_{\text{net}}}$$

$$\text{Soit } \Phi_{1_{\text{net}}} = \frac{\sigma T_1^4 - J_1}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1}} = \frac{J_1 - J_2}{\frac{1}{S_1 f_{12}}} = \frac{J_2 - \sigma T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}}$$

Cet échange radiatif peut être représenté par le schéma électrique équivalent suivant :



D'où

$$\Phi_{1_{\text{net}}} = -\Phi_{2_{\text{net}}} = \sigma \frac{T_1^4 - T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{S_1 f_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} \quad (\text{W}) \quad (3.26)$$

#### Utilisation des schémas analogiques

Dans les systèmes simples, il est plus rapide d'utiliser la technique des schémas analogiques que celle du système linéaire. Lorsqu'on a établi le schéma analogique, on calcule les différentes résistances du circuit puis on résout par les techniques habituelles utilisées en électricité : loi d'association des résistances en série et en parallèle, loi des noeuds,...

#### Exemple d'application : Cas d'une surface $S_1$ convexe complètement entourée par une surface $S_2$

La surface  $S_1$  étant convexe elle ne peut pas rayonner vers elle-même donc :  $f_{11} = 0$

La relation  $f_{11} + f_{12} = 1$  nous permet de déduire :  $f_{12} = 1$

La relation (3.26) s'écrit alors :

$$\Phi_{1_{\text{net}}} = -\Phi_{2_{\text{net}}} = \sigma \frac{T_1^4 - T_2^4}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{S_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 S_2}} = \sigma \frac{T_1^4 - T_2^4}{\frac{1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{\varepsilon_2 S_2} - \frac{1}{S_2}}$$

$$\Phi_{1_{\text{net}}} = -\Phi_{2_{\text{net}}} = \sigma \frac{S_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)} \quad (\text{W}) \quad (3.27)$$

D'où :

#### Cas particulier où la surface $S_1$ est « petite » devant la surface $S_2$ :

Nous avons dans ce cas :  $\frac{S_1}{S_2} \approx 0$  et la relation (3.27) s'écrit alors :

**Cas des corps gris**

Ils sont caractérisés par  $\alpha_{AT} = \epsilon_T$  soit d'après ce qui précède :  $\epsilon_{AT} = \epsilon_T$

Or :  $M_T = \epsilon_T M_{\sigma T}$ , nous en déduisons l'émissance du corps gris à la température T :

$$M_T = \epsilon_T \sigma T^4$$

(W m<sup>-2</sup>)

(3.17)

## 15.4. Emission et absorption des gaz

### 15.4.1. Spectre d'émission des gaz

Beaucoup de gaz et de mélanges de gaz sont transparents pour  $T < 3000$  K : O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, air sec...

Par contre, les gaz hétéropolaires di- ou tri-atomiques (CO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub>, ...) et des vapeurs d'hydrocarbures ou d'alcools présentent des bandes d'émission et d'absorption de largeur plus ou moins grande dans le spectre, le gaz restant transparent entre ces bandes. Les spectres d'émission sont de plus différents selon la température du gaz.

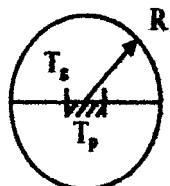
Le CO<sub>2</sub> et la vapeur d'eau sont importants en pratique :

- Présents en grande quantité dans les gaz de combustion, leur rayonnement est parfois essentiel dans les échanges de chaleur entre les flammes, les gaz chauds et les charges à réchauffer.
- Présents dans l'atmosphère, le flux qu'ils envoient vers la Terre joue un rôle important dans son bilan thermique :
  - Les refroidissements nocturnes importants observés en saison sèche s'expliquent par l'abaissement du rayonnement émis par l'atmosphère du fait de la faible présence de vapeur d'eau dans l'air.
  - L'augmentation de la teneur en CO<sub>2</sub> dans l'atmosphère du fait des émissions industrielles et automobiles augmente le rayonnement émis par l'atmosphère vers la Terre et contribue au réchauffement de la Terre (effet de serre).

### 15.4.2. Echange thermique entre un gaz et une paroi

#### Cas particulier

Traitons le cas d'une masse de gaz hémisphérique et d'une paroi plane de petites dimensions placée au centre de la base de l'hémisphère :



Soient  $T_p$  et  $T_g$  les températures de la paroi et du gaz et  $R$  le rayon de l'hémisphère.

Le gaz envoie sur la paroi un rayonnement dont la densité de flux a pour valeur :  $\sigma \epsilon_g T_g^4$ ,  $\epsilon_g$  étant le facteur total d'émission de la couche de gaz d'épaisseur  $R$  à la température  $T_g$ .  $\epsilon_g$  a la même valeur dans toutes les directions car la couche de gaz a la même épaisseur dans toutes les directions du fait de sa forme hémisphérique.

La densité de flux absorbé par la paroi est :  $\epsilon_p \sigma \epsilon_g T_g^4$ ,  $\epsilon_p$  étant le facteur total d'absorption de la paroi.

La paroi émet par ailleurs un rayonnement d'une densité de flux égale à :  $\sigma \epsilon_p T_p^4$

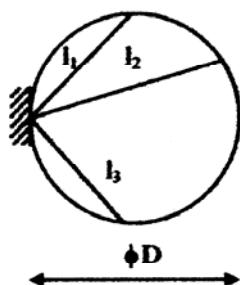
Au total, la paroi reçoit la densité de flux net :

$$\phi_{p_{\text{net}}} = \epsilon_p \sigma (\epsilon_g T_g^4 - T_p^4) \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (3.29)$$

#### Cas général

Dans le cas particulier que nous venons de traiter, tous les trajets aboutissant à la paroi ont la même longueur donc  $\epsilon_g$  est le même dans toutes les directions. Il n'en n'est pas ainsi dans le cas général. Par exemple, dans le

cas d'une paroi sphérique de diamètre D enfermant une masse gazeuse, les trajets aboutissants à la paroi ont une longueur comprise entre 0 et D. Le calcul de la densité de flux envoyée par le gaz sur la paroi nécessite donc une intégration par rapport à l'angle d'incidence.



On trouve par exemple dans ce cas que la densité de flux est égale à celle que l'on obtiendrait avec une hémisphère de rayon équivalent  $R = \frac{2}{3} D$

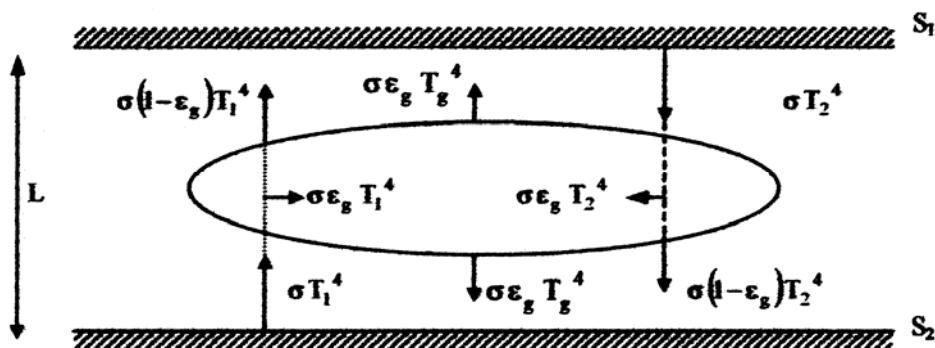
D'une manière plus générale, on trouve qu'une bonne approximation du rayon de l'hémisphère équivalent peut être calculée par :

$$R = \frac{4V}{S} \quad (m) \quad (3.30)$$

Des valeurs plus précises sont données dans le tableau de l'annexe A.3.4.

#### Echange thermique entre deux parois séparées par un gaz

Considérons un gaz séparant deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  supposées planes, parallèles et noires, à des températures différentes  $T_1$  et  $T_2$ . On admettra que la masse de gaz est à la température uniforme  $T_g$  et qu'elle a une épaisseur constante L.



Schématisation des flux radiatifs

La température  $T_g$  du gaz peut être calculée en fonction de  $T_1$  et de  $T_2$  en écrivant que le flux de chaleur absorbé par la couche gazeuse est égal au flux qu'elle rayonne vers les deux parois :

$$2\sigma\epsilon_g T_g^4 = \epsilon_g \sigma T_1^4 + \epsilon_g \sigma T_2^4$$

d'où :  $T_g^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2}$

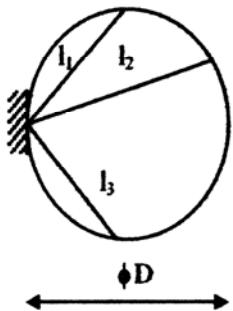
La densité de flux qui passe de la surface  $S_1$  à la surface  $S_2$  s'écrit :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma T_1^4 (1 - \epsilon_g) + \sigma \epsilon_g T_g^4 - \sigma T_2^4$$

D'où :

$$\phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma \left( T_1^4 - T_2^4 \right) \left( 1 - \frac{\epsilon_g}{2} \right) \quad (W m^{-2}) \quad (3.31)$$

cas d'une paroi sphérique de diamètre D enfermant une masse gazeuse, les trajets aboutissants à la paroi ont une longueur comprise entre 0 et D. Le calcul de la densité de flux envoyée par le gaz sur la paroi nécessite donc une intégration par rapport à l'angle d'incidence.



On trouve par exemple dans ce cas que la densité de flux est égale à celle que l'on obtiendrait avec une hémisphère de rayon équivalent  $R = \frac{2}{3} D$

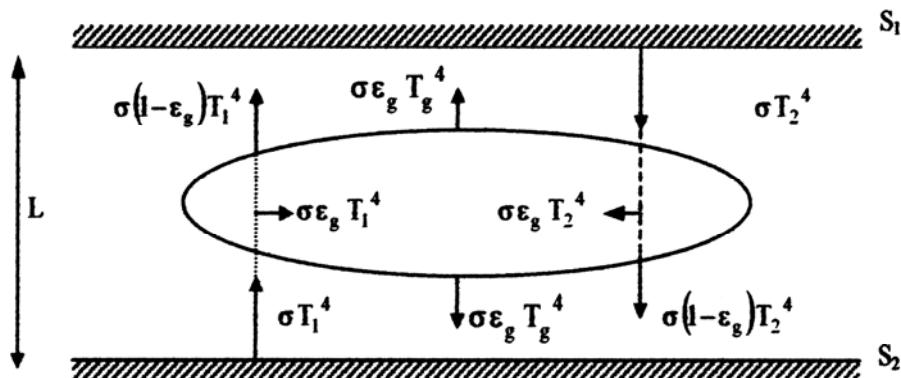
D'une manière plus générale, on trouve qu'une bonne approximation du rayon de l'hémisphère équivalent peut être calculée par :

$$R = \frac{4V}{S} \quad (m) \quad (3.30)$$

Des valeurs plus précises sont données dans le tableau de l'annexe A.3.4.

#### Echange thermique entre deux parois séparées par un gaz

Considérons un gaz séparant deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  supposées planes, parallèles et noires, à des températures différentes  $T_1$  et  $T_2$ . On admettra que la masse de gaz est à la température uniforme  $T_g$  et qu'elle a une épaisseur constante  $L$ .



*Schématisation des flux radiatifs*

La température  $T_g$  du gaz peut être calculée en fonction de  $T_1$  et de  $T_2$  en écrivant que le flux de chaleur absorbé par la couche gazeuse est égal au flux qu'elle rayonne vers les deux parois :

$$2\sigma\epsilon_g T_g^4 = \epsilon_g \sigma T_1^4 + \epsilon_g \sigma T_2^4$$

$$\text{d'où : } T_g^4 = \frac{T_1^4 + T_2^4}{2}$$

La densité de flux qui passe de la surface  $S_1$  à la surface  $S_2$  s'écrit :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma T_1^4 (1 - \epsilon_g) + \sigma \epsilon_g T_g^4 - \sigma T_2^4$$

D'où :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \sigma \left( T_1^4 - T_2^4 \right) \left( 1 - \frac{\epsilon_g}{2} \right) \quad (\text{W m}^{-2}) \quad (3.31)$$

## 16. RELATION NUMERIQUE EN CONVECTION FORCEE

### 16.1. Convection forcée

#### Définition :

C'est un transfert d'énergie qui s'accompagne de mouvement de molécules dans un fluide (liquide ou gaz). Il y a projection par un dispositif mécanique des molécules sur le dispositif chauffant. Le mouvement provoque le transfert de chaleur.

Exemple de transfert par convection : échange entre chaud et froid dans des échangeurs (convection forcée), refroidissement d'une tasse de liquide chaud en soufflant dessus (convection forcée), diffusion au-dessus d'un radiateur électrique (convection naturelle s'il n'y a pas de soufflerie dans le radiateur).

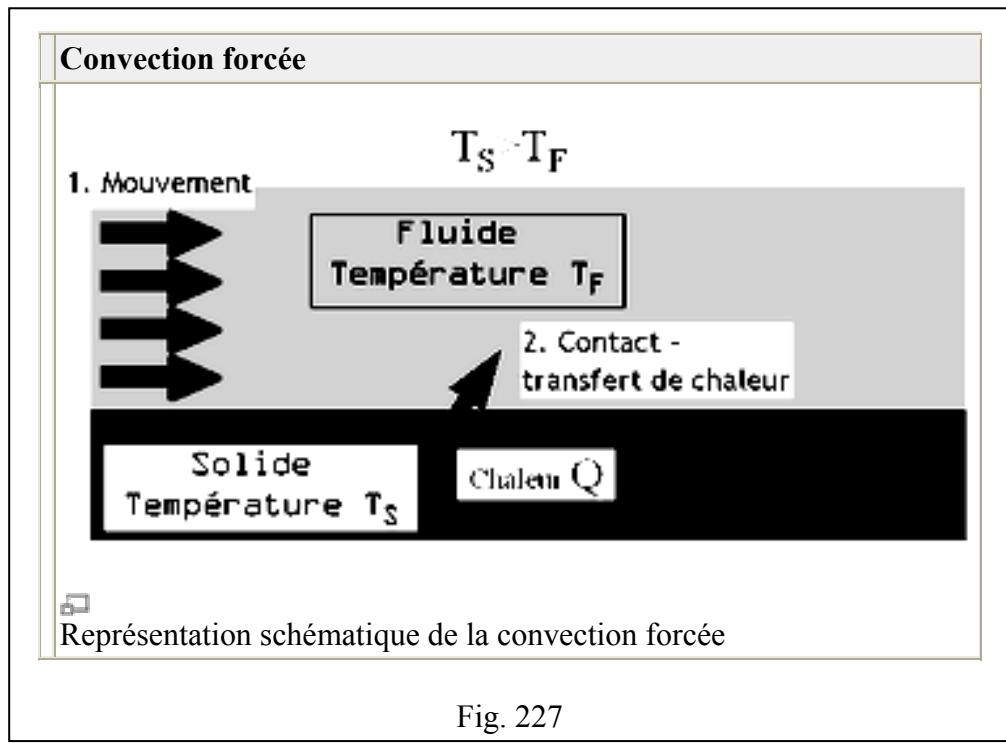
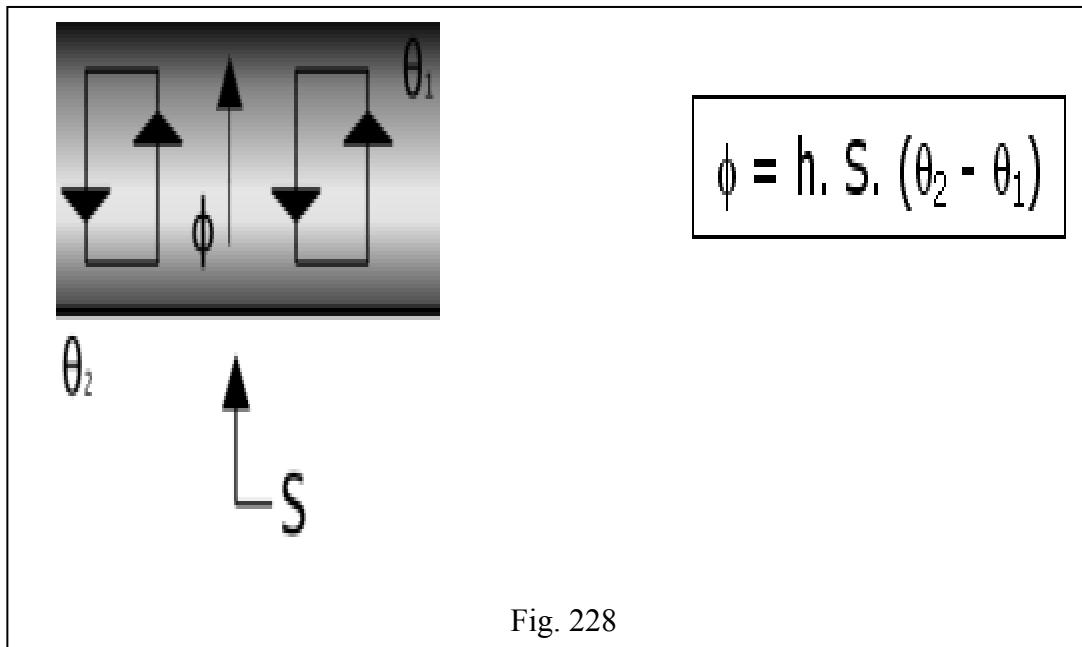


Fig. 227

La convection forcée est obtenue en soumettant le fluide à une augmentation de pression, qui favorisera le brassage du fluide. Lorsqu'un fluide de température  $\theta_1$  est placé en contact avec une surface  $S$  de température  $\theta_2$ , il se crée un flux de chaleur  $\Phi$  de la zone chaude vers la zone froide donné par la relation suivante (fig.228) :



On remarque clairement dans cette relation que deux facteurs favorisent la convection : la surface de contact et le coefficient **h**.

Le coefficient **h**, exprimé en W/ (m<sup>2</sup>.°K), est la conductance thermique de convection, ou coefficient d'échange thermique par convection. Ce coefficient est assez difficile à calculer car il dépend de la conduction entre les particules du fluide qui se rencontrent et le mélange naturel et/ou forcé du fluide.

**Remarque :** Au niveau de la surface de contact on observe un phénomène de conduction entre le solide et le fluide, il est cependant exclu des calculs car moindre comparé au transfert convectif.

De façon générale la convection dépend de la surface de contact et des caractéristiques du fluide :

- **Vitesse du fluide**
- **Masse volumique du fluide**
- **Viscosité dynamique du fluide**
- **Conductivité thermique du fluide**
- **Chaleur massique du fluide**

Concernant la convection entre un radiateur et l'air, on ne peut évidemment pas choisir le fluide en question. Par contre on peut agir sur sa vitesse à l'aide d'un ventilateur mais il ne faut pas non plus que le ventilateur soit trop puissant sinon, nous l'expliquerons plus loin, on risque une perte de charges trop importante. Il en va de même pour un système à refroidissement liquide (parfois appelé water-cooling), la pompe ne doit pas être surdimensionnée par rapport au système.

En effet, lorsqu'un fluide est soumis à une forte pression et à des changements brusques de pression (forte vitesse et parcours tortueux), il se produit un échauffement du fluide par son propre mouvement et par son mouvement sur les parois. Cette résistance du circuit due aux frottements et aux obstacles fait diminuer la charge initiale tout au long du parcours et c'est pourquoi on "qualifie" cette diminution de perte de charge. Si l'on veut éviter ce phénomène il est nécessaire d'obéir à certaines règles de thermodynamique. Par exemple, il vaut mieux éviter au maximum les angles aigus dans la conception du parcours du fluide, et éviter les différences de capacité volumique d'entrée et de sortie pour ne pas que le fluide soit sous pression à l'intérieur de l'échangeur. Il faut donc favoriser le brassage du fluide pour améliorer la convection, mais ne pas le soumettre à une brusque pression sur les parois de l'échangeur.

## 17. NOTIONS DE CONVECTION LIBRE

Le mouvement de l'eau qui bout dans une casserole que l'on chauffe relève du phénomène de la convection ; l'eau des zones les plus chaudes (celles qui sont au fond de la casserole) se dilatent et s'élèvent (poussée d'Archimède) tandis que celle des zones les plus froides descend. Le mouvement d'ensemble des molécules d'eau dû à des différences de température est ce qu'on appelle la convection naturelle (fig. 229).

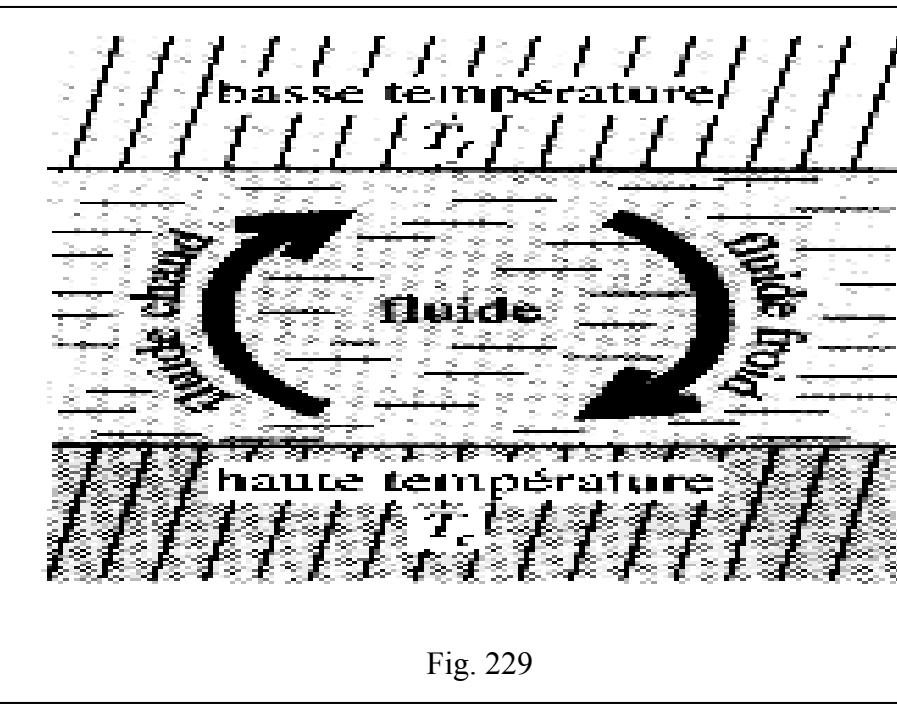
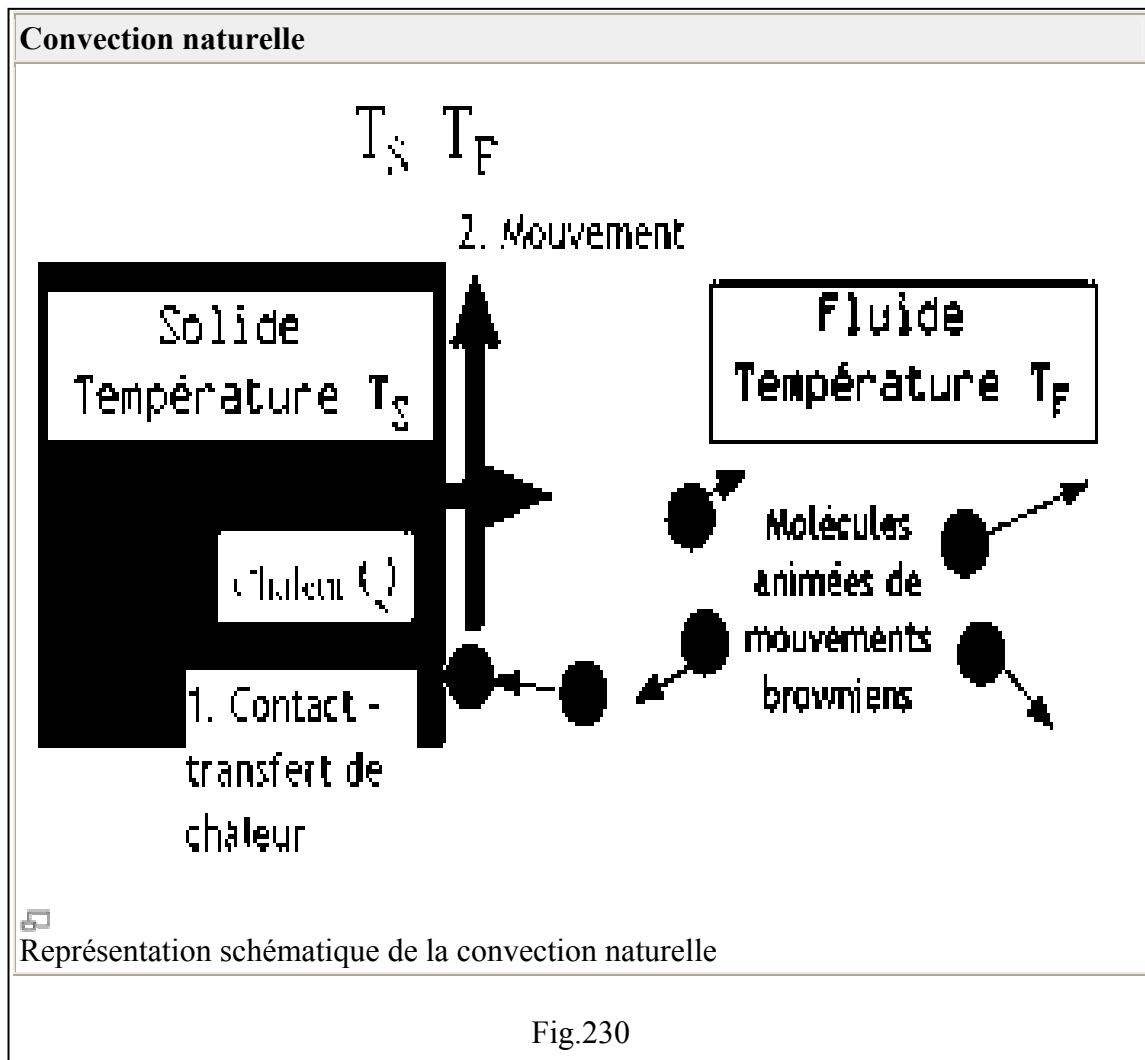


Fig. 229

Lorsqu'au sein d'un même fluide (liquide ou gaz) se produit une différence de température, la densité du fluide n'est plus égale partout. Du fait de la poussée d'Archimède "*Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une poussée verticale dirigée du bas vers le haut, égale au poids du volume de fluide déplacé*", cette différence de densité produit un mouvement au sein du liquide. Ce mouvement de brassage, dans lequel les parties les plus chaudes du fluide ont tendance à s'élever et les parties froides et denses à descendre, s'appelle convection.

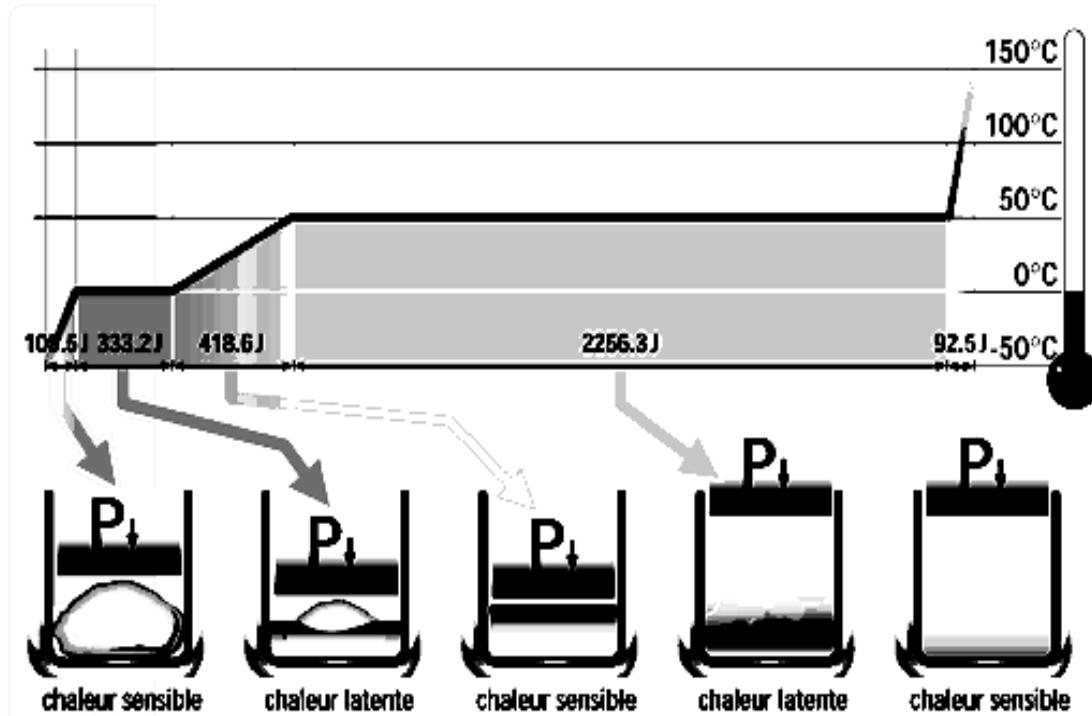
Les mouvements dus uniquement à des différences de température du fluide constituent la convection naturelle comme les mouvements des grandes masses d'air autour de la Terre, l'action

des vents, la formation des nuages, les courants océaniques ou plus simplement le phénomène d'aspiration d'une cheminée.



## 18. TRANSFERT THERMIQUE AVEC CHANGEMENT DE PHASE

L'échange de chaleur peut être accompagné d'un changement de phase, condensation ou évaporation. Le flux d'énergie occasionné par un changement de phase durant un transfert convectif est appelé chaleur "latente". La chaleur "latente" est l'énergie absorbée ou dégagée par un corps lors d'un changement de phase. Ainsi la fusion, la vaporisation et la sublimation requièrent un apport d'énergie alors que la solidification et la condensation (liquide comme solide) libèrent de l'énergie. La chaleur "latente" est à différencier de la chaleur "sensible" qui est représentée la chaleur qui provoque un changement de température dans un corps (fig. 231).



*La chaleur "latente" provoque un changement d'état sans pour autant provoquer un changement de température*

Fig. 231

L'eau joue un rôle essentiel dans les transferts de chaleur "latente", car son évaporation (ou vaporisation) absorbe de l'énergie potentielle. Stockée dans la vapeur d'eau, cette chaleur, dite "latente" pour cette raison, est libérée lors de la condensation. Au même titre, le passage de l'état

liquide à l'état solide produit un dégagement de chaleur latente. Ce principe est utilisé dans les systèmes de refroidissement à compresseur comme dans un réfrigérateur ou dans une climatisation.

Dans ces systèmes, le fluide caloporteur (ici un gaz à température ambiante) est compressé à une pression bien précise afin d'être dans sa phase liquide (lui octroyant une température en dessous de 0°C) et est ensuite acheminé jusqu'à la zone à refroidir. À ce moment le réchauffement produit la vaporisation du fluide, absorbant ainsi une grande quantité de chaleur.

Quelques sociétés (comme Vapochill, Prometeia et plus anciennement KryoTech) se sont lancées dans l'élaboration de système de refroidissement à compresseur intégré à des boîtiers pour PC. Bien que ces systèmes soient relativement onéreux, ils sont d'une grande efficacité !

Financièrement plus abordable, le principe de la chaleur latente est utilisé dans les **heatpipe** (ou caloducs). Il s'agit d'un tube en cuivre nickelé étanche contenant un fluide caloporteur sous vide (10-3 bar). Lorsque le fluide (à l'état liquide à température ambiante) est réchauffé il se vaporise et "remonte" le heatpipe jusqu'à la zone de refroidissement où il se liquéfie. Il redescend donc le heatpipe pour être à nouveau réchauffé et ainsi de suite. L'intérêt repose dans la conductivité thermique du heatpipe qui équivaut à environ 1000 fois celle du cuivre. Ainsi un heatpipe permet de "déplacer" la source de chaleur sans avoir besoin d'une quelconque source d'énergie ni d'un quelconque entretien. Relativement onéreux dans le passé, les heatpipe sont aujourd'hui présents dans les notebook, refroidisseurs de CPU et même de certaines cartes graphiques. Remarque : l'utilisation d'un heatpipe doit tenir compte de la gravité. En effet la capacité d'un caloduc est calculée en position horizontale c'est-à-dire que la pression atmosphérique n'agit pas sur le déplacement du fluide. Par contre en position verticale, si la source de chaleur est en bas le fonctionnement du heatpipe est encore meilleur ! La gravité aidera le gaz à monter et le liquide à descendre. A l'inverse, le heatpipe fonctionnera très mal si la source de chaleur est en haut (fig. 232).

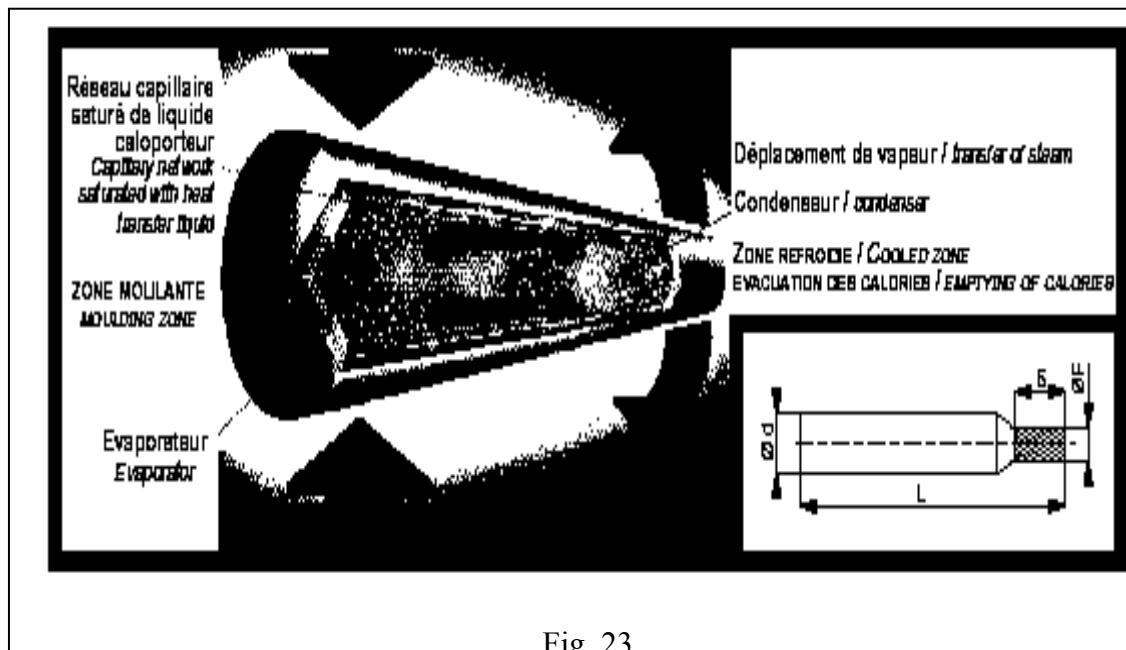


Fig. 23

## ***19. NOTIONS SUR LES ECHANGEURS TUBULAIRES***

### **19.1. Étude des échangeurs de chaleur**

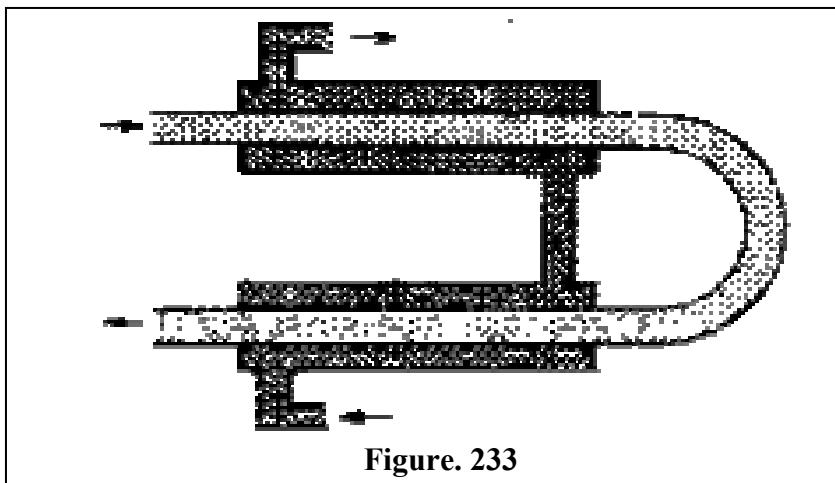
Les échangeurs de chaleur sont des appareils où le transfert de chaleur à basses et moyennes températures se fait sans changement de phase.

#### **19.1.1. Description des principaux types d'échangeurs de chaleur.**

##### **Échangeurs double tube.**

Ces échangeurs sont constitués par des éléments rectilignes de deux tubes concentriques raccordés à leurs extrémités par des coudes. Les divers éléments sont tous assemblés par des raccords à démontage rapide, et un remplacement des tubes est possible. Les problèmes de dilatation thermique et d'étanchéité entre le tube intérieur et le tube extérieur sont résolus par l'utilisation de presse étoupe ou de joint torique.

Les tubes sont généralement en acier et les longueurs courantes sont de 3,6 - 4,5 ou 6 m. On utilise également quelquefois des tubes en verre et en graphite (fig.233).



Ces appareils sont intéressants pour les facilités qu'ils offrent pour le démontage et l'entretien. Ils peuvent fonctionner en contre courant pur, ce qui permet d'obtenir de bons rendements. Par contre, ils présentent les inconvénients suivants :

- risque de fuites aux raccords.
- flexion du tube intérieur si la longueur est importante.

- surface d'échange faible pour le volume global de l'appareil par suite du rayon minimal des coudes reliant les longueurs droites des tubes.

Ces échangeurs utilisés depuis l'origine conviennent aux produits sales, pour des débits faibles, des températures et des pressions élevées.

### **Échangeurs à faisceau et calandre.**

Ce type d'échangeurs est de loin le plus répandu dans les unités de transformations des industries chimiques et pétrochimiques. Un faisceau de tubes est situé à l'intérieur d'une calandre dans laquelle circule le deuxième fluide. Cette conception se retrouve également dans les condenseurs, les rebouilleurs et les fours multitudinaires.

Le faisceau est monté en deux plaques en communication avec des boîtes de distribution qui assurent la circulation du fluide à l'intérieur du faisceau en plusieurs passes. Le faisceau muni de chicanes est logé dans une calandre possédant des tubulures d'entrée et de sortie pour le deuxième fluide circulant à l'extérieur des tubes du faisceau selon un chemin imposé par les chicanes.

Tous les éléments entrant dans la construction de ces échangeurs ont fait l'objet d'une normalisation, tant par la T.E.M.A. (Tubular Exchangers Manufacturer's Association) que l'A.S.M.E. (American Society of Mechanical Engineers) ou l'A.P.I. (American petroleum institute).

Dans les ouvrages généraux consacrés au transfert de chaleur, on trouvera les schémas des principaux types d'échangeurs à faisceau et calandre.

La calandre est généralement réalisée en acier au carbone et les brides portant les boîtes de distribution et le couvercle est soudé. Les tubes du faisceau répondent à des spécifications très sévères. Le choix du matériau dépend de l'utilisation :

- acier au carbone pour usage courant.
- laiton amirauté pour les appareils travaillant avec l'eau de mer.
- aciers alliés pour les produits corrosifs et les températures élevées.
- aluminium et cuivre pour les très basses températures.

Les tubes sont fixés dans les plaques par mandrinage et la perforation des trous dans les plaques est réalisée selon une disposition normalisée, soit au pas triangle, soit au pas carré. Le pas triangle permet de placer environ 10 % de plus de tubes que le pas carré sur une plaque tubulaire de diamètre donné, mais, en contre partie, la disposition des tubes rend difficile le nettoyage des tubes par insertion de grattoirs.

Les chicanes qui permettent d'allonger le chemin du fluide circulant dans la calandre sont souvent constituées par un disque de diamètre légèrement inférieur à celui de la calandre comportant une section libre représentant 20 à 45 % de la section (fig. 234 ).

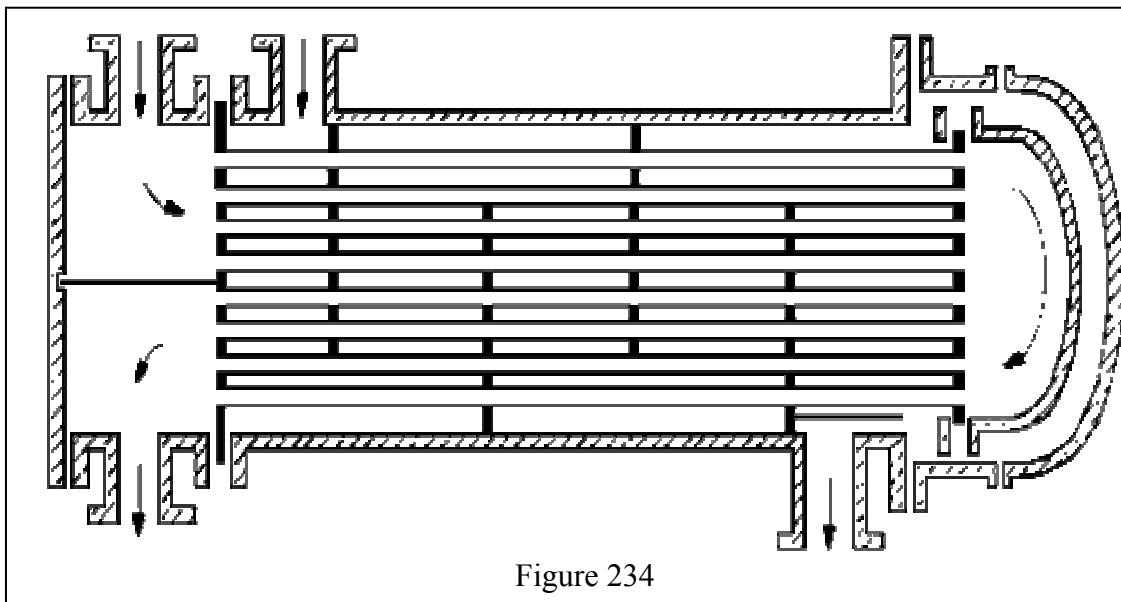


Figure 234

Les boîtes de distribution et de retour sont cloisonnées. Ce cloisonnement permet au fluide de traverser successivement plusieurs sections du faisceau, ce qui a pour objet d'accroître la vitesse du fluide et d'augmenter le coefficient de transfert à l'intérieur des tubes. Cette disposition correspond toujours à un nombre pair de passages (ou passes) dans le faisceau (fig.235).

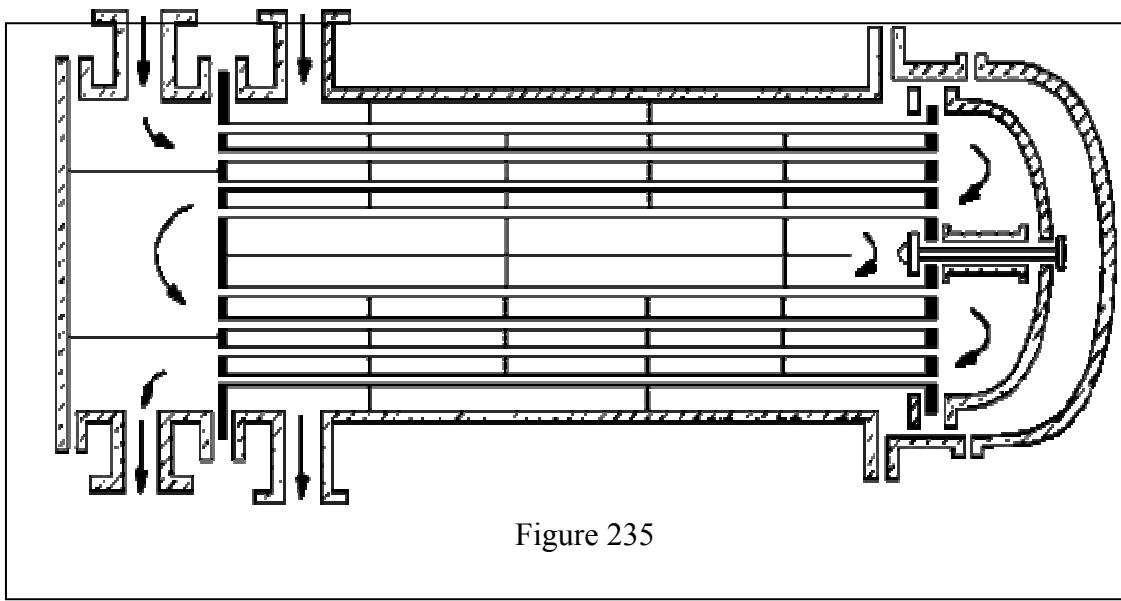


Figure 235

## **Échangeurs à plaques.**

Les échangeurs à plaques se présentent sous diverses formes :

- les échangeurs à plaques hélicoïdales.
- les échangeurs à plaques planes.
- les échangeurs à plaques munies d'ailettes.
- les échangeurs à tubes munis d'ailettes.

Dans tous ces échangeurs, les surfaces d'échange sont très supérieures à celles des échangeurs à faisceau et calandre, pour un encombrement géométrique donné. En outre, les écoulements secondaires et les pertes de charge correspondantes sont éliminés ainsi que les problèmes de court circuit et de dilatation différentielle. Cependant leur réalisation est beaucoup plus délicate et onéreuse et ils ne sont généralement utilisés que pour des échanges ne nécessitant pas en valeur absolue de très grandes surfaces d'échange.

Les échangeurs à spirale sont formés par une paire de plaques enroulées selon une hélice délimitant deux espaces annulaires rectangulaires où les fluides circulent à contre-courant. Ce type d'échangeur peut être très compact. Ainsi un échangeur de 1 m de diamètre, de 1,5 m de long avec une spirale de 30 m, conduit à une surface d'échange de 100 m<sup>2</sup>. On peut nettoyer les espaces annulaires en enlevant leur couvercle. Ces échangeurs sont réalisés en acier inoxydable, en Inconel et en nickel.

Les échangeurs à plaques planes sont constitués de plaques disposées sur un bâti selon une disposition voisine des plaques des filtres presses. Les plaques d'échange sont désormais standardisées et elles sont réalisées en acier inoxydable, en Inconel, en nickel, et également en bronze et en cupronickel. De tels échangeurs peuvent être très polyvalents et on peut en particulier faire circuler des fluides de très grandes viscosités. On ne peut cependant dépasser des pressions supérieures à 30 atm et des températures supérieures à 150°C. Par rapport à un échangeur à faisceau en acier inoxydable, les échangeurs à plaques planes construits dans le même matériau et à surfaces d'échange identiques sont moins onéreux. Un échangeur ayant des plaques carrées de 0,85 m d'arête, de 3,80 m de long et comportant 416 plaques permet une surface d'échange minimum de 416 m<sup>2</sup>.

Les échangeurs à plaques munies d'ailettes (ou à plaques fines) sont fabriqués à partir de tôle emboutie entre deux plaques planes soudées aux deux extrémités par des rainures permettant le passage des fluides. Des échangeurs se sont développés durant la dernière guerre mondiale pour des échanges thermiques à basses températures, nécessités par le fractionnement des mélanges gazeux. La pression ne peut pas dépasser 50 atm à 35°C. Les plaques sont généralement réalisées en aluminium et leur association constitue un échangeur économiquement rentable lorsque les surfaces d'échange deviennent supérieures à 370 m<sup>2</sup>.

Dans les échangeurs tubulaires à ailettes, des ailettes planes soudées sur des tubes cylindriques permettent d'augmenter le rapport de la surface externe du tube à la surface interne d'un facteur allant de 1 à 40.

Signalons enfin l'existence d'échangeurs à blocs de graphite. Chaque bloc de graphite est percé de rangées de trous traversés de manière appropriée par le fluide chaud et le fluide froid. L'association de plusieurs blocs permet l'obtention d'échangeurs très performants.

### **Échangeurs refroidis par une circulation forcée d'air.**

Le refroidissement d'un fluide chaud par l'air ambiant s'est développé considérablement depuis 1960, et pour refroidir un fluide, on s'orientera de plus en plus vers cette solution, surtout si l'on ne souhaite pas récupérer la chaleur évacuée. L'air ambiant traverse avec une très grande vitesse des tubes munis d'ailettes à travers lesquels circule le fluide que l'on veut refroidir. Le faisceau de tubes est très généralement constitué de tubes de 1,5 cm de diamètre extérieur munis d'ailettes de 1,25 à 1,5 cm de hauteur, l'espacement entre ailettes étant tel que le rapport entre la surface des ailettes et celle du tube soit de 7 à 20. La longueur des tubes varie de 2,4 à 9 m et la largeur du faisceau de 1,20 à 3,60 m. Le faisceau peut comporter jusqu'à 30 rangées de tubes entassées les unes au-dessus des autres.

L'écoulement de l'air à travers ces rangées de tubes est obtenu à l'aide d'une hélice composée de 4 à 6 pales et le débit d'air peut être modulé en modifiant la vitesse de rotation et l'orientation des pales. Dans certains cas, ces modifications sont réalisées automatiquement, ce qui permet d'adapter le débit d'air aux variations de température et d'humidité de l'air extérieur.

L'air aspiré par l'hélice est distribué sur les rangées de tubes par l'intermédiaire d'une chambre dont la hauteur est supérieure au rayon de l'hélice. La vitesse d'aspiration de l'air est de l'ordre de 5 à 10 m/s. Autour de l'hélice se trouve une couronne dont la hauteur joue un rôle important sur la vitesse de l'air.

Un inconvénient non négligeable de ces appareils est le bruit provoqué par les hélices d'aspiration, bruit que l'on peut cependant réduire en équipant l'ensemble de panneaux isolants, ou en réduisant la vitesse de rotation des hélices.

#### **19.1.2. Calcul des échangeurs.**

Rappelons que les échangeurs de chaleur sont des appareils où le transfert de chaleur à **basses et moyennes températures** se fait **sans changement de phase**.

Des méthodes de calcul plus ou moins élaborées existent pour les échangeurs à faisceau et calandre. Les calculs reposent en partie sur les calculs élémentaires que l'on peut effectuer sur les échangeurs double tube auxquels nous allons nous limiter dans la suite de ce chapitre. L'utilisation des échangeurs à plaques et à refroidissement à air étant plus récente, il n'existe pas de normes et de codifications aussi précises. En outre, par suite de leur très grande variété, il est difficile de proposer des théories et des corrélations générales.

Le but d'un échangeur de chaleur est de récupérer une certaine quantité de chaleur dans des conditions économiques optimales qui sont un compromis entre les frais d'investissement et les frais de fonctionnement. ***La dualité perte de charge - transfert de chaleur*** est à la base de tout calcul d'échangeur. En effet, les résistances au transfert thermique seront d'autant plus faibles que

les vitesses locales d'écoulement du fluide seront plus élevées. Dans ces conditions, on pourra utiliser des surfaces d'échange plus réduites (diminution de l'investissement), mais les pertes de charge étant plus grandes, la pompe de recirculation devra être plus puissante, ce qui entraîne une augmentation du prix de fonctionnement. Ainsi, l'obtention des conditions optimales de fonctionnement d'un échangeur ne peut se concevoir sans une étude en parallèle du transfert de chaleur et de la perte de charge.

En outre, les fluides véhiculés à l'intérieur et à l'extérieur des tubes ne sont pas obligatoirement propres et un encrassement des surfaces se produit dans le temps. La formation de ces dépôts, généralement mauvais conducteurs de la chaleur, augmente les résistances au transfert thermique et conditionne la fréquence des arrêts pour nettoyage et entretien. Dans l'optimisation de l'échangeur, il faut tenir compte de ces variations du transfert thermique au cours du temps et les conditions optimales de fonctionnement d'un échangeur usagé seront différentes de celles de l'échangeur neuf.

### **19.1.3.Étude du transfert de chaleur.**

Quel que soit le type d'échangeur, si on ne tient compte que des conditions d'entrée et de sortie des deux fluides, le débit de chaleur transféré du fluide 1 (fluide chaud) au fluide 2 (fluide froid), en régime stationnaire et en l'absence de source de chaleur interne, s'écrit :

$$\Phi = \dot{m}_1 \cdot C_{P1} \cdot (T_{1E} - T_{1S}) = \dot{m}_2 \cdot C_{P2} \cdot (T_{2E} - T_{2S})$$

$\dot{m}$  et  $C_P$  représentent le débit massique et la capacité calorifique massique des fluides. Les indices E et S sont relatifs à l'entrée et à la sortie de chacun des fluides.

Comme dans le paragraphe B exprime le débit transféré en fonction d'une force motrice (différence de température)  $T_m$  d'où :

$$\Phi = \frac{\Omega}{\sum R_i} \cdot \Delta T_m = U \cdot \Omega \cdot \Delta T_m$$

est la surface d'échange de l'appareil et U la conductance globale de transfert définie par rapport à la force motrice  $T_m$ .

Pour un échangeur de géométrie donnée, est connu, mais les valeurs de U et  $T_m$  dépendent des caractéristiques de fonctionnement de l'appareil, et nous allons donner dans ce qui suit les expressions de  $T_m$  et U pour les caractéristiques de fonctionnement relatives aux échangeurs double tube.

#### **Différence de température moyenne $T_m$**

La différence de température moyenne dépend de la nature, du débit des deux fluides, mais également du sens d'écoulement des deux fluides.

Dans le cas des échangeurs à double tube, les écoulements des fluides peuvent être soit à cocourant, soit à contre courant (fig. 236 ).

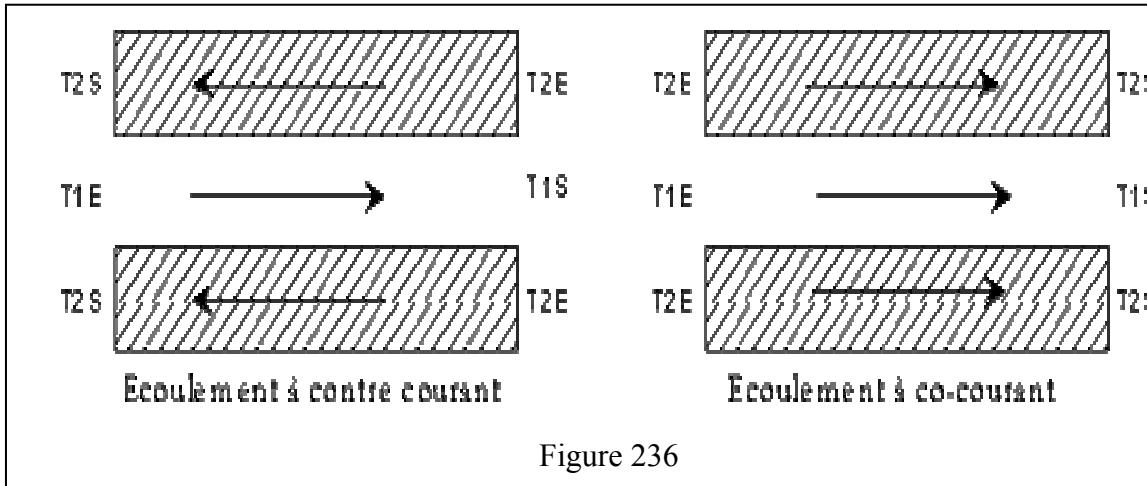


Figure 236

En supposant constant le coefficient de transfert global  $U$  entre les deux extrémités de l'échangeur, un bilan thermique dans l'échangeur permet de montrer que :

$$= U \text{ (DTML)}$$

(DTML) représente la moyenne logarithmique des différences de températures aux deux extrémités (on trouve parfois l'abréviation américaine LMTD), soit :

$$\text{DTML} = \frac{(\Delta T)_0 - (\Delta T)_L}{\ln \frac{(\Delta T)_0}{(\Delta T)_L}}$$

Échangeur à contre courant Échangeur à cocourant

$$(\Delta T)_0 = T_{1E} - T_{2S} \quad (\Delta T)_0 = T_{1E} - T_{2E}$$

$$(\Delta T)_L = T_{1S} - T_{2E} \quad (\Delta T)_L = T_{1S} - T_{2S}$$

On remarque que la formulation est identique pour les deux associations, mais pour des températures d'entrée et de sortie des fluides identiques, l'association à contre-courant conduit à des débits échangés très supérieurs à ceux obtenus avec une association à cocourant.

Les relations établies dans le cas des échangeurs à double tube ne peuvent pas être utilisées directement pour des échangeurs à faisceau et calandre. Cependant la différence de température à utiliser s'obtient, comme l'a indiqué sous sa forme définitive Nagle, en multipliant la DTML

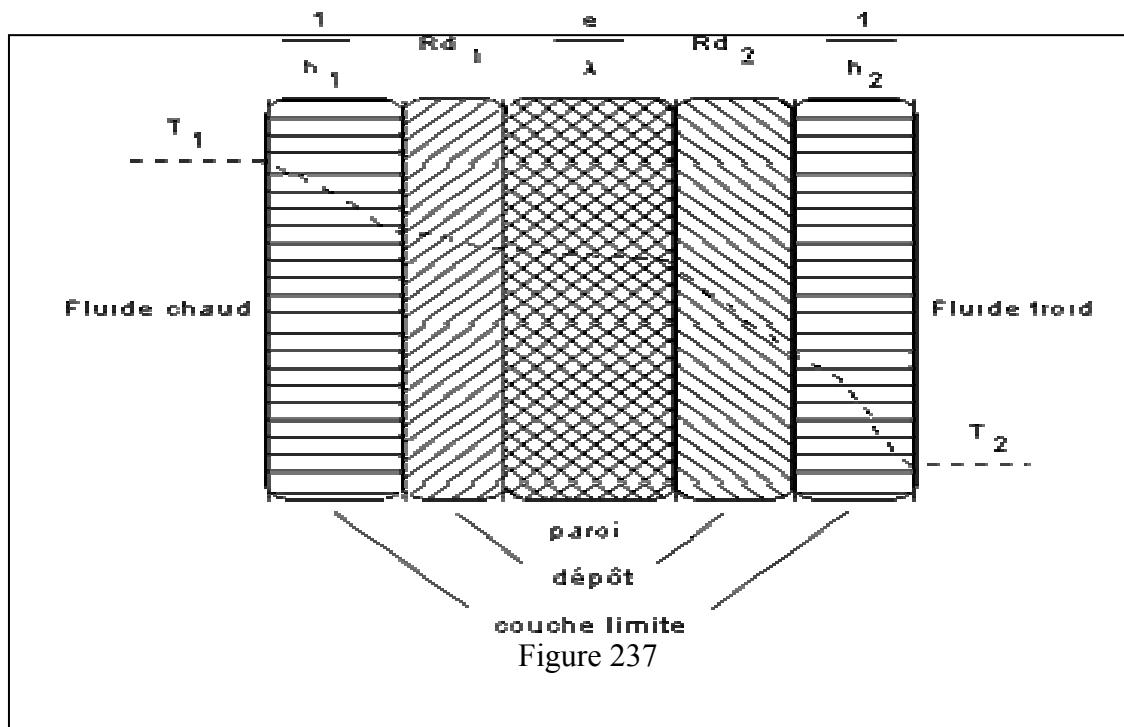
relative aux deux extrémités par un facteur correctif F dépendant de deux coefficients E et R définis ainsi :

$$E = \frac{T_{2S} - T_{2E}}{T_{1E} - T_{2E}} \quad R = \frac{T_{1E} - T_{1S}}{T_{2S} - T_{2E}}$$

Dans les ouvrages généraux, on trouve des courbes donnant le facteur correctif F en fonction de E et R pour différents types de fonctionnement des échangeurs à faisceau et calandre.

### Coefficient de transfert global U

L'étude du transfert de chaleur entre le fluide chaud et le fluide froid au travers de la paroi fait apparaître dans le cas le plus général les 5 résistances de transfert indiquées sur la figure 237 .



$R_1 = 1/h_1$  est la résistance de transfert par convection côté fluide chaud.

$Rd_1$  est la résistance de transfert par conduction dans le dépôt d'encrassement côté fluide chaud.

$R_p = e/\lambda$  est la résistance de transfert par conduction dans la paroi métallique. Dans la plupart des cas, cette résistance est négligeable devant les autres. C'est ce que nous supposerons dans la suite des calculs.

$Rd_2$  est la résistance de transfert par conduction dans le dépôt d'encrassement côté fluide froid.

$R_2 = 1/h_2$  est la résistance de transfert par convection côté fluide froid.

Le débit de chaleur transféré faisant apparaître une surface de transfert, il est nécessaire de rapporter les résistances de transfert énumérées précédemment à une même surface de référence. Dans les échangeurs industriels, quel que soit leur type, le fluide chaud circule à l'intérieur du tube, alors que le fluide froid circule à l'extérieur, sauf cas très particulier. Généralement, on convient de choisir en référence la surface extérieure du tube chaud et on rapporte les autres résistances à cette même surface en multipliant les diverses résistances par le rapport correspondant des diamètres, d'où les nouvelles valeurs des résistances :  $R_1^*$ ,  $Rd_1^*$ ,  $Rd_2^*$ ,  $R_2$

La résistance globale est alors donnée par la relation :

$$\frac{1}{U_s} = \frac{1}{h_2} + Rd_2^* + Rd_1^* + \frac{1}{h_1}$$

$U_s$  représente le coefficient global de transfert du tube usagé (sale) par opposition au coefficient global de transfert  $U$  du tube neuf tel que :

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_2} + \frac{1}{h_1}$$

Le coefficient de transfert  $h_1$  est évalué à l'aide de la relation de Sieder et Tate , ou par toute autre relation permettant de prévoir les coefficients de transfert convectif à l'intérieur d'une conduite cylindrique circulaire. Pour l'estimation des coefficients  $h_2$ , la plupart des auteurs sont d'accord pour une utilisation des relations établies lors des écoulements intérieurs, à condition toutefois d'apporter aux critères adimensionnels apparaissant dans les corrélations deux modifications essentielles :

- la première est relative aux diamètres équivalents à utiliser dans les corrélations ;
- la deuxième concerne l'évaluation du flux massique du fluide extérieur.

Pour les échangeurs double tube, la section annulaire étant constante, le flux massique s'obtient en divisant le débit massique par l'aire de la section annulaire comprise entre les deux tubes. Pour ce qui concerne les diamètres équivalents, on distinguera le diamètre hydraulique, tel que calculé précédemment avec le périmètre mouillé, et le diamètre équivalent, calculé avec le périmètre de transfert.

Pour les échangeurs à faisceau et calandre, ces grandeurs sont beaucoup plus difficiles à définir, car l'écoulement du fluide dans la calandre se fait avec des orientations et des vitesses différentes selon la disposition des chicanes. Cependant, par suite de l'effort de normalisation dans la construction de ces échangeurs, on a pu préciser les modifications à apporter sur les valeurs des diamètres équivalents et du flux massique.

Connaissant  $h_1$  et  $h_2$ , il est alors possible de trouver la valeur de la résistance globale du tube propre. Après un certain temps d'utilisation, il peut se former des dépôts à l'intérieur et à

l'extérieur des tubes, augmentant la résistance globale au transfert. Le coefficient de transfert  $U_S$  sera par suite inférieur à celui du tube neuf. Dans la plupart des cas, l'appareil sera calculé pour la valeur minimale du coefficient de transfert relatif au tube usagé. On convient de manière empirique qu'un échangeur doit fonctionner sans nettoyage durant une année et dans la norme T.E.M.A., on trouve une liste des valeurs des résistances d'encrassement pour divers produits véhiculés dans les industries pétrochimiques.

Nous pouvons désormais calculer le coefficient de transfert global et le débit transféré dans l'échangeur en utilisant pour la différence de température moyenne la valeur DTML (multipliée par le facteur correctif F dans le cas des échangeurs à faisceau et calandre).

En réalité, ce résultat n'est correct qu'à condition que le coefficient de transfert global  $U_S$  reste constant tout au long de l'échangeur. Cette hypothèse ne peut être qu'approchée puisque le coefficient de transfert dépend des propriétés physico-chimiques des fluides qui varient au cours de leur traversée de l'échangeur. Il est possible cependant de continuer à calculer le débit transféré par la relation (47) à condition de prendre une valeur moyenne de  $U_S$  égale à la valeur du coefficient de transfert pour des valeurs moyennes des températures du fluide chaud et froid appelées généralement températures calorifiques. On trouvera dans les ouvrages généraux des relations permettant d'évaluer, pour des conditions de fonctionnement données, les températures calorifiques d'un échangeur double tube. Ces températures ne sont pas directement nécessaires pour le calcul du débit transféré, mais dans la mesure où elles correspondent aux conditions de températures moyennes des fluides dans l'appareil, elles permettent d'obtenir des valeurs moyennes du critère de Reynolds caractéristique de la nature de l'écoulement des deux fluides dans l'échangeur.

#### **19.1.4. Étude des pertes de charge**

Les deux fluides traversant l'échangeur s'écoulent chacun sous l'effet d'une différence de potentiel égale à une différence de pression totale appelée perte de charge. Les analogies entre le transfert de chaleur et de quantité de mouvement en régime stationnaire sont telles qu'à une augmentation du coefficient de transfert de chaleur correspond également une augmentation de la perte de charge. Industriellement, on essaie de limiter cette perte de charge à 1 atm pour des échangeurs fonctionnant sur refoulement d'une pompe. En revanche, si l'écoulement est dû à la force de pesanteur, il est clair que la perte de charge ne devra pas dépasser la différence de la pression potentielle à l'intérieur des tubes.

La perte de charge (ou plutôt le facteur de frottement  $f/2$ ) à l'intérieur des tubes est évaluée à l'aide des relations données dans le chapitre III. Pour tenir compte de la non isothermicité de l'écoulement, Sieder et Tate proposent de multiplier le facteur  $f/2$  obtenu à l'aide des relations précédentes par le rapport :

$$\left( \frac{\mu_p}{\mu_m} \right)^{0.25}$$

en régime d'écoulement laminaire,

$$\left(\frac{\mu_p}{\mu_m}\right)^{0.14}$$

en régime d'écoulement turbulent.

Dans les échangeurs double tube, les tubes intérieurs sont généralement rugueux alors qu'à l'état neuf les tubes des échangeurs à faisceau et calandre sont lisses. Dans ces derniers, il faudra ajouter à la perte de charge à l'intérieur du faisceau celle observée dans les boîtes de distribution et de retour, perte de charge traduite essentiellement sous forme d'une dégradation d'énergie cinétique.

La perte de charge pour l'écoulement extérieur s'obtient dans le cas des échangeurs double tube à partir des relations établies dans le cas des écoulements intérieurs, à condition toutefois de remplacer le diamètre intervenant dans les différents critères par le diamètre hydraulique.

Le calcul des pertes de charge extérieures dans le cas des échangeurs à faisceau et calandre est plus compliqué car, en dehors de l'écoulement principal, il existe des écoulements secondaires dus aux jeux et aux tolérances entre les divers éléments de l'échangeur.

Différents auteurs ont proposé des méthodes numériques de calcul prenant plus ou moins en compte les courants secondaires. Les résultats obtenus sont souvent en bon accord avec les valeurs expérimentales.

Sachant évaluer le transfert de chaleur et la perte de charge dans les échangeurs doubletube, il est possible d'envisager leur étude économique. Nous ne développerons pas dans cette initiation ces aspects que l'on pourra trouver dans les ouvrages généraux consacrés au transfert de chaleur

## 20. MACHINES THERMIQUES

Les travaux de S. Carnot ont porté sur les moteurs thermiques à vapeur, à son époque seul ce type de machines qui transforme de la chaleur en travail était connu. Le raisonnement logique, la Physique et les Mathématiques ont un caractère extraordinaire, magique.

La formulation du Second Principe a permis de prévoir il y a moins de deux siècles : retirer de la chaleur à un corps froid (pour le refroidir un peu plus ou le maintenir froid) et en fournir à un corps chaud (pour le réchauffer un peu plus ou le maintenir chaud). Ce dernier type de machines, appareil frigorifique et pompe à chaleur, font partie de notre quotidien " naturel ".

### 20.1. Types de machines thermiques

Il existe deux types de machines thermiques.

- celles qui font la conversion de chaleur en travail qu'on appelle **machines motrices** ( $W < 0$ )
- celles qui transfèrent de la chaleur d'une source froide vers une source chaude, qu'on appelle **appareils frigorifiques** si le but recherché est de refroidir ou de maintenir froide une source froide, qu'on appelle **pompes à chaleur** si le but recherché est de réchauffer ou de maintenir chaude une source chaude.

Un système en contact avec une seule source de chaleur ne peut, au cours d'un cycle, que recevoir du travail et fournir de la chaleur " La réalisation d'une machine suppose de disposer d'**au moins deux sources de chaleur** et d'**un fluide** qui subira un **cycle de transformations**.

Il arrive que le fluide soit extrait de la machine à chaque cycle pour être remplacé par un fluide identique " vierge ", c'est le cas des moteurs à combustion ou des locomotives à vapeur. On emploie l'expression paradoxale **machine à cycle ouvert**. Dans les appareils frigorifiques, les pompes à chaleur, les centrales thermiques, le fluide est enfermé " définitivement " dans la machine. On emploie l'expression paradoxale **machine à cycle fermé**.

### 20.2. Considérations théoriques sur les machines diathermes

Dans le cadre de ce cours, seules les machines fonctionnant avec deux sources de chaleur seront envisagées.

Au cours d'un cycle dont, évidemment, la durée  $dt$  est brève, le fluide échange un travail  $\Delta W$ , une quantité de chaleur  $\Delta Q_I$  lorsqu'il est en contact avec la source chaude à température  $T_1$ , une

quantité de chaleur  $\Delta Q_2$  lorsqu'il est en contact avec la source chaude à température  $T_2$ .

$P = \frac{\delta W}{\delta t}$  est la puissance échangée,  $\dot{m}_1 = \frac{Q_1}{dt}$  et  $\dot{m}_2 = \frac{Q_2}{dt}$  les flux de chaleur échangés avec les sources chaude et froide.

Nous écrivons les premier et second principes sur un cycle :

$$0 = \delta W + \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 \text{ et } 0 = \frac{\dot{Q}_1}{T_1} + \frac{\dot{Q}_2}{T_2} + \delta S_c$$

$\delta S_c$

- $\delta S_c$  est **positif** s'il existe des transformations irréversibles, **nul** si toutes les transformations sont réversibles.
- Nous avons écrit les deux principes sur le temps élémentaire d'un cycle ; cette présentation permet d'envisager des sources à températures variables ; si tel était le cas, nous le préciserions explicitement.
- Dans le cas où **toutes les transformations sont réversibles**, les cycles diathermes sont appelés **Cycles de Carnot**. Lorsque le fluide est en contact thermique avec l'une des sources, sa transformation ne peut être qu'isotherme à la température de la source. L'évolution réversible de la température de l'une des sources à la température de l'autre ne peut, pour le fluide, se faire que par une transformation adiabatique puisqu'on ne dispose que de ces deux seules sources de chaleur. **Un cycle de Carnot est constitué de deux transformations isothermes et de deux transformations adiabatiques.**

### 20.3. Les moteurs

$$\delta W < 0 \Rightarrow \delta Q_1 + \delta Q_2 = -\delta W > 0 \Rightarrow \delta Q_1 > -\delta Q_2$$

$$0 \geq -\delta S_c = \frac{\dot{Q}_1}{T_1} + \frac{\dot{Q}_2}{T_2} > \dot{Q}_2 \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)$$

$$T_1 > T_2 \Rightarrow \dot{Q}_2 < 0 \text{ et } \dot{Q}_1 > 0 \text{ avec } |\dot{Q}_1| > |\dot{Q}_2|$$

On peut produire du travail à partir de deux sources de chaleur. Le fluide reçoit de la chaleur de la source chaude et en rend une partie à la source froide.

**Rendement d'un moteur** : on appelle rendement d'un moteur le rapport  $r$  du travail produit à la quantité de chaleur reçue.

La source chaude est obtenue, sauf exception, par réaction chimique (combustion) ou réaction nucléaire et a, donc un coût. Le travail est soit facturé sous forme électrique lorsqu'il est transformé en électricité par le turbo-alternateur à la centrale soit compté, par exemple, dans le coût des transports.

$$r = \frac{-\mathcal{W}}{\mathcal{Q}_1} = 1 + \frac{\mathcal{Q}_2}{\mathcal{Q}_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} - \frac{T_2 \mathcal{S}_c}{\mathcal{Q}_1} \leq 1 - \frac{T_2}{T_1} = r_c$$

Pour un moteur diatherme :

$$\delta S_c$$

Pour un moteur fonctionnant suivant un cycle de Carnot,  $\delta S_c$  est nul et le rendement est  $r_c$ .

### Théorème de Carnot :

- Le rendement d'un moteur fonctionnant suivant un cycle de Carnot ne dépend que des températures des sources, il est indépendant du fluide et des organes le constituant,
- Le rendement d'un moteur fonctionnant suivant un cycle de Carnot est maximal.

### 20.4. Les appareils frigorifiques et les pompes à chaleur

Dans un appareil frigorifique, il s'agit de retirer, par l'intermédiaire du fluide, de la chaleur à la source froide (air intérieur de l'enceinte frigorifique) soit pour abaisser sa température, soit pour la maintenir à une température inférieure à la température ambiante.

$$\delta Q_2 > 0 \Rightarrow \mathcal{Q}_1 = -\frac{T_1 \mathcal{Q}_2}{T_2} - T_1 \mathcal{S}_c < 0 \Rightarrow$$

La machine fournit de la chaleur à la source chaude. **C'est donc aussi une pompe à chaleur.**

**Les appareils frigorifiques et les pompes à chaleur ne se différencient que par le but recherché. Une climatisation fonctionne en appareil frigorifique et en pompe à chaleur.**

On

remarquera

$$|\mathcal{Q}_1| > |\mathcal{Q}_2| \text{ et que } \mathcal{W} = -\mathcal{Q}_1 - \mathcal{Q}_2 = \mathcal{Q}_2 \left( \frac{T_1}{T_2} - 1 \right) + T_1 \mathcal{S}_c > 0$$

que

**Pour faire cette opération, le fluide reçoit du travail** (souvent sous forme électrique).

**Coefficient d'effet frigorifique :** il est noté  $\lambda$  et est égal au rapport de la quantité chaleur retirée à la source froide au travail consommé par le fluide.

Pour un appareil frigorifique diatherme

$$\varepsilon = \frac{\mathcal{Q}_2}{\mathcal{W}} = \frac{T_2}{T_1 \left[ 1 + \frac{T_2 \mathcal{E}_c}{\mathcal{Q}_2} \right] - T_2} \leq \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \varepsilon_c$$

:

**Coefficient de performance d'une pompe à chaleur :**

il est noté  $\eta$  et est égal au rapport de la quantité de chaleur fournie à la source chaude sur le travail consommé par le fluide.

$$\eta = \frac{-\mathcal{Q}_1}{\mathcal{W}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2 \left[ 1 + \frac{T_1 \mathcal{E}_c}{\mathcal{Q}_1} \right]} \leq \frac{T_1}{T_1 - T_2} = \eta_c$$

Pour une pompe à chaleur ditherme :

Pour les appareils frigorifiques et les pompes à chaleur, on peut énoncer des théorèmes de Carnot équivalents à celui cité pour les moteurs.

## 20.5. Quelques données techniques sur la réalisation des machines

### 20.5.1. Le moteur à vapeur d'eau fonctionnant suivant un cycle de Carnot

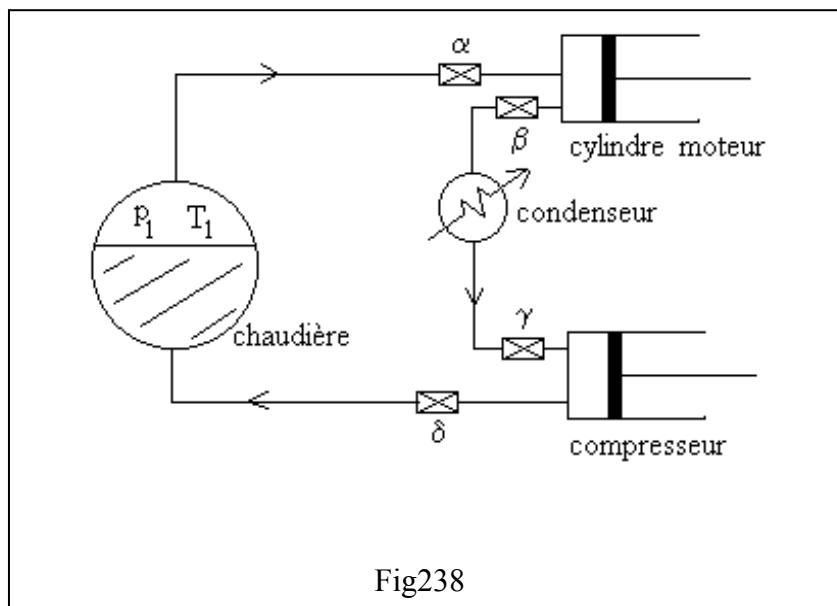


Fig238

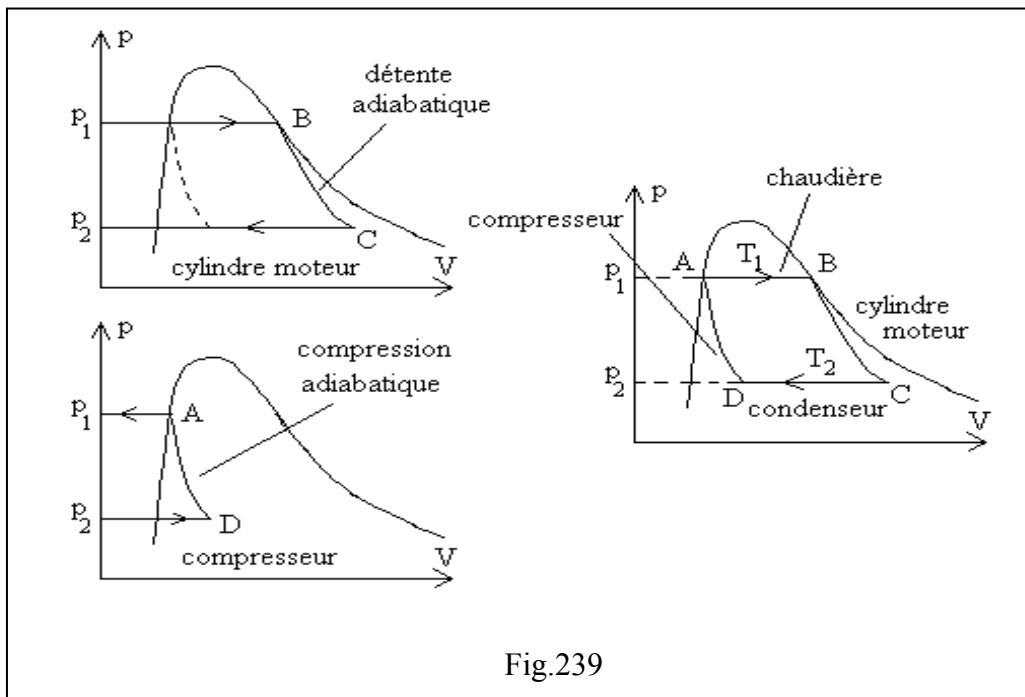


Fig.239

La phase AB de formation de la vapeur s'effectue dans la chaudière. La vapeur sortant de cette chaudière sous forme de vapeur saturante, à la pression  $p_1$  et à la température  $T_1$ , se rend dans le cylindre moteur en traversant une vanne □ dont l'ouverture et la fermeture sont synchronisées avec le déplacement du piston du cylindre (la vanne □ est fermée). On ferme la vanne □, la vapeur se détend adiabatiquement jusqu'à ce que le piston ait atteint l'extrémité de sa course (point mort bas ; phase BC). On ouvre la vanne □, le piston revient en arrière et la vapeur est refoulée dans le condenseur parcouru par une circulation d'eau de refroidissement. Pendant que le cylindre moteur refoule dans le condenseur la vapeur détendue, le piston du compresseur (la vanne □ étant ouverte) aspire en provenance du condenseur une masse égale de mélange liquide-vapeur à pression  $p_2$ . La vanne □ se ferme, le piston du compresseur comprime adiabatiquement le mélange jusqu'à la pression  $p_1$ . L'eau ainsi formée est réintroduite dans la chaudière après ouverture de la vanne □.

**La chaudière :** c'est la source chaude où l'eau liquide est vaporisée à hautes températures donc à de fortes pressions pour améliorer le rendement. Ces chaudières sont à combustion externe directe ou indirecte (échangeur intermédiaire) utilisant un combustible primaire ou nucléaire.

**Le condenseur :** c'est la source froide où la vapeur est partiellement reliquifiée. Pour améliorer le rendement, cette opération est faite à faibles températures ( $40^{\circ}\text{C}$ ) c'est à dire à des pressions inférieures à la pression atmosphérique normale. Dans les machines roulantes, type locomotives, vu les dimensions du condenseur imposé par l'importance des chaleurs latentes, on préfère s'en passer et reliquer l'eau dans l'atmosphère c'est à dire à  $100^{\circ}\text{C}$ . De l'eau de chaudière est perdue à chaque cycle, il faudra la renouveler.

**Le compresseur** : par compression adiabatique du mélange liquide-vapeur, on obtient du liquide à haute pression. Cette opération consomme un travail important.

**Le cylindre moteur** : c'est là que se produit la détente de vapeur, c'est donc la partie motrice proprement dite. La détente adiabatique d'une vapeur saturante provoque une liquéfaction partielle. Il y a donc de l'eau dans le cylindre moteur.

En ce qui concerne le travail fourni par le cylindre moteur ou celui consommé dans le compresseur, dans le cycle de Carnot il s'agit de travaux échangés dans des transformations adiabatiques d'un système ouvert. On montre qu'ils sont respectivement égaux aux variations d'enthalpie  $H_C - H_B$  et  $H_A - H_D$ .

### 20.5.2. Appareil frigorifique - ou pompe à chaleur - fonctionnant suivant un cycle de Carnot

A un fluide dans l'état A (mélange liquide-vapeur) on fait subir :

- une compression adiabatique AB dans le compresseur qui l'amène à l'état B de vapeur saturante,
- il est refroidi isothermiquement (BC) à l'aide du radiateur, il se liquéfie en fournissant de la chaleur à la source chaude,
- une détente adiabatique CD (détendeur) amène le liquide saturant (état C) en mélange liquide-vapeur(étatD),
- un réchauffement isothermique par la source froide à l'aide de l'évaporateur ramène le fluide dans l'état A.

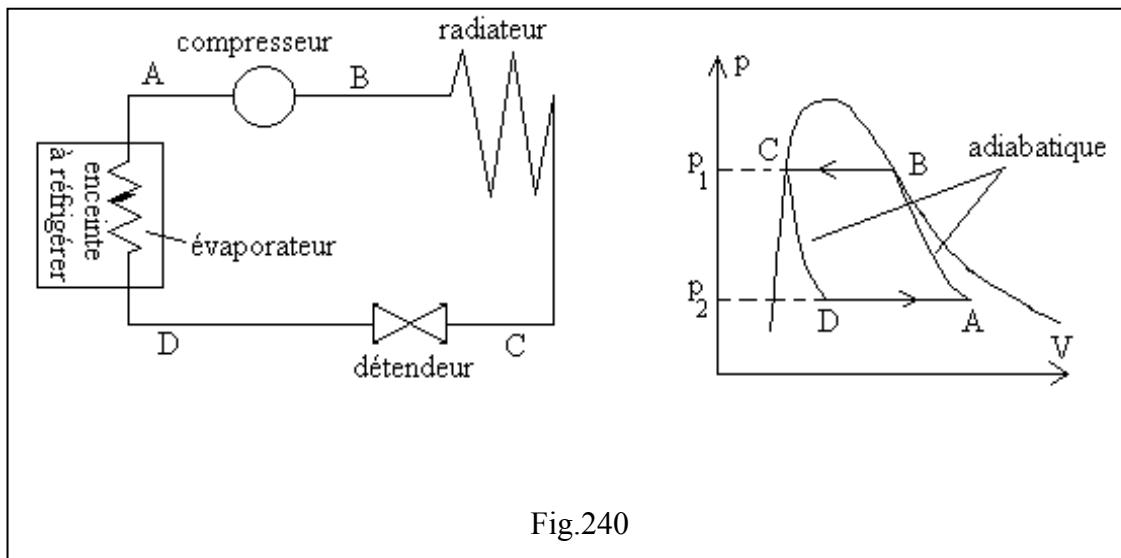


Fig.240

Le choix du fluide n'est pas quelconque. Il doit être capable de faire le changement d'état liquide-vapeur pour des températures comprises entre une température  $T_2$  inférieure à la température du milieu que l'on refroidit et une température  $T_1$  supérieure à la température du milieu que l'on réchauffe.

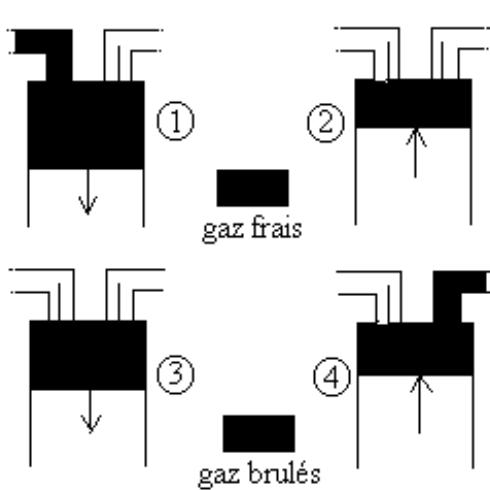
On utilise le dioxyde de carbone, l'ammoniac, les fréons.

### 20.5.3. Les machines à vapeur réelles (machines polythermes)

- En fait on préfère reliquifier entièrement la vapeur dans le condenseur et ainsi ne recomprimer que du liquide ce qui nécessite peu de travail. On appelle **pompe** l'appareil permettant la compression d'un liquide. Le liquide comprimé est à basse température (celle-ci n'augmentant pratiquement pas dans la compression) et on doit le faire passer dans un *réchauffeur* pour le porter à haute température et l'admettre dans la chaudière. Le cycle de Carnot modifié ainsi n'est plus un cycle diatherme, il est appelé **cycle de Rankine**.
- Pour éviter la présence de liquide, dans le cylindre moteur, en fin de détente de la vapeur saturante, on chauffe, au préalable, cette dernière en la faisant passer dans un *surchauffeur*, on obtient ainsi de la vapeur sèche que l'on détend dans le cylindre moteur. Le cycle obtenu n'est plus diatherme, il est appelé **cycle de Hirn**. Souvent toute la vapeur sèche n'est pas détendue, on fait des soutirages de vapeur sèche de température élevée qui servent à chauffer l'eau à la sortie du compresseur (*réchauffeur*) ou à chauffer partiellement la vapeur saturante (*surchauffeur*). On obtient un **cycle de Hirn à soutirages**.

### 20.5.4. Les moteurs à combustion interne

On dispose de l'atmosphère ambiante comme source de chaleur froide et de la chaleur de combustion du combustible (essence, ...) et du comburant (dioxygène) comme source chaude. Les gaz inertes (diazote principalement) constituent le fluide de la machine. Examinons ce qui se passe pour un moteur à explosion à quatre temps.



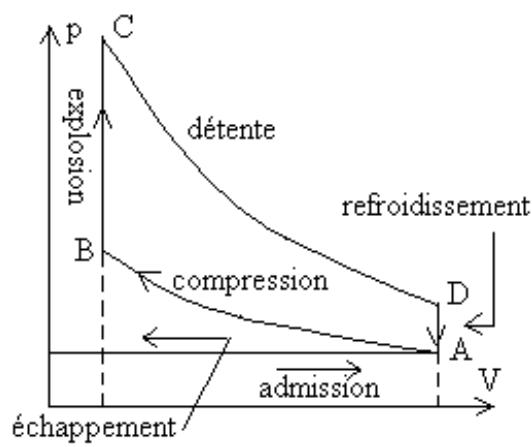
**Admission :** partant du point mort haut, le piston, entraîné par le vilebrequin, descend progressivement en aspirant le mélange air-essence par la soupape d'admission **a**. pendant ce temps la soupape d'échappement **e** reste fermée. Lorsque le piston arrive en bas de course (point mort bas) la soupape d'admission se ferme et les soupapes resteront fermées pendant les deux temps suivants.

**Compression :** le piston remonte en comprimant le mélange.

**Explosion-détente :** une étincelle à la bougie provoque l'explosion du mélange, le piston se trouve ainsi repoussé jusqu'au point mort bas.

**Echappement :** la soupape d'échappement s'ouvre et le piston en remontant chasse les gaz dans l'atmosphère extérieur où ils se refroidissent.

Dans un diagramme  $p$ , nous représentons la suite des opérations.



BC : l'explosion étant rapide, on suppose que le piston n'a pas le temps de se déplacer.

DA : le gaz se refroidit instantanément (!!!) avant l'échappement.

La détente et la compression sont adiabatiques, le travail est égal à l'aire du cycle.

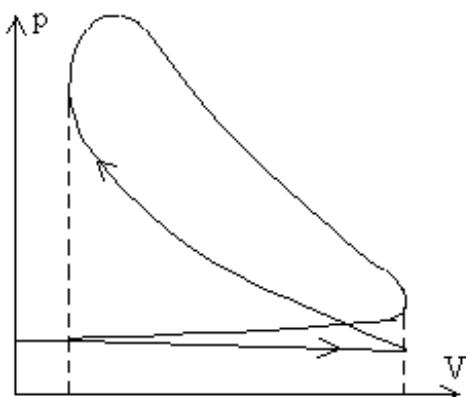
La chaleur est reçue pendant la phase BC. C'est la chaleur de combustion de la réaction chimique.

#### *Tracé théorique*

Ce cycle peut être traité comme un cycle fermé où la chaleur serait produite de manière externe, les phases d'admission et d'échappement n'existant pas. Les moteurs à air chaud sont des moteurs à cycle fermé.

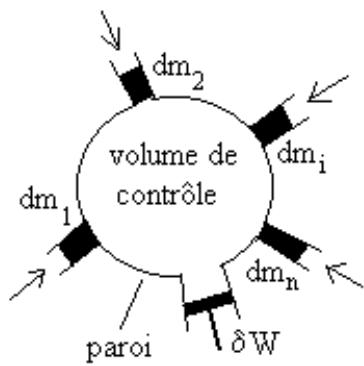
*Le tracé réel* dit cycle de Beau de Rochas est représenté sur la figure ci-contre et peut être tracé expérimentalement (Travaux pratiques).

Le travail réel est égal à la différence des deux aires.



## 20.6. Notions simples sur les systèmes ouverts

### 20.6.1. Premier principe de la Thermodynamique pour un système ouvert



Outre les échanges d'énergie sous forme travail des forces d'opérateurs extérieurs et sous forme de chaleur, nous avons noté qu'un système échange de l'énergie par transferts de matière. Le système (appelé aussi volume de contrôle lorsqu'il y a échange de matière) est "augmenté" entre les instants  $t$  et  $t+dt$  des masses  $dm_i$  (grisées sur le dessin ci-contre) contenues dans les conduites. Les masses  $dm_i$  ont un caractère algébrique, positives si elles entrent effectivement dans le volume de contrôle, négatives si elles en sortent.

Nous appelons  $\overline{E}_i = \overline{E}_{ci} + \overline{E}_{pi} + \overline{U}_i$  l'énergie massique de la matière échangée par la conduite  $i$  et  $\overline{V}_i$  son volume massique. La variation d'énergie  $dE$  du volume de contrôle entre les instants  $t$  et  $t+dt$  est égale à :

$$dE = \mathcal{Q} + \mathcal{W}_t + \sum_i \overline{E}_i dm_i$$

Le travail  $\mathcal{W}_t$  est constitué du travail  $\square W$ <sup>(\*)</sup> échangé par le système au niveau des parois mobiles (type piston) et du travail du milieu extérieur pour faire "entrer" les masses  $dm_i$  dans le système.

$$\mathcal{W}_t = \mathcal{W} + \sum_i p_i \overline{V}_i dm_i$$

Où  $p_i$  est la pression de la matière de masse  $dm_i$  entrant "par la conduite  $i$ " et  $\overline{V}_i dm_i$  son volume.

Ainsi :

$$\begin{aligned} dE &= \mathcal{Q} + \mathcal{W} + \sum_i p_i \overline{V}_i dm_i + \sum_i (\overline{E}_{ci} + \overline{E}_{pi} + \overline{U}_i) dm_i \\ &= \mathcal{Q} + \mathcal{W} + \sum_i (\overline{U}_i + p_i \overline{V}_i) dm_i + \sum_i (\overline{E}_{ci} + \overline{E}_{pi}) dm_i \\ &= \mathcal{Q} + \mathcal{W} + \sum_i \overline{H}_i dm_i + \sum_i (\overline{E}_{ci} + \overline{E}_{pi}) dm_i \end{aligned}$$

Cette relation constitue l'expression du premier principe de la Thermodynamique pour un système ouvert. On y notera l'introduction naturelle de la fonction d'état enthalpie.

**Remarque :** (\*) La plupart des auteurs appellent "travail utile" ce travail et le notent  $\square W_u$  ou  $\square W^*$ . Nous avons gardé la notation  $\square W$  mais il faut bien comprendre que c'est le travail échangé sur l'arbre de la machine.

## 20.6.2. Exemples d'utilisation

En limitant nos propos aux **régimes permanents** c'est à dire à des systèmes qui " n'accumulent " ni énergie, ni matière.

$$dE = 0 \quad \sum_i dm_i = 0$$

$$0 = dQ + dW + \sum_i \overline{H}_i dm_i + \sum_i (\overline{E}_c + \overline{E}_p) dm_i$$

soit,

et aux cas de deux conduites, l'une par laquelle la matière entre, l'autre par laquelle elle sort ( $dm_1 + dm_2 = 0 \Rightarrow dm_1 = -dm_2 = dm$ ), on obtient :

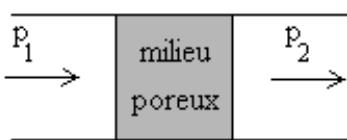
$$0 = dQ + dW + (\overline{H}_1 - \overline{H}_2) dm + (\overline{E}_{c1} - \overline{E}_{c2} + \overline{E}_{p1} - \overline{E}_{p2}) dm$$

**Utilisation 1 :** L'énergie mécanique est constante ou les variations d'énergie mécanique sont négligeables devant les variations d'enthalpie.

$$0 = dQ + dW + (\overline{H}_1 - \overline{H}_2) dm$$

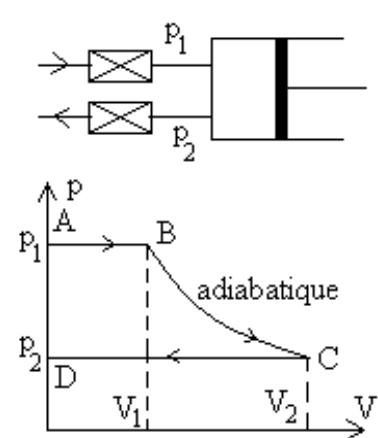
- Le système n'échange ni travail ( $\square W = 0$ ) ni chaleur ( $\square Q = 0$ )

C'est le cas d'un écoulement à travers un milieu poreux sans énergie mécanique significative avec  $p_1 > p_2$ .



C'est la **détente de Joule-Thomson** :  $\overline{H}_1 = \overline{H}_2$

- Le système n'échange que du travail ( $\square Q = 0$ )



C'est le cas d'un cylindre moteur (sens ABCD) ou d'un compresseur (sens DCBA). Le cycle pour un cylindre moteur est constitué de la phase entrée de matière AB, de la phase détente BC, de la phase sortie de matière CD, si bien

$$W = -p_1 V_1 - \int_B^C p dV + p_2 V_2 = \int_B^C V dp$$

que le travail est

En remarquant que  $dH = dQ + Vdp = Vdp$  suivant une

adiabatique, on peut écrire  $H_C - H_B = \int_B^C V dp = W$  qui

constitue l'expression du travail avec transvasement.

La durée  $dt$  d'un cycle est faible, nous raisonnons pour une quantité élémentaire de travail échangé et pour une masse  $dm$  de matière si bien que  $dW = (\overline{H}_C - \overline{H}_B)dm$

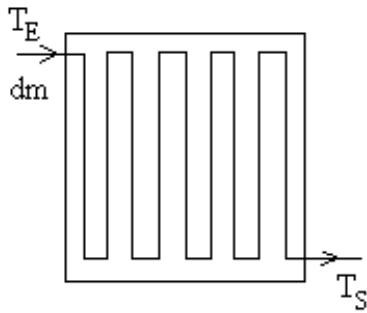
$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dm}{dt}(\overline{H}_C - \overline{H}_B)$$

ou

$P$  est la puissance motrice du cylindre moteur et  $\frac{dm}{dt}$  le débit massique.

$$\text{Pour un compresseur, on aura } dW = (\overline{H}_B - \overline{H}_C)dm \text{ ou } P = \frac{dW}{dt} = \frac{dm}{dt}(\overline{H}_B - \overline{H}_C)$$

- Le système n'échange que de la chaleur ( $\square W = 0$ )



C'est le cas des échangeurs de chaleur, radiateurs, évaporateurs, condenseurs.

$$Q = (\overline{H}_S - \overline{H}_E)dm = dm \int_{T_E}^{T_S} \overline{C_p} dT = dm \overline{C_p} (T_S - T_E)$$

pour un

écoulement est à pression constante en considérant  $\overline{C_p}$  constant dans l'intervalle de température considéré. Par unité de temps,

$$\frac{Q}{dt} = \Phi = \frac{dm}{dt} (\overline{H}_S - \overline{H}_E) = \frac{dm}{dt} \overline{C_p} (T_S - T_E)$$

où  $\Phi$  est le flux de chaleur échangé

**Utilisation 2 :** Les échanges de chaleur et de travail sont nuls

$$\overline{H_1} + \overline{E_{c1}} + \overline{E_{p1}} = \overline{H_2} + \overline{E_{c2}} + \overline{E_{p2}}$$

C'est le cas de l'écoulement des fluides non visqueux que nous étudierons avec plus de précisions dans le chapitre " Mécanique des fluides ".

## La Température

La chaleur ou la froideur d'une substance s'appelle sa température. Au niveau microscopique, la température est une mesure de l'énergie cinétique, ou la vitesse moyenne de mouvement, d'une molécule. La température de l'air change avec l'altitude. Puisque le nombre de molécules d'air diminue avec l'altitude, on suppose parfois que la température diminue également avec l'altitude. Ceci, cependant, n'est pas toujours le cas. Chaque couche dans l'atmosphère a son propre profil de température. Dans la troposphère et la mésosphère, la température de l'air diminue habituellement avec l'augmentation de l'altitude, tandis que dans la stratosphère, la température de l'air s'élève avec l'augmentation de l'altitude. Dans l'atmosphère externe ou la thermosphère, la température de l'air peut s'élever à plus de 1000°C. Cependant parce que l'air est tellement mince, de telles valeurs ne sont pas comparables à ceux dans l'atmosphère inférieure, où l'air est beaucoup plus dense. Bien que la température mesurée dans la thermosphère soit très chaude, la thermosphère sentirait en fait très froide pour nous parce que l'énergie totale de seulement quelques molécules d'air résidant là ne seraient pas assez pour transférer une chaleur appréciable à notre peau.

La plupart des échelles de température aujourd'hui sont exprimées en degrés Celsius (°C), bien qu'aux Etats-Unis, Fahrenheit (°F) est toujours utilisé. L'échelle Celsius est fixée par deux points, le point de congélation et d'ébullition d'eau, qui à la pression atmosphérique normale est 0°C et 100°C respectivement. L'échelle est alors divisée en 100 unités. 0°C est équivalent à 32°F et 100°C à 212°F. L'échelle de température Kelvin est l'échelle de température absolue. L'absolu zéro, la température la plus froide possible dans l'univers, est 0K ou -273°C. Un Kelvin est équivalent à un degré de Celsius, ainsi 0°C est identique à 273K, et 15°C est identique à 288K.

Dans le cas de deux substances ou corps à des températures différentes, la chaleur ira du plus chaud au plus froid jusqu'à ce que leurs températures soient identiques et l'équilibre thermique est atteint. Quand la chaleur va d'un objet chaud à un plus froid, la température du premier diminue tandis que la température du dernier augmente. Quand l'équilibre thermique est atteint, la température des deux objets sera identique. Il y a trois mécanismes principaux pour le transfert de chaleur de cette façon: conduction, convection et rayonnement. Dans la conduction, la chaleur ou l'énergie thermique est transférée par les collisions qui ont lieu entre les molécules qui portent la chaleur. La convection, en revanche, comporte le mouvement corporel des molécules plus énergiques dans un liquide ou un gaz, par exemple l'air. Le transfert de l'énergie par rayonnement comporte l'écoulement du rayonnement électromagnétique. À la différence de la conduction et de la convection, le rayonnement peut avoir lieu à travers un vide, comme l'espace.

Le rayonnement est le principal moyen par lequel la Terre reçoit l'énergie du soleil (sous forme de lumière et rayonnements ultraviolet). La Terre, aussi, émet des rayonnements, mais parce que sa température est beaucoup plus inférieure à celle du soleil, ils sont beaucoup plus faible en intensité (sous forme de rayonnement infrarouge). La Terre a une atmosphère qui flotte, cependant, et par conséquent beaucoup de sa chaleur est redistribuée autour du monde par convection. En effet la convection est le processus principal du transfert d'énergie dans l'atmosphère qui cause les phénomènes du temps. Puisque la température de la surface de la Terre

est habituellement plus haute près de l'Équateur que près des pôles, la chaleur est transférée par la génération de différentes pression et l'accompagnement des développement de configurations globales de vent. Sans ce transfert global de la chaleur, l'Équateur serait en moyenne 14°C plus chaud que maintenant, tandis que le pôle du nord serait 25°C plus froid

## **Principes de conception d'un four solaire à caisson**



**Figure 1.**  
**Le four avec son couvercle,  
sa vitre et son réflecteur**

Le but de cet article est de récapituler les principes de base qui sont employés dans la conception des fours solaires à caisson.

Les gens utilisent d'abord les fours solaires pour cuire des aliments et pasteuriser l'eau bien que des utilisations supplémentaires soient continuellement développées. De nombreux facteurs tels que l'obtention de matériaux, la disponibilité des traditionnelles cuisinières à fuel, le climat, les préférences culinaires, les facteurs culturels et les capacités techniques affectent la venue des gens à la cuisson solaire.

Avec une compréhension des principes de base de l'énergie solaire et l'obtention de matériaux simples tels que du papier d'aluminium, du carton et du verre, on peut fabriquer un appareil solaire efficace pour cuisiner. Cet article décrit les principes de base de la conception solaire d'un four à caisson et identifie une large gamme de matériaux de construction potentiellement utiles.

Ces principes sont présentés en termes généraux pour qu'ils soient applicables à une large variété de problèmes de concept. Si la nécessité est de cuire la nourriture, de pasteuriser l'eau ou de sécher du poisson ou des graines, les principes basiques du solaire, du transfert de chaleur et des matériaux, sont appliqués. Nous attendons avec intérêt l'emploi d'une grande variété de matériaux et de techniques par les gens qui font une utilisation directe de l'énergie du soleil.

Voici les concepts généraux concernant la conception ou la modification d'un four solaire à caisson:

## Principes de chaleur

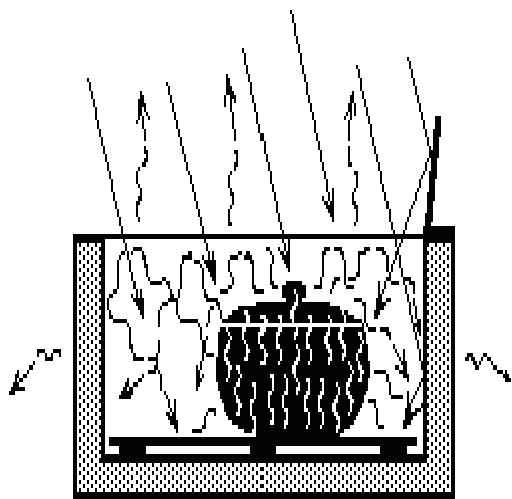
Le but initial d'un four solaire à caisson est de chauffer des éléments: aliments froids, eau à purifier, instruments à stériliser, pour en mentionner quelques-uns.

Un caisson solaire cuit parce que l'intérieur de la boîte est chauffée par l'énergie du soleil. Le rayon, à la fois direct et réfléchi, entre dans la boîte solaire par le couvercle en verre ou en plastique. Il se transforme en énergie calorifique quand il est absorbé par les marmites et les surfaces sombres des parois. Cette chaleur interne monte en température dans le four solaire à caisson jusqu'à ce que les pertes de chaleur du four soient égales au gain de la chaleur solaire. Ces températures, suffisantes pour cuire des aliments et pasteuriser de l'eau, sont aisément atteintes.

- **Gain de chaleur**
- **Perte de chaleur**
- **Stockage de la chaleur**

### A. Gain de chaleur

**Effet de serre:** Cet effet a pour conséquence de chauffer des espaces clos dans lesquels le soleil brille à travers un matériau transparent comme le verre ou le plastique. La lumière visible traverse facilement le verre et est absorbée et réfléchie par les matériaux de l'espace clos.



**Figure 2. L'effet de serre**

L'énergie de la lumière, qui est absorbée par les marmites sombres et le dessous de plat foncé sous les marmites, est convertie en énergie calorifique d'une plus grande longueur d'onde et rayonne à partir des matériaux intérieurs. La majeure partie de cette énergie radiante, parce qu'elle est d'une plus grande longueur d'onde, ne peut pas ressortir, retenue par le verre et se trouve donc emprisonnée dans l'espace inclus.

La lumière réfléchie est soit absorbée par d'autres matériaux à l'intérieur de l'espace, soit passe à travers la vitre, parce qu'elle ne change pas de longueur d'onde.

Cruciale pour la performance du four solaire, la chaleur collectée par le dessous de plat en métal foncé et les marmites, est intégrée par ces matériaux pour chauffer et cuire la nourriture.

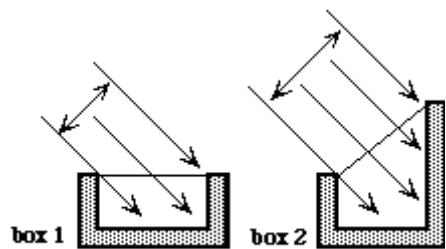


Figure 3. Orientation de la vitre

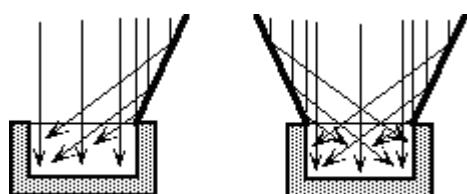


Fig.4 Réflecteur pour gain additionel

**Orientation de la vitre:** plus la vitre se trouve directement face au soleil, plus grand est le gain de chaleur solaire. Bien que la vitre ait la même taille pour les caissons 1 et 2, le soleil brillera plus à travers la vitre du caisson 2 parce qu'il fait plus directement face au soleil. Notez que le caisson 2 possède une plus grande surface de parois par laquelle il perd de la chaleur.

**Les réflecteurs, un gain supplémentaire:** simples ou multiples, les réflecteurs projettent des rayons additionnels sur la vitre et dans le caisson solaire.. Ce supplément interne d'énergie solaire génère de plus hautes températures de cuisson.

## B. Perte de chaleur

La seconde loi de la Thermodynamique déclare que la chaleur se déplace toujours du chaud vers le froid. Sans caisson solaire, la chaleur est perdue par trois manières fondamentales : **la Conduction, la Radiation, et la Convection.**

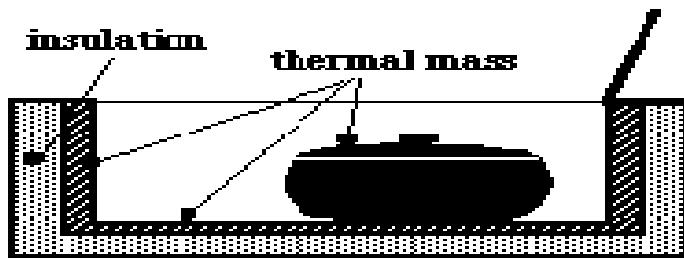
### Conduction:

La poignée d'une poêle en métal dans un fourneau ou sur le feu devient chaude par transfert de chaleur du feu dans les matériaux de la poêle. De la même façon, la chaleur sans caisson solaire est perdue quand elle traverse les molécules d'un papier aluminium, du verre, du carton, de l'air, et de l'isolation, vers l'air extérieur de la boîte

l'air ou l'espace. La majeure partie de la chaleur radiante dégagée par les marmites chaudes dans un caisson solaire est réfléchie par le papier d'aluminium et la vitre derrière les marmites et sur le plateau du fond. Bien que les vitrages transparents captent la majeure partie de la chaleur radiante, une part s'échappe directement par la vitre. Le verre emprisonne la chaleur radiante mieux que la plupart des plastiques.

**La Convection :** Les molécules d'air entrent et sortent les fissures ou fentes du caisson. Ils convectent. Les molécules d'air chaud dans un caisson solaire s'échappent d'abord par les fentes autour du couvercle, par un côté ouvert (porte de four) ou à cause des défauts de fabrication. L'air plus froid autour du caisson pénètre également par ces ouvertures.

## C. Stockage de la chaleur:



**Fig 8. La masse thermique à l'intérieur du four**

Quand la densité et le poids des matériaux constituant l'intérieur de la coque isolée d'un four solaire à caisson augmentent, la capacité du caisson à retenir la chaleur augmente. Si l'intérieur d'un caisson est fabriqué avec des matériaux lourds (pierres, briques...) les récipients épais, l'eau et les aliments lourds mettront longtemps à chauffer à cause de cette capacité additionnelle de stockage de la chaleur. L'énergie entrante est emmagasinée dans ces matériaux lourds, ralentissant la chauffe de l'air dans le caisson. Ces matériaux denses, chargés en chaleur, irradieront cette chaleur dans le caisson, le gardant chaud pendant une longue période, jusqu'en fin de journée.

## BIBLIOGRAPHIE

1. Dessin technique et éléments De construction, J.Duroux, édition André Desvigne, 1982.
2. Dessin industriel, Robert Gautelier, édition société Angalis, 1979.
3. Dessin de construction mécanique, H.Ribérol, édition Delagrave, 1979.
4. Le Dessin technique, deuxième partie, S.Bensaada et D.Feliachi, édition OPU, 1995.
5. Dessin industriel et technologie de construction, 1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> partie, A.Cherfia et S.Benisaad, édition OPU, 1995.
6. Dessin industriel (livre 2 et 3), R.Pasquet et P.Burtel, édition hachette, 1951.
7. Cours de dessin, Claude Sirault, édition A. de Boeck, 1977.
8. Einfuhrung in die werkstoffwissenschaft, Prof. Dr. W.Schatt, édition Veb Deutscher Verlag Leipzig, 1973.
9. Werkstoffkunde stahl und eisen I,.Eckstein, édition Veb, Deutscher Verlag Leipzig, 1971.
10. Matériaux, tome 1 et 2, N.Bouaoudja, édition OPU, 1992.
11. Technologie professionnelle générale, A.Castel et A.Dupont, édition Desfarges Paris, 1980.
12. Cours de transferts thermiques, Yves Jannot, 2005.
13. Transfert de chaleur, A.Bouvenot Masson, 19680.
14. Transfert de chaleur par conduction, Chevrier J- C Ecole des Mines, Nancy, 1979.
15. Transfert de chaleur par rayonnement, Chevrier J- C .Ecole des Mines, Nancy, 1979.
16. Guide technique de thermique, Gosse J, Dunod, 1981.
17. Informatique numérique, Gunther.J, Ecole des mines, Nancy, 19682.
18. Transformées de Lapalce, Spiegel.M.R, cours et problèmes, Schaum, 1990.
19. Transferts thermiques, Taine.J et Petit.J.P, cours et données de base, Dunod, 1995.