# Modélisation granulaire paramétrique en fonction de la durée-fréquence-sévérité pour les réserves

Juan-Sebastian Yanez

Université du Québec à Montréal

Juin 2021

#### Table de matières

- 1 Motivation
- 2 Rappels
  - 2.1 Développement d'un sinistre
  - 2.2 D'un modèle collectif...
  - 2.3 À un modèle individuel...
- 3 Le modèle
  - 3.1 La durée des réclamations
  - 3.2 Le nombre de paiements
  - 3.3 Le coût de chaque paiement
- 4 Prédictions
  - 4.1 Simulation du temps
  - 4.2 Simulation de la fréquence
  - 4.3 Simulation de la sévérité
- 5 Conclusion
  - 5.2 Conclusion

#### 1 Motivation

# 1 Motivation

#### Motivation

- Les modèles individuels conservent les caractéristiques des réclamations, en particulier les variables explicatives.
- Les modèles collectifs souvent résument les réclamations sous forme de triangles de développement, qui prennent en compte seulement les années de développement et d'accident. Malheureusement, les caractéristiques individuelles ne peuvent pas être utilisées.
- On propose un modèle individuel à trois composantes, qui utilise non seulement l'année de développement et l'année d'accident mais aussi les caractéristiques de chaque réclamation.

#### Motivation

Les trois composantes du modèle sont les suivantes :

- La durée de la réclamation,
- Le nombre de paiements de chaque réclamation à chaque année de développement,
- Le coût de chaque paiement

Avant d'aller plus en détail sur modèle passons par quelques rappels...

# 2 Rappels

# 2 Rappels

# 2.1 Développement d'un sinistre

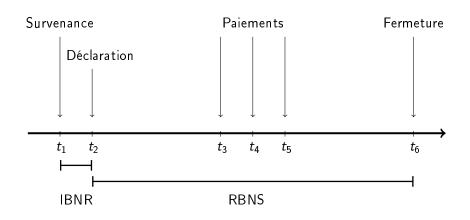


Figure – Développement d'un sinistre en assurances I.A.R.D.

#### 2.2 D'un modèle collectif...

| i/j | 0                | 1                | 2                | 3                | 4                |
|-----|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1   | Y <sub>1,0</sub> | Y <sub>1/1</sub> | Y <sub>1,2</sub> | Y <sub>1/3</sub> | Y <sub>1,4</sub> |
| 2   | Y <sub>2,0</sub> | Y <sub>2,1</sub> | Y <sub>2,2</sub> | Y <sub>2,3</sub> | Ŷ <sub>2,4</sub> |
| 3   | Y <sub>3,0</sub> | Y <sub>3,1</sub> | Υ <sub>3,2</sub> | Ŷ <sub>3,3</sub> | Ŷ <sub>3,4</sub> |
| 4   | Y <sub>4,0</sub> | Y <sub>4,1</sub> | Ŷ <sub>4,2</sub> | Ŷ <sub>4,3</sub> | Ŷ <sub>4,4</sub> |
| 5   | Y <sub>5,0</sub> | Ŷ <sub>5,1</sub> | Ŷ <sub>5,2</sub> | Ŷ <sub>5,3</sub> | Ŷ <sub>5,4</sub> |

Figure – Triangle de développement incrémental

#### 2.2 D'un modèle collectif...

| i/j | 0                | 1                | 2                | 3                | 4                |
|-----|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1   | Y <sub>1,0</sub> | Y <sub>1/1</sub> | Y <sub>1,2</sub> | Y <sub>1,3</sub> | Y <sub>1,4</sub> |
| 2   | Y <sub>2,0</sub> | Y <sub>2,1</sub> | Y2,2             | Y <sub>2,3</sub> | Ŷ <sub>2,4</sub> |
| 3   | Y <sub>3,0</sub> | Y <sub>3,1</sub> | Y <sub>3,2</sub> | Ŷ <sub>3,3</sub> | Ŷ <sub>3,4</sub> |
| 4   | Y <sub>4,0</sub> | Y <sub>4,1</sub> | Ŷ <sub>4,2</sub> | Ŷ <sub>4,3</sub> | Ŷ <sub>4,4</sub> |
| 5   | Y <sub>5,0</sub> | Ŷ <sub>5,1</sub> | Ŷ <sub>5,2</sub> | Ŷ <sub>5,3</sub> | Ŷ <sub>5,4</sub> |

Figure – Triangle de développement incrémental

# 2.3 À un modèle individuel...

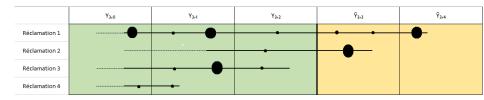


Figure – 3e ligne du triangle de développement incrémental

#### 3 Le modèle

3 Le modèle

#### 3.1 La durée des réclamations

|               | Y <sub>3,0</sub> | Y <sub>3,1</sub> | Y <sub>3,2</sub> | Ŷ <sub>3,3</sub> | Ŷ <sub>3,4</sub> |
|---------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| Réclamation 1 |                  |                  |                  |                  |                  |
| Réclamation 2 |                  |                  |                  | <u> </u>         |                  |
| Réclamation 3 |                  |                  |                  |                  |                  |
| Réclamation 4 |                  |                  |                  |                  |                  |

Figure – Base de données du temps pour la 3e année d'accident

#### 3.1 La durée des réclamations

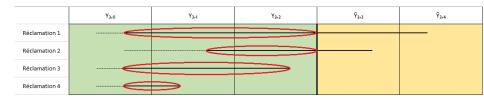


Figure – Base de données du temps pour la 3e année d'accident

#### 3.1 La durée des réclamations

On peut modéliser le temps entre la date de déclaration et la date de fermeture en utilisant des modèles de survie. On doit prendre en compte :

- Le fait que certaines réclamations sont fermées (ou "dead" dans un contexte de survie) et certaines sont ouvertes (ou "alive" dans un contexte de survie)
- Les variables explicatives utilisées (i, délai de déclaration et autres)
- La distribution à prendre (Weibull, Log-logistique...)

### 3.2 Le nombre de paiements

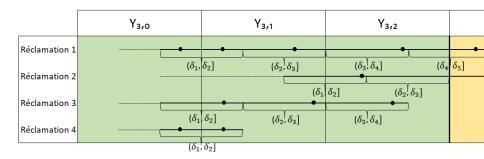


Figure – Base de données de la fréquence pour la 3e année d'accident

# 3.2 Le nombre de paiements

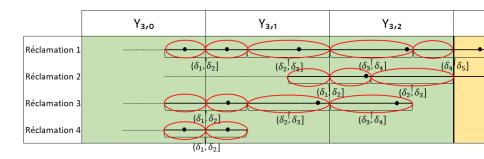


Figure – Base de données de la fréquence pour la 3e année d'accident

#### 3.2 Le nombre de paiements

On peut modéliser le nombre de paiements de chaque réclamation pour chaque année de développement en utilisant des modèles de comptage. On doit prendre en compte :

- L'exposition, ou en autres mots, pour une année de développement et une réclamation donnée, combien de temps la réclamation était capable de produire des paiements.
- Les variables explicatives utilisées (i,j, délai de déclaration et autres)
- La distribution à prendre (Poisson, Binomial-Négative...)

# 3.2 Le coût de chaque paiement

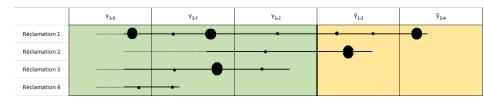


Figure – Base de données de la sévérité pour la 3e année d'accident

# 3.2 Le coût de chaque paiement

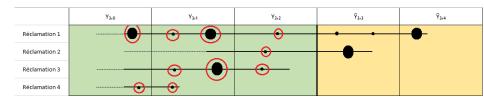


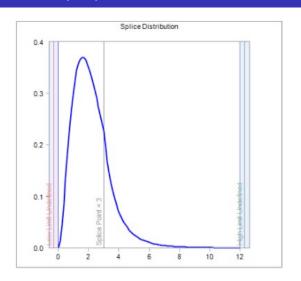
Figure – Base de données de la sévérité pour la 3e année d'accident

### 3.2 Le coût de chaque paiement

On peut modéliser le coût de chaque paiement en utilisant des modèles paramétriques de type GLM, par exemple. On doit prendre en compte :

- Les variables explicatives utilisées (i,j, délai de déclaration et autres)
- La distribution à prendre (Gamma, Inverse-Normale...)

### 3.3 Le coût de chaque paiement



 ${\sf Figure-Mod\'elisation\ par\ threshold}$ 

#### 4 Prédictions

# 4 Prédictions

#### 4 Prédictions

Après avoir ajusté les trois composantes du modèle on est capable de faire des simulations pour obtenir les réserves.

# 4.1 Simulation du temps

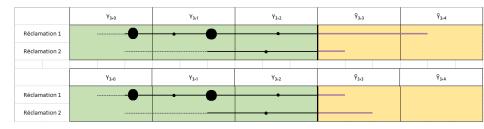


Figure – Simulation du temps de fermeture pour les réclamations ouvertes

# 4.2 Simulation de la fréquence

Il est primordial de simuler d'abord le temps de fermeture car le modèle de la fréquence dépend de l'exposition, qui est inconnue pour les années futures.

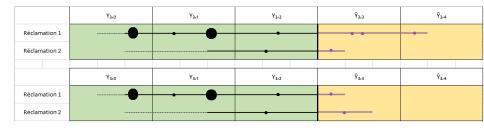


Figure – Simulation du nombre de paiements pour les réclamations ouvertes

#### 4.3 Simulation de la sévérité

Après avoir simulé le nombre de paiements on peut simuler le coût de chacun.

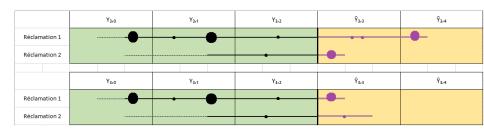


Figure – Simulation du coût des paiements pour les réclamations ouvertes

#### 4.3 Simulation de la réserve

|                             | Mean        | SD         | 75% VaR     | 95% VaR     | 99% VaR     |
|-----------------------------|-------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| Mack ODP (Ia)               | 145,814,301 | 13,959,646 | 154,784,259 | 170,304,205 | 181,728,307 |
| Mack Gamma (Ib)             | 146,025,032 | 13,919,184 | 155,068,347 | 169,926,224 | 180,890,690 |
| GLM Gamma (IIb)             | 143,604,545 | 7,969,902  | 148,973,525 | 156,696,768 | 162,534,340 |
| GLM ODP (IIa)               | 145,171,862 | 6,565,836  | 149,603,156 | 156,112,224 | 161,073,565 |
| 3-component RBNS            | 145,459,940 | 3,636,952  | 147,915,838 | 151,546,231 | 154,130,897 |
| 3-component IBNR            | 4,160,285   | 488,219    | 4,475,441   | 5,000,940   | 5,386,198   |
| 3-component total (III)     | 149,620,225 | 3,678,054  | 152,066,762 | 155,830,382 | 158,291,786 |
| Poisson Process RBNS        | 119,353,625 | 2,832,597  | 121,325,622 | 124,050,034 | 126,042,438 |
| Poisson Process IBNR        | 3112,515    | 245,308    | 3,251,440   | 3,507,248   | 3,576,390   |
| Poisson Process total (III) | 122,466,140 | 2,865,310  | 124,418,939 | 127,173,916 | 129,428,485 |
| Observed                    | 147,703,974 |            |             |             |             |

Figure – Simulation des réserves

#### 4.3 Simulation de la réserve

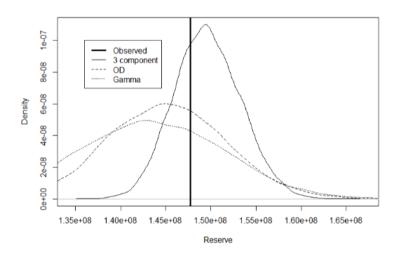


Figure – Simulation des réserves

#### 5 Conclusion et commentaires

5 Conclusion et commentaires

#### 5.2 Conclusion

- Le modèle est capable d'utiliser les caractéristiques individuelles de chaque réclamation.
- Le modèle est très flexible par rapport aux choix au niveau des trois composantes, et de la complexité additionnelle qui peut être rajoutée.

Yanez, J. S., and Pigeon, M. (2021). Micro-level parametric duration-frequency-severity modeling for outstanding claim payments. *Insurance : Mathematics and Economics, 98, 106-119.* 

Merci