



MVO-32 - Lista de Exercícios 3

Antônio Bernardo
antonio@ita.br

27 de outubro de 2020

Instruções

LEIA COM ATENÇÃO:

- enviar a solução até as 23:59 de **13 de novembro de 2020**; o desconto por atraso (de 0,05 por hora) começa a contar a partir das 00:00. A solução consiste de:
 - documento com respostas, gráficos e análises em formato **.pdf**
 - todos os códigos utilizados em cada item, numa única pasta compactada em formato **.zip**, com subpastas para **cada item** (ex.: **1A, 1B, 2A etc.**)
 - observação: **o tamanho total dos anexos não deve exceder 5 MB**
- é permitido resolver em duplas; um único trio é também permitido
- é permitido discutir resultados com outros colegas/outras duplas
- porém, **não é permitido** ler a solução de outros colegas/outras duplas, seja da turma atual, seja de turmas passadas
- esta lista responde por 1/3 da nota do 2º bimestre

Dados

Nesta lista, você irá programar o modelo para a dinâmica completa do GNBA (*Generic Narrow-Body Airliner*, ou avião genérico de fuselagem estreita). A aeronave foi desenvolvida na seguinte tese de doutorado, com a finalidade de estudar a dinâmica do voo de aeronaves flexíveis:

GUIMARÃES NETO, Antônio Bernardo. **Flight dynamics of flexible aircraft using general body axes**: a theoretical and computational study. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. São José dos Campos: ITA, 2014. 450 p. (DCTA/ITA/TD-032/2014). Disponível em: http://www.bdata.bibl.ita.br/tesesdigitais/lista_resumo.php?num_tese=67648. Acesso em: 29 set. 2020.

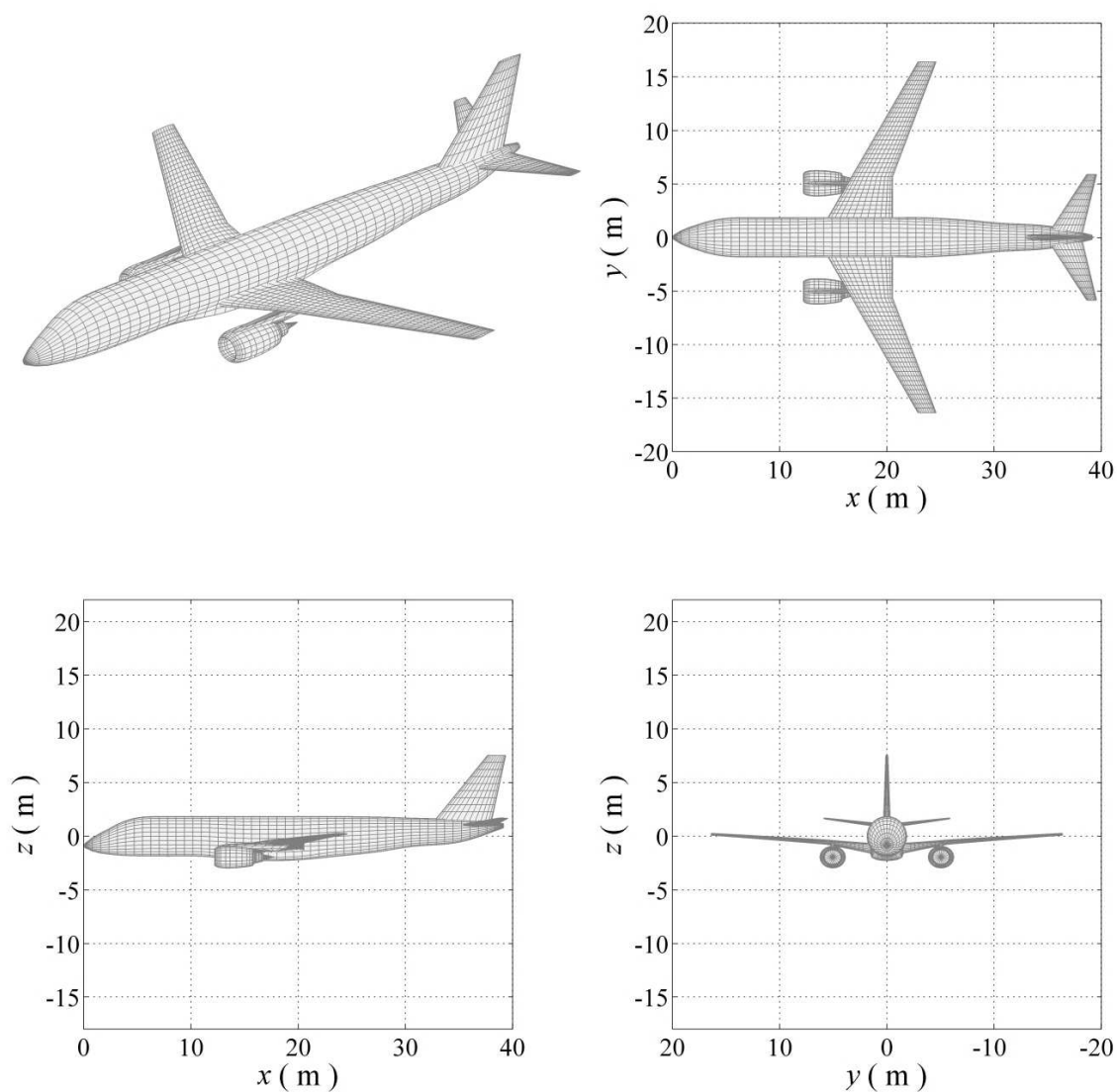


Figura 1: GNBA: *Generic Narrow-Body Airliner*.

Dados gerais

Descrição	Símbolo	Valor	Unidade
Área da asa	S	116	m ²
Corda média aerodinâmica	\bar{c}	3,862	m
Envergadura	b	32,757	m
Massa	m	55788	kg
Momento de inércia em x	I_{xx}	$8,215 \times 10^5$	kg.m ²
Momento de inércia em y	I_{yy}	$3,344 \times 10^6$	kg.m ²
Momento de inércia em z	I_{zz}	$4,057 \times 10^6$	kg.m ²
Produto de inércia xz	I_{xz}	$1,789 \times 10^5$	kg.m ²
Máximo empuxo ao nível do mar por motor	T_{\max}	100000	N

Condição de operação

Condição	V [m/s]	Mach	h [m]	γ [deg]
Cruzeiro	230,15	0,78	11582,4	0,0

Dados do modelo propulsivo

Adote o seguinte modelo para o empuxo de cada motor, T_l (motor esquerdo) ou T_r (motor direito), em função do controle propulsivo, $throttle_l$ (motor esquerdo) ou $throttle_r$ (motor direito):

$$T_l = throttle_l \ T_{\max} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{n_\rho},$$

$$T_r = throttle_r \ T_{\max} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{n_\rho},$$

sendo T_{\max} o máximo empuxo ao nível do mar, ρ a densidade atmosférica na altitude atual, $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$ a densidade ao nível do mar, e $n_\rho = 0,8$.

Tabela 1: Parâmetros propulsivos do GNBA

Descrição	Símbolo	Valor	Unidade
Incidência do motor esquerdo	ι_l	2,0	deg
Ângulo de “toe-in” do motor esquerdo	τ_l	1,5	deg
Matriz de transformação do sistema do corpo para o do motor esquerdo	$\mathbf{C}_{l/b}$	$\mathbf{C}_{\iota_l} \mathbf{C}_{\tau_l}$	
Ponto de aplicação da força de empuxo do motor esquerdo	$\mathbf{r}_{l,b}$	$\begin{bmatrix} 4,899 \\ -5,064 \\ 1,435 \end{bmatrix}$	m
Incidência do motor direito	ι_r	2,0	deg
Ângulo de “toe-in” do motor direito	τ_r	-1,5	deg
Matriz de transformação do sistema do corpo para o do motor direito	$\mathbf{C}_{r/b}$	$\mathbf{C}_{\iota_r} \mathbf{C}_{\tau_r}$	
Ponto de aplicação da força de empuxo do motor direito	$\mathbf{r}_{r,b}$	$\begin{bmatrix} 4,899 \\ 5,064 \\ 1,435 \end{bmatrix}$	m

Na Tabela 1, as matrizes de transformação \mathbf{C}_{ι_l} e \mathbf{C}_{ι_r} são para rotações pela regra da mão direita em torno dos eixos y dos sistemas de coordenadas resultantes das rotações pelos ângulos τ_l e τ_r , respectivamente. As matrizes de transformação \mathbf{C}_{τ_l} e \mathbf{C}_{τ_r} , por sua vez, são para rotações pela regra da mão direita em torno do eixo z_b :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{\tau_l} &= \begin{bmatrix} \cos \tau_l & \sin \tau_l & 0 \\ -\sin \tau_l & \cos \tau_l & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_{\tau_r} &= \begin{bmatrix} \cos \tau_r & \sin \tau_r & 0 \\ -\sin \tau_r & \cos \tau_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_{\iota_l} &= \begin{bmatrix} \cos \iota_l & 0 & -\sin \iota_l \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \iota_l & 0 & \cos \iota_l \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_{\iota_r} &= \begin{bmatrix} \cos \iota_r & 0 & -\sin \iota_r \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \iota_r & 0 & \cos \iota_r \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Dados do modelo aerodinâmico

Derivadas de estabilidade e controle longitudinais:

Tabela 2: Coeficiente de sustentação

C_{L_0}	C_{L_α} [1/deg]	C_{L_q} [1/rad]	$C_{L_{i_t}}$ [1/deg]	$C_{L_{\delta_e}}$ [1/deg]
0,308	0,133	16,7	0,0194	0,00895

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + C_{L_q} \frac{q\bar{c}}{2V} + C_{L_{i_t}} i_t + C_{L_{\delta_e}} \delta_e$$

Tabela 3: Coeficiente de momento de arfagem

C_{m_0}	C_{m_α} [1/deg]	C_{m_q} [1/rad]	$C_{m_{i_t}}$ [1/deg]	$C_{m_{\delta_e}}$ [1/deg]
0,0170	-0,0402	-57,0	-0,0935	-0,0448

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_q} \frac{q\bar{c}}{2V} + C_{m_{i_t}} i_t + C_{m_{\delta_e}} \delta_e$$

Tabela 4: Coeficiente de arrasto

C_{D_0}	C_{D_α} [1/deg]	$C_{D_{\alpha^2}}$ [1/deg ²]	$C_{D_{q^2}}$ [1/rad ²]	$C_{D_{i_t}}$ [1/deg]	$C_{D_{i_t^2}}$ [1/deg ²]	$C_{D_{\delta_e^2}}$ [1/deg ²]
0,02207	0,00271	$6,03 \times 10^{-4}$	35,904	$-4,20 \times 10^{-4}$	$1,34 \times 10^{-4}$	$4,61 \times 10^{-5}$

$C_{D_{\beta^2}}$ [1/deg ²]	$C_{D_{p^2}}$ [1/rad ²]	$C_{D_{r^2}}$ [1/rad ²]	$C_{D_{\delta_a^2}}$ [1/deg ²]	$C_{D_{\delta_r^2}}$ [1/deg ²]
$1,60 \times 10^{-4}$	0,5167	0,5738	$3,00 \times 10^{-5}$	$1,81 \times 10^{-5}$

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_\alpha} \alpha + C_{D_{\alpha^2}} \alpha^2 + C_{D_{q^2}} \left(\frac{q\bar{c}}{2V} \right)^2 + C_{D_{i_t}} i_t + C_{D_{i_t^2}} i_t^2 + C_{D_{\delta_e^2}} \delta_e^2 +$$

$$+ C_{D_{\beta^2}} \beta^2 + C_{D_{p^2}} \left(\frac{pb}{2V} \right)^2 + C_{D_{r^2}} \left(\frac{rb}{2V} \right)^2 + C_{D_{\delta_a^2}} \delta_a^2 + C_{D_{\delta_r^2}} \delta_r^2$$

O coeficiente de momento de arfagem tem como ponto de referência o CG da aeronave na condição nominal de cruzeiro. Além disso, as velocidades angulares de rolamento, de arfagem e de guinada também são aquelas em torno do CG nominal.

Observe que as derivadas aerodinâmicas com respeito a $\frac{pb}{2V}$, a $\frac{q\bar{c}}{2V}$ e a $\frac{rb}{2V}$ consideram essas adimensionalizações em radianos, não em graus.

Atenção: veja que existe contribuição de variáveis de estado e de controle látero-direcionais para o coeficiente de arrasto do GNBA (essa contribuição naturalmente não havia sido incluída na Lista 2).

Derivadas de estabilidade e controle látero-direcionais:

Tabela 5: Coeficiente de força lateral

C_{Y_β}	C_{Y_p}	C_{Y_r}	$C_{Y_{\delta_a}}$	$C_{Y_{\delta_r}}$
[1/deg]	[1/rad]	[1/rad]	[1/deg]	[1/deg]
0,0228	0,0840	-1,21	$2,36 \times 10^{-4}$	$-5,75 \times 10^{-3}$

$$C_Y = C_{Y_\beta}\beta + C_{Y_p}\frac{pb}{2V} + C_{Y_r}\frac{rb}{2V} + C_{Y_{\delta_a}}\delta_a + C_{Y_{\delta_r}}\delta_r$$

Tabela 6: Coeficiente de momento de rolamento

C_{l_β}	C_{l_p}	C_{l_r}	$C_{l_{\delta_a}}$	$C_{l_{\delta_r}}$
[1/deg]	[1/rad]	[1/rad]	[1/deg]	[1/deg]
$-3,66 \times 10^{-3}$	-0,661	0,254	$-2,87 \times 10^{-3}$	$6,76 \times 10^{-4}$

$$C_l = C_{l_\beta}\beta + C_{l_p}\frac{pb}{2V} + C_{l_r}\frac{rb}{2V} + C_{l_{\delta_a}}\delta_a + C_{l_{\delta_r}}\delta_r$$

Tabela 7: Coeficiente de momento de guinada

C_{n_β}	C_{n_p}	C_{n_r}	$C_{n_{\delta_a}}$	$C_{n_{\delta_r}}$
[1/deg]	[1/rad]	[1/rad]	[1/deg]	[1/deg]
$5,06 \times 10^{-3}$	-0,219	-0,634	$1,50 \times 10^{-4}$	$-3,26 \times 10^{-3}$

$$C_n = C_{n_\beta}\beta + C_{n_p}\frac{pb}{2V} + C_{n_r}\frac{rb}{2V} + C_{n_{\delta_a}}\delta_a + C_{n_{\delta_r}}\delta_r$$

Os coeficientes de momento de rolamento e de guinada têm como ponto de referência o CG da aeronave na condição nominal de cruzeiro. Esses momentos aerodinâmicos já são válidos para as direções x_b e z_b do sistema do corpo.

Observe que as derivadas aerodinâmicas com respeito a $\frac{pb}{2V}$, a $\frac{q\bar{c}}{2V}$ e a $\frac{rb}{2V}$ consideram essas adimensionalizações em radianos, não em graus.

Exercícios

Escreva uma função em MATLAB que represente a dinâmica do movimento completo da aeronave, no formato exigido para poder ser integrada no tempo pela função `ode4xy`:

```
function [Xdot,Y]=dynamics(t,X,U,etc)
```

Variáveis de estado:

$$\mathbf{X} = [V \quad \alpha \quad q \quad \theta \quad h \quad x \quad \beta \quad \phi \quad p \quad r \quad \psi \quad y]^T$$

Variáveis de controle:

$$\mathbf{U} = [throttle_l \quad throttle_r \quad i_t \quad \delta_e \quad \delta_a \quad \delta_r]^T$$

Variáveis de saída:

$$\mathbf{Y} = [\gamma \quad T_l \quad T_r \quad Mach \quad C_D \quad C_L \quad C_m \quad C_Y \quad C_l \quad C_n]^T$$

Exercício 1

(1,0 ponto) Calcule o equilíbrio do avião no voo reto nivelado ($\dot{\psi}_{eq} = 0$, $\gamma_{eq} = 0$) em cruzeiro. Apresente os resultados obtidos para as variáveis de estado, de controle e de saída. Então, determine os autovalores da dinâmica linearizada e identifique a que modo natural cada autovalor real ou cada par complexo conjugado de autovalores corresponde, explicando o método usado para a identificação.

Exercício 2

(1,0 ponto) Apresente os resultados de uma simulação da resposta do GNBA a uma entrada do tipo *doublet* de empuxo diferencial nos motores, começando em $t = 1$ s com um pulso de $\Delta throttle_r = +0,1$ com $\Delta throttle_l = -0,1$, com duração de 2,5 segundos, seguido de um pulso oposto, de $\Delta throttle_r = -0,1$ com $\Delta throttle_l = +0,1$, também com duração de 2,5 segundos. Analise o comportamento do avião para os primeiros 30 segundos.

Exercício 3

Considere neste exercício um modelo simplificado para a dinâmica de rolamento da aeronave. Se ela tivesse apenas o grau de liberdade de rolamento, na ausência de derrapagem e sem comando de leme, seria válido escrever que:

$$I_{xx}\dot{p} = \mathcal{L} = \frac{1}{2}\rho V^2 S b C_l = \frac{1}{2}\rho V^2 S b \left(C_{l_p} \frac{pb}{2V} + C_{l_{\delta_a}} \delta_a \right)$$

Além disso, assumindo $\theta = 0$, teríamos:

$$\dot{\phi} = p$$

Considerando o exposto, resolva os itens a seguir:

a) (1,0 ponto) Compare a constante de tempo τ_R do modo de rolamento puro prevista por esse sistema de um grau de liberdade com aquela obtida do autovalor correspondente no **Exercício 1**. Por que há diferença entre essas constantes? Dica: considere o autovetor do modo na dinâmica linearizada completa.

b) (1,0 ponto) Calcule analiticamente as respostas $p(t)$ e $\phi(t)$ do sistema de um grau de liberdade a uma entrada degrau de amplitude qualquer δ_a no aileron, partindo da condição de equilíbrio ($p = 0, \phi = 0, \delta_a = 0$). Calcule analiticamente qual a taxa de rolamento p_{ss} no regime estacionário.

c) (1,0 ponto) Imponha uma entrada degrau no aileron, iniciando em $t = 0$ s, com amplitude de 5 graus, à dinâmica não linear completa $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}, \mathbf{U})$ e à dinâmica linearizada completa $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$, na condição de cruzeiro, simulando por 20 segundos. Apresente os gráficos para as variações de todas as variáveis de estado látero-direcionais na simulação com a dinâmica completa não linear e linearizada. Nos gráficos de Δp e de $\Delta \phi$, inclua também os resultados do sistema de um grau de liberdade calculados a partir das equações deduzidas no item **(b)**. Analise fisicamente as diferenças observadas.

d) (Bônus de 1,0 ponto) Caso você escreva a equação diferencial deste exercício em termos de ϕ (gerando uma equação diferencial de segunda ordem), ou considere simultaneamente as equações diferenciais de primeira ordem de p e de ϕ , você observará que a equação característica apresenta uma raiz (autovalor) na origem ($\lambda = 0$). A que pode ser associado esse autovalor? Ele tem algum autovalor correlato na dinâmica completa?

Exercício 4

Na Lista 2, verificamos que a aproximação de período curto, considerando apenas $\Delta \alpha$ e Δq como graus de liberdade, resultava em um modelo de dois graus de liberdade com uma representação muito boa da dinâmica desse modo.

Consideremos, agora, a tentativa de aplicar uma analogia ao modo *Dutch roll*, considerando apenas os graus de liberdade $\Delta \beta$ e Δr . Considere a condição de equilíbrio do **Exercício 1**.

a) (1,0 ponto) Compare o par complexo conjugado associado ao modo *Dutch roll* na dinâmica completa linearizada com o par complexo conjugado associado ao mesmo modo no modelo em que apenas perturbações $\Delta \beta$ e Δr são consideradas, ou seja, o modelo reduzido representado pela partição \mathbf{A} ($[7 \ 10], [7 \ 10]$) da matriz Jacobiana. O erro cometido é maior na frequência natural ou na razão de amortecimento?

b) (1,5 ponto) Considere como “nominais” os valores das derivadas de estabilidade C_{l_β} , C_{n_β} , C_{Y_β} , C_{l_p} , C_{n_p} , C_{Y_p} , C_{l_r} , C_{n_r} e C_{Y_r} empregados até o momento. Obtenha, então, uma

tabela quantitativa para a frequência natural não amortecida e a razão de amortecimento do modo *Dutch roll*, para variação de -20% , para o valor nominal, e para variação de $+20\%$ de cada derivada anteriormente citada. Ao variar cada uma, faça as demais permanecerem nos valores nominais.

Faça um resumo qualitativo dos resultados encontrados, concluindo quais derivadas de estabilidade mais impactam a frequência natural não amortecida e a razão de amortecimento do modo *Dutch roll* nessa condição de voo e nessa aeronave.

Observação: A apresentação dos resultados na forma de tabela é uma sugestão. Não há problema se você preferir apresentar graficamente. Porém, tenha cuidado para que as informações plotadas sejam totalmente legíveis.

Exemplo de tabela:

Tabela 8: Variação quantitativa da frequência natural e do amortecimento do modo *Dutch roll* com a variação de cada derivada de estabilidade látero-direcional.

Derivada	Frequência natural (rad/s)			Razão de amortecimento		
	-20%	Nominal	$+20\%$	-20%	Nominal	$+20\%$
C_{l_β}	$\omega_{n-20,1}$		$\omega_{n+20,1}$	$\zeta_{-20,1}$		$\zeta_{+20,1}$
C_{n_β}	$\omega_{n-20,2}$		$\omega_{n+20,2}$	$\zeta_{-20,2}$		$\zeta_{+20,2}$
C_{Y_β}	$\omega_{n-20,3}$		$\omega_{n+20,3}$	$\zeta_{-20,3}$		$\zeta_{+20,3}$
C_{l_p}	$\omega_{n-20,4}$		$\omega_{n+20,4}$	$\zeta_{-20,4}$		$\zeta_{+20,4}$
C_{n_p}	$\omega_{n-20,5}$	$\omega_{n_{nominal}}$	$\omega_{n+20,5}$	$\zeta_{-20,5}$	$\zeta_{nominal}$	$\zeta_{+20,5}$
C_{Y_p}	$\omega_{n-20,6}$		$\omega_{n+20,6}$	$\zeta_{-20,6}$		$\zeta_{+20,6}$
C_{l_r}	$\omega_{n-20,7}$		$\omega_{n+20,7}$	$\zeta_{-20,7}$		$\zeta_{+20,7}$
C_{n_r}	$\omega_{n-20,8}$		$\omega_{n+20,8}$	$\zeta_{-20,8}$		$\zeta_{+20,8}$
C_{Y_r}	$\omega_{n-20,9}$		$\omega_{n+20,9}$	$\zeta_{-20,9}$		$\zeta_{+20,9}$

c) (1,0 ponto) Com base nas tabelas levantadas no item (b), conclua por que a aproximação do item (a) funciona bem ou não para a frequência natural e bem ou não para a razão de amortecimento.

Exercício 5

(1,5 ponto) Considere uma falha do controle do motor direito, fazendo com que ele fique com o controle propulsivo travado em $throttle_r = 0,15$. Calcule o equilíbrio do avião no voo em cruzeiro, reto e nivelado, nessa condição hipotética de falha. Apresente os resultados obtidos para as variáveis de estado, de controle e de saída. Compare-os com os resultados do **Exercício 1**. Explique por que é necessário defletir o leme e o aileron na condição de falha em questão e por que a incidência de empenagem horizontal é pouco afetada.