Aufgabe 1:

In einem neuen Restaurant sollen 2-, 4- und 6-Personentische aufgestellt werden. Für die 2er Tische werden 2 m², für die 4er Tische 5 m² und die 6er Tische 7 m² Fläche benötigt. Im Restaurant stehen insgesamt 80 m² zur Verfügung.

Ein Tisch-Set (Tisch und Stühle) für 2 Personen kostet 200 €, für 4 Personen 390 € und für 6 Personen 480 €. Die Kosten für die Tische-Sets dürfen bis 6.700 € betragen.

Es sollen mindestens zwei aber maximal vier 6er-Tische aufgestellt werden. Zusätzlich müssen von den 2er Tischen mindestens doppelt so viele wie von den 4er Tischen vorhanden sein.

Die Anzahl der Plätze soll unter den gegebenen Bedingungen maximal sein.

- a) Erläutern Sie die zu verwendenden Entscheidungsvariablen.
- b) Formulieren Sie das vollständige Optimierungsmodell.
- c) Wie ändert sich das Optimierungsmodell, wenn die Kosten für alle Tische minimal sein sollen und die zusätzliche Bedingung gestellt wird, dass die Anzahl der Tische mindestens 10 sein soll?
- d) Durch die Hygienemaßnahmen wurden die Vorschriften verändert. Die Fläche je Tischset wird jeweils verdoppelt. Zusätzlich soll die Anzahl der 2er- und 4er-Tische maximal werden. Aber es soll mindestens ein 6er-Tisch vorhanden sein. Wie ändert sich durch diese Vorgaben das Modell bei b)?

Hinweis: Das Optimierungsmodell soll lediglich aufgestellt und nicht gelöst werden!

Aufgabe 2:

Gegeben ist das folgende lineare Optimierungsproblem:

$$Z(x) = -2x_1 - x_2 - 3 x_3 => Min!$$

$$x_1 - x_2 + 2 x_3 \le 10$$

$$2 x_1 - 2 x_2 + 2 x_3 \ge -5$$

$$-3 x_1 + 4 x_2 + 3 x_3 \le 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \ge 0$$

- a) Stellen Sie das Optimierungsproblem in der 1. Normalform dar.
- b) Lösen Sie das Optimierungsproblem mit dem Simplex-Algorithmus und geben Sie die optimale Lösung (Z_{opt}, x_{opt}) noch einmal deutlich an. Woran erkennen Sie die optimale Lösung?
- c) Geben Sie die Werte der Schlupfvariablen an. Ist eine Schlupfvariable größer null? Wie kann diese Schlupfvariable (bzw. allgemein eine positive Schlupfvariable) interpretiert werden?

Hinweis: Wenn Sie keine Fehler machen, dann sind weniger als vier Iterationen des Verfahrens durchzuführen, bevor der Algorithmus endet.

Aufgabe 3:

Von den Gärtnereien G1 bis G3 sollen 4 Discounter D1 bis D4 mit Rindenmulch beliefert werden. Die Tabelle gibt den Bedarf der Discounter, die möglichen Liefermengen der Gärtnereien in kg an und die jeweiligen Entfernungen (in km) zwischen den Lieferanten und den Kunden.

	D1	D2	D3	D4	kg
G1	10	11	7	8	80
G2	5	14	13	9	150
G3	15	9	10	6	220
kg	100	40	50	260	

- a) Durch einen Maschinenausfall kann die Gärtnerei G2 nur 90 kg Rindenmulch bereitstellen. Bestimmen Sie einen möglichen Transportplan mit der Vogel'schen Approximationsmethode. Vergessen Sie nicht das Ergebnis anzugeben. Interpretieren Sie das Ergebnis.
- b) Prüfen Sie, ob Sie eine optimale Lösung gefunden haben.
- c) Schlagen Sie eine Umverteilung vor, wenn die Lösung nicht optimal ist (nicht mehr Tabelle aufstellen!) Wie hoch wäre die Verbesserung?

Aufgabe 4:

Der am Standort A ansässige Kurierdienst Bringemann übergibt einem seiner Boten 5 Sendungen, die dieser auf einer Tour an den Orten B, C, D, E und F überbringen soll. Danach muss er zum Ort A zurückkehren. Die Entfernungen in km zwischen den Orten gehen aus der folgenden Tabelle hervor:

	Α	В	С	D	E	F
Α	-	4,1	2,0	2,1	6,1	6,9
В	4,1	ı	6,1	3,9	10,2	8,5
С	2,0	6,1	1	4,1	6,0	7,5
D	2,1	3,9	4,1	-	8,2	4,8
E	6,1	10,2	6,0	8,2	-	3,4
F	6,9	8,5	7,5	4,8	3,4	-

Gesucht ist eine Streckenführung mit minimaler Wegstrecke.

- a) Bilden Sie eine Rundfahrt nach der Methode des besten Nachfolgers! Starten Sie dabei mit dem Ort A. Geben Sie die dazugehörige Wegstreckenlänge an.
- b) Wenden Sie das Spaltensummenverfahren an! Geben Sie sowohl die ermittelte Lösung als auch den entsprechenden Zielfunktionswert in einem Antwortsatz an.
- c) Vergleichen Sie die Ergebnisse von a) und b).

Aufgabe 5:

Der Waschmaschinenhersteller Camino montiert eine elektrische Steuerung in jede Waschmaschine. Die Steuerung bezieht er von einem Zulieferer. Camino arbeitet in einer 5-Tage-Woche, wobei täglich 150 Waschmaschinen montiert werden. Für eine Anlieferung von Steuerungen berechnet der Zulieferer 90 €, der Preis einer Steuerung liegt bei 50,70 €. Die Lagerung von 100 Steuerung verursacht Kosten in Höhe von 50 € pro Woche.

- a) Geben Sie die Ausgangsdaten mit einheitlichen Zeit- und Mengeneinheiten an.
- b) Bestimmen Sie die optimale Bestellmenge und die dazugehörigen minimalen Gesamtkosten, wenn jeweils nur Vielfache von 100 Stück geliefert werden können und Fehlmengen nicht zugelassen sind.
- c) Wenn Sie jetzt zusätzlich berücksichtigen, dass der Zulieferer ab einer Bestellmenge von 1.500 Steuerungen einen Rabatt von 2 % auf den Stückpreis gewährt, ab einer Bestellmenge von 2.000 Steuerungen sogar einen Rabatt von 4 %. Wie sieht die entsprechende Preisfunktion aus? Geben Sie die ausführliche Fassung der Funktion und die notwendigen Berechnungen an.

Hinweis: Runden Sie sonstige Endergebnisse und Zwischenergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma!