



MVO32: Lista 02

Students

Matheus Ribeiro Sampaio

Gabriel Fonseca Miranda

Professor:

Antonio Bernado

Aerospace Engineering Departament
ITA

31 de outubro de 2020

Sumário

1	Questão 1	2
1.1	a)	2
1.2	b)	2
1.3	c)	2
1.4	d)	2
1.5	e1)	3
1.6	e2)	4
2	Questão 2	5
2.1	a)	5
2.2	b)	6
3	Questão 3	7

1 Questão 1

1.1 a)

Realizando a simulação para o equilíbrio na condição de cruzeiro (*software* MATLAB), encontramos os seguintes parâmetros:

Ângulo de ataque: $\alpha = 1.7686^\circ$

Incidência da empenagem horizontal: $i_t = -0.4495^\circ$

Controle propulsivo: $throttle = 42.08\%$

Empuxo: $T = 14808.02 \text{ N}$ (para cada motor)

1.2 b)

$$K_n = -\frac{C_{m_{\alpha,CG}}}{C_{L_{\alpha}}} = -\frac{-0.0402}{0.133} = 0.3023$$

$$K_n = 0.3023$$

1.3 c)

Para encontrar os modos, realizou-se a linearização no *software* MATLAB por método numérico, obtendo as matrizes A e B correspondentes à equação:

$$\Delta \dot{X} = A\Delta X + B\Delta U$$

A partir da matriz A , encontrou-se os respectivos autovalores e autovetores. Constatamos que há dois pares de autovalores complexos conjugados, que correspondem a cada modo (período curto e fugóide). As frequências naturais e razões de amortecimento podem ser obtidas com o comando $damp(A)$. Dessa forma, chegou-se nos seguintes resultados:

$$f_{\text{período curto}} = 0.2768 \text{ Hz}$$

$$f_{\text{fugóide}} = 0.0105 \text{ Hz}$$

$$\zeta_{\text{período curto}} = 0.3370$$

$$\zeta_{\text{fugóide}} = 0.0166$$

1.4 d)

O deslocamento do CG provoca um incremento de momento, devido ao braço de alavanca da força de sustentação em relação ao CG, que acompanhou essa mudança. Dessa forma, esse incremento pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\Delta C_{m_{CG}} = C_L \Delta \bar{x}_{CG}$$

Essa expressão pode ser derivada em relação a α , chegando na expressão que relaciona $\Delta \bar{x}_{CG}$ e C_{L_α} à variação $\Delta C_{m_{\alpha,CG}}$. Ou podemos considerar $\alpha = 0$ para chegar na expressão que relaciona $\Delta \bar{x}_{CG}$ e C_{L_0} com a variação $\Delta C_{m_{0,CG}}$:

$$\Delta C_{m_{\alpha,CG}} = C_{L_\alpha} \Delta \bar{x}_{CG}$$

$$\Delta C_{m_{0,CG}} = C_{L_0} \Delta \bar{x}_{CG}$$

Para que a margem estática se anule, devemos ter:

$$C_{m_{\alpha,CG}} = 0 \implies \Delta C_{m_{\alpha,CG}} = 0.0402$$

$$C_{L_\alpha} \Delta \bar{x}_{CG} = 0.133 \cdot \Delta \bar{x}_{CG} = 0.0402$$

$$\Delta \bar{x}_{CG} = 0.3023$$

1.5 e1)

Realizando a simulação para margem estática -10% , encontramos:

$$\text{Ângulo de ataque: } \alpha = 1.4145^\circ$$

$$\text{Incidência da empenagem horizontal: } i_t = 1.9939^\circ$$

$$\text{Controle propulsivo: } throttle = 38.93\%$$

$$\text{Empuxo: } T = 13698.53 \text{ N (para cada motor)}$$

$$\begin{aligned} &-1.5098 + 0.0000i \\ &0.3928 + 0.0000i \\ &-0.0090 + 0.0947i \\ &-0.0090 - 0.0947i \\ &-0.0010 + 0.0000i \end{aligned}$$

Figura 1: Autovalores

$$\begin{array}{ccccc} 0.0049 + 0.0000i & -0.0544 + 0.0000i & -0.0422 - 0.0034i & -0.0422 + 0.0034i & 0.0157 + 0.0000i \\ 0.5498 + 0.0000i & 0.0636 + 0.0000i & -0.0015 - 0.0006i & -0.0015 + 0.0006i & 0.0001 + 0.0000i \\ -0.5008 + 0.0000i & 0.0627 + 0.0000i & -0.0021 - 0.0006i & -0.0021 + 0.0006i & 0.0000 + 0.0000i \\ 0.3317 + 0.0000i & 0.1596 + 0.0000i & -0.0038 + 0.0230i & -0.0038 - 0.0230i & -0.0002 + 0.0000i \\ 0.5804 + 0.0000i & 0.9816 + 0.0000i & 0.9988 + 0.0000i & 0.9988 + 0.0000i & 0.9999 + 0.0000i \end{array}$$

Figura 2: Autovetores

O avião não é dinamicamente estável nessa condição, pois tem margem estática negativa, de forma que uma perturbação no ângulo de ataque seja intensificada pela resposta autônoma da aeronave. Além disso, constatamos que um dos autovalores apresenta parte real positiva, caracterizando uma aeronave dinamicamente instável.

1.6 e2)

O aumento da margem estática resulta um maior braço de momento da força sustentadora e logo em uma maior necessidade de ação da empenagem horizontal na trimagem da aeronave. Dessa forma, notamos que isso resulta em uma perda de eficiência aerodinâmica aumentando o consumo de combustível e ângulo de ataque.

A estabilidade estática “relaxada” (reduzida) pode ser uma forma de reduzir o consumo de combustível conforme pode ser visto na relação direta de margem estática e empuxo. Vale lembrar que isso implica em sistemas de controle mais complexos para a aeronave e devem ser cuidadosamente projetados.

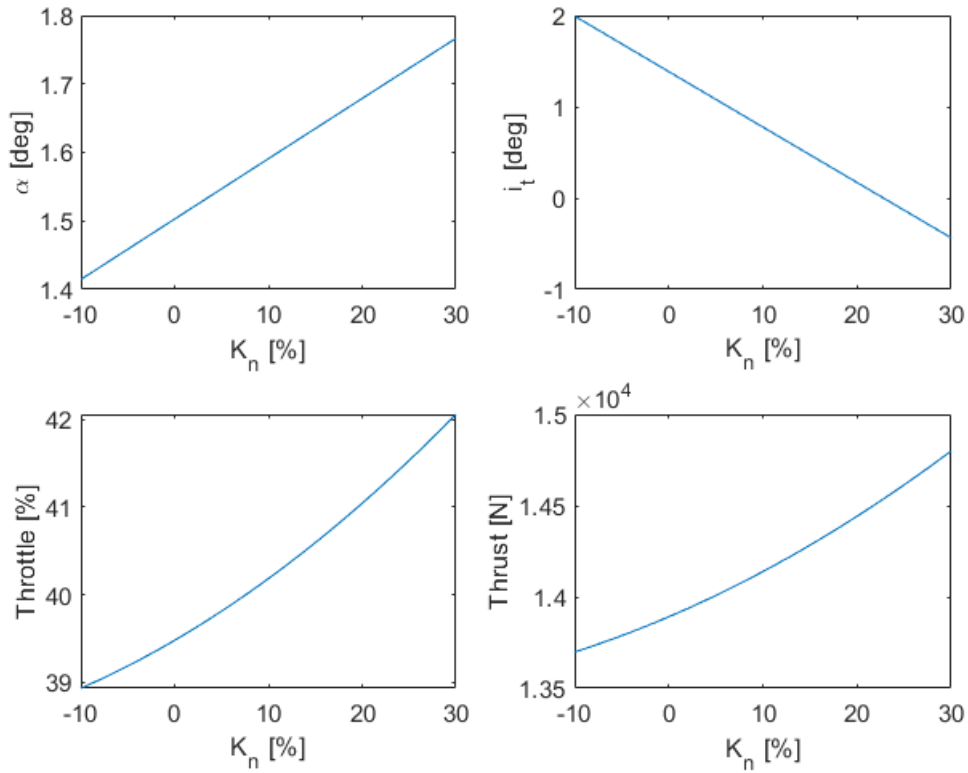


Figura 3: Evolução dos parâmetros de equilíbrio pela variação de margem estática.

2 Questão 2

2.1 a)

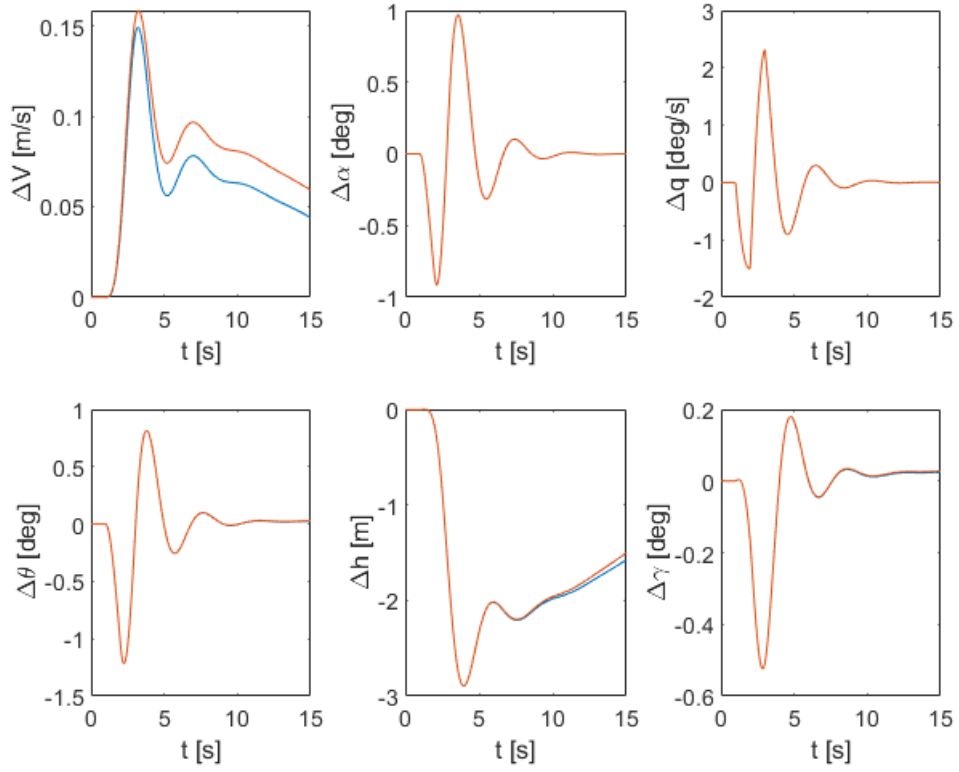


Figura 4: Simulação não linear (curva azul) e linear (curva vermelha).

Os comportamentos linear e não linear apresentam resultados próximos durante a simulação. Nota-se que a amplitude de perturbação é pequena o suficiente para garantir a fidelidade da linearização, em torno da posição de equilíbrio, com o modelo não linear.

2.2 b)

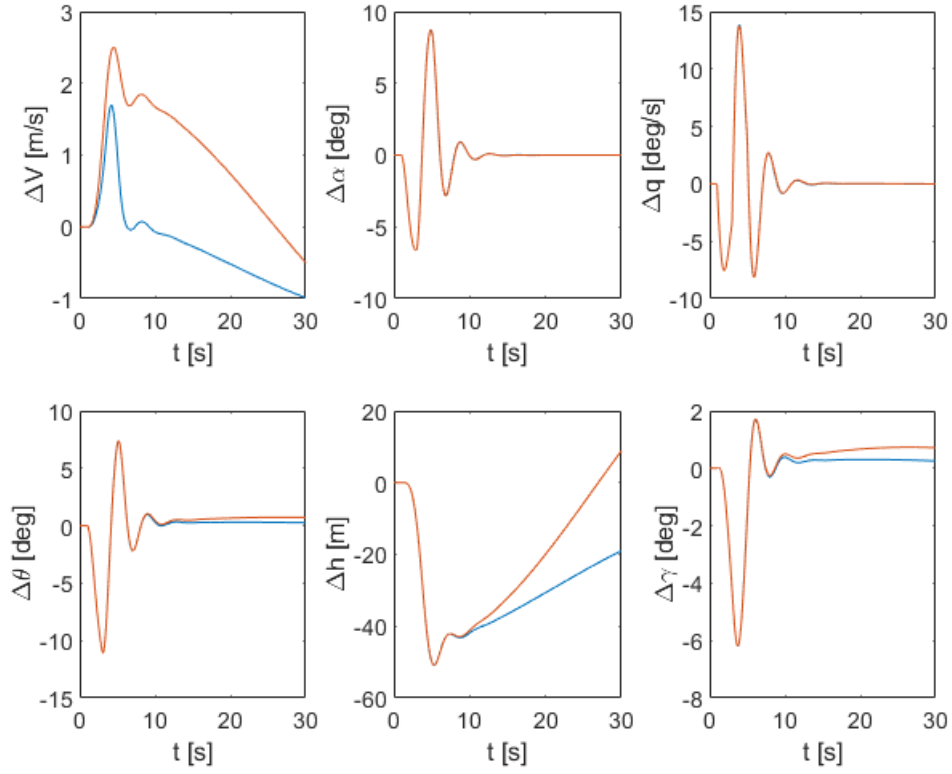


Figura 5: Simulação não linear (curva azul) e linear (curva vermelha).

A linearização é válida aproximadamente para pequenas perturbações. Aumentando-se a amplitude de perturbação, bem como a duração, observa-se portanto como previsto, que intensificam-se as discordâncias entre as respostas previstas pela teoria não linear e linear, sobretudo para os estados ΔV , $\Delta \theta$, Δh e $\Delta \gamma$, associados à dinâmica de resposta lenta (fugóide), como pode ser observado pela comparação entre os gráficos.

3 Questão 3

A perturbação doublet do profundor gera uma resposta significativa apenas nos estados de α e q da aeronave, conforme pode ser visto na terceira coluna da matriz B que apresenta elementos quase nulos em todos os termos da coluna menos nas linhas dos estados α e q . As colunas 1 e 2 da matriz B podem ser desconsideradas devido a não ocorrer variações nos estados de comando.

Na matriz A notamos pouca influencia dos demais estados na dinâmica dos estados de α e q assim como pouca influência dos estados de α e q nos demais estados, excetuando-se para o estado da altura que pode ser desconsiderado devido ao baixo efeito nos outros estados e pouco tempo de simulação. Desse modo notamos que podemos desacoplar os estados α e q conforme feito.

Esse comportamento é característico de um movimento de período curto conforme o que é aqui analisado e dessa forma é possível simplificar a dinâmica da aeronave para apenas esses estados sem perda de fidelidade do modelo.

	1	2	3	4	5	6	7
1	-0.0046	0.0820	3.4576e-12	-0.1712	1.6700e-05	0	
2	-0.0211	-0.6076	0.9889	-2.0132e-11	3.8470e-04	0	
3	-0.0071	-2.7131	-0.5633	0	2.5679e-05	0	
4	0	0	1	0	0	0	
5	0	-4.0169	0	4.0169	0	0	
6	1.0000	0	0	0	0	0	
7							
8							

Figura 6: Matriz A.

	1	2	3	4
1	1.2583	0.0099	5.4958e-13	
2	-0.0206	-0.0883	-0.0407	
3	1.9348	-6.3103	-3.0235	
4	0	0	0	
5	0	0	0	
6	0	0	0	
7				
8				

Figura 7: Matriz B.

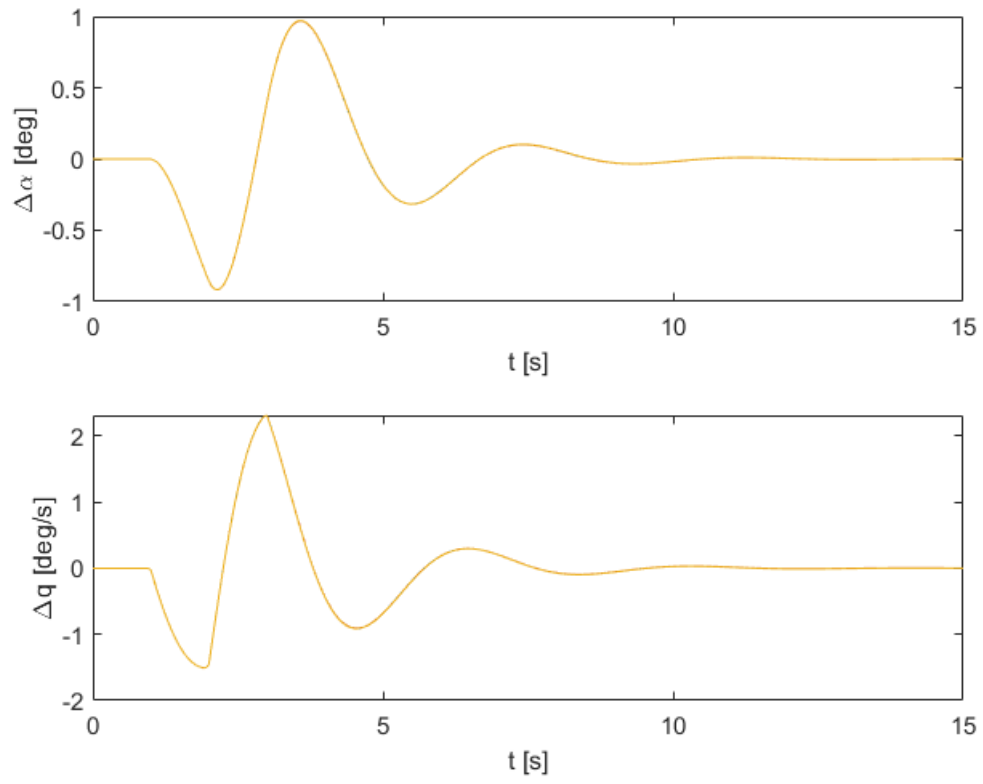


Figura 8: Simulação para dinâmica não linear, linear e dinâmica reduzida de período curto. Todas as curvas estão sobrepostas.