



## MVO-32 - Lista de Exercícios 1

Antônio Bernardo Guimarães Neto  
antonio@ita.br

14 de setembro de 2020

### Instruções

LEIA COM ATENÇÃO:

- enviar a solução em formato **.pdf** até as 23:59 de **25 de setembro de 2020**; o desconto por atraso (de 0,05 por hora) começa a contar a partir das 00:00
- é permitido resolver em duplas; um único trio é também permitido
- é permitido discutir resultados com outros colegas/outras duplas
- porém, **não é permitido** ler a solução de outros colegas/outras duplas, seja da turma atual, seja de turmas passadas
- nesta lista, a correção de cada questão atribuirá *apenas uma das seguintes notas*: 0, caso a questão não seja feita; 0,5, caso o desenvolvimento ou a resposta final estejam incorretos; e 1,0, caso esteja tudo certo
- esta lista responde por 40% da nota do 1º bimestre

# Exercícios

## Exercício 1

(Adaptado do exemplo 2.1 da Ref. [1]) Num determinado avião, a equação para o coeficiente de momento de arfagem do conjunto asa-fuselagem em torno do centro de gravidade da aeronave é dada por:

$$C_{m_{CG,wb}} = -0,05 - 0,0035\alpha,$$

sendo  $\alpha$  o ângulo de ataque em graus. Além disso, são conhecidos os seguintes parâmetros:

$$\begin{array}{ll} S = 20 \text{ m}^2 & \bar{x}_{CG} = 0,1 \\ \bar{c} = 2,0 \text{ m} & AR_w = 7,3 \\ C_{L_{0,wb}} = 0,26 & C_{L_{\alpha,wb}} = 0,07 \text{ deg}^{-1} \\ \ell_t = x_{AC,t} - x_{CG} = 4,5 \text{ m} & \eta = 1,0 \\ AR_t = 4,85 & C_{L_{\alpha,t}} = 0,073 \text{ deg}^{-1} \\ C_{m_{CA,t}} = 0 & C_{L_{0,t}} = 0 \end{array}$$

Assuma que a derivada do ângulo de *downwash*  $\epsilon$  na empenagem horizontal com respeito ao ângulo de ataque da aeronave seja dada pela equação:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} = \frac{2C_{L_{\alpha,wb}}}{\pi AR_w},$$

em que a derivada  $C_{L_{\alpha,wb}}$  precisa estar expressa em  $\text{rad}^{-1}$ . Assuma também que o ângulo de *downwash*  $\epsilon_0$  para  $\alpha = 0$  pode ser calculado pela equação:

$$\epsilon_0 = \frac{2C_{L_{0,wb}}}{\pi AR_w},$$

em que o ângulo  $\epsilon_0$  resultante é em radianos.

Considere que a aeronave deve possuir a seguinte equação para o coeficiente de momento de arfagem em torno do CG:

$$C_{m_{CG}} = C_{m_{CG,wb}} = 0,15 - 0,025\alpha,$$

sendo, novamente,  $\alpha$  em graus e *wb* indicando a configuração de aeronave completa (asa-fuselagem + empenagem). Então:

- (a) Calcule a área da empenagem horizontal,  $S_t$ .
- (b) Calcule a incidência da empenagem,  $i_t$ .

## Exercício 2

(Adaptado do exemplo 2.3 da Ref. [1]) A superfície de controle longitudinal provê um momento de arfagem que pode ser usado para equilibrar o avião em diferentes ângulos de ataque ou coeficientes de sustentação. O tamanho da superfície de controle depende da magnitude do momento de arfagem que precisa ser compensado. Em geral, os maiores momentos em valor absoluto são negativos e ocorrem quando o avião está em configuração de pouso e quando o CG está na sua posição mais próxima do nariz.

Em configuração de pouso, o avião voa com alto ângulo de ataque e alto coeficiente de sustentação, de tal forma que possa se aproximar da pista com a menor velocidade possível. Portanto, o avião precisa ter a capacidade de ser equilibrado em elevado coeficiente de sustentação. Além disso, ao estender os flaps e o trem de pouso, um momento de arfagem mais negativo ocorre em relação à curva de momento da configuração “limpa” ( $C_{m_0}$  mais negativo). Quando o centro de gravidade se move para próximo do nariz, a inclinação da curva de momento torna-se também mais negativa (o avião fica mais estável). Isso resulta em maiores momentos a serem compensados pela superfície de controle para altos ângulos de ataque.

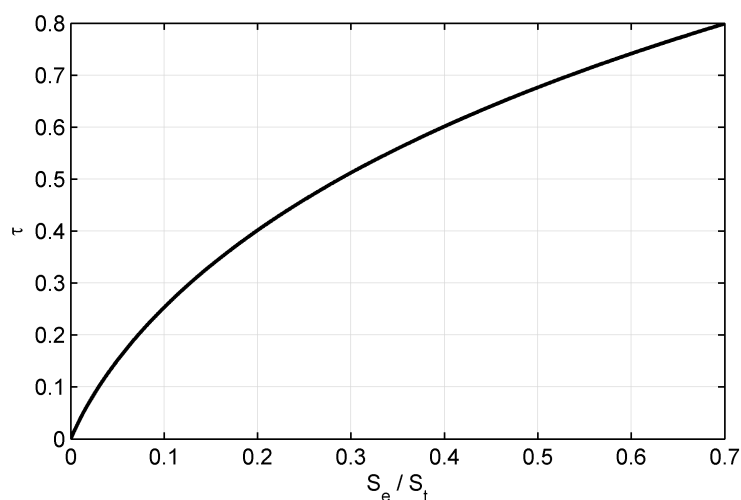
Para um determinado avião, a curva de momento de arfagem para configuração de pouso, com flaps estendidos e com o CG em sua posição mais próxima do nariz, é a seguinte:

$$C_{m_{CG}} = -0,33 - 0,044\alpha$$

com  $\alpha$  em graus. O efeito da deflexão do profundor ( $\delta_e$ ) não está presente nessa equação.

Estime a área do profundor ( $S_e$ ) necessária para equilibrar o avião em um pouso com ângulo de ataque de 10 graus. Considere que os batentes do profundor são  $+25^\circ$  e  $-20^\circ$ . Utilize a figura e a regressão polinomial disponibilizadas a seguir.

Dados:  $V_H = 0,70$ ;  $\eta = 1,05$ ;  $C_{L_{\alpha,t}} = 4,1 \text{ rad}^{-1}$ ;  $C_{m_{\delta_e}} = -\eta V_H \tau C_{L_{\alpha,t}}$ ;  $S_t = 7,0 \text{ m}^2$ .



$$\frac{S_e}{S_t} = 0,342\tau^4 - 0,0287\tau^3 + 0,6028\tau^2 + 0,239\tau$$

### Exercício 3

(Adaptado do exercício 2.1 da Ref. [1]) Quando se desprezam os efeitos do número de Mach,  $M$ ; da pressão dinâmica,  $\bar{q}$ ; e os efeitos propulsivos sobre a aerodinâmica de uma aeronave, é possível escrever a seguinte igualdade [2]:

$$\frac{dC_{m_{CG}}}{dC_L} = \frac{\partial C_{m_{CG}}}{\partial \alpha} \bigg/ \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} = \frac{C_{m_{\alpha,CG}}}{C_{L_{\alpha}}}$$

Nesse caso, para uma certa aeronave, se o coeficiente angular  $\frac{dC_{m_{CG}}}{dC_L}$  da curva de  $C_{m_{CG}}$  por  $C_L$  é  $-0,15$ , e o coeficiente de momento de arfagem em torno do CG é  $0,08$  para  $C_L$  nulo:

- (a) Determine o coeficiente de sustentação de equilíbrio,  $C_{L_{eq}}$ .
- (b) Considerando que o CG está localizado em  $x_{CG}/\bar{c} = 0,3$ , determine a posição do ponto neutro a manche fixo.

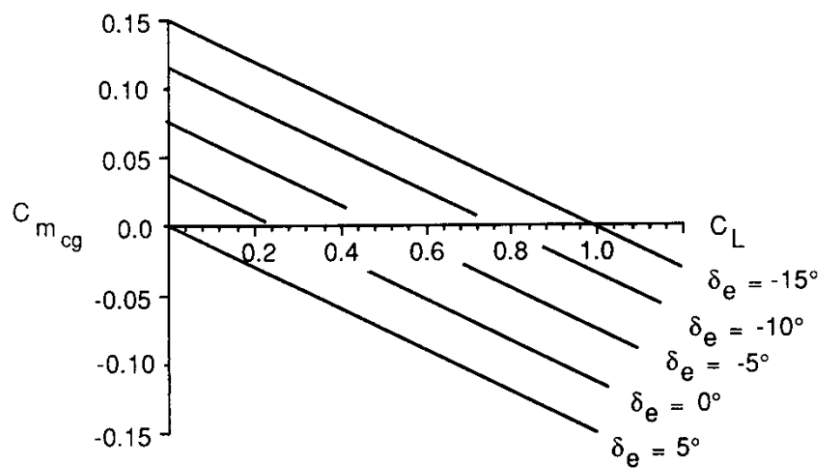
## Exercício 4

(Adaptado do exercício 2.2 da Ref. [1]) Para os dados apresentados na figura e na regressão linear abaixo dela, determine:

a) A posição do ponto neutro a manche fixo,  $\bar{x}_n$ , considerando as hipóteses descritas no Exercício 3.

b) Se o avião voa à velocidade de 38,1 m/s, ao nível do mar ( $\rho = \rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$ ), quais são o coeficiente de sustentação de equilíbrio,  $C_{L_{eq}}$ , e a deflexão de profundor de equilíbrio,  $\delta_{e_{eq}}$ ?

Dados:  $m = 1247,4 \text{ kg}$ ;  $S = 16,72 \text{ m}^2$ ;  $\bar{x}_{CG} = x_{CG}/\bar{c} = 0,25$ .



$$C_{m_{CG}} = 0,15 - 0,15C_L - 0,0075 (\delta_e(^{\circ}) + 15)$$

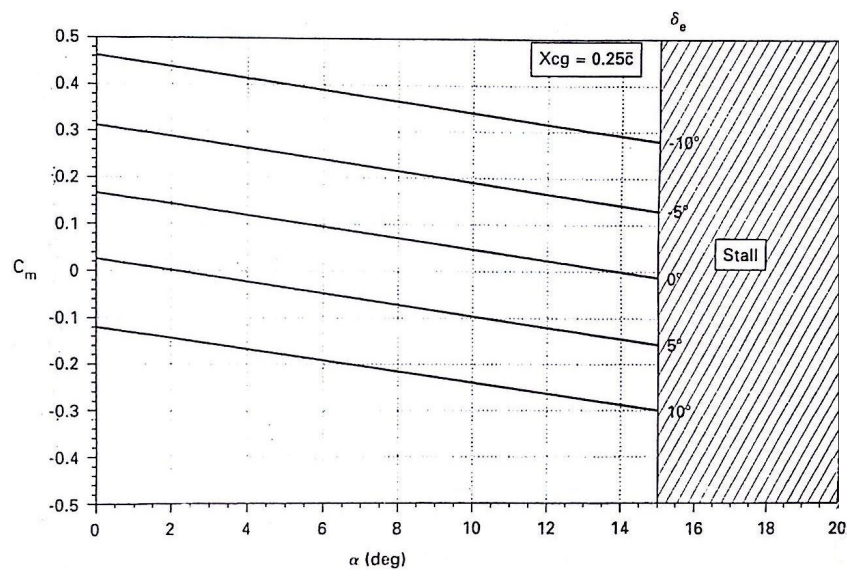
## Exercício 5

(Adaptado do exercício 2.4 da Ref. [1]) A curva  $C_{m_{CG}}$  versus  $\alpha$  para uma aeronave de transporte de grande porte pode ser vista na figura abaixo e equacionada como na regressão linear abaixo da figura. Utilize a figura, a regressão e as seguintes informações para responder as questões (a) e (b).

$$C_L = 0,03 + 0,08\alpha(^{\circ})$$

$$-15^{\circ} \leq \delta_e \leq 20^{\circ}$$

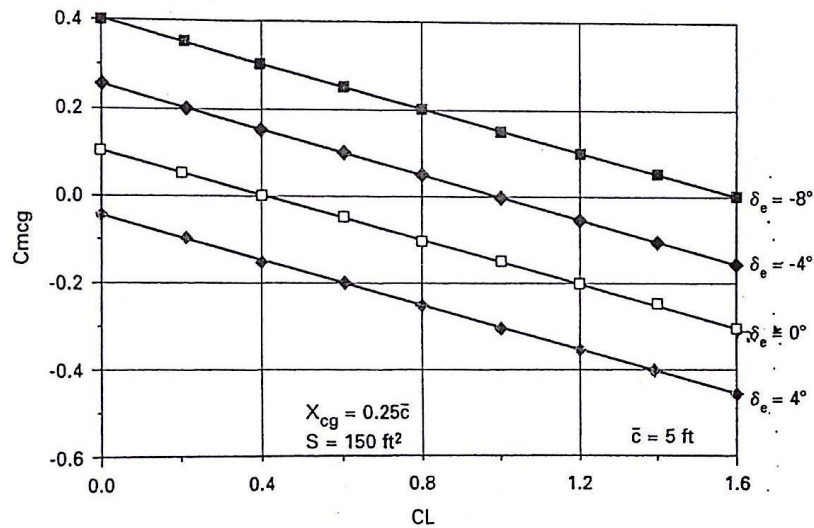
- a) Calcule a posição do ponto neutro a manche fixo.
- b) Encontre o limite para a posição frontal do centro de gravidade de tal forma que ainda seja possível equilibrar o avião na iminência do estol.



$$C_m = C_{m_{CG}} = -0,12 - 0,012\alpha(^{\circ}) - 0,029(\delta_e(^{\circ}) - 10)$$

## Exercício 6

(Adaptado do exercício 2.7 da Ref. [1]) As características de coeficiente de momento de arfagem de uma aeronave de aviação geral com o trem de pouso recolhido e os flaps retraídos são mostradas na figura e na equação a seguir. Utilize essas informações para responder as questões (a) e (b).



$$C_{mCG} = 0,4 - 0,25C_L - 0,0375 (\delta_e(^{\circ}) + 8)$$

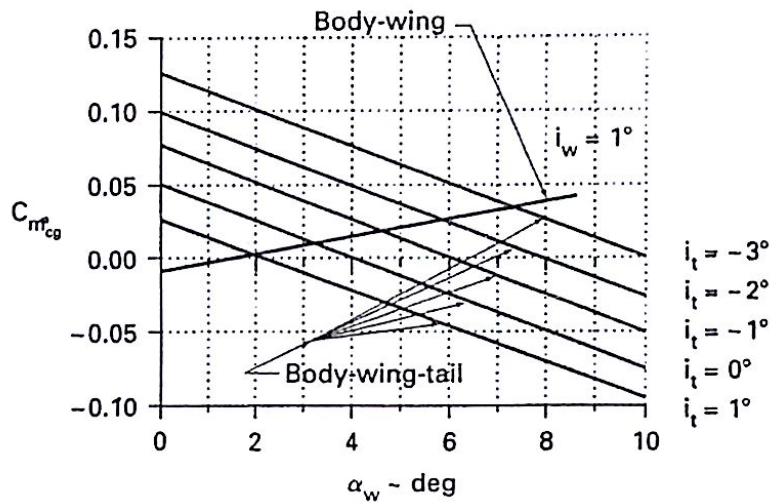
a) Onde se localiza o ponto neutro a manche fixo?

b) Se o avião tem uma massa de 1134 kg,  $S = 13,94 \text{ m}^2$ ,  $\bar{c} = 1,524 \text{ m}$  e voa a uma velocidade de 45,72 m/s ao nível do mar, então qual o ângulo de deflexão de profundor necessário para equilibrá-lo?

## Exercício 7

(Adaptado do exercício 2.9 da Ref. [1]) O ângulo de *downwash* para ângulo de ataque nulo,  $\epsilon_0$ , e a derivada do ângulo de *downwash* com o ângulo de ataque,  $\frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}$ , podem ser determinados experimentalmente por diversas técnicas. Uma das maneiras consiste numa determinação indireta a partir de coeficientes de momento medidos em túnel de vento. Considere que um ensaio tenha sido feito para obter o coeficiente de momento de arfagem em função do ângulo de ataque para várias diferentes incidências de empenagem horizontal,  $i_t$ , bem como para o caso em que a empenagem é removida (configuração asa-fuselagem, “*tail-off*”). Os dados obtidos são mostrados na figura a seguir.

Observe que a curva *tail-off* (“body-wing”) intercepta as curvas da configuração completa (“body-wing-tail”) em diversos pontos. Nesses pontos de interseção, a contribuição da empenagem para o coeficiente de momento é nula. Para isso, assumindo-se que o aerofólio da empenagem seja simétrico e que ela não tenha torção geométrica (ou seja, tanto  $C_{m_{CA,t}}$  quanto  $C_{L_{0,t}}$  são nulos), é necessário que a sustentação da empenagem seja também nula, implicando, finalmente, que o ângulo de ataque efetivo da empenagem,  $\alpha_t$ , seja nulo nesses pontos.



Lembrando que a expressão para o ângulo de ataque efetivo da empenagem é:

$$\alpha_t = \alpha + i_t - \epsilon$$

e sabendo que, no gráfico apresentado,  $\alpha_w = \alpha + i_w$ , estime, para a configuração em análise e a partir dos dados disponíveis, os valores de:

(a)  $\epsilon_0$

(b)  $\partial \epsilon / \partial \alpha$

Esses valores são tais que  $\epsilon = \epsilon_0 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \alpha$ .

Dica: caso queira ter mais acurácia nas suas estimativas, utilize uma ferramenta como o [WebPlotDigitizer](#), ou outra de sua preferência.



## Exercício 8

Uma aeronave tem as seguintes características relevantes para este problema:

$$\bar{x}_{CA,wb} = 0,235$$

$$S_t/S = 0,25$$

$$\eta = 0,95$$

$$\bar{V}_H = 0,42$$

$$\partial\epsilon/\partial\alpha = 0,35$$

$$C_{L_{\alpha,wb}} = 0,095 \text{ deg}^{-1}$$

$$C_{L_{\alpha,t}} = 0,075 \text{ deg}^{-1}$$

Qual a localização do ponto neutro a manche fixo?

## Exercício 9

(Adaptado do Exercício 2.10 da Ref. [1]) A aeronave do Exercício 8 tem também um profundor com as seguintes propriedades:

$$C_{he_{\alpha,t}} = -0,0045 \text{ deg}^{-1}$$

$$C_{he_{\delta_e}} = -0,0065 \text{ deg}^{-1}$$

$$C_{he_0} = -0,005$$

$$S_e/S_t = 0,35$$

Assumindo  $\frac{\partial C_{L_t}}{\partial \delta_e} = \tau C_{L_{\alpha,t}}$  e empregando a regressão polinomial do Exercício 2, determine a posição do ponto neutro a manche livre.

## Exercício 10

(Adaptado do exercício 2.8 da Ref. [2]) Os dados da tabela a seguir referem-se a ensaios em voo do avião de pequeno porte PA-32R-300 Cherokee-6 (foto), em condição de voo reto nivelado, com  $x_{CG}$  referindo-se à posição do CG em relação ao nariz da aeronave e  $V_E$  sendo a velocidade equivalente, dada por  $V_E = V\sqrt{\rho/\rho_0}$ ,  $\rho_0 = 1,225 \text{ kg/m}^3$ . A área da asa é  $16,21 \text{ m}^2$  e a empennagem é toda móvel, sendo sua deflexão  $i_t$  utilizada para equilibrar a aeronave.

$V_E$ (m/s)	Massa (kg)	$i_t$ (deg)	$x_{CG}$ (cm)
40,7	1656	-1,5	238,5
48,7	1650	0	238,5
56,3	1649	1,0	238,5
69,3	1646	2,0	238,5
39,8	1466	-4,5	220,5
46,9	1463	-2,0	220,5
55,0	1461	-0,3	220,5
67,5	1458	1,0	220,5
38,9	1293	-7,2	204,3
46,0	1290	-3,5	204,3
54,5	1288	-1,5	204,3
68,0	1286	0	204,3



Baseando-se nos dados disponíveis, estime a posição do ponto neutro a manche fixo.

## Referências

- [1] NELSON, R. C. **Flight stability and automatic control**. 2. ed. Boston, MA: McGraw-Hill, c1998.
- [2] ETKIN, B.; REID, L. D. **Dynamics of flight: stability and control**. 3rd ed. New York, NY: Wiley, c1996.