

Autor: Gabriel Przytocki

Teoria dos números, Matemática discreta, combinatória, Marizes.

Quadrados Mágicos

Algoritmo

1	6	2	7	3	8	4	9	5
6	2	7	3	8	4	9	5	1
2	7	3	8	4	9	5	1	6
7	3	8	4	9	5	1	6	2
3	8	4	9	5	1	6	2	7
8	4	9	5	1	6	2	7	3
4	9	5	1	6	2	7	3	8
9	5	1	6	2	7	3	8	4
5	1	6	2	7	3	8	4	9

Introdução

Esta é uma explicação que aborda a lógica por trás do algoritmo que cria quadrados mágicos 10x10, mostrando passo a passo cada função que o algoritmo executa para chegar na solução desejada.

O que é um quadrado mágico?

Quadrado Mágico é uma matriz quadrada com números, em que a soma de cada coluna, de cada linha e das duas diagonais são iguais.

Esse número constante chamarei de número mágico.

2	7	6
9	5	1
4	3	8

Etapas Algoritmo

- I. **Construir o quadrado base**
 - a. Gerar o padrão
 - b. Preencher a cruz da matriz
 - c. Preencher a primeira e a última linha da matriz
 - d. Preencher as diagonais
- II. **Gerar um novo padrão**
 - a. Multiplicar cada elemento do padrão por uma constante
 - b. Reordenar o novo padrão igual o primeiro
- III. **Construir um quadrado com o novo padrão**
 - a. Substituir cada elemento do original pelo correspondente
- IV. **Renderizar**
 - a. Mostrar na tela o novo quadrado

Algoritmo

Os quadrados mágicos gerados por esse algoritmo são todos baseados em um quadrado mágico base, formado por um padrão de números, que se distribuem no quadrado de forma totalmente simétrica.

O quadrado mágico que origina todos os demais, é esse:

1	6	2	7	3	8	4	9	5
6	2	7	3	8	4	9	5	1
2	7	3	8	4	9	5	1	6
7	3	8	4	9	5	1	6	2
3	8	4	9	5	1	6	2	7
8	4	9	5	1	6	2	7	3
4	9	5	1	6	2	7	3	8
9	5	1	6	2	7	3	8	4
5	1	6	2	7	3	8	4	9

O padrão é:

3	8	4	9	5	1	6	2	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Observando a construção desse padrão, notamos o espelhamento:

3	8	4	9	5	1	6	2	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Os números opostos, somados sempre resultam 10.

O 5, simétrico a si mesmo, somado a ele mesmo dá 10.

$$3 + 7 = 10$$

$$8 + 2 = 10$$

$$4 + 6 = 10$$

$$9 + 1 = 10$$

$$5 + 5 = 10$$

E como construir um quadrado mágico a partir desse padrão?

O algoritmo que eu criei constrói inicialmente a cruz desse quadrado, encarado como uma matriz de números.

O primeiro passo do algoritmo é preencher a linha central da matriz com o padrão:

3	8	4	9	5	1	6	2	7

O segundo passo do algoritmo é preencher coluna central da matriz,
respeitando a ordem dos números do padrão:

				3				
				8				
				4				
				9				
3	8	4	9	5	1	6	2	7
				1				
				6				
				2				
				7				

Agora que o nosso quadrado tem a cruz completa, falta preenchermos algumas lacunas.

Primeiramente, nesse passo, vamos preencher as casas superiores e inferiores, no caso a primeira e a última linha do quadrado, pintadas em verde:

				3				
				8				
				4				
				9				
3	8	4	9	5	1	6	2	7
				1				
				6				
				2				
				7				

Continuando, o algoritmo vai preenchendo na ordem: topo esquerda, topo direita, inferior esquerda, inferior direita, sempre seguindo a ordem do padrão:

1°

1	6	2	7	3				
				8				
				4				
				9				
3	8	4	9	5	1	6	2	7
				1				
				6				
				2				
				7				

2°

1	6	2	7	3	8	4	9	5
				8				
				4				
				9				
3	8	4	9	5	1	6	2	7
				1				
				6				
				2				
				7				

3°

1	6	2	7	3	8	4	9	5
				8				
				4				
				9				
3	8	4	9	5	1	6	2	7
				1				
				6				
				2				
5	1	6	2	7				

4°

1	6	2	7	3	8	4	9	5
				8				
				4				
				9				
3	8	4	9	5	1	6	2	7
				1				
				6				
				2				
5	1	6	2	7	3	8	4	9

O padrão se encontra agora por todas as partes do quadrado:

1	6	2	7	3	8	4	9	5
				8				
				4				
				9				
3	8	4	9	5	1	6	2	7
				1				
				6				
				2				
5	1	6	2	7	3	8	4	9

O próximo passo do algoritmo é construir as diagonais dos números, primeiro a metade superior do quadrado, depois a metade inferior.

1	6	2	7	3	8	4	9	5
6	2	7	3	8	4	9	5	1
2	7	3	8	4	9	5	1	6
7	3	8	4	9	5	1	6	2
3	8	4	9	5	1	6	2	7
8	4	9	5	1	6	2	7	3
4	9	5	1	6	2	7	3	8
9	5	1	6	2	7	3	8	4
5	1	6	2	7	3	8	4	9

Metade superior		
Metade inferior		

Observe o padrão que os números fazem:

1	6	2	7	3	8	4	9	5
6	2	7	3	8	4	9	5	1
2	7	3	8	4	9	5	1	6
7	3	8	4	9	5	1	6	2
3	8	4	9	5	1	6	2	7
8	4	9	5	1	6	2	7	3
4	9	5	1	6	2	7	3	8
9	5	1	6	2	7	3	8	4
5	1	6	2	7	3	8	4	9

Os números caem como “cascatas” nas diagonais, formando o padrão.

Esse padrão permuta os números no quadrado de tal forma que eles ficam em casas simétricas e respeitando o padrão e sua ordem.

O próximo passo agora é, a partir do nosso quadrado, implementar esses números em cascata:

Preenchendo a parte superior:

1	6	2	7	3	8	4	9	5
6	2	7	3	8	4	9		
2	7	3	8	4	9			
7	3	8	4	9				
3	8	4	9	5	1	6	2	7
8	4	9		1				
4	9			6				
9				2				
5	1	6	2	7	3	8	4	9

Preenchendo a parte inferior:

1	6	2	7	3	8	4	9	5
6	2	7	3	8	4	9		1
2	7	3	8	4	9		1	6
7	3	8	4	9		1	6	2
3	8	4	9	5	1	6	2	7
8	4	9		1	6	2	7	3
4	9		1	6	2	7	3	8
9		1	6	2	7	3	8	4
5	1	6	2	7	3	8	4	9

Preenchendo por fim a diagonal principal:

1	6	2	7	3	8	4	9	5
6	2	7	3	8	4	9	5	1
2	7	3	8	4	9	5	1	6
7	3	8	4	9	5	1	6	2
3	8	4	9	5	1	6	2	7
8	4	9	5	1	6	2	7	3
4	9	5	1	6	2	7	3	8
9	5	1	6	2	7	3	8	4
5	1	6	2	7	3	8	4	9

Nosso padrão está pronto, observe que as casas simétricas sempre somam 10.

O 5 central, simétrico a ele mesmo, da 10.

1	6	2	7	3	8	4	9	5
6	2	7	3	8	4	9	5	1
2	7	3	8	4	9	5	1	6
7	3	8	4	9	5	1	6	2
3	8	4	9	5	1	6	2	7
8	4	9	5	1	6	2	7	3
4	9	5	1	6	2	7	3	8
9	5	1	6	2	7	3	8	4
5	1	6	2	7	3	8	4	9

O próximo passo para o algoritmo agora, é gerar quadrados mágicos aleatórios a partir desse quadrado simétrico base.