

data
 fechado
 D S T O Q S S
 D L M M J V S

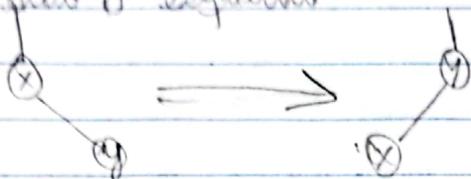
Árvore AVL Subárvore Esa e Dir

DIF NÃO PODE SER

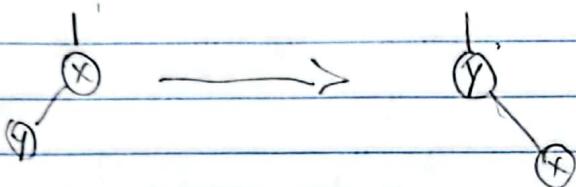
MAIOR QUE 1

fator de balanceamento = h_{esq} - h_{dir}

relação à esquerda



relação à direita



Retração dupla → quando a relação ocorre na parte mais interna da árvore

Dir - Esa ou Esa - Dir nunca Dir - Dir ou Esa - Esa

Se for inserido no filho à direita do avô é à esquerda → Rot. Gca seguida de Rot. à direita

Se for inserido no filho à esquerda do da subárvore direita → Rot. Dir seguido de Rot. Esa

• Árvore Red-Black

Mantém o balanceamento da árvore horizonte na velocidade de 75% (perto ou vermelho)

A raiz é sempre preta

Se o nó é vermelho os filhos são pretos

data
fecha

D S T O S S
D L M M J V S

para cada nó, todos os caminhos desse nó
é os filhos, possuem a mesma quantidade de
nos filhos.

Todo nó null é considerado prático.

Apenas a parte afetada pelo insere ou re-
moção é rebalanceada com uso de rotacões
e círculo de cores.

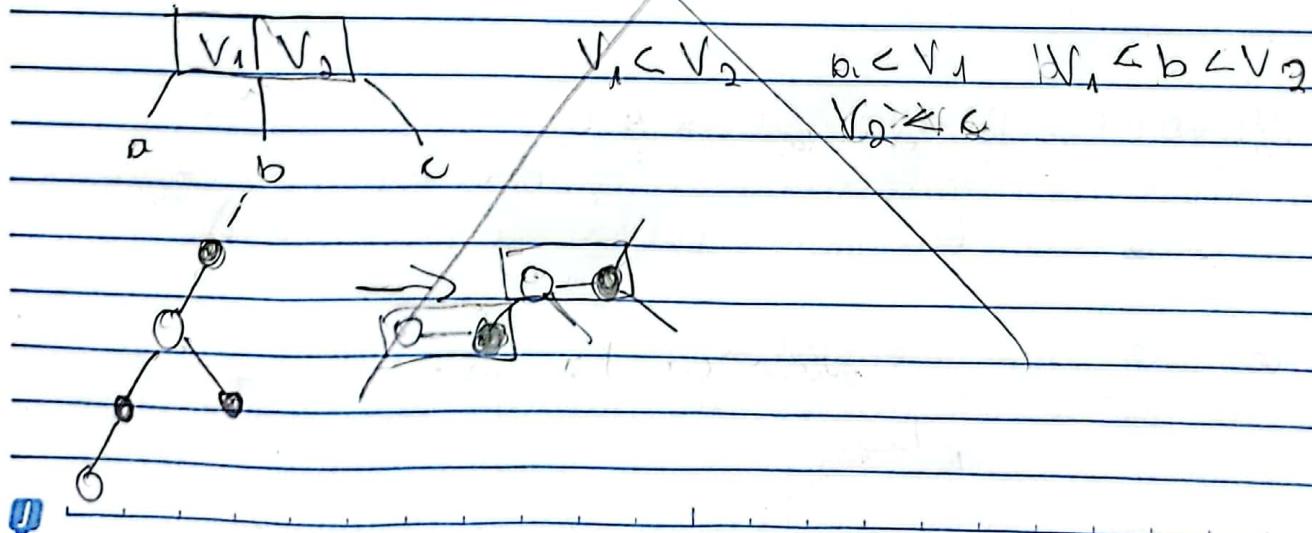
Complexidade de AVL é entre - negra ($O(\log n)$)

A AVL é mais balanceada q N-N (Busca mol-
sópida), porém mais lenta pra inserção / remoção
pelo preço escalar $O(\log n)$ em nos rotacionados, já que
N-N só aponta 3 rotacões.

Anote N-N caldo para o exagerado.

→ a um nó é "vermelho", então ele é o
filho esquerdo da seu pai.

→ mesma implementação de árvore 2-3

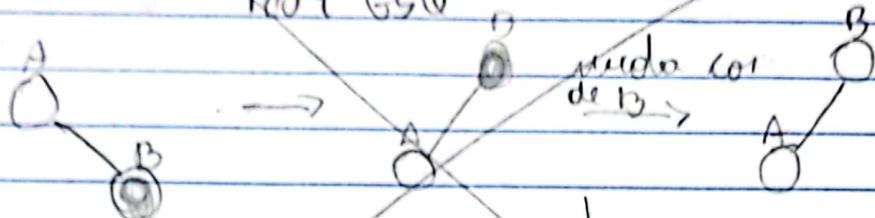


data
fecha

D	S	T	Q	Q	S	S
D	L	M	M	J	V	S

~~Notícias entre deslizes é só vermello para o deslizante e não-versa~~

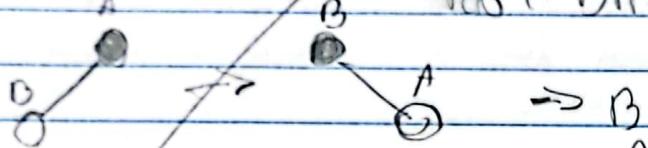
~~NOT GSO~~



~~→ B recebe a cor de A
A não recebe~~

~~↓ Pode trocar as cores~~

~~A~~ ROT BIA



~~→ B recebe a cor de A
A não vermelho~~

ESQUECE

INSERÇÃO

CASO 1: raiz

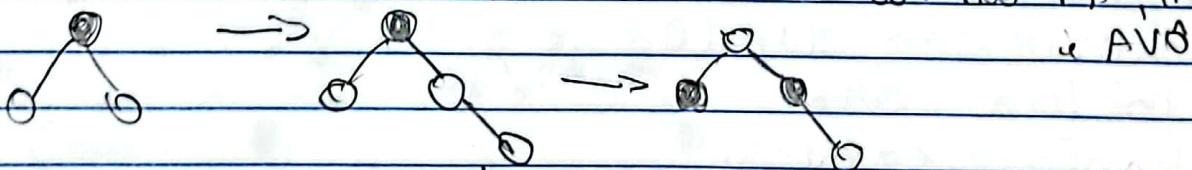
... → ① → ②-A

~~toda raiz é preta~~

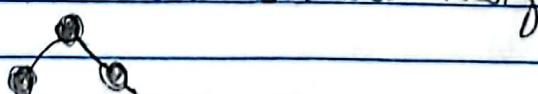
~~insere vermelho e troca a cor p/ marrom
a propriedade~~

SEM PÁG INSERÇÃO VERMELHA

CASO 2': Pai e Tio Ver. → Troca a cor do Pai, Tio



RAIZ VERMELHA → Troca cor da raiz



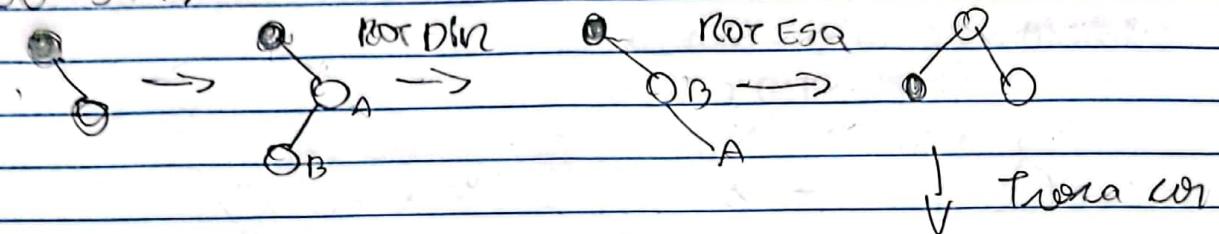
Se o pai do avô for muito ruim, a solução é mandar o avô dormir como meia!

data
fecha

D S T Q Q S S
D L M M J V S

continuar na próxima folha

CASO 3: (?)



Remoção de nó

Se for folha OK



senão troca por seu lugar o menor nó
da árvore à esquerda se o menor nó da
árvore à direita

se o nó for vermelho OK!

PROBLEMA

se for preto

X

Substituído

Resultado

Preto

Preto

Preto Neg

Preto

Null preto

Null preto neg

Preto

Rubro

Preto

Rubro

Rubro

Rubro

Rubro

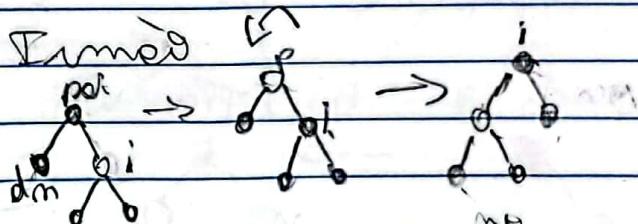
Null neg

Null neg

Problema onde ter Ruplo neg

Olhar pro PAI e pro FILHOS

CASO: PAI NÃO RUBRO



• pai preto rubro

• irmão preto neg

• relacionar pai com esquerda

• trabalha o irmão

• após relacionar o nó vizinho e duplo neg → move

• Irmão é nego devendo se CASO 2, 3 ou 4.

data
fecha

D	S	T	A	O	S	S
D	L	M	M	J	V	S

CASO 2: Irmão é negro e filhos de Irmão são negros

- Irmão é filho nulo
- né pessoa a quem pertence Bel
- Se o né for nulo, basta Irmão p/ negar
- Senão, o novo né é duplo negro e Irmão é novo
Bel

CASO 3: Irmão negro e filho direito de Irmão é negro

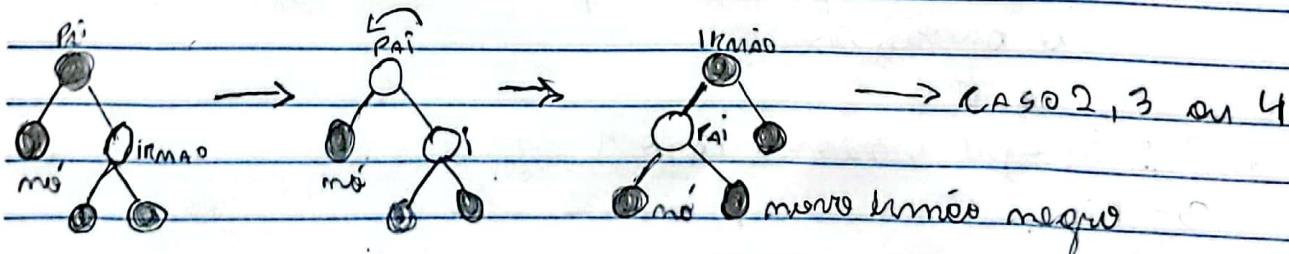
- Filho esquerdo de Irmão é filho negro
- Irmão é filho nulo
- retira-se o Irmão a direita
- Atualiza o Irmão
- Após retirada, o né ainda é DP e novo Irmão é negro → caso 4

CASO 4: Irmão é negro e filho direito de Irmão é nulo

- Irmão copia o né do pai
- por e só tem negros
- né o pai a esquerda
- se o né for nulo Irmão p/ negar

DIAGNÓSTICOS DE REMOÇÃO

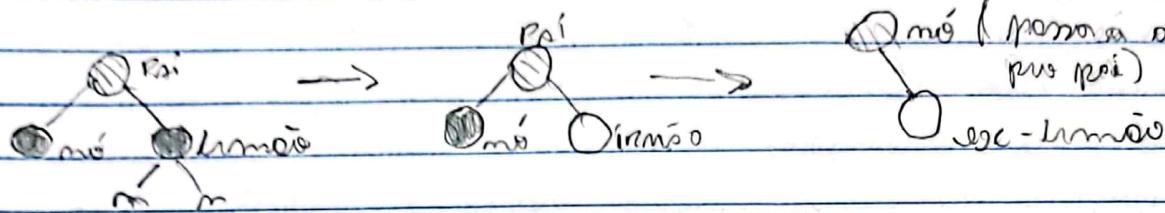
CASO 1



data
 fecha
 D S T Q Q S S
 D L M M J V S

(má se salta o pai (mais importante))

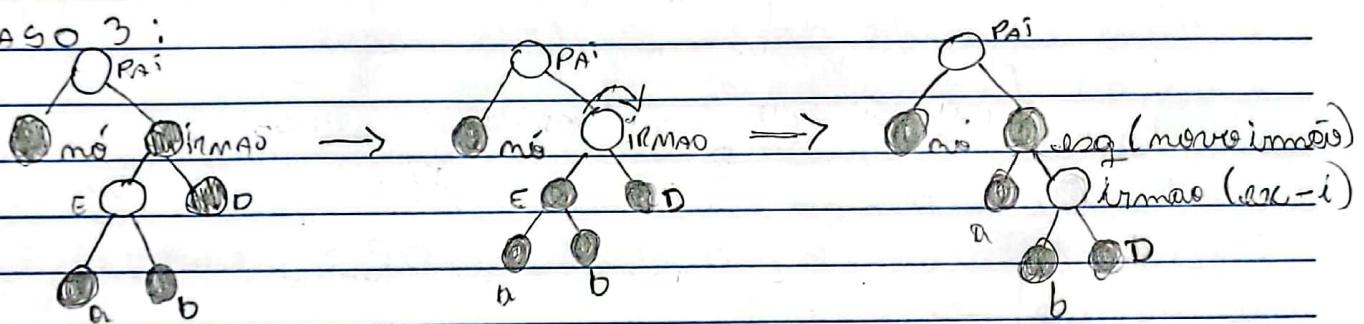
CASO 2:



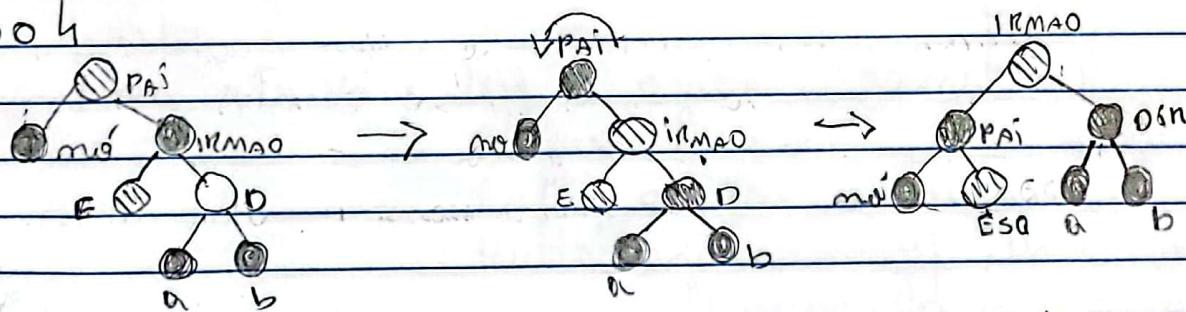
→ Se má for RUMO, pinta para negativo
Série continua DUPLO NEGATIVO



CASO 3:



CASO 4



CASO 1

1-2, 1-3-a, 1-4

CASO 2: Sózinho, mas os descendentes preparam para o anestesial

CASO 3: Sempre ocorre caso 4
3-4

CASO 4: Pode ocorrer sózinho e após sua morte
O balançoamento está concluído

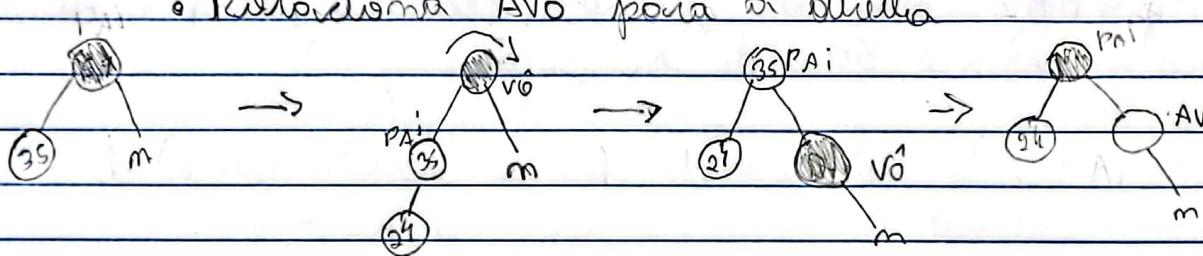
INSCRIÇÃO R-D-Tu

CASO 03: PAI i rubis i TVE i negre

SUBDIVIDE EM 4 POSSIBILIDADES m = null : negro

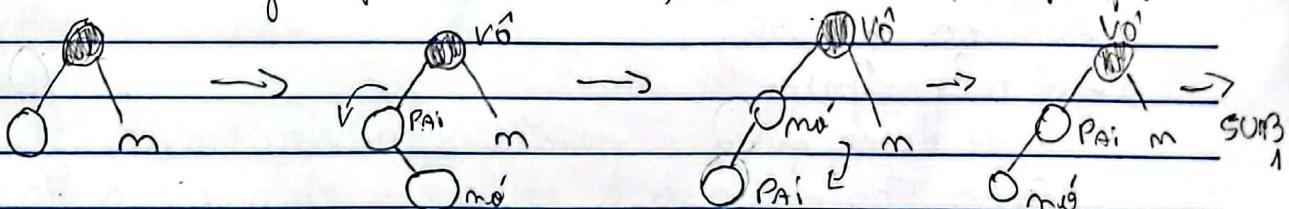
SUB 1: Pas du mons me i' fells e mons me
i' fells d'heute

- Pai fico NEGRO
 - AVÔ fico RUIM
 - Retarderam AVÔ para o abrigo



SUB2: Pai do menino que é filho esquerdo e
menina que é filha direita.

- Rotacionar Pos para esquerda
 - Segue para SUB 1 posso ir menor m' pra real



data
fecha

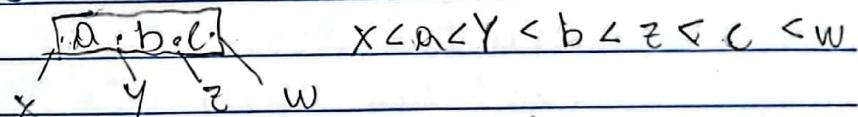
D	S	T	O	O	S	S
D	L	M	M	J	V	S

Árvore B

7 de chaves

ORDEM DE ÁRVORE B: quantidade mínima que uma página deve ter

- Todos os filhos devem estar no mesmo nível
- Chaves são os valores da página
- Sigue a mesma lógica de árvore de busca + possui com mais chaves



REGRA 1: Todos os páginas, exceto a raiz, deve ter no mínimo 50% de ocupação

REGRA 2: O número de filhos (exceto folha) deve ser no mínimo o número de chaves + 1

REGRA 3: Todos os filhos estão no mesmo nível
(ela cresce para cima)

OPERAÇÃO DE BUSCA

- Começa na raiz

1 - é a própria chave?

Sim \rightarrow desce para o ponteiro à esquerda

Não \rightarrow Passa para a próxima chave e volta para 1

Não tem mais chave \rightarrow desce para o ponteiro à direita



data _____
 fecha _____
 D S T Q O S S
 D L M M J V S

ARVORE B

OPERAÇÃO DE INSERÇÃO

Se o elemento cair na página, basta insere-lo de forma ORDEMADA

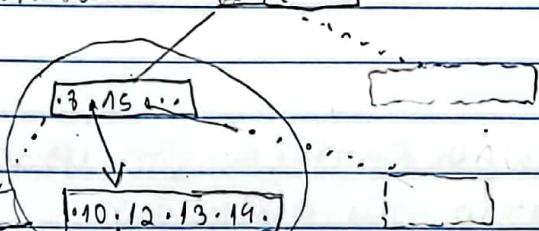
Se não cair, a página deve ser dividida em duas e o elemento de MÉIO deve ser promovido

INSERE 11

indim: 2

12 9 ...

↳ o maior se o elemento entrar na pgz esquerda e o menor se entra na pgz à direita

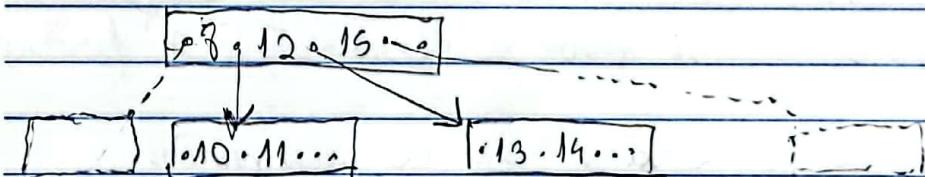


P1. entra aqui mas não vale

→ 8 15 ...

P2. [10 11 12 ...] [13 14 ...] (nova página criada com a metade menor de dados)

→ promover o do meio (maior da esquerda) e aponta para a página criada



* Se ao promover o elemento não cair na página, repete o processo para a página de cima, e propaga até a raiz se não cair na raiz, divide a raiz em 2 e cria uma nova raiz (árvore cresce de forminha / altura)

data
fecha



REMOÇÃO EM ÁRVORE B

CASO 01: Se o elemento ESTIVER em uma folha e a folha manter 50% de ocupação, basta removê-lo



remoção de 13

[010.11.13.14..]

→ [010.11.14..]

CASO 2: Se o elemento NÃO ESTIVER em uma folha, trocá-lo pelo seu antecessor

Remoção de 29

[029....] → [025....] passa a ser

[08.15....]

[018.20.25..] → [019.20...] passa o 24

*: Para trocar o antecessor vai descer a 1º esquerda e depois descer tudo para a direita até a folha

* Caso a página tinha + 50% de ocupação
está tudo ok semão CASO 03

data
 fecha . . .

D	S	T	Q	Q	S	S
D	L	M	M	J	V	S

CASO 03: Se a folha tiver com menos de 50% de ocupação, mas a página irmã puder ceder uma chance

remoção de 35

[•29...]

[•37.45.60...]

[•30.35...]

[•40.41.42...]

↳ para impressão o 40 é continuado com +50% de ocupação

A chance 40 sobe o 29 desce

[•29...]

[•90.45.60...]

[•30.37...]

[•91.42...]

[•51.52...]

[•70.77.83...]

2º irmão esq.

1º irmão direito

Se agora quiser tirar o 42 → CASO 4

CASO 4: Se a folha tiver com menos de 50% de ocupação e os páginas irmãs não puderem ceder uma chance

* Decide se junta com o irmão à esquerda ou o irmão à direita. (mesmo caso com o da direita)

remoção de 42

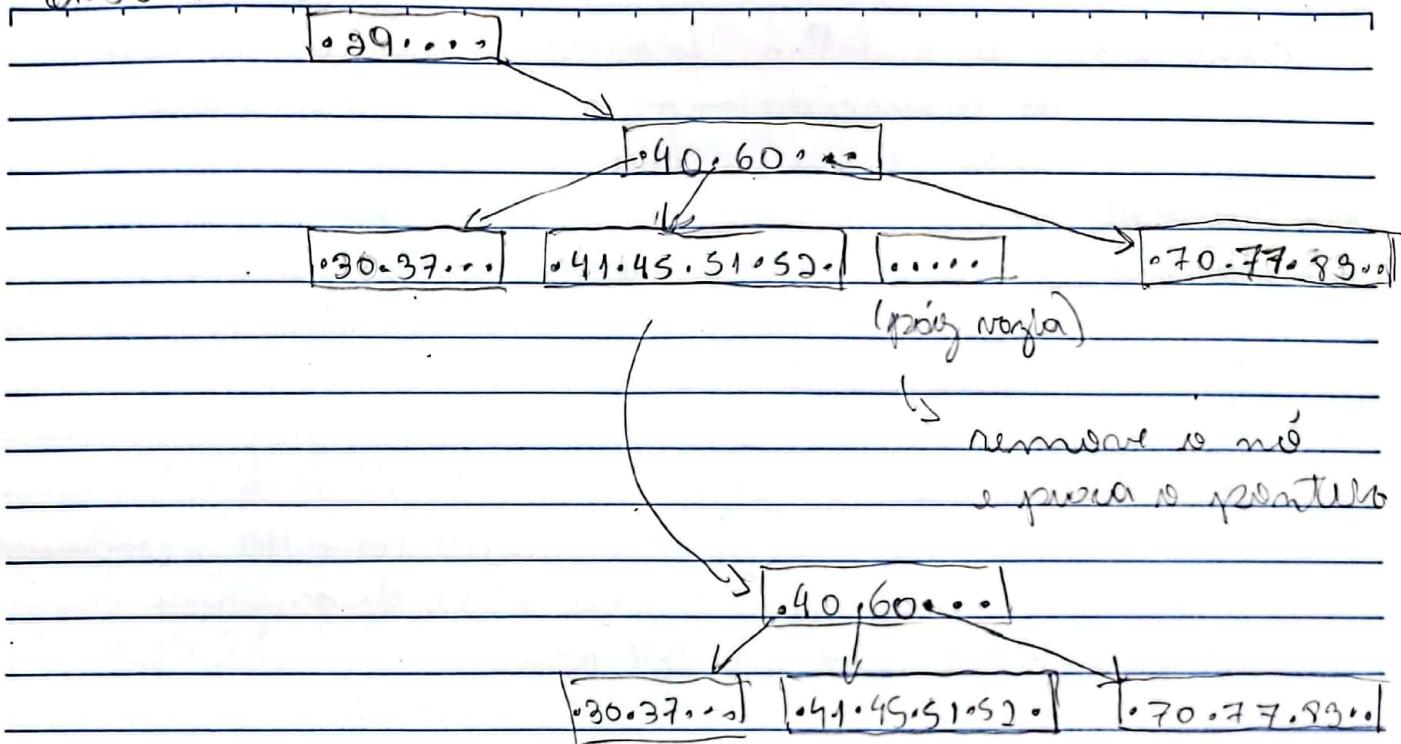
• Sai o 42, desce o 45, e junta com 51, 52 do irmão à direita

→

data
fecha

D S T O Q S S
D L M M J V S

CASO 4 CONT.

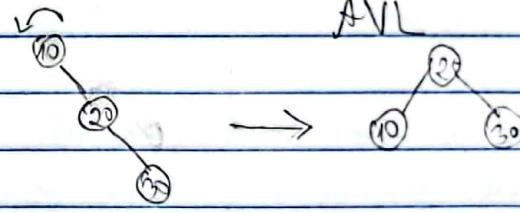


* Caso haja problema na verificação das propriedades propõe-se os mesmos para cima (é só se precisar, diminuindo o tamanho da árvore em 1)

Notícies em si mes

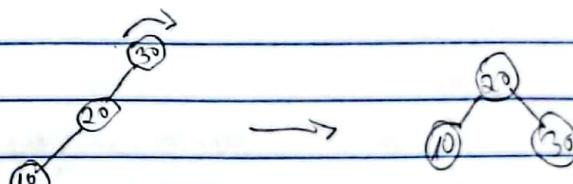
AVL

S. Esq

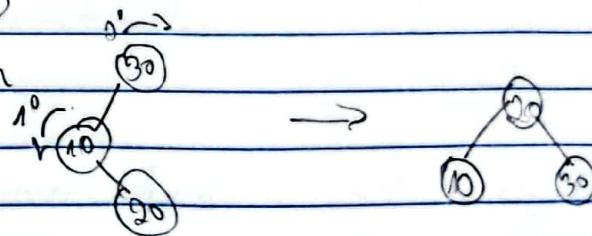


FB: neg - tally

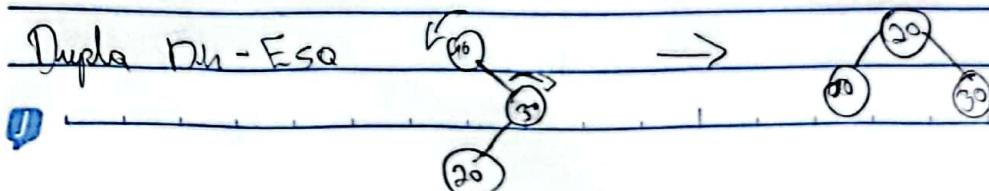
Cx Dn



Dupla Esq-Din



Dupla Dn-Esq



data
fecha

D	S	T	Q	Q	S	S
D	L	M	M	J	V	S

Comparativo entre Árvores

Consulta

ABR: ém média $\log n$, pior caso $O(n)$

AVL: ém média $\log n$, pior caso $O(\log n)$, balanceamento em função da altura

Rubro - Negro: ém média $\log n$, pior caso $O(\log n)$
menos balanceada qn AVL, logo pior su, mas limita na consulta

Arv. B: ém média $\log n$, o diferencial é que no temos vários filhos, dividindo-a mais eficiente na busca, principalmente e aplicáveis que a árvore busca em grandes quantidades de dados

Inserção

ABR: nem balançamento $O(\log n)$

AVL: Notaçõe ocorrem quando os alturas entre os filhos diferem em mais de 1..

Rubro - negro: resturna ser mais rápido que no AVL
busca balanceamento baseado no cor das ns,
(Rubro sempre com filhos e paix pretos)

Arv. B: Em geral mais rápido que o AVL (mantém a altura da árvore a mais baixa possível)