



Juan C. Moreno-Marín, Antonio Hernandez D.F.I.S.T.S.

Escuela Politécnica - Universidad de Alicante

La Mecánica se ocupa de las relaciones entre los movimientos de los sistemas materiales y las causas que los producen. Se divide en tres partes: *Cinemática* que describe el movimiento, *Dinámica* que estudia el movimiento y sus causas y *Estática* que estudia las fuerzas y el equilibrio de los cuerpos.

## **POSICIÓN**

Para describir el movimiento se establece un sistema de coordenadas o de referencia.

El <u>vector de posición</u> *r* sitúa un objeto respecto al origen del sist. de referencia.

En coord. cartesianas: 
$$r(t) = x(t)^{r} + y(t)^{r} + z(t)^{r}$$

El extremo de *r* describe una línea llamada <u>trayectoria</u>.

Si s es el espacio recorrido por el objeto, la función s = f(t) es la <u>ley horaria</u> del movimiento.

El <u>vector desplazamiento</u> es el cambio en el vector de posición entre dos puntos:

$$\Delta r = r_2 - r_1$$

ńn 🔎

### VELOCIDAD

La <u>velocidad media</u>  $v_m$  de un objeto es el desplazamiento en un contra en un co intervalo de tiempo dividido por ese intervalo de tiempo  $v_m = \frac{1}{2}$ 

La <u>velocidad instantánea</u> v es el valor límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero

La velocidad instantánea es siempre un vector tangente a la trayectoria.

# **ACELERACIÓN**

La <u>aceleración media</u>  $a_m$  de un objeto es el cambio de ve<u>locidad</u> en un

intervalo de tiempo dividido por ese intervalo de tiempo  $a_m = \frac{\Delta}{a_m}$ 

La <u>aceleración instantánea</u> a es el valor límite de la aceleración media

cuando el intervalo de tiempo tiende a cero  $\begin{vmatrix} \mathbf{r} \\ a \end{vmatrix} = \frac{a\mathbf{r}}{a}$ 

La aceleración instantánea puede descomponerse en sus <u>componentes</u> intrínsecas perpendiculares: aceleración <u>normal</u>  $a_N$  y aceleración <u>tangencial</u>  $a_T$ :

$$\ddot{a} = \ddot{a}_N + \ddot{a}_T;$$
  $a = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$ 

 $a_T$  atiende el cambio en el módulo de v y  $a_N$  tiene en cuenta el cambio en la dirección de v:

$$a_T = \frac{dv}{dt}$$
;  $a_N = \frac{v^2}{R}$ ;  $(R = \text{radio de curvatura})$ 

# MOVIMIENTO RECTILÍNEO

Aquellos en los que la trayectoria es una línea recta y donde el espacio recorrido coincide con el módulo del vector desplazamiento. No hay aceleración normal (radio de curvatura infinito).

En el <u>movimiento rectilíneo uniforme</u>, la velocidad es constante y la aceleración es nula. (mov. a lo largo del eje X):

$$a(t) = 0; \quad v(t) = v = cte; \quad \Rightarrow \quad x(t) = x_0 + vt$$

En el <u>movimiento rectilíneo uniformemente acelerado</u>, la aceleración es constante:

$$a(t) = a = cte; \quad v(t) = v_0 + at; \quad \Rightarrow \quad x(t) = x_0 + vt + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$
  $\rightarrow$   $v = \sqrt{v_0^2 + 2a(x - x_0)}$ 



## MOVIMIENTO CIRCULAR

Aquellos en los que la trayectoria es una circunferencia de radio R. El espacio recorrido s se expresa en función del ángulo  $\theta$ :  $\theta = s/R$ .

La <u>velocidad angular</u>  $\omega$  es la variación de  $\theta$  con t:  $\omega = d\theta/dt$ .

Se cumple  $\omega = v/R$ .

La aceleración angular  $\alpha$  es la variación de  $\omega$  con t:  $\alpha = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$ 

Se cumple  $\alpha = a_T/R$ .

Si asignamos carácter vectorial a la velocidad y aceleración angulares, se verifican:

$$\overset{\mathbf{r}}{v} = \overset{\mathbf{r}}{\omega} \times \overset{\mathbf{r}}{r} \qquad \overset{\mathbf{r}}{a_{T}}$$

$$a_{T} = a \times r$$

$$\overset{\mathbf{r}}{v} = \overset{\mathbf{r}}{\omega} \times \overset{\mathbf{r}}{r} \qquad \overset{\mathbf{r}}{a_r} = \overset{\mathbf{r}}{\alpha} \times \overset{\mathbf{r}}{r} \qquad \overset{\mathbf{r}}{a_N} = \overset{\mathbf{r}}{\omega} \times \overset{\mathbf{r}}{v} = \overset{\mathbf{r}}{\omega} \times (\overset{\mathbf{r}}{\omega} \times \overset{\mathbf{r}}{r})$$

### MOVIMIENTO CIRCULAR

En el <u>movimiento circular uniforme</u>, la velocidad angular es constante y la aceleración angular es nula. (aceleración normal cte. y no hay aceleración tangencial):

$$\alpha(t) = 0;$$
  $\omega(t) = \omega = cte;$   $\Rightarrow$   $\theta(t) = \theta_0 + \omega t$ 

En el <u>movimiento circular uniformemente acelerado</u>, la aceleración angular es constante (aceleración tangencial cte.):

$$\alpha(t) = \alpha = cte; \quad \omega(t) = \omega_0 + \alpha t; \quad \Rightarrow \quad \theta(t) = \theta_0 + \omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

# COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS. TIRO PARABÓLICO

Un ejemplo importante es el movimiento de un proyectil que se lanza con velocidad constante  $v_0$  formando un ángulo  $\alpha$  con el eje X y que se ve afectado por la aceleración de la gravedad g en el eje Y.

La trayectoria es una parábola y el mov. es superposición de un mov. rectilíneo uniforme en el eje X y un mov. rectilíneo uniformemente acelerado en el eje Y.

El tiempo de vuelo, t, la altura máxima, h, y el alcance, d, son:

$$t = \frac{2v_0 sen\alpha}{g}; \qquad h = \frac{v_0^2 sen^2\alpha}{2g}; \qquad d = \frac{v_0^2 sen2\alpha}{g};$$

La ecuación de la trayectoria es:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x t g \alpha$$

