

Trabalho 1 de SSC0503 - Introdução à Ciência de Computação II

Andrey Garcia - 10734290 Gabriel Morão - 7236785 Karina Tiemi - 7978779

September 2018

1 Introdução

Neste trabalho serão coletados dados referentes a oito algoritmos de ordenação, sendo eles o Bubble Sort, o Bubble Sort com Sentinela, o Cocktail Sort, O Selection Sort, O Insertion Sort, O Merge Sort, O Heapsort e por fim o Quicksort. Tais dados são referentes a quantas atribuições e comparações são feitas durante a execução do algoritmo em vetores de tamanhos 100,1000,10000,100000,1000000 em quatro situações diferentes, uma de vetores aleatórios, uma de vetores parcialmente ordenados, uma de vetores quase inversamente ordenados e por fim uma de vetores com vários valores repetidos.

Foram usados 8 códigos em linguagem C que se encontram nas pastas com o nome dos algoritmos referentes a cada um, também encontra-se o projeto no codeblocks usado em cada um deles(Os códigos contém comandos para o sistema, como o "system("PAUSE")"e "system("CLS")"que podem não ser executados dependendo do sistema operacional utilizado para rodar o algoritmo, sendo assim eles estão na forma de comentário, no entanto foram usados para a coleta dos dados). Para cada tipo de vetor e tamanho o algoritmo foi rodado **cinco** vezes afim de obter a média do número de comparações e atribuições.

Na seção abaixo encontram-se os dados referentes a cada tipo de vetor coletados para a discussão do trabalho seguindo a respectiva ordem: Vetores Aleatórios, Vetores Quase Ordenados, Vetores Quase Inversamente Ordenados e Vetores com Muitos Valores Repetidos.

2 Dados e Tabelas

Tamanho	Bubble Sort		Sentinel Sort		Cocktail Sort		Insertion Sort	
	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações
10 ²	7302	4950	7898	4869	7545	4001	2676	2577
10 ³	758879	499500	741609	495719	752253	379638	252043	251044
10 ⁴	75011974	49995000	75037602	49938615	75059695	37635970	20483888	25015549
10 ⁵	7499272867	4999950000	7505306529	4999591261	7501526674	3750246105	2500669879	2500569880
10 ⁶	750678201633	499999500000	749383782465	49994013488	749902815395	374941211714	250197347547	250196347548
Vetor Aleatório								
Tamanho	Selection Sort		Merge Sort		Heap Sort		Quick Sort	
	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações
10 ²	297	4950	1400	554	1732	1049	647	853
10 ³	2997	499500	20000	8724	27224	17024	8829	13531
10 ⁴	29997	49995000	28000	123681	372605	236936	111916	181701
10 ⁵	299997	4999950000	3400000	1566545	4724865	3035134	1391909	2219637
10 ⁶	2999997	499999500000	40000000	18716172	57143126	36950565	17971612	24897723
Vetor Aleatório								
Tamanho	Bubble Sort		Sentinel Sort		Cocktail Sort		Insertion Sort	
	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações
10 ²	402	4950	427	620	407	764	334	235
10 ³	4190	499500	4175	7608	4174	8756	3385	2386
10 ⁴	42236	49995000	42109	88410	41746	99945	34010	24011
10 ⁵	420886	4999950000	420132	955856	419875	319940	340479	240480
10 ⁶	4201407	499999500000	4205908	9910227	4206068	5399935	3402260	2402261
Vetor Quase Ordenado								
Tamanho	Selection Sort		Merge Sort		Heap Sort		Quick Sort	
	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações
10 ²	297	4950	1400	429	1784	1071	422	859
10 ³	2997	499500	20000	5666	27468	17338	4183	13911
10 ⁴	29997	49995000	280000	77922	376141	241379	42063	156349
10 ⁵	299997	4999950000	3400000	940266	4764022	2769131	422177	2343459
10 ⁶	2999997	499999500000	40000000	10718253	46688040	30521995	19413593	51719884
Vetor Quase Ordenado								
Tamanho	Bubble Sort		Sentinel Sort		Cocktail Sort		Insertion Sort	
	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações
10 ²	11117	4950	11125	4918	11148	4736	3908	3809
10 ³	1450198	499500	1449865	499485	1450071	499279	485109	484510
10 ⁴	149487304	49995000	149489386	49994935	149485745	49994823	49848522	49838523
10 ⁵	14994848860	4999950000	14994851216	4999949935	14994861821	4999949743	4998493277	4998383278
10 ⁶	1499948514162	499999500000	1499948504220	499999499925	1499948519445	499999499880	499984840052	499983840053
Vetor Quase Inversamente Ordenado								
Tamanho	Selection Sort		Merge Sort		Heap Sort		Quick Sort	
	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações
10 ²	297	4950	1400	515	1623	1048	651	870
10 ³	2997	499500	20000	7111	25151	17041	8041	13318
10 ⁴	29997	49995000	280000	86554	349558	236902	82401	176605
10 ⁵	299997	4999950000	3400000	1034414	4488459	3032137	825394	2379584
10 ⁶	2999997	499999500000	40000000	12078102	54917966	37012035	8263664	68000044
Vetor Quase Inversamente Ordenado								
Tamanho	Bubble Sort		Sentinel Sort		Cocktail Sort		Insertion Sort	
	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações
10 ²	6369	4950	6817	4691	6544	3857	2411	2312
10 ³	747752	499500	746115	497737	737301	377468	248397	247318
10 ⁴	74982150	49995000	75231520	49947236	74714786	37576487	24811500	24801501
10 ⁵	7488598890	4999950000	7491581763	499451758	7500835486	3756047812	2500157111	2500057112
10 ⁶	749858920281	499999500000	750526987746	499989500120	750082924179	375090164709	250224052664	250223052665
Vetor Muitos Valores Repetidos								
Tamanho	Selection Sort		Merge Sort		Heap Sort		Quick Sort	
	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações	Atribuições	Comparações
10 ²	297	4950	1400	552	1639	1060	772	714
10 ³	2997	499500	20000	8718	27056	17030	9985	12457
10 ⁴	29997	49995000	280000	123683	372393	236931	123629	166147
10 ⁵	299997	4999950000	3400000	1566397	4724689	3035326	1453328	2077540
10 ⁶	2999997	499999500000	40000000	18716932	57144958	36950222	17989999	24598133
Vetor Muitos Valores Repetidos								

3 Análise dos algoritmos

Nesta seção serão analisados os dados extraídos de cada algoritmo em cada um dos cenários analisados.

- **Bubble Sort:** Esse algoritmo teve seu melhor desempenho em vetores quase ordenados, e seu pior desempenho deu-se no caso de vetores quase inversamente ordenados. É interessante notar que este algoritmo faz um número fixo de comparações entre elementos do vetor independente se ele é aleatório, quase ordenado, quase inversamente ordenado ou com vários valores repetidos.
- **Bubble Sort com sentinela (Sentinel Sort):** Esse algoritmo teve seu melhor desempenho em vetores quase ordenados, e seu pior desempenho deu-se no caso de vetores quase inversamente ordenados. Diferentemente de sua implementação sem sentinela, o número de comparações varia dependendo do tipo de vetor usado, conseqüentemente, ele realiza em média menos operações que sua versão sem sentinela.
- **Bubble Sort com coquetel:** Observa-se que para este algoritmo, o melhor desempenho foi para vetores quase ordenados, enquanto que quase inversamente ordenados apresentou o pior desempenho. De forma análoga, com exceção do quase ordenado que apresentou valores muito próximos para todos os tamanhos, como era de se esperar o tempo decorrido para aumento do tamanho do vetor era notório, característica de sua complexidade. Assim como o algoritmo com sentinela, o número de comparações varia dependendo do tipo de vetor, algumas vezes variando dentro do próprio tipo.
- **Insertion Sort:** Esse algoritmo teve seu melhor desempenho em vetores quase ordenados, vale a pena notar que para esse caso o algoritmo tem o seu desempenho quase 85000 vezes melhor. Já seu pior desempenho deu-se no caso de vetores quase inversamente ordenados.
- **Selection Sort:** Como se era esperado, não há melhor ou pior caso quando se compara os tipos de vetor, pois o modo como o algoritmo funciona apresenta o mesmo valor de comparações e atribuições para todos. Ao comparar os diferentes tamanhos, também como se era esperado, vemos um aumento constante, onde se o tamanho é aumento 10 vezes, o número de atribuições e comparações também é. O tempo decorrido para cada análise também foi como esperado, não havendo muita diferença para tamanhos menores, mas ao chegarmos no maior tamanho o tempo cresce significativamente.
- **Merge Sort:** Esse algoritmo teve seu melhor desempenho em vetores quase ordenados, e seu pior desempenho deu-se no caso de vetores totalmente aleatórios, apesar de as diferenças entre o desempenho em cada caso não ser tão grande. Um fato interessante é que esse algoritmo faz

um número fixo de atribuições com elementos do vetor para cada um dos tamanhos das estruturas de dados independentemente de serem valores totalmente aleatórios, quase ordenados, quase inversamente ordenados ou com muitos valores repetidos.

- **Heapsort:** Todos os valores de tempo foram muito próximos para este algoritmo, observando-se que por pouco o pior caso encontrado foi para vetores quase inversamente ordenados enquanto que o melhor caso varia entre os outros 3, dependendo do tamanho, sendo no vetor quase ordenado a apresentação de melhor desempenho. O número de comparações não se manteve constante nem entre tipos de vetores e nem em tamanho. No primeiro observa-se que apesar da variação, os valores médios são muitos próximos, enquanto que no segundo caso observa-se o aumento esperado de acordo com o tamanho do vetor.
- **Quicksort:** Neste algoritmo, para pequenos tamanhos de vetor não se nota diferença significativa de tempo, porém ao nos aproximarmos de tamanhos maiores de vetor, os de tipo vetor aleatório e quase inversamente ordenado saem na frente, onde o segundo é infinitamente melhor até o caso de maior vetor, onde apresentou pior desempenho que todos os outros tipos. Por diferença ínfima também, observa-se que o pior desempenho seria para o vetor quase ordenado. OBS : Para a implementação desse algoritmo foi usado um pivô com um número aleatório selecionado a cada chamada recursiva do algoritmo.

4 Comparações entre os algoritmos

Nesta seção serão comparados os algoritmos, em relação a número de comparações e de atribuições em cada caso.

1. Vetores Aleatórios.

Para vetores aleatórios o algoritmo que teve melhor desempenho em relação as comparações (para todos os tamanhos) foi o Merge Sort, seguido pelo Quicksort e pelo Heapsort, os outros algoritmos fazem muito mais comparações que estes seguindo a ordem, do que faz menos comparações para o que faz mais: Insertion Sort, Cocktail Sort, Bubble Sort com Sentinela, Bubble Sort e Selection Sort empatados como os que fazem mais comparações.

Já em relação ao número de atribuições a situação é diferente, o algoritmo que realiza menos trocas é o Selection Sort para todos os tamanhos de vetor. Depois dele vêm o Quicksort, o Merge Sort e o Heapsort, por fim temos o Insertion Sort, o Cocktail Sort, o Bubble Sort com Sentinela e por fim o Bubble Sort.

Os resultados estão de acordo com o esperado pela complexidade dos algoritmos. O Merge Sort e o Heap Sort possuem complexidade $O(n \log n)$

enquanto o Quick Sort pode ser também do mesmo no caso médio mas $O(n)$ no pior caso. Todos os outros algoritmos estudados apresentam complexidade $O(n)$ para comparações, o que explica seu pior desempenho neste quesito. Para as atribuições (ou trocas), o Selection Sort apresenta complexidade $O(n)$, seguido por Quick, Merge e Heap Sort com complexidades $O(n \log n)$ e os últimos, $O(n)$.

2. **Vetores Quase Ordenados.** Para vetores quase ordenados o algoritmo que obteve o melhor desempenho em relação ao número de comparações foi disparadamente o Insertion Sort para todos os tamanhos de vetor, seguido dele vêm o Cocktail Sort, e o Bubble Sort com Sentinela para tamanhos maiores que 100000 e o Merge Sort para tamanhos menores que 100000, em seguida, para tamanhos até 100000, o Quicksort tem uma ligeira vantagem em relação ao Heapsort que é perdida no caso do tamanho 1000000. Por fim vêm o Bubble e o Selection Sort na última colocação.

Em relação as atribuições nota-se também uma vantagem do Selection Sort em relação aos outros métodos que não é tão grande quanto para vetores totalmente aleatórios, mas ainda assim o método se dá melhor nessa ocasião, seguido de perto pelo Insertion Sort depois pelas variações do Bubble Sort. Já o algoritmo que teve o pior desempenho em relação as atribuições foi o Heapsort.

Neste caso os resultados são explicados principalmente pelo funcionamento do código e em como são feitas as comparações. O fato do vetor estar quase ordenado indica que poucas atribuições deverão ser realizadas e assim o vetor se ordena mais rapidamente, não necessitando de mais comparações. Os outros algoritmos funcionam de forma diferente, separando o vetor e/ou o bagunçando antes/durante a ordenação, o que acaba atrasando a ordenação e necessitando de mais comparações.

3. **Vetores Quase Inversamente Ordenados.** Para esse tipo de dado o algoritmo que obteve o melhor desempenho em relação ao número de comparações foi o Merge Sort seguido do Quicksort e pelo Heapsort, isso Para vetores de até 100000 posições, a partir disso esses dois últimos algoritmos invertem-se em relação a seu desempenho. Por fim temos o Insertion Sort, Cocktail Sort, Sentinel Sort e por fim Bubble Sort e Selection Sort como os piores para esse caso.

Já em relação ao número de atribuições o Selection Sort continua sendo quem realiza menos, seguido Quicksort, Mergesort e Heapsort. Com um desempenho mediano para esse quesito temos o Sentinel Sort, o Bubble Sort e o Cocktail Sort e por fim o Insertion Sort tem o pior desempenho nesse caso.

Assim como no caso dos Vetores Quase Ordenados, o modo de operação influencia muito. Novamente como está quase ordenado, o Selection Sort precisa de menos trocas, mas mais que anteriormente pois agora deve "desinveter" o vetor, mas como suas comparações se iniciam no começo

do vetor, seu número é grande. Os outros algoritmos quadraticos vão trabalhar de forma semelhante ao Vetor Quase Ordenado, porém pela inversão apresentada do vetor, o número de comparações e trocas é grande os limitando muito. Como o Heap, Quick e Merge não se importam com a ordenação inicial, não são afetados pela inversão do vetor e apresentam resultados proximos dos anteriores, ficando atrás do Selection e a frente dos outros.

4. **Vetores Vetor Muitos Valores Repetidos** Neste caso, em relação ao número de comparações foi o Merge Sort, seguido do Quicksort e do Heapsort, com valores intermediários, temos o Insertion Sort e o Cocktail Sort, já os que ocupam os piores lugares nessa comparação são o Sentinel Sort, e o Selection e Bubble Sort empatados na ultima posição.

Para as atribuições quem se da melhor como nos casos anteriores ainda é o Selection Sort seguido do Quicksort, do Merge Sort e do Heapsort, seguindo deles temos o Insertion Sort, o Cocktail Sort, o Sentinel Sort e o Bubble Sort (variando entre esses três ultimos qual é o melhor, para vetores até 10000 posições o Cocktail Sort faz menos comparações, a partir daí quem faz menos é o Bubble Sort, seguido do Sentinel Sort e por fim do próprio Cocktail Sort).

Os métodos de ordenação quadráticos não levam tanto em consideração os valores repetidos, realizando comparações desnecessárias diversas vezes até que o vetor esteja ordenado. Por isso, os algoritmos não quadráticos saem em vantagem neste quesito. Para as atribuições o mesmo pensamento se aplica, porém o Selection Sort continua apresentando complexidade $O(n)$, selecionando o menor e o endereçando a posição inicial para cada varredura, realizando assim um menor número de trocas.

5 Conclusões

Aqui será dito, avaliando **apenas** o número de comparações e atribuições (dado isso, coisas como tempo de execução, estabilidade do método, quantidade de espaço extra ou qualquer outra característica relacionada aos algoritmos serão ignoradas para tal conclusão), qual(uais) algoritmos usar para cada tipo de vetor e qual tamanho.

Para todos os tipos de vetores e tamanhos, se o processo de realizar atribuições for algo muito custoso o Selection Sort e a melhor opção para se usar independentemente do tipo de vetor, pois faz o mesmo número de atribuições, que consegue ser menor que os outros, em todas as situações.

Caso contrário para vetores aleatórios os métodos que se saíram melhor, levando em conta o número de comparações e atribuições foram o Merge Sort o Quicksort. Já para vetores quase ordenados, quem se sai melhor é o Insertion Sort seguido pelas variações do Bubble Sort. Já para vetores quase inversamente ordenados de até 100000 posições o Quicksort é o mais indicado, depois disso a situação muda e quem tem o melhor desempenho é o Merge Sort. Por fim

para vetores com muitos valores repetidos o Quicksort se destaca como quem faz menos operações.