MVO32: Lista 01

Students

Matheus Ribeiro Sampaio

Gabriel Fonseca Miranda

Professor:

Antonio Bernado

Aerospace Engineering Departament

ITA

25 de setembro de 2020

Sumário

1 Q01

Para o conjunto asa-fuselagem:

$C_{m_{CG,wb}} = C_{m_{CA,wb}} + C_{L_{0,wb}}(\bar{x}_{CG} - \bar{x}_{CA,wb}) + C_{L_{\alpha,wb}}(\bar{x}_{CG} - \bar{x}_{CA,wb})\alpha$

$C_{m_{CG,wb}} = -0.05 - 0.0035\alpha$

Portanto,

$C_{m_{CA,wb}} + C_{L_{0,wb}}(\bar{x}_{CG} - \bar{x}_{CA,wb}) = -0.05$

$C_{L_{\alpha,wb}}(\bar{x}_{CG} - \bar{x}_{CA,wb}) = -0.0035$

Com ambas as equações no MATLAB (código em anexo) e os parâmetros conhecidos, obtemos:

$C_{m_{CA,wb}} = -0.037$

$l_{wb} = \bar{x}_{CA,wb} - \bar{x}_{CG} = 0.05$

Para a aeronave completa:

$C_{m_{CG}} = C_{m_{0,CG}} + C_{m_{\alpha,CG}}\alpha + C_{m_{i_t,CG}}i_t$

$C_{m_{0,CG}} = C_{m_{CA,wb}} + C_{L_{0,wb}}(\bar{x}_{CG} - \bar{x}_{CA,wb}) + \eta\frac{S_t}{S}\frac{c_t}{\bar{c}}C_{m_{CA,t}} - \eta V_H(C_{L_{0,t}} - C_{L_{\alpha,t}}\epsilon_0)$

$C_{m_{\alpha,CG}} = C_{L_{\alpha,wb}}(\bar{x}_{CG} - \bar{x}_{CA,wb}) - \eta V_H\left(C_{L_{\alpha,t}}\left(1 - \frac{\partial\epsilon}{\partial\alpha}\right)\right)$

$C_{m_{i_t,CG}} = -\eta V_H C_{L_{\alpha,t}}$

$C_{m_{CG}} = 0.15 - 0.025\alpha$

Portanto,

$C_{m_{0,CG}} + C_{m_{i_t,CG}}i_t = 0.15$

$C_{m_{\alpha,CG}} = -0.025$

Novamente desenvolvendo ambas as equações, obtemos:

$\boxed{S_t = 4.0262\ m^2}$

$\boxed{i_t = -0.0829\ rad = -4.7496°}$

2 Q02

Inserindo o efeito do profundor:

$C_{m_{CG}} = C_{m_{0,CG}} + C_{m_{\alpha,CG}}\alpha + C_{m_{\delta_e,CG}}\delta_e = -0.33 - 0.044\alpha + C_{m_{\delta_e,CG}}\delta_e$

Para o equilíbrio temos que

$C_{m_{CG}} = -0.33 - 0.044\alpha + C_{m_{\delta_e,CG}}\delta_e = 0$

Substituindo $C_{m_{\delta_e}} = -\eta V_H \tau C_{L_{\alpha,t}}$ obtemos a equação em função de τ e δ_e.

Fazendo δ_e variar entre os batentes do profundor, encontramos τ, que por sua vez é usado para a obtenção de S_e com a regressão. A figura 1 apresenta o resultado obtido com o MATLAB (código em anexo).

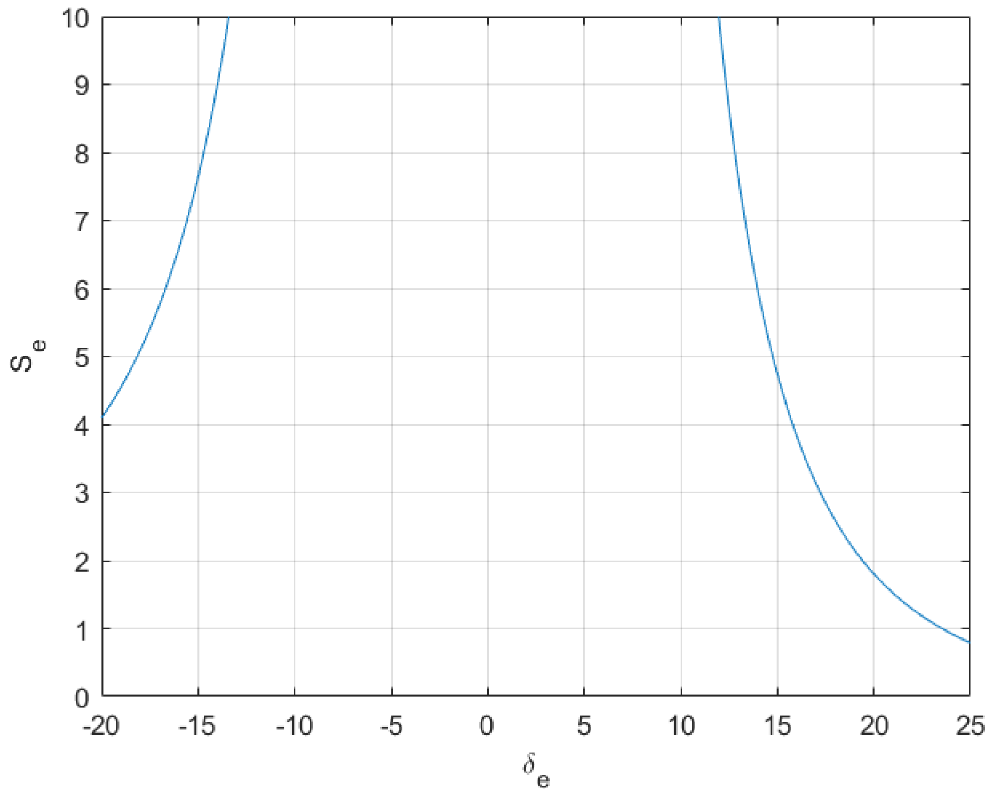

Figura 1: Área de profundor por ângulo de profundor.

Considerando $C_{m_{\delta e}} \leq 0 \implies \tau \geq 0$ tal como na figura do enunciado, onde se estabelece uma função injetora. Observamos que para tal condição ser satisfeita, devemos ter $\delta_e \leq 0$. Dessa forma, obtemos o resultado:

$\boxed{S_e = 4.094\ m^2}$ para $\delta_e = -20°$

3 Q03

3.1 Determine o coeficiente de sustentação de equilíbrio, C_{Leq}

Do enunciado temos o coeficiente angular da curva dado pela equação 1. Integrando a equação e aplicando a condição de contorno para C_L nulo temos a equação do momento de arfagem por C_L conforme a equação 3.

$$\frac{dC_{mCG}}{dC_L} = -0,15 \tag{1}$$

$$\begin{aligned} C_{mCG} &= -0,15C_L + c \\ cc : C_L &= 0 \rightarrow C_{mCG} = 0,08 \end{aligned} \tag{2}$$

Assim,

$$C_{mCG} = -0,15C_L + 0,08 \tag{3}$$

Por fim, temos que para o equilíbrio devemos ter o $\boxed{\mathrm{C}_L = 0,533}$.

3.2 Considerando que o CG está localizado em xCG/$\bar{c}$= 0,3, determine a posição do ponto neutro a manche fixo.

Transferindo o momento de arfagem do PN para o CG temos a equação 4.

$$C_{mCG} = -\Delta_X.C_L + C_{mPN} \tag{4}$$

Sendo C_{mCG} e C_{mPN} os momentos de arfagem no CG e PN e Δ_X a distância do PN ao CG. Assim derivando a equação 4 por C_L temos a equação 5.

$$\frac{dC_{mCG}}{dC_L} = \frac{C_{m\alpha CG}}{C_{L\alpha}} = -\Delta_X + \frac{dC_{mPN}}{d\alpha}.\frac{1}{C_{L\alpha}} \tag{5}$$

Como por definição a derivada do momento de arfagem no ponto neutro é nula para a variação de α temos a equação 6.

$$\frac{dC_{mCG}}{dC_L} = -\Delta_X = -0,15 \tag{6}$$

Assim temos a posição do PN sendo $\boxed{x_{PN}/\bar{c} = 0{,}45}$.

4 Q04

4.1 A posição do ponto neutro a manche fixo, $\bar{xn}$, considerando as hipóteses descritas no Exercício 3.

Analogamente ao exercício 03 sabemos que a derivada do momento de arfagem no CG com relação ao CL é igual ao valor negativo da distância entre o PN e CG, conforme a equação 7. A derivada da equação de C_{mCG} por C_L é -0.15 e igualando temos a equação 7.

$$\frac{dC_{mCG}}{dC_L} = -\Delta_X = -0.15 \tag{7}$$

Assim temos a posição do PN sendo $\boxed{x_{PN}/\bar{c}\text{= 0,40}}$.

4.2 Calcule a deflexão de profundor de equilíbrio

O C_L pode ser calculado igualando a força de sustentação conforme a equação 8.

$$\begin{aligned} & W = \frac{1}{2}\rho V^2 C_L S \\ & \therefore\ CL = \frac{2W}{\rho S V^2} \\ & CL = \frac{2 \cdot 1247,4 \cdot 9,8}{1,225 \cdot 16,72 \cdot 38,1^2} \\ & \rightarrow = 0,822 \end{aligned} \tag{8}$$

Substituindo o $\boxed{\mathrm{C}_L = 0,822}$ na equação de C_{mCG} por C_L temos $\boxed{\delta_e = -11,44^o}$

5 Q05

5.1 Calcule a posição do ponto neutro a manche fixo

Analogamente ao exercício 03 sabemos que a derivada do momento de arfagem no CG com relação ao CL é igual ao valor negativo da distância entre o PN e CG, conforme a equação 9.

$$\frac{dC_{mCG}}{dC_L} = -\Delta_X \tag{9}$$

Aplicando a regra da cadeia temos a equação 10. Sendo $\frac{dC_{mCG}}{d\alpha} = -0.012$ e $\frac{d\alpha}{dC_L} = \frac{1}{0{,}08}$.

$$\begin{aligned} \frac{dC_{mCG}}{dC_L} &= \frac{\frac{dC_{mCG}}{d\alpha}}{\frac{dC_L}{d\alpha}} \\ &= \frac{-0.012}{0.08} = -0.15 \end{aligned} \tag{10}$$

Assim temos a posição do PN sendo $\boxed{x_{PN}/\bar{c} = 0{,}40}$.

5.2 Encontre o limite para a posição frontal do centro de gravidade

Para o CG na posição original temos um coeficiente de momento de arfagem na eminencia de estol dado pela equação 11. Ja para um CG na posição Δ_X mais para frente temos a equação 12.

$$C^0_{mCG} = -0,3 - 0,029(\delta_e - 10) \tag{11}$$

$$C_{mCG} = C^0_{mCG} - \Delta_X.C_L = -0,3 - 0,029(\delta_e - 10) - \Delta_X.1,23 \tag{12}$$

assim temos,

$$\begin{aligned} \Delta_X &= \frac{-0,3 - 0,029(\delta_e - 10)}{1,23} \\ &= 0,345 \quad p/ : \delta_e = -15 \end{aligned} \tag{13}$$

Assim podemos ter um CG até a posição $\boxed{x_{CG}/\bar{c} = \text{-0,095}}$.

6 Q06

a)

$C_{m_{CG}} = 0.4 - 0.25C_L - 0.0375(\delta_e + 8)$

Derivando em relação a α:

$C_{m_{\alpha,CG}} = -0.25C_{L_\alpha}$

Portanto:
$-\dfrac{C_{m_{\alpha,CG}}}{C_{L_\alpha}} = K_n = 0.25$

$K_n = \bar{x}_n - \bar{x}_{CG} = 0.25$

$\bar{x}_n = 0.25 + \bar{x}_{CG} = 0.25 + 0.25 = 0.5$

$\boxed{\bar{x}_n = 0.5}$

$x_n = \bar{c} \cdot \bar{x}_n = 5 \cdot 0.5 = 2.5\ ft$

$\boxed{x_n = 2.5\ ft}$

b)

No equilíbrio:
$C_L = \dfrac{2W}{\rho_0 V^2 S} = \dfrac{2 \cdot 1134 \cdot 9.81}{1.225 \cdot 45.72^2 \cdot 13.94} = 0.6233$

Substituindo na fórmula do enunciado e admitindo que haja o equilíbrio:

$C_{m_{CG}} = 0.4 - 0.25 \cdot 0.6233 - 0.0375(\delta_e + 8) = 0$

Dessa forma, obtemos:

$\boxed{\delta_e = -1.49°}$

7 Q07

Obteve-se os valores de ângulo de ataque para os 3 primeiros encontros das curvas de momento conforme a figura 2. Os valores foram $i_t = 1$ com $\alpha_w = 1,96$, $i_t = 0$ com $\alpha_w = 3,17$ e $i_t = -1$ com $\alpha_w = 4,54$.

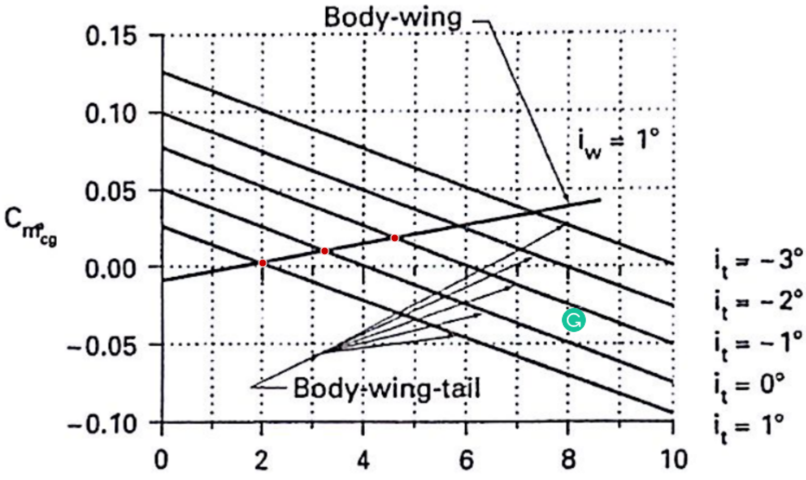

Figura 2: Pontos utilizados

Como o perfil da cauda é simétrico e planar temos que o encontro das curvas representa angulo de ataque efetivo nulo na cauda. Assim temos o sistema 14.

$$\begin{aligned}
\alpha_t &= \alpha + i_t + \epsilon \\
0 &= 0,96 + 1 - \epsilon_{(0,96)} \\
0 &= 2,17 + 0 - \epsilon_{(2,17)} \\
0 &= 3,54 + -1 - \epsilon_{(3,54)}
\end{aligned} \tag{14}$$

assim,

$$\begin{aligned}
\epsilon_{(0,96)} &= +1,96 \\
\epsilon_{(2,17)} &= +2,17 \\
\epsilon_{(3,54)} &= +2,54
\end{aligned} \tag{15}$$

Fitando a curva no MATLAB temos $\boxed{\epsilon = 1{,}72 + 0{,}226.\alpha}$.

8 Q8

Inicialmente, obtemos C_{L_α}

$$C_{L_\alpha} = C_{L_{\alpha,wb}} + \eta \frac{S_t}{S} C_{L_{\alpha,t}} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right)$$

Dessa forma, substituímos os parâmetros conhecidos para se obter a posição do ponto neutro:

$$\bar{x}_n = \bar{x}_{CA,wb} + \eta \bar{V}_H \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) \frac{C_{L_{\alpha,t}}}{C_{L_\alpha}}$$

As substituições foram realizadas no MATLAB (código em anexo), e obtemos:

$$\boxed{\bar{x}_n = 0.4175}$$

9 Q9

Com a regressão linear e o valor S_e/S_t, obtemos a raiz real e positiva $\tau = 0.5587$, com o MATLAB (código em anexo).

Analogamente, a questão anterior, podemos obter a posição do ponto neutro:

$$\bar{x}_n' = \bar{x}_{CA,wb} + \frac{f}{F}\eta\bar{V}_H\left(1 - \frac{\partial\epsilon}{\partial\alpha}\right)\frac{C_{L_{\alpha,t}}}{C_{L_\alpha}}$$

Neste caso, observa-se na formulação termos adicionais f e F, que podem ser expressos por:

$$f = 1 - \frac{\partial C_{L_t}}{\partial\delta_e}\frac{1}{C_{L_{\alpha,t}}}\frac{C_{he_{\alpha_t}}}{C_{he_{\delta_e}}}$$

$$F = 1 - \frac{C_{L_{\delta_e}}}{C_{L_\alpha}}\frac{C_{he_{\alpha_t}}}{C_{he_{\delta_e}}}\left(1 - \frac{\partial\epsilon}{\partial\alpha}\right)$$

Obtemos C_{L_α} como na questão anterior, e neste caso obtemos também:

$$C_{L_{\delta_e}} = \eta\frac{S_t}{S}\frac{\partial C_{L_t}}{\partial\delta_e}$$

$\dfrac{\partial C_{L_t}}{\partial\delta_e} = \tau C_{L_{\alpha,t}}$ (como descrito pelo enunciado)

Dessa forma, obtemos todos os parâmetros para cálculo de f e F, e em sequência o cálculo de $\bar{x}_n'$. Efetuando as devidas substituições no MATLAB (código em anexo), obtemos:

$\boxed{\bar{x}_n' = 0.3518}$ para $\tau = 0.5587$

10 Q10

Obtemos os valores de C_L, admitindo o equilíbrio:

$$C_L = \frac{2W}{\rho V^2 S} = \frac{2W}{\rho_0 V_E^2 S}$$

Os ajustes, gráficos e resultado foram obtidos com o MATLAB (código em anexo). Dessa forma, obtemos as curvas $i_t \times C_L$ da figura 3, na qual cada posição x_{CG} correspondendo à aproximadamente uma reta.

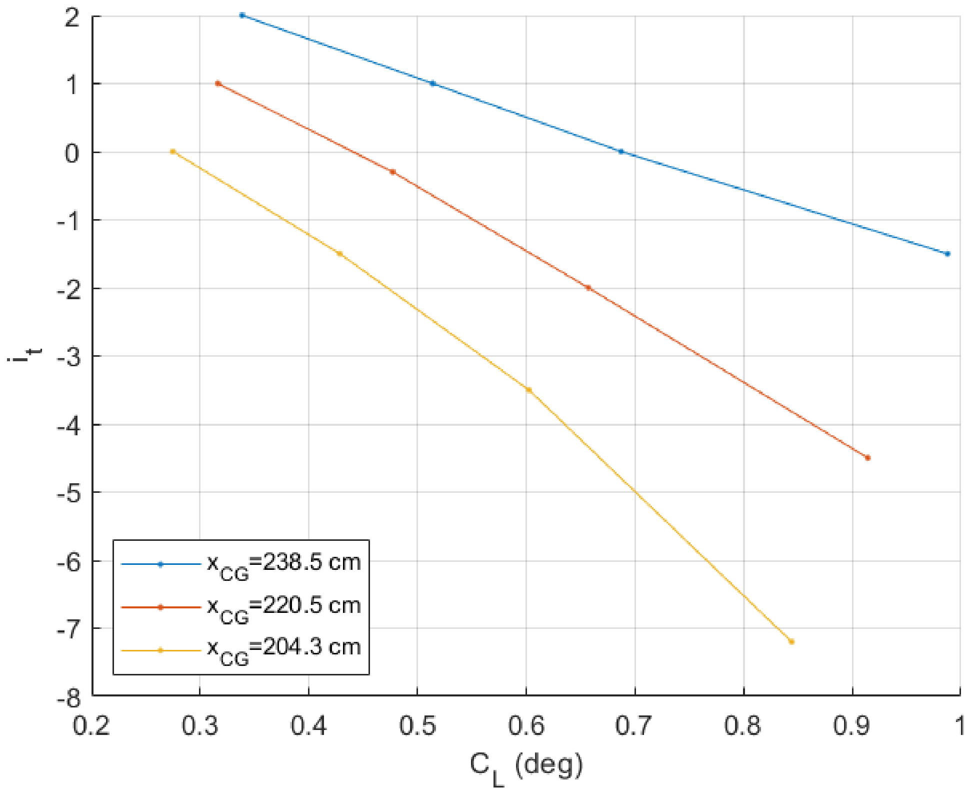

Figura 3: $i_t \times C_L$

Foram determinados os coeficientes angulares de cada reta ajustada correspondendo ao valor de $\frac{\partial i_t}{\partial C_L}$, para cada valor de posição x_{CG}. Dessa forma, foi obtida o gráfico da figura 4.

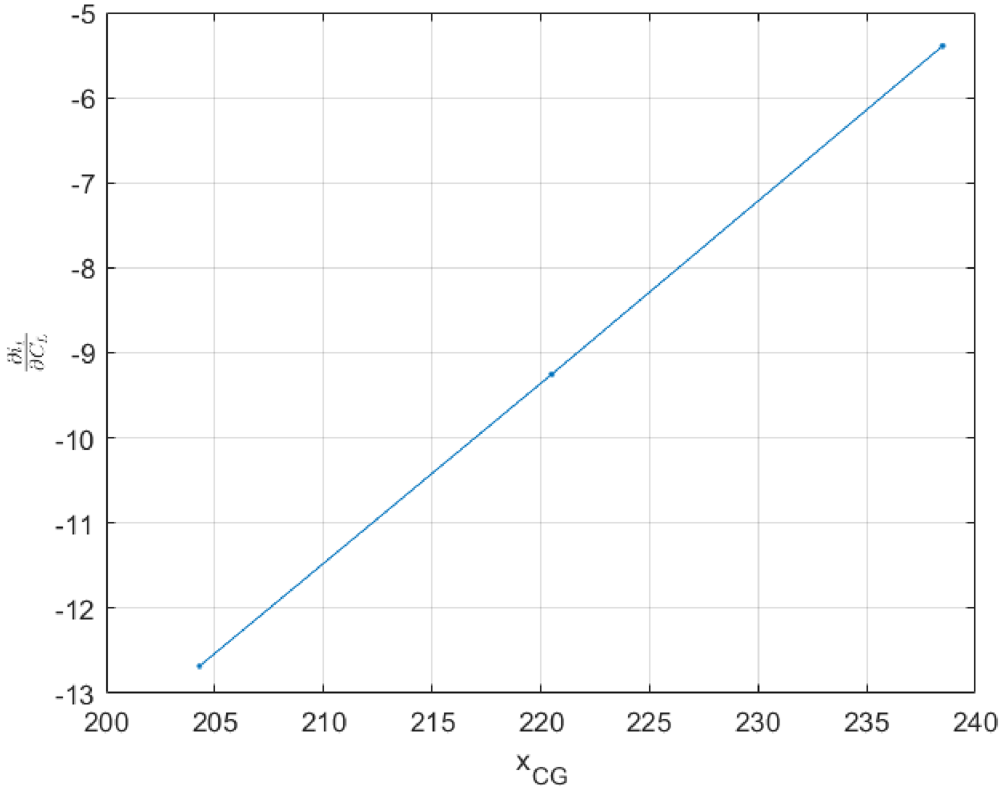

Figura 4: $\dfrac{\partial i_t}{\partial C_L} \times x_{CG}$

O ponto CG coincide com o ponto neutro quando $\dfrac{\partial i_t}{\partial C_L} = 0$. Dessa forma, fazendo o ajuste linear do gráfico 4 e prolongando-o, obtemos o ponto desejado:

$\boxed{\bar{x}_n = 263.8414\ cm}$