

# PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

## Ejercicios: Distribución Normal

Docente: Dr. Jhon F. Bernedo Gonzales

Facultad: Ingeniería

### Ejercicio 1.

Encuentre las siguientes probabilidades

- a)  $P(Z \geq -1.07)$
- b)  $P(|Z| > 1.77)$
- c)  $P(|Z| < 0.98)$

### Ejercicio 2.

Si  $X \sim N(3, 4)$ . Hallar el número  $c$  tal que

$$P(X \geq c) = P(X < c)$$

### Ejercicio 3.

Sea  $X$  una v.a continua que tiene una distribución normal,  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Si  $E[X^2] = 68$  y  $P(X < 10) = 0.8413$  determinar  $\mu$  y  $\sigma^2$ .

### Ejercicio 4.

El precio promedio de las acciones que pertenecen a S&P500 es de \$30 y la desviación estándar es \$8.20 (BusinessWeek, Special Annual Issue, primavera de 2003). Suponga que los precios de las acciones están distribuidos normalmente.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el precio de las acciones de una empresa sea por lo menos de \$40?
- b) ¿De que el precio de las acciones de una empresa no sea mayor a \$20?
- c) ¿De cuánto deben ser los precios de las acciones de una empresa para que esté entre las 10 % mejores?

### Ejercicio 5.

Suponga que el número de un tipo particular de bacterias, en muestras de 1 mililitro (ml) de agua potable, tienden a estar normalmente distribuidos en forma aproximada con media de 85 y desviación estándar de 9. ¿Cuál es la probabilidad de que una muestra determinada de 1 ml contenga más de 100 bacterias?

### Ejercicio 6.

Una máquina expendedora de bebidas gaseosas se regula para que sirva un promedio de 200 mililitros por vaso. Si la cantidad de bebida se distribuye normalmente con una desviación estándar igual a 15 mililitros,

- a) ¿qué fracción de los vasos contendrá más de 224 mililitros?
- b) ¿cuál es la probabilidad de que un vaso contenga entre 191 y 209 mililitros?
- c) ¿cuántos vasos probablemente se derramarán si se utilizan vasos de 230 mililitros para las siguientes 1000 bebidas?

### Ejercicio 7.

El tiempo necesario para hacer un examen final en un determinado curso de una universidad tiene una distribución normal cuya media es 80 minutos con desviación estándar de 10 minutos.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de terminar el examen en una hora o menos?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante termine el examen en más de 60 minutos pero en menos de 75 minutos?

### Ejercicio 8.

El artículo "Monte Carlo Simulation-Tool for Better Understanding of LRFD" (*J. Structural Engr.*, 1993: 1586-1599) sugiere que la resistencia a ceder ( $\text{lb/pulg}^2$ ) de un acero grado A36 está normalmente distribuida con  $\mu = 43$  y  $\sigma = 4.5$

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la resistencia a ceder sea cuando mucho de 40? ¿De más de 60?
- b) ¿Qué valor de resistencia a ceder separa al 75 % más resistente del resto?

### Ejercicio 9.

La circulación sanguínea cerebral (CBF), en los cerebros de personas sanas, está normalmente distribuida con una media de 74 y desviación estándar de 16.

- a) ¿Qué proporción de personas sanas tendrán lecturas de CFG entre 60 y 80?
- b) ¿Qué proporción de personas sanas tendrán lecturas de CFG arriba de 100?

### Ejercicio 10.

Los ejes fabricados para el uso de dispositivos de almacenamiento óptico tienen diámetros que se distribuyen normalmente con media  $\mu = 0.652$  y desviación estándar  $\sigma = 0.003$  cm. La especificación para el diámetro del eje mide entre  $0.650 \pm 0.005$  cm, o sea,

$$(0.65 - 0.005) \leq X \leq (0.65 + 0.005)$$

- a) ¿Qué proporción de los ejes fabricados por este proceso cumple con la especificación?
- b) La media del proceso puede ajustarse utilizando calibración. Si se establece que la media mide 0.650 cm, ¿qué proporción de los ejes cumplirá con la especificación?
- c) Si se establece que la media mide 0.650 cm, ¿cuál debe ser la desviación estándar para que 99 % de los ejes cumpla con la especificación?

**Ejercicio 11.**

El volumen de latas llenadas por cierta máquina se distribuye de forma normal con media de 12.05 onzas y desviación estándar de 0.03 onzas.

- ¿Qué proporción de latas contiene menos de 12 onzas?, esto es,  $P(X < 12)$
- La media del proceso se puede ajustar utilizando calibración. ¿En qué valor debe fijarse la media para que 99 % de las latas contenga 12 onzas o más?

**Ejercicio 12.**

Un método para llegar a pronósticos económicos es usar una propuesta de consensos. Se obtiene un pronóstico de cada uno de un número grande de analistas y el promedio de estos pronósticos individuales es el pronóstico de consenso. Suponga que los pronósticos individuales de la tasa de interés preferente de enero de 2008, hechos por analistas económicos, están normalmente distribuidos en forma aproximada con la media igual a 8.5 % y una desviación estándar igual a 0.02 %. Si al azar se selecciona un solo analista de entre este grupo. Cuál es la probabilidad de que el pronóstico del analista de la tasa preferente

- rebase de 8.75 %.
- sea menor a 8.375 %.

**Ejercicio 13.**

*The Biology Data Book* informa que el tiempo de gestación para humanos bebés promedia 278 días, con una desviación estándar de 12 días. Suponga que estos tiempos de gestación están normalmente distribuidos. Encuentre los cuartiles superior e inferior para los tiempos de gestación.

- Encuentre los cuartiles superior e inferior para los tiempos de gestación.
- ¿Sería poco común tener un bebé después de sólo 6 meses de gestación? Explique

**Ejercicio 14.**

La vida promedio de cierto tipo de moto pequeño es de 10 años, con una desviación estándar de 2 años. El fabricante reemplaza gratis todos los motores que fallen dentro del periodo de garantía. Si estuviera dispuesto a reemplazar sólo 3 % de los motores que fallan, ¿cuánto tiempo de garantía debería ofrecer? Suponga que la duración de un motor sigue una distribución normal

**Ejercicio 15.**

Se sabe que un satélite controlado tiene un error (distancia del objetivo) que se distribuye normalmente con una media 0 y una desviación estándar de 4 pies. El fabricante del satélite debe tener un éxito como un disparo en el cual el satélite llega a 10 pies del objetivo. Calcule la probabilidad de que el satélite falle.

**Ejercicio 16.**

La holgura de las válvulas de entrada de unos motores nuevos de cierto tipo se distribuye normalmente con media 200 mm y desviación estándar 10 mm.

- Cuál es la probabilidad de que la holgura sea mayor a 215 mm?
- Cuál es la probabilidad de que la holgura esté entre 180 y 205 mm?
- Un motor tiene seis válvulas de entrada. ¿Cuál es la probabilidad de que sólo dos de ellas tengan holguras mayores a 215 mm?.

**Sugerencia:** Use la distribución binomial para calcular de sólo 2 de las válvulas tengan holguras.