Respostas dos Exercícios das Aulas (Cálculo 3)

Aula 2:

Exercício: Calcule o comprimento das seguintes curvas:

(a) $L = 20\sqrt{29}$
(b) $L = e - e^{-1}$
(c) $L = 15$

Exercício: Reparametrize pelo comprimento de arco...

(d) $r(t(s)) = \left(\left(\frac{s}{\sqrt{2}} + 1\right)\cos\left(\ln\left(\frac{s}{\sqrt{2}} + 1\right)\right), 2, \left(\frac{s}{\sqrt{2}} + 1\right)\operatorname{sen}\left(\ln\left(\frac{s}{\sqrt{2}} + 1\right)\right)\right)$
(e) $r(t(s)) = \left(3\operatorname{sen}\left(\frac{s}{5}\right), \frac{4s}{5}, 3\cos\left(\frac{s}{5}\right)\right)$

Exercício: Calcule a integral de linha de $2x$ sobre um arco de parábola e um segmento de reta vertical...

Resposta: $\frac{(5\sqrt{5}-1)}{6} + 2$

Exercício: Calcule as integrais de linha:

(a) $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$
(b) $\frac{(125-13\sqrt{13})}{48}$
(c) $\frac{2^{13}}{5}$
(d) 320
(e) $\frac{\sqrt{14}}{12}(e^6 - 1)$
(f) $\frac{1}{6}(14^{3/2} - 1)$

Exercício: Centro de massa e momentos de inércia de um arame:

$$CM = \left(0, \frac{4-\pi}{2(\pi-2)}\right)$$

$$I_x = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{3}$$

$$I_y = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}$$

Exercício: Massa e centro de massa de arame com forma de hélice...

$$m = \sqrt{2}\left(\frac{8}{3}\pi^2 + 2\pi\right)$$

$$CM = \left(\frac{3\pi(2\pi^2 + 1)}{4\pi^2 + 3}, 0, 0\right)$$

Aula 3:

Exercícios: Calcule as integrais de linha:

- **(a)** $\frac{464}{5} + 9\ln 3$
- **(b)** $\frac{17}{3}$
- **(c)** $\frac{1}{5}$
- **(d)** $\frac{3}{2}$

Exercício: Calcule as integrais de linha

(d) 64 **(a)** $\frac{6}{5} - cos 1 - \operatorname{sen} 1$ **(c)** $\frac{11}{8} - e^{-1}$

Exercício: Trabalho num círculo: **Resposta:** 0

Exercício: Trabalho na cicloide: **Resposta:** $2\pi^2$

Exercício: Trabalho na parábola: **Resposta:** $\frac{1}{2}(15 + \cos 1 - \cos 4)$

Exercício: Trabalho num segmento de reta: **Resposta:** 26

Exercício: **(b)** Sim.

Aula 4:

(a) $e-1$ **(b)** 0 **(c)** 24π **(d)** 0 **(e)** $\frac{4}{3}-2\pi$ **(f)** -16 **(g)** $-\pi$

Exercício: Área entre o arco da curva (uma cicloide) e o eixo x: **R.:** 3π

Exercício: Mostrar que a integral de linha vale zero para toda curva fechada simples que não passe nem circunde a origem. Basta ver que as derivadas parciais de primeira ordem de P e Q são contínuas na região delimitada pela curva, que $P_y = Q_x$ e aplicar o Teorema de Green.

Aula 5:

Exercício: Uma função potencial para o campo conservativo de um dos exemplos: **R.:** $f(x,y) = 3x + x^2y - y^3$

Exercício: Determinar se o campo é conservativo ou não, e se for, encontrar um potencial:

(a) Não é. **(b)** É. $f(x,y) = xe^y$ **(c)** É. $f(x,y) = x^2\cos y - y \operatorname{sen} x$

(d) É. $f(x,y) = x^2y + x\ln x$ **(e)** É. $f(x,y) = ye^x + x\operatorname{sen} y$

Exercício: Encontrar um potencial para o campo e calcular a integral de linha.

(a) Copiei errado. Devia ser $F(x,y) = (y, x+2y)$. Nesse caso $f(x,y) = xy + y^2$. A integral dá 2.

(b) $f(x,y) = \frac{x^4y^4}{4}$. A integral dá 4.

(c) $f(x,y) = y^2 \arctan x$. A integral dá π.

(d) $f(x,y,z) = xyz + z^2$. A integral dá 77.

(e) $f(x,y,z) = xy^2\cos z$. A integral dá 0.

(f) $f(x,y,z) = xe^y + ze^z$. A integral dá $2e$.

Exercício: O de 2012.1

(a) Parametrização $r(t) = \left(\cos t\,, \operatorname{sen} t\,, e^{(\operatorname{sen} t \cos t)}\right)$, $t \in [0, 2\pi]$. Um vetor tangente é $r'(t) = \left(-\operatorname{sen} t\,, \cos t\,, e^{(\operatorname{sen} t \cos t)}(\cos^2 t - \operatorname{sen}^2 t)\right)$. Os extremos de C s'ao $r(0) = (1, 0, 1)$ e $r\left(\frac{\pi}{2}\right) = (0, 1, 1)$.

(b) $f(x, y, z) = xyz^2 + y$.

(c) 1