Universitatea din Craiova Facultatea de Automatică, Calculatoare și Electronică

4 Iunie 2021



Student : Nedianu Gabriel-Cătălin Specializarea: Calculatoare Română

Anul II

Grupa: CR 2.2 B

Cuprins

1	Enu	Enunţul Problemei				
	1.1	Formularea Detaliată a Problemei	3			
	1.2	Alegerea algoritmului de căutare și al limbajului	3			
2	Alg	oritmii	4			
	2.1	Algoritmul DFS	4			
	2.2		6			
3	Dat	e Experimentale	7			
4	Pro	iectarea aplicației	8			
	4.1	Structura de nivel înalt a aplicației	8			
	4.2	Descrierea Mulţimii Datelor de intrare	9			
	4.3		9			
	4.4	Lista modulelor aplicației	10			
	4.5	Funcțiile aplicației	10			
		4.5.1 main.py	10			
		4.5.2 functii_arcasi.py	10			
		4.5.3 generator.py	12			
5	Rez	rultate	13			
	5.1	Organizarea datelor de iesire	14			
	5.2		14			
	5.3		15			
	5.4	Observatii si Concluzii	15			

1 Enunțul Problemei

Problema Arcaşilor

Let us suppose the $k \times k$ grid presented. The grid is configured with a pattern of walls. You are required to place n archers on this grid such that they cannot shoot each other. An archer can shoot up, down, left, right and also diagonally and its shoot can reach at most w locations in all directions, up to the grid edges.

1.1 Formularea Detaliată a Problemei

Problema este una de satisfacere a constrângerilor prin care trebuie să fie poziționați pe un grid un număr de arcași.

Constrângerile problemei sunt:

- arcașii așezați nu trebuie să se poată nimeri între ei
- arcașii pot să tragă pana la o distanță predefinită (w)
- există anumite ziduri poziționate pe grid prin care săgețile nu pot să treacă

Starea inițială a problemei va fi grid-ul fără arcași și cu zidurile poziționate pe el și un vector cu pozițiile arcașilor de pe grid inițial cu valori nule.

Starea finală a problemei este grid-ul ce are pe el poziționați toți arcașii astfel încât aceștia nu se pot ataca.

1.2 Alegerea algoritmului de căutare și al limbajului

Algoritmul ales de mine este un **DFS** euristic, l-am ales pe acesta deoarece are o funcționalitate destul de bună și este destul de rapid, dar are și anumite minusuri pe care le voi discuta în secțiunea de concluzii.

Stările sunt reprezentate de faptul că un arcaș a fost poziționat cu succes, iar următoarea stare este validă numai atunci când poziționarea următorului arcaș nu aduce probleme.

Pentru ca o stare să fie validă aceasta trebuie sa indeplinească condițiile DFS-ului meu: arcașul pozitionat să nu îi încurce cu nimic pe restul (mai multe detalii se vor prezenta în cadrul funcțiilor dar si a algoritmului)

Limbajul unde am ales să implementez problema este python deoarce pentru o astfel de problema este mult mai usor de implementat, sunt mult mai uşor de înțeles acțiuniile din spate (față de o implementare in Java sau alte limbaje) și pentru că în cadrul laboratorului acest limbaj a fost aprofundat mai mult pentru acest tip de probleme.

Algoritmii $\mathbf{2}$

2.1 Algoritmul DFS

Algoritmul DFS reprezintă algoritmul principal, recursiv, care găsește pozițiile arcașilor și la final printează grid-ul în fișierul primit ca argument.

Pseudocoul lui este următorul:

funcția Search-DFS(variabile) parcurge grid-ul și salvează pozițiile arcașilor variabile: arc_pos, pozițiile pe coloane unde sunt așezați arcașii, inițial nule table, grid-ul nostru unde sunt așezate inițial doar zidurile $(N \times N)$ ok, devine 1 atunci când toți arcașii sunt așezați corespunzător correct, devine 1 dacă ultimul arcaș este așezat corect, ajută la trecerea spre următorul nivel index, variabilă utilizată pentru parcurgerea în adâncime și pentru a avea în vedere la al câtelea arcaș de poziționat s-a ajuns 1. dacă: s-au poziționat toți arcașii pe grid și nu este vreo problemă 2 afişează grid-ul cu arcași în fișierul destinat 3. $ok \leftarrow 1$ dacă: ultimul arcaș este poziționat corect și nu s-au găsit toți arcașii 4.

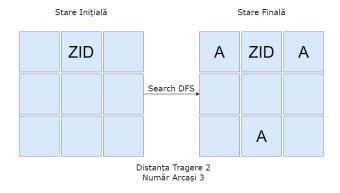
5. for line in range(N)

6. Search-DFS($urm \bar{a}torul_nivel$)

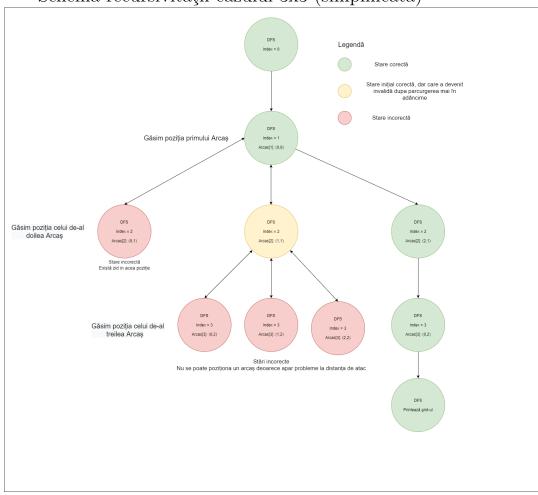
În prima parte, algoritmul verifică, în cazul în care au fost așezați toți arcașii, dacă toți aceștia sunt așezați corect, fără a se putea lovi (algortimul de verificare va fi explicat în subsecțiunea următoare.) apoi dacă este totul corespunzător afişează în fișier grid-ul final și oprește recursivitatea DFS-ului.

În a doua parte, algoritmul verifică (în cazul în care înca nu au fost așezați toți arcașii) dacă ultimul arcaș a fost poziționat corespunzător, iar în cazul favorabil, începe căutarea următorului arcaș în adâncimea grid-ului.

Pentru exemplificare, am introdus schematic recursivitatea în cazul unui grid 3×3 cu un zid poziționat în punctul (0,1).



Schema recursivității cazului 3x3 (simplificată)



2.2 Algoritmul de verificare

În această subsecțiune voi prezenta pe scurt funcționalitatea algoritmului ce verifică în cadrul fiecărei stări validitatea acesteia.

functia de Verificare(index) verifică dacă poziționarea ultimului arcaș este în regulă

```
\mathbf{dac\check{a}} \ (\ check\_last(index) == True \ )
2.
               correct \leftarrow 1
3.
     altfel
4.
                correct \leftarrow 0
5.
     \operatorname{daca}(\operatorname{check}(\operatorname{index}) == \operatorname{True}\operatorname{si}\operatorname{correct} == 1)
               correct \leftarrow 1
6.
7.
     altfel
8.
                correct \leftarrow 0
     \mathbf{dac\check{a}} \ (\ correct == 1 \ )
9.
10.
               \operatorname{dac\check{a}} ( pe pozitia arcasului din grid == Z )
                         correct \leftarrow 0
11.
12. dacă ( ok == 1 si correct == 1 )
               continue DFS search
13.
```

Acest algoritm este prezentat pe scurt, el fiind folosit ca o procedură prin care se verifică dacă ultimul arcaș poziționat pe grid este așezat fără a crea probleme.

Mai întâi se compară dacă ultimul arcaș este o amenințare pentru penultimul așezat (se foloseste functia threatens(coord. 2 arcași) care returnează TRUE când este o problema si FALSE când totul este în regulă la compararea pozițiilor a doi arcași).

Apoi se compară dacă ultimul arcaş este o amenințare pentru oricare dintre ceilalți arcași. (se intră în acest pas doar dacă nu s-au găsit probleme la pasul anterior).

Am ales să compar mai întâi cu penultimul deoarece foarte multe cazuri au doar această amenințare și s-ar pierde mult timp comparându-i mai întâi pe restul arcașilor (experimentând, este cu aproximativ 20% mai rapid algoritmul astfel pe cazurile mari).

Apoi se verifică dacă arcașul ce urmează să fie așezat va fi poziționat pe un zid.

Dacă nu este descoperită nici o neregulă, algoritmul principal poate avansa în adâncime.

3 Date Experimentale

Ca date de intrare, problema are nevoie de :

- Numărul de linii si coloane ale grid-ului : $N \times N$
- Numărul de arcași
- Distanța până la care poate sâ tragâ un arcaș
- Numărul de ziduri
- Coordonatele fiecărui zid ce este amplasat pe grid

Toate datele sunt generate cu un generator automat aleator, aceste sunt împărțite în trei categorii: date mici, medii și mari și foarte mari.

Totuși pentru numrele foarte mari, am limitat la maxim o matrice de aproximativ $600\,\times\,600$

Funcția generatoare de teste a fost rulată și aceasta a generat 10 fișiere cu formatul: $test\{i\}.txt$ in folderul Fisiere.Input.

Generatorul funcționează astfel: mai întâi generează numărul de coloane al grid-ului (N), apoi generează numărul de arcași, după aceea este generată distanța până la care un arcaș poate să tragă (w), iar la final sunt generate numărul de ziduri și coordonatele acestora (am considerat că maxim un zid va fi plasat pe o coloană, toate variabilele generate au limitări in funcție de N).

Primele 4 teste generate sunt mici, următoarele 4 sunt medii și mari, iar ultimele 2 sunt foarte mari.

Mai multe explicații legate de acest generator vor fi furnizate în Secțiunea dedicată funcțiilor aplicației.

De asemenea, fișierul de output este și el aranjat într-un mod plăcut si intuitiv (sunt precizate în interiorul lui: dimensiunea, distanța de atac în linie dreapta și în diagonală, grid-ul final și timpul de execuție al rulării).

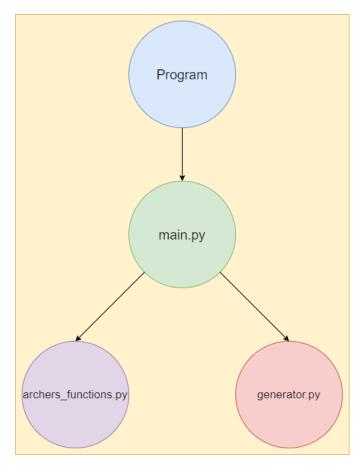
Diagonalele sunt mai mici decât liniile, așa că am adăugat o limitare matematică (distanța de tragere pe diagonale este mai mică decât pe linii și coloane și este calculată cu o funcție, dar mai mare ca 0 daca și w este mai mare ca 0).

Ataşez mai jos un exemplu de fisier de output pentru exemplul recursivității prezentat mai sus.

4 Proiectarea aplicației

4.1 Structura de nivel înalt a aplicației

Aplicația conține următoarele fișiere în limbajul Python: main.py, functii_arcasi.py si generator.py conectate astfel:



In main a fost folosită mai întâi funcția generează() din generator.py prin care am generat testele.

Apoi am folosit funcția start Testing() care execută fie
care fișier de test și crează unul nou in folderul $Fisiere_Output$.

Există și o funcție startCustomTest() ce poate fi utilizată pentru a rula un test custom, fără ziduri, cu datele introduse ca argument al funcției (dimensiune grid si distanța până la care arcașii pot să tragă).

4.2 Descrierea Mulțimii Datelor de intrare

Datele de intrare pentru algoritm sunt următoarele:

- dimensiune grid
- număr arcași
- distanța de atac
- numărul zidurilor si pozițiile acestora

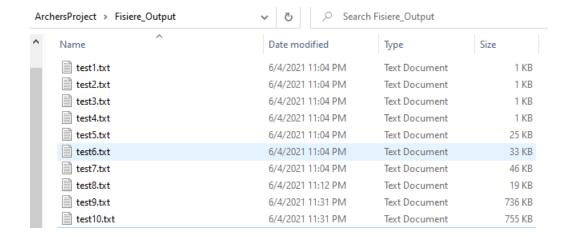
Toate aceste date sunt de tipul intger și sunt salvate într-un folder special numit Fisiere_Input.

4.3 Descrierea Mulţimii Datelor de ieşire

Datele de ieşire ale problemei vor fi stocate în mod implicit într-un folder numit Fisiere_Output (în timpul testelor, aceste date vor fi stocate în fişiere de tipu $test_i$, i fiind cuprins între 1 şi 10).

Fişierul de ieşire va cuprinde pe primele rânduri mesajele iniţiale, care vor arăta variabilele testului curent, pe următoarele N rânduri va fi afisat grid-ul cu arcaşii poziţionaţi pe el, pe penultimul rând va fi un mesaj ce va arăta dacă arcaşii au fost poziţionaţi cu succes, iar pe ultimul rând va fi afişat timpul de execuţie (în secunde).

Mai jos am incarcat o fotografie cu folder-ul de Output.



4.4 Lista modulelor aplicației

Pentru problema, modulele sunt:

- main.py -modulul principal unde sunt apelate funcțiile specifice
- functii_arcasi.py -modulul în care sunt scrise majoritatea funcțiilor utilizate
- generator.py -modulul care conține funcțiile de generare de input

4.5 Funcțiile aplicației

4.5.1 main.py

Acesta este modulul principal al programului în Phyton, pentru algoritmul creat, aici se pot apela funcții specifice: de generare de cazuri (genereaza()), de executare a cazurilor (startTesting()) și de executare a unui test custom (startCustomTest()).

Funcțiile și import-urile sunt comentate, acestea pot fi decomentate în momentul în care se dorește reutilizarea uneia dintre ele.

În acest modul sunt astfel conținute doar funcțiile principale, restul fiind implementate în interiorul celorlalte module .

4.5.2 functii_arcasi.py

Acest modul conține majoritatea funcțiilor utilizate de algoritmul principal, $searchDFS(index, correct, nr_test)$, algoritm prezentat în secțiunea de algoritmi, el primește ca argumente index-ul arcașului la care s-a ajuns (al câtelea), variabila correct (variabilă care transmite faptul că o stare a fost corectă sau incorectă) și nr_test variabilă care este utilizată pentru a stoca fișierul în care se va printa grid-ul (în formatul prezentat: $A \to arcas$, $Z \to zid$, $tilda \to poziție goală$).

Am folosit câteva variabile globale pentru a salva argumentele generale si a le utiliza în recursivitatea DFS.

- N dimensiunea grid-ului
- table matricea grid ce este inițializată în faza de load a fiecărui test
- arc_pos pozițiile arcașilor
- ok (este 0 predefinit, devine 1 după ce găsim soluția)
- w distanța de tragere a arcașilor

Urmează prenzentarea celorlalte funcții aflate în acest modul.

Funcțiile check_last(index) și check(index) sunt funcțiile ce verifică arcașii introdusi dacă au o poziționare fără amenințări pentru ceilalți, acestea primesc ca argument indicele arcașului la care s-a ajuns.

Funcția check_last(index) îl compară pe ultimul arcaș introdus cu penultimul cu ajutorul funcției threatens() și returnează FALSE dacă este găsită vreo problemă sau TRUE dacă totul este în regulă.

Funcția check(*index*) funcționează asemănător, doar ca aceasta îi compară pe toți, valorile returnate sunt la fel.

Funcția threatens(coordonate) primește ca argument linia și coloana a doi arcași și verifică dacă aceștia se pot lovi, retunrează TRUE dacă sunt probleme cu poziționarea acestora sau FALSE dacă nu.În prima parte verifică dacă aceștia sunt poziționați pe aceiași linie, coloana sau diagonală, iar dacă sunt, apar 3 cazuri de verificare:

- I Dacă sunt pe aceiași linie, se verifică prima oară daca cumva distanţa dintre ei este mai mare ca w (atunci returnează FALSE) apoi se verifică dacă este un zid între ei cu funcția is_wall_linie() (se returnează tot FALSE).
- II Dacă sunt pe aceiași coloană, se verifică prima oară daca cumva distanţa
 dintre ei este mai mare ca w (atunci returnează FALSE) apoi se verifică
 dacă este un zid între ei cu funcţia is_wall_col() (se returnează tot FALSE).
- III Dacă sunt pe aceiași diagonală, se verifică prima oară daca cumva distanța dintre ei este mai mare ca valoarea de tragere pe diagonală (atunci returnează FALSE) apoi se verifică dacă este un zid între ei cu funcția is_wall_diag() (se returnează tot FALSE).

Dacă nu se returnează FALSE până aici înseamnă că este o problemă si se returnează astfel TRUE, iar dacă nu s-a intrat deloc în această condiție logică returnăm automat FALSE(nu este nicio amenințare).

Funcțiile is_wall_linie(), is_wall_col(), is_wall_diag() funcționează asemănator, acestea primesc in general argumente legate de poziția celor 2 arcași pe grid si caută dacă între cei doi există un zid, se returnează TRUE dacă se găsește unul.

Funcția is_wall_linie() primește coloanele celor 2 arcași si linia pe care ei se află si iterează prin pozițiile dintre cei doi, is_wall_col() primește liniile celor 2 arcași si coloana pe care ei se află si iterează prin pozițiile dintre cei doi, iar is_wall_diag() primește coordonatele pe care ei se află si iterează prin pozițiile pe diagonală dintre cei doi (funcție care funcționează oricum ar fi plasați ei)

Funcția $load_test(nr_test)$ este folosită pentru a încărca din fișierul dat de variabila primită toate variabilele globale și pentru a inițializa matricile necesare, se parcuge linie cu linie fișierul si se salvează totul predefinit, apoi se asează pozițiile zidurilor pe grid.

Funcţia load_custom_test(variabile) este folosită pentru a încărca un test custom ce primește argumentele specifice testului și funcţionează asemănător cu cea dinainte.

Funcţia startTesting() este folosită pentru a rula rând pe rând toate testele, aceasta iterează de 10 ori şi fiecare iteraţie este alcătuită din următorii paşi: încărcarea testului, rularea funcţiei principale de cătutare (se măsoară timpul de execuţie) apoi se scrie în fişierul curent(în funcţie de testul la care s-a ajuns) timpul în care s-a realizat executia.

Funcţia startCustomTest() este funcţia folosită pentru a rula un test custom, funcţionează asemănator cu cea de mai sus, doar că execuţia se realizează doar o dată, iar variabilele sunt primite ca argument.

Ultimele funcții sunt cele utilizate pentru a afișa grid-ul, funcția $print(nr_test)$ salvează în matricea table arcașii apoi apelează funcția $printTable(nr_test)$ care primește ca argument numărul fișierului de test în care se vor afișa primele linii corespunzătoare formatului fișierului de output, apoi se va afișa grid-ul si un mesaj corespunzător dacă testul a fost finalizat cu succes). Funcțiile acestea sunt apelate în cadrul funcției implementării algoritmului de search dacă totul a fost în regulă.

4.5.3 generator.py

În acest modul avem implementarea algoritmului care generează testele noastre cu ajutorul a trei funcții.

Funcția generator $(nr_test, dimensiune_start, dimensiune_stop)$ generează variabilele pentru numărul testului primit, varibilele dimensiu start și stop sunt utilizate pentru a primi dimensiunile între care este generată dimensiunea N a grid-ului(tot ele vor ajuta la crearea tipurilor de teste). Mai întâi generăm dimensiunea grid-ul random, apoi numărul de arcași între N si $2 \times N$, apoi generăm random punctul de tragere și numărul de ziduri. La final se apelează funcția generator $(nr_ziduri, dimensiune, test)$.

Funcția generator $(nr_ziduri, dimensiune, test)$ este funcția ce generează in fișierul test coordonatele (linie, coloană) pentru un număr de ziduri dat de variabila nr_ziduri , am considerat să fie generate aleatoriu, maxim câte unul pe o coloană. Funcția generează zidurile între 0 si dimensiunea maximă a grid-ului, este ajutată de un vector de variabile boolene pentru a vedea pe ce coloana s-a generat un zid si pe care nu.

Ultima funcție, generează() este funcția care prin 10 iterații ne genrează teste. Acesta va genera complexitatea testelor în principal în funcție de dimensiunea grid-ului. Am adăugat dimensiunile start și stop în funcție de iterația curentă:

- grid-ul pentru primele 4 cazuri este generat între $2 \times i$ și $4 \times i$
- \bullet grid-ul pentru următoarele 4 cazuri este generat între $10\times i$ și $40\times i$
- grid-ul pentru primele cazuri este generat între $40 \times i$ și $70 \times i$

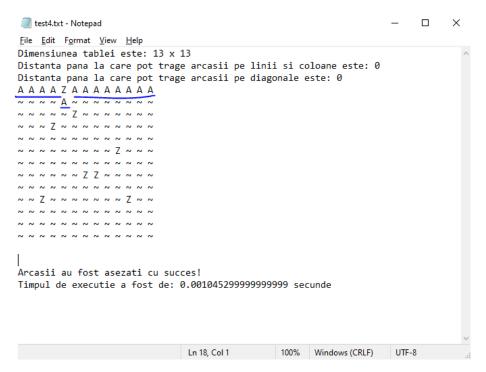
Valorile generate sunt salvate în folderul Fişiere_Input.

5 Rezultate

Aici voi arăta rezultatele testelor și anumite observații pe baza implementărilor și ale executării codului în timpul testelor.

O prima observație ar fi că algoritmul este foarte rapid pentru cazurile mici, medii și mari care au distanța de tragere relativ mică (sub 30% din dimensiunea grid-ului), dar având în vedere că este un algoritm de tip DFS, acesta devine foarte lent pentru cazurile mari care au o distanța de tragere mare deoarece se verifică foarte multe stări care sunt incorecte și se întoarce de foarte multe ori.

Cu toate acesta, este un algoritm foarte uşor de înteles, parcurgerea grid-ului în adâncime şi poziționarea arcașilor le-am exemplificat în testul numărul 4 în care sunt așezați 13 arcași pe un grid de 13×13 în care distanța de tragere este.



În acest exemplu, se parcurge grid-ul în adâncime, primii 4 arcași sunt poziționați fără probleme, apoi se întâlnește un zid unde nu poate fi plast un arcaș si se coboară pe următorul nivel, apoi restul de 8 arcași sunt poziționați în continuare fără probleme.

Se observă și că algoritmul în cazul acesta este foarte rapid.

Un exemplu contra este testul numărul 10 în care pentru a poziționa pe un grid de 621×621 cu distanța de tragere 100 timpul de execuție este de aproximativ 1000 de secunde, alogritmul fiind foarte lent aici.

5.1 Organizarea datelor de iesire

Pentru vizualizarea testelor, rezultate sunt afișate în fișierele de tip test%i.txt, $i \in \{1, 10\}$, aflate în folderul $Fisiere_Output$.

Toate fişierele au acelaşi format, pe care îl voi mai explica o dată aici, şi voi explica şi de ce am ales să fie salvate astfel.

Prima linie dintr-un fișier de output arată dimensiune
aN a grid-ului pentru care a fost executat programul.

A doua linie arată distanța de trage a arcașilor pe linii si coloane pentru care a fost executat programul.

A treia linie arată distanța de trage a arcașilor pe diagonale pentru care a fost executat programul.

În următoarele N linii este afișat grid-ul cu arcașii poziționați pe el.

Penultima linie arată dacă arcașii au fost așezați cu succes.

Ultima linie prezintă timpul de execuție.

Primele și ultima linie sunt importante deoarece se vor folosi pentru a prezenta într-un tabel rezultatele.

Observaţie: fişierele sunt create dacă nu există deja, sau suprascrise dacă există, pentru a nu avea scrieri adăugate la final în cazul rulării testelor iar.

Am ales acest format pentru a putea fi organizate cât mai frumos datele şi pentru a putea fi întelese cât mai uşor. Exemple cu poze cu fişierele de ieşire au mai fost prezentate de-a lungul raportului.

5.2 Testarea datelor de ieşire

Pentru a testa dacă algoritmul salvează poziționările corect în fișierele de output, pe lângă apelarea funcției *check()* am și citit anumite fișiere pentru a vedea manual poziționarea (pentru cazurile mici).

Acest lucru m-a ajutat de exemplu în cazul în care nu era completă funcția de verificare, iar unii arcași puteau fi asezați deasupra zidului (am rezolvat acest bug ulterior).

Datele de ieșire s-au dovedit a fi corecte, astfel chiar și lent, algoritmul a fost corect.

5.3 Timpii de execuție pentru date mici si mari

Am organizat datele pentru timpii de execuție într-un tabel care conține toate datele necesare pentru o analiză a soluției.

Tabel Comparare Teste

Nr.Test	Dimensiune grid	Distanța tragere	Timp Execuţie
1	3	2	0.0004272
2	8	6	0.0009306
3	11	5	0.0009711
4	13	0	0.0010452
5	111	64	4.132687
6	128	124	14.1135649
7	152	14	2.3782
8	97	39	1.57475089
9	613	50	458.9768847
10	621	102	1185.7126315

5.4 Observații si Concluzii

Observăm că pentru primele 8 teste timpul de execuție este foarte bun, dar pentru ultimele 2 timpul a crescut exponențial. Deoarece numărul arcașilor este în general apropiat de dimensiunea grid-ului, observăm că distanța de tragere cauzează o cresțere a timpului de execuție aproximativ liniară, pe când creșterea grid-ului una exponențială.

Acest lucru se explică deoarece cu creșterea dimensiunii grid-ului este crescut și numărul de teste posibile exponențial, creșterea distanței cauzând doar o creștere liniară a acestora, dar este crescut și numărul recursivităților foarte mult, ceea ce cauzează o încetinire destul de mare.

O altă observație interesantă este că pentru griduri asemănătoare (testele 9 & 10 sau testele 5 & 6 & 7), timpul de execuție a crescut aproximativ liniar în funcție de raportul dintre distanțele de tragere, este doar aproximativ deoarece există ziduri poziționate ce pot ajuta plasarea arcașilor mult mai rapid. Aceasta este una dintre limitările unui algoritm de tip DFS (timpul de execuție).

Acest proiect a fost foarte util în învăţarea multor lucruri noi şi în aprofundarea celor deja ştiute, iar implementările în limbajul Python au fost foarte utile deoarece m-au ajutat la avansare cunoştiintelor.

O parte provocatoare în implementarea acestui algoritm din cadrul temei de casă a fost determinarea matematicii din spatele verificărilor si amplasării arcașilor, multe dintre aceste funcții determinăndule scriind si analizând pe o tablă, lucru ce s-a dovedit foarte util în înțelegerea logicii din spatele algoritmului.

Unele achievement-uri realizate cu acest proiect, pe lângă aprofundarea cunoștiințelor, înțelegerea a multor concepte din spatele inteligenței artificiale, implementarea unei probleme de satisfacere a constrângerilor, implementarea unui generator complex si bine structurat ce ar putea fi folosit si pe viitor la anumite proiecte, dar și multe altele.

Proiectul ar putea fi dezvoltat si utilizat ca partea de inteligență artificială în cadrul unor jocuri de tip Tower Defense, pentru amplasarea anumitor structuri, poate în viitor voi implementa acest lucru experimental.

Referințe

- [1] Peter Norvig and Stuart J. Russell, *Artificial Intelligence:*A Modern Approach. Pearson Education Limited, 3rd Edition, 2016.
- [2] https://www.overleaf.com/learn/latex/Learn_LaTeX_in_30_minutes
- [3] https://www.latex-project.org/
- [4] https://link.springer.com/referenceworkentry/10.1007% 2F978-1-4419-9863-7_875
- [5] https://en.wikipedia.org/wiki/Depth-first_search
- [6] http://personales.upv.es/misagre/papers/sara07.pdf
- [7] https://www.reddit.com/r/Python/