3.1 Exercícios

SomaSucessorAntecessor. Considere um sistema numérico que não tenha a operação de adição implementada e que tal sistema dispõe somente das funções *sucessor* e *antecessor*. Com base nestas duas funções, escreva uma função *recursiva* **soma(x,y)** em C que calcule a soma de dois números inteiros (x e y) utilizando somente as duas funções mencionadas. Implemente também as funções *sucessor* e *antecessor*, as quais podem utilizar o operador de adição.

$$soma(x, y) = \begin{cases} x, & \text{se } y = 0 \\ soma(sucessor(x), antecessor(y)), & \text{se } y > 0 \end{cases} \tag{3.9}$$

Multiplicação por somas sucessivas. Escreva uma função *recursiva* que realiza a multiplicação de dois números inteiros por meio da estratégia de somas sucessivas.

$$mult(a, b) = \begin{cases} 0, & \text{se } b = 0 \\ a + mult(a, b - 1) & \text{se } b \geq 0 \end{cases} \tag{3.10}$$

Ocorrências do dígito *k* em um número natural *n*. Escreva uma função *recursiva* que retorne a quantidade de ocorrências do dígito k em um dado número natural n.

$$ocorr(k, n) = \begin{cases} 0, & \text{se } (n = 0) \text{ e } (k <> 0) \\ 1 + ocorr(k, n/10) & \text{se } (n \ \% \ 10 == k) \end{cases} \tag{3.11}$$

Máximo Divisor Comum (MDC) – Algoritmo de Euclides. Escreva uma função *recursiva* que calcule o MDC de dois números naturais **a** e **b** usando o algoritmo de Euclides.

$$mdc(a, b) = \begin{cases} a, & \text{se } b = 0 \\ mdc(b, a\%b) & \text{se } b > 0 \end{cases} \tag{3.12}$$

Mínimo Múltiplo Comum - MMC (fatores primos). Escreva uma função *recursiva* que calcule o MMC de dois números naturais **a** e **b** pelo método dos *fatores primos*. Considere a existência da função *proximoPrimo(int primo)*, a qual retorna o próximo número primo daquele informado como parâmetro. Por exemplo, se aquela função for executada com o argumento 3, ela retornará o número 5 (próximo primo da sequência após o primo 3).

$$\begin{cases} 1, & \text{se } a = 1 \text{ e } b = 1 \\ primo * mmc(a/primo, b/primo, primo) & \text{se } (a \text{ \% primo} = 0) \text{ e } (b \text{ \% primo} = 0) \\ primo * mmc(a, b, proximoPrimo(primo)) & \text{se } (a \text{ \% primo} <> 0) \text{ e } (b \text{ \% primo} <> 0) \\ primo * mmc(a/primo, b, primo) & \text{se } (a \text{ \% primo} = 0) \text{ e } (b \text{ \% primo} <> 0) \\ primo * mmc(a, b/primo, primo) & \text{se } (b \text{ \% primo} <> 0) \end{cases} \tag{3.13}$$

Percurso da bola. Uma bola é largada de uma altura **h** sobre uma superfície lisa, a qual fica quicando durante algum tempo. Suponha que ao quicar, a bola toca a superfície sempre no mesmo ponto. A distância percorrida pela bola é a soma dos movimentos *descendentes* e *ascendentes*. Em cada salto, a bola sobe a uma altura que é dada pelo produto da altura do salto anterior por um fator **r** (onde $0 < \mathbf{r} < 1$), denominado *coeficiente de amortecimento*.

Escreva uma função *recursiva* que recebe os argumentos **h** e **r**, e retorna a distância percorrida pela bola desde o momento que é largada da altura **h** até o momento em que pára de quicar.

$$percurso(h, r) = \begin{cases} 0, & \text{se } h = 0 \\ h + (h * r) + percurso(h * r, r) & \text{se } h > 0 \end{cases} \tag{3.14}$$

Sequência Hailstone. A sequência de *Hailstone* é gerada da seguinte forma: dado um número inteiro, divida-o por 2 se for par ou multiplique-o por 3 e acrescente 1 se for ímpar. Repita este processo até que resulte no valor 1. Como exemplo, considere o valor inicial igual a 3. Para este valor inicial, a sequência gerada seria: 10, 5, 16, 8, 4 e 2.

Escreva uma função *recursiva* que calcule o somatório dos termos da sequência de *Hailstone* para um dado valor inicial *n*.

$$hailstone(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } (n = 1) \\ n + hailstone(n/2) & \text{se } (n \ \% \ 2 = 0) \\ n + hailstone((n * 3) + 1) & \text{se } (n \ \% \ 2 <> 0) \end{cases} \quad (3.15)$$

Método da Multiplicação Russa. O método da multiplicação Russa consiste em:

1. Escreva os números **a** e **b** que se deseja multiplicar na parte superior de duas colunas A e B.

2. Divida **a** por 2 sucessivamente ignorando o resto até obter o quociente 1, e escreva cada resultado em um linha da coluna A.

3. Multiplique **b** por 2 tantas vezes quantas se haja dividido **a** por 2 e escreva cada resultado na linha da coluna **B**.

4. Some todos os números da coluna **B** que estejam ao lado de um número *ímpar* da coluna **A**.

$$\text{Exemplo: } 27 \times 82 = 2214 \begin{cases} A & B & Parcelas \\ 27 & 82 & 82 \\ 13 & 164 & 164 \\ 6 & 328 & - \\ 3 & 656 & 656 \\ 1 & 1312 & 1312 \\ & Soma & 2214 \end{cases} \quad (3.16)$$

Definição recursiva:

$$russa(a, b) = \begin{cases} b, & \text{se } (a = 1) \\ russa(a/2, b * 2) & \text{se } (a > 1) \text{ e } (a \ \% \ 2 = 0) \\ b * 2 + russa(a/2, b * 2) & \text{se } (a > 1) \text{ e } (a \ \% \ 2 <> 0) \end{cases} \quad (3.17)$$