

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Ejercicios: Reglas de Probabilidad

Docente: Dr. Jhon F. Bernedo Gonzales

Facultad: Ingeniería

Ejercicio 1.

Encuentre los errores en cada una de las siguientes aseveraciones:

- a) Las probabilidades de que un vendedor de automóviles venda 0, 1, 2 o 3 unidades en un día dado de febrero son 0.19, 0.38, 0.29 y 0.15, respectivamente.
- b) La probabilidad de que llueva mañana es 0.40 y la probabilidad de que no llueva es 0.52.
- c) Las probabilidades de que una impresora cometa 0, 1, 2, 3 o 4 o más errores al imprimir un documento son 0.19, 0.34, -0.25, 0.43 y 0.29, respectivamente.
- d) Al sacar una carta de una baraja en un solo intento la probabilidad de seleccionar un corazón es $1/4$, la probabilidad de seleccionar una carta negra es $1/2$, y la probabilidad de seleccionar una carta de corazones y negra es $1/8$.

Ejercicio 2.

La probabilidad de que una industria estadounidense se ubique en Shanghái, China, es 0.7, la probabilidad de que se ubique en Beijing, China, es 0.4 y la probabilidad de que se ubique en Shanghái o Beijing es 0.8. ¿Cuál es la probabilidad de que la industria se ubique

- a) en ambas ciudades?
- b) en ninguna de esas ciudades?

Ejercicio 3.

En un grupo de 100 estudiantes graduados de preparatoria, 54 estudiaron matemáticas, 69 estudiaron historia y 35 cursaron matemáticas e historia. Si se selecciona al azar uno de estos estudiantes, calcule la probabilidad de que

- a) el estudiante haya cursado matemáticas o historia;
- b) el estudiante no haya llevado ninguna de estas materias
- c) el estudiante haya cursado historia pero no matemáticas.

Ejercicio 4.

Suponga que se tiene un dado cargado de tal forma que la probabilidad del número que salga sea inversamente proporcional al mismo. Calcular la probabilidad de la ocurrencia

- a) un número par
- b) un número mayor que 4.

Ejercicio 5.

Se tiene cuatro urnas numeradas de 1 a 4 y cuatro bolas también numeradas de 1 a 4. Se coloca al azar una bola en cada urna.

- a) ¿Cuál es la probabilidad que la bola i sea colocada en la urna i . ($i = 1, 2, 3, 4$)?
- b) ¿Cuál es la probabilidad que la bola 1 sea colocada en la urna 1 y la bola 2 en la urna 2?

Ejercicio 6.

Se tiene en una caja 5 tickets de 100 soles cada uno, 3 tickets de 300 soles cada uno, y 2 tickets que valen 500 soles cada uno. Se elige aleatoriamente 3 tickets. Determinar la probabilidad que:

- a) Al menos dos de ellas tenga el mismo precio.
- b) La suma de los precios de los tres tickets sea de 700 soles.

Ejercicio 7.

Sean los eventos A_j , $j = 1, 2, 3$ son tales que $A_1 \subset A_2 \subset A_3$ y $P(A_1) = 1/4$; $P(A_2) = 5/12$ y $P(A_3) = 7/12$. Determinar la probabilidad de los siguientes eventos

$$\bar{A}_1 \cap A_2, \quad \bar{A}_1 \cap A_3 \quad \text{y} \quad \bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3$$

Ejercicio 8.

¿Si $P\{A\} = P\{\bar{B}\}$, entonces $A = \bar{B}$? Justifique su respuesta.

Ejercicio 9.

Demostrar que para cualquier par de eventos A y B en un espacio muestral se tiene que

$$P(A\bar{B} \cup \bar{A}B) = P(A) + P(B) - 2P(AB)$$

donde el evento $A\bar{B} \cup \bar{A}B$ es el evento en que ocurre exactamente uno de los eventos A y B .

Observación: La notación AB indica la intersección de los eventos, $AB = A \cap B$.

Ejercicio 10.

Una caja contiene diez estampillas de 20 céntimos, cinco estampillas de 15 céntimos, y dos estampillas de 10 céntimos. Se extrae aleatoriamente 6 estampillas; ¿Cuál es la probabilidad que su suma no exceda a 100 céntimos?

Ejercicio 11.

En una urna hay 2 bolas azules, 1 blanca y 3 rojas. Se van a extraer al azar 2 bolas. Calcule la probabilidad que las dos bolas sean rojas o una blanca y la otra azul.

Ejercicio 12.

De una baraja de 52 cartas se extraen, aleatoriamente, 5 cartas. ¿Cuál es la probabilidad que 3 sean de un mismo palo y los otros dos de palos diferentes?

Ejercicio 13.

Jaimito se presenta a dos universidades A y B . El estima la probabilidad que sea admitido en la universidad A en 0.8; a la universidad B en 0.75, en al menos una de ellas en 0.95. ¿Cuál es la probabilidad que ingrese en ambas universidades.

Ejercicio 14.

Un banco tiene 50 cuentas de crédito, 8 de las cuales están atrasadas en sus pagos. Si se selecciona al azar 5 cuentas de las 50, ¿Cuál es la probabilidad que por lo menos una cuenta de las cuentas escogidas corresponda a un cliente atrasado en sus pagos?

Ejercicio 15.

En una ciudad se publican tres revistas: A, B y C. El 30 % de la población lee A, el 20 % lee B, el 15 % lee C, el 12 % lee A y B, el 9 % A y C, el 6 % B y C, y el 3 % leen A, B y C. Determinar el porcentaje de personas que:

- a) leen al menos uno de las tres revistas
- b) lee solamente A
- c) leen B o C; pero no A

Ejercicio 16.

Se distribuye al azar 12 bolas diferentes entre tres cajas. ¿Cuál es la probabilidad que la primera caja contenga 3 bolas?

Ejercicio 17.

Jaimito tiene 8 bolas blancas y 2 negras, las alinea al azar.

- a) ¿Cuál es la probabilidad que las 2 negras queden juntas?
- b) ¿De que las 2 negras ocupen posiciones de los extremos?

Ejercicio 18.

Un armario contiene 10 pares de zapatos. Si 8 zapatos son seleccionados aleatoriamente, cual es la probabilidad de que ningún par completo es formado?.

Rpta: 0.09

Ejercicio 19.

Un grupo de 6 hombres y 6 mujeres es dividido aleatoriamente en 2 grupos de 6 personas cada grupo. Cual es la probabilidad de que en ambos grupos se tenga el mismo número de hombres?

Rpta: 0.4329.

Ejercicio 20.

Dos dados honestos tienen dos de sus lados pintados de color rojo, dos de negro, uno de amarillo y el otro de blanco. Si el par de dados es lanzado, cual es la probabilidad de que en ambos dados se tenga lados del mismo color (arriba).

Ejercicio 21.

Si un dado es lanzado 4 veces, cual es la probabilidad de que el número 6 salga por lo menos una vez?

Ejercicio 22.

Un grupo de individuos en donde se tiene b hombres y g mujeres es alineado (forman una fila) en forma aleatoria. Cual es la probabilidad que la persona en la i -ésima posición, $1 \leq i \leq b + g$, sea una mujer?

Rpta: $\frac{g}{b+g}$

Ejercicio 23.

Suponga que n bolas sean aleatoriamente distribuidas entre N compartimentos. Determine la probabilidad de que m bolas caigan en el primer compartimento. Suponga que todos los N^n arreglos sean igualmente probables.

Ejercicio 24.

Existen n medias en una caja, 3 de las cuales son rojas. Cual es el valor n si la probabilidad de que dos medias rojas sean seleccionada al azar de la caja es igual a $\frac{1}{2}$?

Rpta: $n = 4$

Ejercicio 25.

Dos dados son lanzados n veces en secuencia. Calcule la probabilidad de que un duplo 6 aparezca por lo menos una vez. Que tan grande debe de ser n para que la probabilidad anterior sea por lo menos igual a $1/2$ **Rpta:** $n \geq 24.6$, $n \approx 25$

Ejercicio 26.

Si N personas, incluyendo A y B , son ordenados aleatoriamente en linea

a) Cual es la probabilidad de que A y B estén uno al lado del otro?. **Rpta:** $\frac{2}{N}$

b) Y si las personas son ordenados aleatoriamente en un círculo?. **Rpta:** $\frac{2}{N-1}$

Ejercicio 27.

Si $P(E) = 0.9$ y $P(F) = 0.8$, muestre que $P(EF) \geq 0.7$. De forma general, muestre la desigualdad de Bonferroni, esto es

$$P(EF) \geq P(E) + P(F) - 1$$

Ejercicio 28.

Use inducción para generalizar la desigualdad de Bonferroni para n eventos, esto es, muestre que

$$P(A_1 A_2 \dots A_n) \geq P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) - (n - 1)$$

Ejercicio 29.

Si 50 personas se encuentran en una reunión, cual es la probabilidad de que dos personas no celebren su cumpleaños en el mismo día del año?. Considere que el año tiene 365 días y que cada día del año es igualmente probable.

Rpta: $\left(1 - \frac{1}{365}\right) \left(1 - \frac{2}{365}\right) \dots \left(1 - \frac{49}{365}\right)$

Ejercicio 30.

Suponga que un salón en el área de ingenierías de la UNSA hay n alumnos. Demuestre que la probabilidad que por los menos dos personas hayan nacido el mismo día del año es

$$p = 1 - \frac{365!}{(365 - n)! (365)^n}.$$

Para que valores de n , se tiene que $p > 1/2$?. Considere un año que no es bisiesto.

Sugerencia: Calcule la probabilidad de que las n personas cumplen años en días diferentes.