

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ejercicios Distribuciones de Probabilidad Discreta

Docente: Dr. Jhon F. Bernedo Gonzales

Facultad: Ingeniería

1. Distribución Binomial

Ejercicio 1.

El sistema de seguridad de una casa está diseñado para tener un 99 % de confiabilidad. Suponga que nueve casas equipadas con este sistema experimentan un intento de robo. Encuentre las probabilidades de

- a) Al menos una de las alarmas se activó.
- b) Más de siete de las alarmas se activaron.
- c) Ocho o menos alarmas se activaron.

Ejercicio 2.

En una encuesta realizada por la Oficina de Censos de Estados Unidos se encontró que 25 % de las personas de 25 años o más habían estudiado cuatro años en la universidad (The New York Times Almanac, 2006). Dada una muestra de 15 individuos de 25 años o más

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que cuatro hayan estudiado cuatro años en la universidad?
- b) ¿De que tres o más hayan estudiado cuatro años en la universidad?

Ejercicio 3.

Se lanza un dado honesto 1620 veces. Sea $X \equiv$ el número de seis obtenidos en los 1620 lanzamientos.

- a) Indique la distribución de probabilidad de X
- b) Calcular $E[X]$, $Var[x]$ y la desviación estándar del número de seis obtenidos

Sugerencia: Considere un proceso de Bernoulli finito con $n = 1620$ y la probabilidad de éxito esta relacionado con la probabilidad de salir el número 6

Ejercicio 4.

El 75 % de la mercadería que recibe un comerciante del fabricante A es de calidad excepcional, mientras que el 80 % de la mercadería que recibe del fabricante B es de calidad excepcional. El 60 % del total de la mercadería lo compra de A y el resto de B. Si se seleccionan 4 unidades de la mercadería, encuentre

- a) La probabilidad de encontrar 2 unidades de excepcional calidad
- b) La media y varianza del número de unidades de excepcional calidad

Sugerencia: use primero la regla de la probabilidad total para obtener la probabilidad de éxito.

Ejercicio 5.

Suponga que los motores de un avión de cierta marca, que operan independientemente, tienen una probabilidad de falla de 0.1. Suponga que un avión efectúa un vuelo exitoso si al menos la mitad de sus motores operan normalmente, determine cuál avión, uno con cuatro y otro con seis motores, tiene mayor probabilidad de efectuar un vuelo exitoso.

Ejercicio 6.

La probabilidad de hacer una venta de cierto vendedor en un intento es 0.5. Determine la probabilidad de obtener

- a) Exactamente dos ventas en tres intentos de ventas consecutivas
- b) Por lo menos una venta en tres intentos de ventas consecutivos
- c) Cuántos intentos de ventas consecutivas deben hacerse para obtener una seguridad de 0.9375 de obtener por lo menos una venta?

Ejercicio 7.

Suponga que la máquina A produce el doble de artículos que la máquina B. Se sabe que el 6 % de los artículos que produce la máquina A son defectuosas, mientras que el 3 % de los artículos producidos por la máquina B son defectuosas. Suponga que se junta la producción diaria de estas máquinas y se toma una muestra aleatoria de 10 artículos. Sea $X \equiv$ el número de defectuosos en la muestra.

- a) Indique la distribución de probabilidad de X
- b) Calcular la probabilidad de encontrar por lo menos un defectuoso
- c) Calcular la probabilidad de encontrar exactamente 3 artículos defectuosos
- d) Calcular $E[X]$, $Var[x]$ y la desviación estándar

Sugerencia: use primero la regla de la probabilidad total para obtener la probabilidad de éxito p .

Ejercicio 8.

Un examen de estadística consta de 10 preguntas, con 5 alternativas para cada pregunta en que sólo una alternativa es correcta. Un estudiante que no estudio para el examen contesta examen al azar. Para aprobar el examen debe contestar correctamente al menos 6 preguntas. Sea $X \equiv$ el número de preguntas respondidas correctamente.-

- a) Indique la distribución de probabilidad de X
- b) Calcule la probabilidad que el estudiante apruebe el examen
- c) Si para el examen de estadística, 20 estudiantes no estudiaron, ¿ Cuántos alumnos, se espera que aprueben el examen?

Sugerencia: Para c) la probabilidad de éxito es aprobar el examen

2. Distribución Hipergeométrica

Ejercicio 9.

Una compañía tiene diez solicitantes para cinco puestos de trabajo: cuatro mujeres y seis hombres. Suponga que los diez solicitantes están igualmente calificados y que no se da preferencia para escoger género alguno. Sea X el número de mujeres seleccionadas para los puestos de trabajo

- a) Indique la distribución de probabilidad de X
- b) Calcule la media y la varianza de esta distribución

Ejercicio 10.

Se selecciona al azar un comité de 3 personas a partir de 4 médicos y 6 enfermeras. Sea X el número de médicos seleccionados en el comité.

- a) Indique la distribución de probabilidad de X
- b) Calcule $P(2 \leq X \leq 3)$
- c) Calcule la media y la varianza de esta distribución

Ejercicio 11.

De un lote de 10 misiles se sabe que contiene 3 misiles defectuosos esto es que no pueden dispararse. Se seleccionan 4 al azar y se disparan. Si el lote contiene 3 misiles defectuosos que no pueden dispararse, ¿cuál es la probabilidad de que

- a) Calcule la probabilidad que los 4 misiles puedan dispararse
- b) Calcule la probabilidad que a lo sumo 2 misiles fallen

Ejercicio 12.

Calcule la probabilidad de que una camarera se rehúse a servir bebidas alcohólicas a sólo 2 menores si verifica al azar 5 identificaciones de 9 estudiantes, de los cuales 4 son menores de edad?

Ejercicio 13.

Una fuerza de tareas gubernamental sospecha que algunas fábricas infringen los reglamentos nacionales contra la contaminación ambiental en lo que se refiere a la descarga de cierto tipo de producto. Veinte empresas están bajo sospecha pero no todas se pueden inspeccionar. Suponga que 3 de las empresas infringen los reglamentos.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que si se inspeccionan 5 empresas no se encuentre ninguna infracción?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que la inspección de 5 empresas descubra a 2 que infringen el reglamento?

Ejercicio 14.

Cada uno de 12 refrigeradores de un tipo ha sido regresado a un distribuidor debido a un ruido agudo audible producido por oscilación cuando el refrigerador está funcionando. Suponga que 7 de estos refrigeradores tienen un compresor defectuoso y que los otros 5 tienen problemas menos serios.

Si los refrigeradores se examinan en orden aleatorio, sea $X \equiv$ el número entre los primeros 6 examinados que tienen un compresor defectuoso. Calcule: $P(X = 5)$ y $P(X \leq 5)$

3. Distribución de Poisson

Ejercicio 15.

Si X es una variable aleatoria con distribución de Poisson tal que

$$P(X = 0) = P(X = 1)$$

Hallar $E[X]$.

Ejercicio 16.

Si X tiene una distribución de Poisson tal que $P(X = 0) = 1/2$. Hallar $E[X]$.

Ejercicio 17.

Los accidentes de trabajo, que se producen por semana en una fábrica es una v.a discreta con distribución de Poisson, tal que, la probabilidad que haya cinco accidentes es $16/15$ de que haya dos accidentes. Calcular:

- a) el parámetro de la distribución de Poisson
- b) la probabilidad que no haya accidentes en 3 semanas.

Ejercicio 18.

Los defectos de cierta clase de tejido de lana ocurren al azar con un promedio de 1 por 100 pies cuadrados. Calcular la probabilidad que una pieza que mide 50 por 10 pies no contenga defectos.

Ejercicio 19.

Los pasajeros de las aerolíneas llegan en forma aleatoria e independiente al mostrador de revisión de pasajeros. La tasa media de llegada es 10 pasajeros por minuto.

- a) Calcule la probabilidad de que no llegue ningún pasajero en un lapso de un minuto.
- b) Calcule la probabilidad de que lleguen tres o menos pasajeros en un lapso de un minuto.
- c) De que no llegue ningún pasajero en un lapso de 15 segundos.
- d) De que llegue por lo menos un pasajero en un lapso de 15 segundos.

Ejercicio 20.

El número de colonias de bacterias de cierto tipo en muestras de agua contaminada tiene una distribución de Poisson con una media de dos por centímetro cúbico. Si cuatro muestras de un centímetro cúbico de este agua contaminada se seleccionan independientemente, determine la probabilidad de que al menos una muestra contenga una o más colonias de bacterias.

Ejercicio 21.

El número de partículas emitidas por una fuente radiactiva está generalmente modelado por la distribución de Poisson. Si el número medio de partículas emitidas por la fuente en una hora es cuatro, encuentre las siguientes probabilidades.

- a) El número de partículas emitidas en una hora determinada es por lo menos 6.
- b) El número de partículas emitidas en una hora determinada será como máximo 3
- c) No se emitirán partículas durante un período de 24 horas

Ejercicio 22.

El banco JBG atiende todos los días de 9 hasta las 17 horas, y se sabe que el número de clientes por día que van a solicitar un préstamo por más de 5000 soles tiene una distribución de Poisson con una média de 4 clientes por día.

- a) Cuál es la probabilidad de que hasta las 13 horas no se haya producido una solicitud de préstamo por más de 5000 soles
- b) Cuál es la probabilidad de que en dos de cuatro días, hasta las 13 horas no se haya producido una solicitud de préstamo por más de 5000 soles