



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

# **ROBÔ SEGUIDOR DE LINHA**

**GILMAR DE ALCANTARA**

Orientador: Tales Argolo de Jesus  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

BELO HORIZONTE  
NOVEMBRO DE 2016

# Sumário

<b>1 – Descrição da ideia e pesquisa</b>	<b>1</b>
1.1 Introdução	1
1.2 Desenvolvimento	2
1.2.1 Modelagem	2
1.3 Controle	4
1.3.1 Mapeamento para PWM (Arduíno)	5

# Capítulo 1

## Descrição da ideia e pesquisa

### 1.1 Introdução

Robôs seguidores de linhas, apesar de não serem muito utilizados nos dias de hoje, tem como objetivo a resolução de um problema básico em robótica: obter algum tipo de senso de localização, de norte, de objetivo para os robôs, um caminho a ser seguido para que se possa executar alguma ação.

Hoje em dia isso pode ser feito com ferramentas bem mais robustas como GPS, por exemplo, mas o seguidor de linha se apresenta como um projeto básico, simples e muito interessante para aprendizagem dos conceitos e aplicações da robótica.

Uma aplicação prática desses robôs é o seu uso em linhas de produção e fábricas, onde utilizam um método para seguir linha, movimentando-se de forma coordenada nesses ambientes e executando suas funções. Nesse caso temos uma solução barata e factível para o problema.

No escopo desse trabalho temos o projeto e implementação de um robô seguidor de linha aplicação de técnica de controle exploração da interdisciplinaridade que é intrínseca da robótica, além de incentivar o trabalho colaborativo e o desenvolvimento de competências. O projeto visa aplicar os conteúdos aplicados que faz parte da formação de profissionais de engenharia de computação que é um benefício para a sociedade. Além desse projeto promover a participação em competições de robótica que tem como objetivo disseminação e aplicação de conhecimento além de promover a troca de experiências entre os competidores.

Temos aqui uma aplicação simples, prática e didática para consolidação dos conceitos de controle para a formação de um profissional mais completo em engenharia de computação.

## 1.2 Desenvolvimento

### 1.2.1 Modelagem

Temos na figura 1 esquema que descreve o nosso problema:

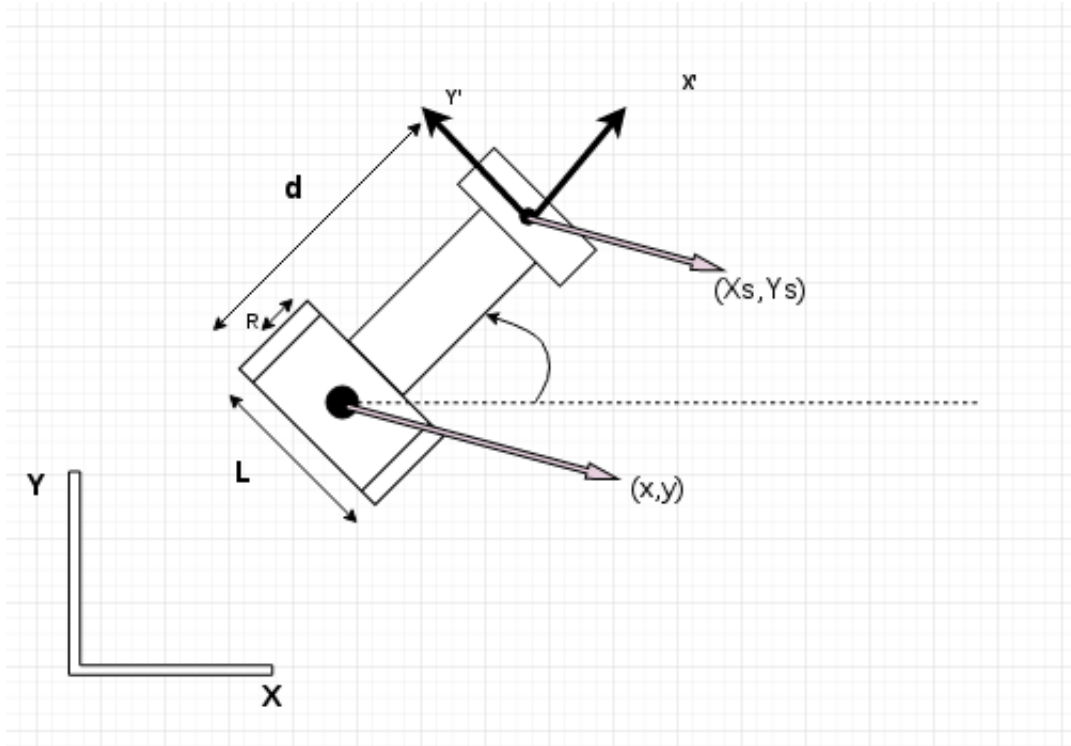


Figura 1 – Esquema do robô

Podemos dizer que temos um vetor de velocidade  $v$  que aponta na direção  $x'$ , temos então:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v \cos \theta & x_s &= x + d \cos \theta & \dot{x}_s &= v \cos \theta + d\omega \sin \theta \\ \dot{y} &= v \sin \theta & y_s &= y + d \sin \theta & \dot{y}_s &= v \sin \theta + d\omega \cos \theta \\ \dot{\theta} &= \omega \end{aligned}$$

Reescrevendo :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{y}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -d \sin \theta \\ \sin \theta & d \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$$

no referencial  $x, y$ . Para  $x', y'$  temos:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{y}_s \end{bmatrix} = R(\theta) \begin{bmatrix} \dot{x}_s' \\ \dot{y}_s' \end{bmatrix}$$

Onde  $R(\theta)$  é uma matriz de rotação que irá fazer como que os eixos  $x, y$  rotacionem para o formato  $x', y'$  (vide figura 1).

$$R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

Temos então que:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_s' \\ \dot{y}_s' \end{bmatrix} = R(\theta)^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{y}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & +\sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -d \sin \theta \\ \sin \theta & d \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$$

Queremos garantir que o ângulo  $\theta$  com relação ao eixo  $x'$  seja zero, de modo que o robô siga nessa direção com velocidade máxima (vetor velocidade  $v$  maior possível).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_s' \\ \dot{y}_s' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}$$

Logo:

$$\begin{aligned} \dot{x}_s' &= v \\ \dot{y}_s' &= d\omega \end{aligned}$$

Considerando o movimento apenas na direção  $y'$ . Desse modo o modelo dinâmico do sistema a ser controlado é:

$$\dot{y}_s = d\omega$$

Aplicando a transformada de Laplace para passar para o domínio da frequência (o que facilita muitos cálculos e análises) temos:

$$L\{\dot{y}_s\} = L\{d\omega\} \quad \rightarrow \quad Y_s(s)s = d\Omega(s) \quad \rightarrow \quad \frac{Y_s(s)}{\Omega(s)} = \frac{d}{s}$$

$$G(s) = \frac{d}{s}$$

Ou seja nossa malha é um polo integrador simples. Isso já nos permite concluir que o erro em estado estacionário é zero.

Partindo do ponto que  $W_r$  e  $W_s$  são as velocidades angulares dos motores direito e esquerdo respectivamente,  $v$  é a velocidade na direção  $x'$  e  $\omega$  é a velocidade de deslocamento angular que o robô volta para a estabilidade (direção  $x'$ ). Para um robô diferencial tem-se que:

$$v = \frac{(W_r + W_l) * R}{2} \quad \omega = \frac{(W_r - W_l)R}{L}$$

Para movimentos em retas temos:

$$v = \omega_{max\_roda} R \quad \text{e} \quad w = 0 \text{ rad/s}$$

Partido do ponto que  $\Delta\omega_{roda} = (W_r - W_l)$ , para movimentos em curvas temos:

$$v = \left( \frac{2\omega_{max\_roda} - |\Delta\omega_{roda}|}{2} \right) R \quad \text{e} \quad w = \frac{\Delta\omega_{roda} R}{L} \text{rad/s}$$

Temos então o seguinte sistema de controle na direção  $y'$

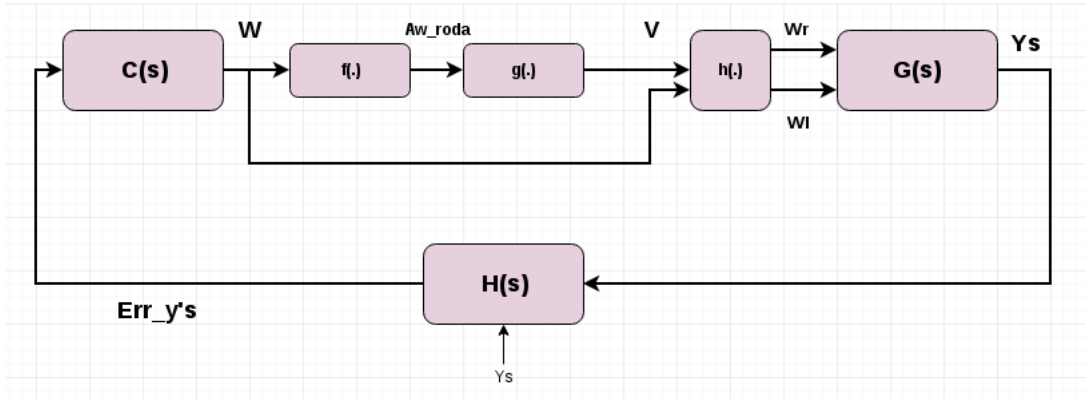


Figura 2 – Diagrama de blocos

### 1.3 Controle

Para os sistema de controle foi proposto um controlador PID, e os parâmetros foram ajustados de forma a melhorar a performa-se.

Temos o controlador no domínio do tempo:

$$W_k = P + I + D$$

$$W_k = (K_p e_k) + \left( K_i T \sum_{j=0}^K e_j \right) + \left( \frac{K_d}{T} (err_k - err_{k-1}) \right)$$

A variação da velocidade de rotação do robô (que faz com que ele vá em direção a linha). Pode ser dada por:

$$\Delta\omega_{roda}(k) = \frac{L}{R} W_k$$

A velocidade para frente ( $v$ ) pode ser dada por:

$$v_k = \left( \frac{2\omega_{max\_roda} - |\Delta\omega_{roda}(k)|}{2} \right) R$$

E finalmente temos as velocidades que irão para os motores:

$$W_r(k) = \frac{2v_k + w_k L}{2R} \quad \text{e} \quad W_l = \frac{2v_k - w_k L}{2R}$$

### 1.3.1 Mapeamento para PWM (Arduíno)

O mapeamento para Arduíno foi lineal(Regra de 3). Como