

Versuchsbericht

P402 Quantelung von Energie

Gabriel Remiszewski und Christian Fischer

durchgeführt am 18/19.10.2023

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 2 | Versuchsteil | 2 |
| 2.1 | Photoeffekt | 2 |
| 2.1.1 | Versuchsaufbau | 2 |
| 2.1.2 | Messung | 2 |
| 3 | Balmer-Serie | 4 |
| 3.1 | Versuchsaufbau und -durchführung | 4 |
| 3.2 | Messung | 5 |
| 3.3 | Auswertung | 7 |
| 3.3.1 | Bestimmung der Gitterkonstanten | 7 |
| 3.3.2 | Bestimmung der Balmerlinien | 9 |
| 3.3.3 | Bestimmung der Rydberg-Konstanten | 11 |
| 3.3.4 | Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums | 12 |
| 4 | Fazit | 13 |
| | Literaturverzeichnis | 14 |

1. Einleitung

[3]

2. Versuchsteil

2.1. Photoeffekt

2.1.1. Versuchsaufbau

Um mithilfe des Photoeffekts das plancksche Wirkungsquantum h zu bestimmen wird der in Abb. 1 skizzierte Aufbau auf einer Optikbank befestigt. Als Lichtquelle dient eine Quecksilberdampf Lampe, dessen Licht nach Durchgang durch eine Blende, mit der die Intensität des Lichts eingestellt werden kann, mit einer Linse der Brennweite $f = 100\text{ mm}$ auf die Kalium-Kathode der Photozelle scharf abgebildet wird. Die Einzelnen Wellenlängen des Hg-Spektrums werden mithilfe eines Filtrerrads unmittelbar vor der Photozelle selektiert, wobei zwischen beiden Elementen ein Rohr angebracht wird, welches Streulicht begrenzen soll. Dabei wird mit der Blende vor der Lampe sowie der Blende vor dem Filtrerrad so eingestellt, dass das Licht die Kathode beleuchtet, jedoch nicht den Anodenring oder die schwarze Fläche an der Öffnung der Schutzkappe der Photozelle.

Zur Spannungserzeugung steht ein 12 V Netzteil zur Verfügung. Beide schwarzen Kabel der Anode werden an den negativen Pol des Netzteils angeschlossen und das BNC-Kabel der Kathode mit dem zur Verfügung stehenden Messverstärker. Der andere Anschluss des Netzteils wird mit der Masse des Verstärkers angeschlossen. Der Photostrom wird mit einem Digitalmultimeter gemessen, welches in Reihe hinter den Verstärker geschaltet wird. Die angeschlossene Grenzspannung wird mit einem parallel zur Spannungsquelle geschalteten Multimeter gemessen.

Es ist möglich, dass ohne Photostrom des Verstärker trotzdem einen Strom ausgibt. Mithilfe eines Tasters lässt sich die Schaltung kurzschließen, wodurch kein Strom am Verstärker ankommt und damit an einem Regler der Ausgangsstrom in die Nulllage kalibriert werden kann.

Da die vom Netzteil zu Verfügung stehenden 12 V nicht vollständig in der Durchführung ausgeschöpft werden, wird mit zwei geeigneten Widerständen ein Spannungsteiler vorgeschaltet. Wird über dem Widerstand R_2 die Spannung abgegriffen, so gilt für diese die Spannungsteilergleichung

$$U = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

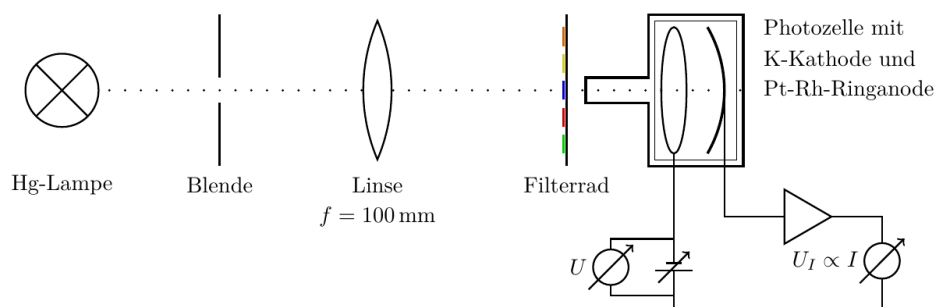


Abbildung 1: Versuchsaufbau: Photoelektrische Bestimmung des planckschen Wirkungsquantum.[QUELLE!]

2.1.2. Messung

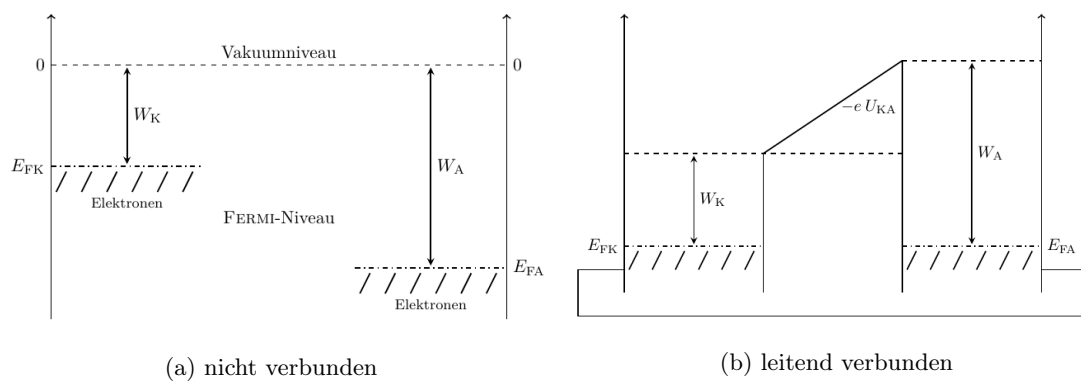


Abbildung 2: Kontaktpotential zwischen zwei Elektroden

3. Balmer-Serie

3.1. Versuchsaufbau und -durchführung

In diesem Versuchsteil wird die Balmer-Serie des Wasserstoffs samt Isotopieaufspaltung mithilfe eines Reflexionsgitters ausgemessen. Dafür werden zunächst die Optikelemente nach Abb. 3 aufgebaut und auf eine Höhe ausgerichtet.

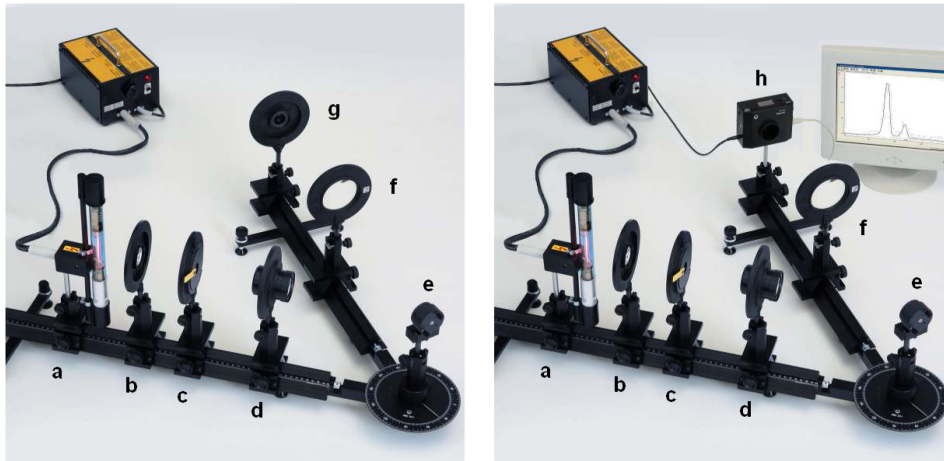


Abbildung 3: Versuchsaufbau zur Vermessung der Balmer-Serie mit Okular (links) und mit CCD-Kamera (rechts) [3]

Die verwendeten Optikelemente sind:

- a Balmer-Lampe, deuteriert
- b Linse, $f = 50 \text{ mm}$
- c Verstellbarer Spalt, schräge Flanken zur Lichtquelle
- d Projektionsobjektiv, $f = 150 \text{ mm}$
- e Holographisches Gitter
- f Linse, $f = 300 \text{ mm}$
- g Okular mit Strichskala
- h CCD-Kamera

Für eine erfolgreiche Durchführung ist eine möglichst exakte Justierung des Versuchsaufbaus notwendig. Dafür wird zuerst die Hg-Spektrallampe eingesetzt, welche dann mithilfe der Linse mit der Brennweite $f = 50 \text{ mm}$ auf den Spalt abgebildet wird. Anschließend wird das Projektionsobjektiv im Brennweitenabstand $f = 150 \text{ mm}$ hinter dem Spalt positioniert, sodass hinter dem Projektionsobjektiv paralleles Licht für das Reflexionsgitter zur Verfügung steht. Die Säule des Drehgelenks wird so gedreht, dass der Zeiger auf 0° der umliegenden Skala weist. Nachdem die Säule mit einer Rändelschraube fixiert ist, wird das Reflexionsgitter senkrecht eingesetzt, sodass Licht auf den Spalt reflektiert wird. Damit für das Reflexionsgitter auch tatsächlich paralleles Licht zur Verfügung steht, muss der Spalt ins Unendliche abgebildet werden, was durch die vorherige Positionierung des Projektionsobjektivs nicht unbedingt erreicht wird. Daher wird nun das Projektionsobjektiv etwas verschoben, bis ein scharfes Bild des Spaltes neben dem Spalt zu erkennen ist. Dann wird das Gitter so ausgerichtet, dass das Bild des Spaltes genau im Spalt selbst liegt. Der Winkel der beiden optischen Bänke wird auf $\omega_B = 140,0(5)^\circ$ eingestellt. Die Unsicherheit wird hier auf $\delta\omega_B = 0,5^\circ$ abgeschätzt, da der Winkel mindestens bis auf diese Genauigkeit abgelesen werden kann. Diese Einstellung wird für die gesamte Versuchsdurchführung beibehalten. Auf der anderen optischen Bank wird das Okular am Ende der Schiene eingesetzt und so eingestellt, dass die Strichskala gut ablesbar ist. Abschließend wird die Linse mit der Brennweite $f = 300 \text{ mm}$ vor das Okular gestellt,

sodass dies einem Fernrohr Aufbau entspricht. Bei diesem Versuchsaufbau wird das Reflexionsgitter verwendet, um die diskreten Spektrallinien, aus denen sich das Licht einer Spektrallampe (Hg-Spektrallampe und Balmer-Lampe) zusammensetzt, nebeneinander abzubilden. Das Reflexionsgitter wird mit parallelem Licht bestrahlt, sodass die Gittergleichung für die erste Beugungsordnung

$$\lambda = g(\sin(\alpha) + \sin(\beta)) \quad (2)$$

gilt. So gibt es nämlich für jede Wellenlänge λ bei einem fixierten Einfallswinkel α einen anderen Ausfallswinkel β , sodass die Spektrallinien nebeneinander beobachtet werden können. Eine detaillierte Herleitung dieser Formel ist in [2] zu finden.

Da der vom Hersteller angegebene Wert für die Gitterkonstante nicht genau ist, wird die Gitterkonstante zunächst mithilfe der Hg-Spektrallampe bestimmt, deren wichtigsten Spektrallinien und zugehörigen Wellenlängen bekannt sind. Für jede dieser Spektrallinien wird das Gitter so gedreht, dass die Linie auf der Strichskala des Okulars zu beobachten ist. Es wird der Winkel des Gitters ω_G abgelesen. Der Zusammenhang zwischen den gemessenen Winkeln ω_B und ω_G und dem Ein- bzw. Ausfallswinkel des Lichtes folgt aus Abb. 4.

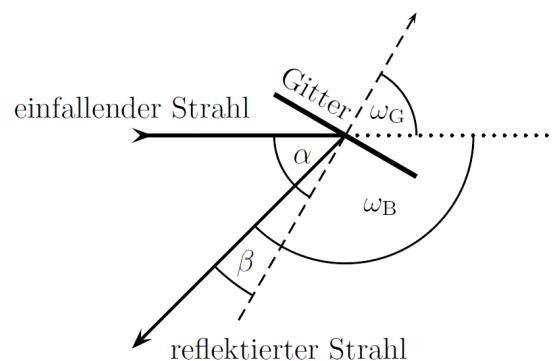


Abbildung 4: Winkel am Aufbau [3]

Aus geometrischen Überlegungen folgen die Relationen:

$$\alpha = \omega_G \quad (3)$$

$$\beta = \omega_G + \omega_B - 180^\circ. \quad (4)$$

Durch die Kenntnis der Wellenlänge einer Linie und die zugehörigen Winkel α und β kann dann mithilfe der Gittergleichung 2 die Gitterkonstante des verwendeten Reflexionsgitters bestimmt werden. Um anschließend das Spektrum der Balmer-Lampe zu vermessen, wird diese anstelle der Hg-Spektrallampe eingesetzt. Erneut werden die Winkel des Reflexionsgitters für die einzelnen Spektrallinien gemessen. Mithilfe der bereits bestimmten Gitterkonstante können dann die Wellenlängen der einzelnen Spektrallinien der Balmer-Lampe ermittelt werden. Außerdem wird die Isotopieaufspaltung beobachtet, da die Balmer-Lampe mit Dampf aus deuteriertem und normalem Wasserstoff (Verhältnis ca. 1:2) gefüllt ist. Abschließend wird das Okular durch eine CCD-Kamera ausgetauscht. Die CCD-Kamera wird mit einem Computer verbunden, sodass die Spektrallinien der Balmer-Lampe mit dem Programm „VideoCom-Intensitäten“ aufgezeichnet werden können. Dies eignet sich später zu einer genaueren Bestimmung der Isotopieaufspaltung. Das Programm berechnet aus der Pixelkoordinate p , die von 0 bis 2047 läuft, den Winkel β über

$$\beta = \arctan\left(\frac{(1024 - p) \cdot 0,014 \text{ mm}}{f}\right).$$

3.2. Messung

Zuerst wird der Winkel ω_G (bei fixiertem Winkel $\omega_B = 140,0(5)^\circ$) für die verschiedenen Spektrallinien der Hg-Spektrallampe gemessen. Dafür wird die Säule mit dem eingesetzten Reflexionsgitter gedreht, bis die erste sichtbare Linie zu beobachten ist. Um die Linie aufzufinden, wird der Spalt erst etwas weiter

geöffnet und anschließend wieder verkleinert. Das Projektionsobjektiv muss für jede Spektrallinie leicht verschoben werden, sodass diese scharf zu erkennen ist. Bei der Messung ergibt sich die Schwierigkeit, dass manche Spektrallinien so nah aneinander liegen, dass für diese der gleiche Winkel ω_G abgelesen wird. Um dennoch eine Winkeldifferenz für diese Linien messen zu können, wird zusätzlich die Strichskala des Okulars benutzt. Diese Strichskala hat eine Länge von 10 mm mit einer Teilung von von 0,1 mm. Es wird stets so vorgegangen, dass der Winkel $\omega_{G,\text{gemessen}}$ für eine bestimmte Spektrallampe auf der Kreisskala exakt eingestellt wird. Um später aber den tatsächlichen Winkel für diese Spektrallinie zu erhalten, wird zusätzlich über das Okular die Abweichung d von der Mitte der Strichskala aus gemessen (später folgt die entsprechende Winkelabweichung über die Brennweite der Linse vor dem Okular). In der Auswertung werden diese Messgrößen miteinander verrechnet, um möglichst genaue Werte für den Ein- und Ausfallswinkel zu erhalten. Auch wenn beide Messgrößen einen eigenen Ablesefehler ($\delta\omega_{G,\text{gemessen}}$ und δd) haben, wird später in der Auswertung die Unsicherheit des tatsächlichen Gitterwinkels zu $\delta\omega_G = 0,5^\circ$ abgeschätzt, da die Unsicherheit der resultierenden Winkelabweichung, welche sich aus d berechnet, extrem klein ist und dann schon in der festgesetzten Unsicherheit $\delta\omega_G = 0,5^\circ$ enthalten ist. Ohnehin gibt es hier eine systematische Unsicherheit bei der Messung von $\omega_{G,\text{gemessen}}$, da das Gitter nicht perfekt in die Halterung platziert werden kann. Allerdings gibt es hier keine Möglichkeit, diese systematische Unsicherheit abzuschätzen. Aber auch diese ist gegenüber $0,5^\circ$ klein, weshalb die spätere Fehlerabschätzung $\delta\omega_G = 0,5^\circ$ sinnvoll ist.

Tabelle 1: Gemessene Spektrallinien der Hg-Spektrallampe

| Farbe | $\lambda_{\text{Hg}} / \text{nm}$ | $\omega_{G,\text{gemessen}} / ^\circ$ | d / mm |
|---------|-----------------------------------|---------------------------------------|-----------------|
| violett | 404,656 | 52 | +0,0 |
| violett | 407,783 | 52 | +2,0 |
| violett | 410,805 | 52 | +4,0 |
| violett | 433,922 | 55 | -2,7 |
| violett | 434,749 | 55 | -2,1 |
| blau | 435,833 | 55 | -1,5 |
| türkis | 491,607 | 60 | +0,0 |
| grün | 546,074 | 65 | +1,8 |
| gelb | 576,960 | 69 | -1,6 |
| gelb | 579,066 | 69 | +0,0 |
| rot | 623,440 | 72 | -1,0 |
| rot | 671,643 | 72 | +3,0 |
| rot | 690,752 | 74 | +0,0 |

Die aufgenommenen Messwerte sind in Tabelle 1 zu finden, wobei die Wellenlängen der Versuchsanleitung [3] entnommen sind. Später in der Auswertung werden $\omega_{G,\text{gemessen}}$ und d zu ω_G mit der abgeschätzten Unsicherheit $\delta\omega_G = 0,5^\circ$ verrechnet. In Tabelle 1 ist die Messgröße d entweder mit einem positiven oder negativen Vorzeichen versehen, je nachdem ob die beobachtete Spektrallinie links oder rechts von der Mitte der Strichskala zu sehen war.

Nun wird die Hg-Spektrallampe durch die Balmer-Lampe ersetzt. Der Aufbau muss etwas nachjustiert werden und dann können die Messwerte analog aufgenommen werden. Da die einzelnen Spektrallinien der Balmer-Lampe im Vergleich zu der Hg-Spektrallampe wesentlich weiter auseinander liegen, wird hier lediglich der Winkel des Gitters an der Kreisskala mit einer Unsicherheit von $\delta\omega_G = 0,5^\circ$ abgelesen. Hier ist nun auch die eine Isotopieaufspaltung zu beobachten, welche durch die Messgröße d (Unsicherheit abgeschätzt auf $\delta d = 0,1 \text{ mm}$) auf der Strichskala gemessen wird. Insgesamt können drei Linien der Balmer-Serie (inklusive Isotopieaufspaltung) gut erkannt werden. Bei der violetten Linie konnte leider keine Isotopieaufspaltung aufgelöst werden. Die aufgenommenen Messwerte sind in Tabelle 2 zu erkennen.

Tabelle 2: Gemessene Spektrallinien der Balmer-Lampe

| Farbe | $\omega_G / ^\circ$ | d / mm |
|---------|---------------------|-----------------|
| rot | 78,0 | 0,2 |
| türkis | 59,0 | 0,1 |
| violett | 54,0 | nicht erkennbar |

Abschließend werden noch diese drei Spektrallinien bei jeweils gleichem Gitterwinkel mit der CCD-

Kamera und dem zugehörigen Computer-Programm aufgenommen. Bei jeder Messung muss das Projektionsobjektiv leicht verschoben werden, um die jeweilige Spektrallinie inklusive Isotopieaufspaltung möglichst genau aufzeichnen zu können. Es wird darauf geachtet, dass die Säule mit dem Reflexionsgitter möglichst so gedreht wird, dass die jeweilige Spektrallinie bei 0° abgebildet wird. Dies war leider aufgrund der hohen Empfindlichkeit nicht immer möglich, was aber später in der Auswertung leicht korrigiert werden kann.

3.3. Auswertung

3.3.1. Bestimmung der Gitterkonstanten

Mithilfe der Gittergleichung 2 kann für jede Linie der Hg-Spektrallampe die Gitterkonstante ausgerechnet werden. Dafür werden Ein- und Ausfallswinkel benötigt, welche sich mit 3 berechnen lassen. Hierfür wird zunächst Folgendes benötigt:

$$\omega_G = \omega_{G,\text{gemessen}} + \omega_d \approx \omega_{G,\text{gemessen}} + \frac{d}{f} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx \omega_{G,\text{gemessen}} + \frac{d}{300 \text{ mm}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi},$$

wobei die Kleinwinkelnäherung $\omega_d[\text{rad}] \approx \frac{d}{f}$ (hier ist $f = 300 \text{ mm}$ die Brennweite der Linse vor dem Okular) verwendet wurde. Wie schon zuvor erwähnt, wird hier die Unsicherheit sinnvoll auf $\delta\omega_G = 0,5^\circ$ abgeschätzt. Für die Unsicherheit von Ein- und Ausfallswinkel gilt:

$$\delta\alpha = \delta\omega_G, \quad \delta\beta = \sqrt{(\delta\omega_G)^2 + (\delta\omega_B)^2}.$$

Die Gitterkonstante wird durch $g = \frac{\lambda}{\sin(\alpha) + \sin(\beta)}$ berechnet, wobei die zugehörige Unsicherheit durch

$$\begin{aligned} \delta g &= \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial \alpha} \delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \beta} \delta\beta\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{\lambda}{(\sin(\alpha) + \sin(\beta))^2} \cos(\alpha) \delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{(\sin(\alpha) + \sin(\beta))^2} \cos(\beta) \delta\beta\right)^2} \\ &= \frac{g}{\sin(\alpha) + \sin(\beta)} \sqrt{(\cos(\alpha) \delta\alpha)^2 + (\cos(\beta) \delta\beta)^2} \end{aligned}$$

gegeben ist. Die ermittelten Werte für die Gitterkonstante für jede gemessene Hg-Spektrallinie sind in Tabelle 3 dargestellt.

Tabelle 3: Bestimmung der Gitterkonstante für jede gemessene Hg-Spektrallinie

| $\lambda_{\text{Hg}} / \text{nm}$ | $(\alpha \pm 0,5) / ^\circ$ | $(\beta \pm 0,8) / ^\circ$ | g / nm | $\delta g / \text{nm}$ |
|-----------------------------------|-----------------------------|----------------------------|-----------------|------------------------|
| 404,656 | 52,0 | 12,0 | 406 | 6 |
| 407,783 | 52,4 | 12,4 | 405 | 6 |
| 410,805 | 52,8 | 12,8 | 404 | 6 |
| 433,922 | 54,5 | 14,5 | 408 | 5 |
| 434,749 | 54,6 | 14,6 | 407 | 5 |
| 435,833 | 54,7 | 14,7 | 407 | 5 |
| 491,607 | 60,0 | 20,0 | 407 | 5 |
| 546,074 | 65,3 | 25,3 | 408 | 4 |
| 576,960 | 68,7 | 28,7 | 409 | 4 |
| 579,066 | 69,0 | 29,0 | 408 | 4 |
| 623,440 | 71,8 | 31,8 | 422 | 4 |
| 671,643 | 72,6 | 32,6 | 450 | 4 |
| 690,752 | 74,0 | 34,0 | 454 | 4 |

Besonders die drei letzten Werte für die Gitterkonstante unterscheiden sich stark von den restlichen Werten. Der Grund dafür liegt darin, dass diese Linien aufgrund der vergleichsweise geringen Intensität sehr schwierig zu beobachten und auf der Strichskala scharf zu stellen waren. Vermutlich wurden dann sehr ungenaue Messwerte aufgenommen. Daher werden diese drei letzten Spektrallinien für die weitere

Auswertung zur Bestimmung der Gitterkonstanten nicht berücksichtigt.

Um einen Wert für die Gitterkonstante aus allen Messwerten zu gewinnen, wird eine Geraden-Anpassung durchgeführt. Die Geraden-Gleichung ist durch

$$y = \sin(\alpha) + \sin(\beta) = a\lambda = \frac{1}{g}\lambda$$

gegeben. Für die Unsicherheit der y -Werte gilt $\delta y = \sqrt{(\cos(\beta)\delta\alpha)^2 + (\cos(\beta)\delta\beta)^2}$. Die Werte für die Geraden-Anpassung sind in Tabelle 4 eingetragen und die zugehörige graphische Darstellung ist in Abb. 5 zu sehen.

Tabelle 4: Werte der Geraden-Anpassung zur Bestimmung der Gitterkonstanten

| $\lambda_{\text{Hg}} / \text{nm}$ | $(y \pm 0,02)$ [dimensionslos] | δy [dimensionslos] |
|-----------------------------------|--------------------------------|----------------------------|
| 404,656 | 0,996 | 0,013 |
| 407,783 | 1,007 | 0,013 |
| 410,805 | 1,017 | 0,013 |
| 433,922 | 1,064 | 0,013 |
| 434,749 | 1,067 | 0,013 |
| 435,833 | 1,070 | 0,013 |
| 491,607 | 1,208 | 0,013 |
| 546,074 | 1,337 | 0,012 |
| 576,960 | 1,412 | 0,012 |
| 579,066 | 1,418 | 0,012 |

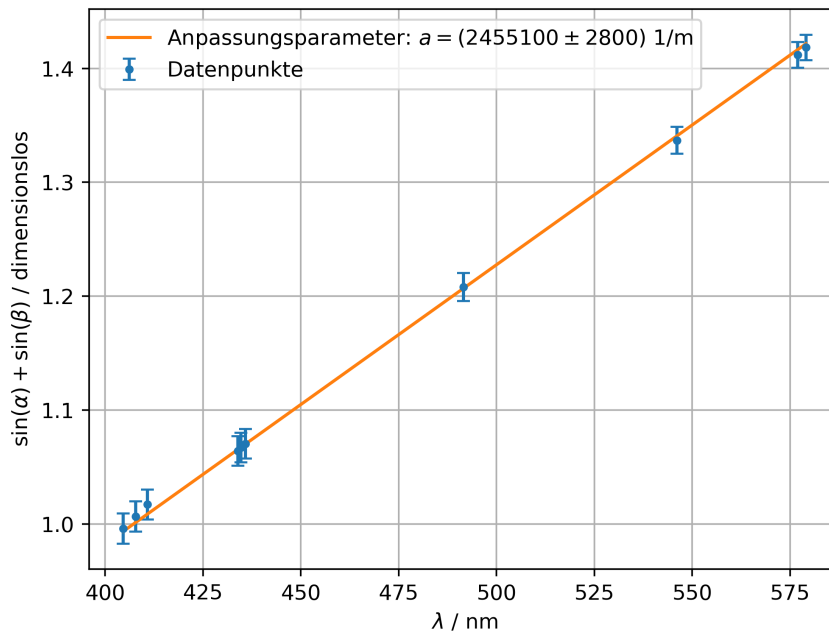


Abbildung 5: Geraden-Anpassung zur Bestimmung der Gitterkonstanten

Mit $\chi^2 = 0.00016$ kann von einer gelungenen Anpassung der Gerade an die Datenpunkte gesprochen werden. Die Gitterkonstante ergibt sich nun aus dem Anpassungsparameter $a = 2\,455\,100(2800) \frac{1}{\text{m}}$ gemäß $g = \frac{1}{a}$ mit der Unsicherheit $\delta g = \frac{\delta a}{a^2}$:

$$g = 407(5) \text{ nm}. \quad (5)$$

Da bei dem verwendeten Reflexionsgitter keine Herstellerangabe zu der Gitterkonstanten vorhanden war, kann an dieser Stelle kein Vergleich mit einem Literaturwert durchgeführt werden. Jedoch zeigt die Güte der Geraden-Anpassung, dass ein gutes Ergebnis erzielt wurde. Der in 5 dargestellte Wert für die experimentell bestimmte Gitterkonstante wird nun für die gesamte weitere Auswertung verwendet.

3.3.2. Bestimmung der Balmerlinien

Mithilfe der soeben bestimmten Gitterkonstanten können nun die Wellenlängen zu den vermessenen Spektrallinien der Balmer-Lampe ermittelt werden. Erneut werden Ein- und Ausfallswinkel gemäß 3 berechnet. Die Unsicherheiten sind durch $\delta\alpha = \delta\omega_G = 0,5^\circ$ und $\delta\beta = \sqrt{(\delta\omega_G)^2 + (\delta\omega_B)^2} = 0,8^\circ$ gegeben. Dann können die Wellenlängen zu den einzelnen Spektrallinien mit der Gittergleichung 2 und der zugehörigen Unsicherheit

$$\begin{aligned}\delta\lambda &= \sqrt{\left(\frac{\partial\lambda}{\partial g}\delta g\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial\alpha}\delta\alpha\right)^2 + \left(\frac{\partial\lambda}{\partial\beta}\delta\beta\right)^2} \\ &= \sqrt{((\sin(\alpha) + \sin(\beta))\delta g)^2 + (g\cos(\alpha)\delta\alpha)^2 + (g\cos(\beta)\delta\beta)^2}\end{aligned}$$

berechnet werden. Die berechneten Werte können dann mit Literaturwerten verglichen werden, welche [2] entnommen sind und dann der entsprechenden Spektrallinie zugeordnet werden. Dies ist in Tabelle 5 dargestellt.

Tabelle 5: Experimentell bestimmte Wellenlängen der Balmer-Spektrallinien

| Spektrallinie | $(\alpha \pm 0,5^\circ) / ^\circ$ | $(\beta \pm 0,8^\circ) / ^\circ$ | λ / nm | $\delta\lambda / \text{nm}$ | $\lambda_{\text{Lit}} / \text{nm}$ |
|---------------|-----------------------------------|----------------------------------|-----------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| H $_{\alpha}$ | 78,0 | 38,0 | 649 | 5 | 656,28 |
| H $_{\beta}$ | 59,0 | 19,0 | 482 | 6 | 486,13 |
| H $_{\gamma}$ | 54,0 | 14,0 | 428 | 6 | 434,05 |

Die Literaturwerte der Wellenlängen liegen für die einzelnen Linien in der 1-2- σ -Umgebung der experimentell bestimmten Wellenlängen, womit hier gute Ergebnisse erzielt wurden.

Nun wird die Isotopieaufspaltung (repräsentiert durch den Wellenlängenunterschied $\Delta\lambda$ zwischen der jeweiligen Spektrallinie des reinen Wasserstoffs und der entsprechenden Spektrallinie des Deuteriums) bestimmt. Mithilfe von 2 ergibt sich zunächst für $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = \frac{\partial\lambda}{\partial\beta}\Delta\beta = g\cos(\beta)\Delta\beta. \quad (6)$$

Für die Unsicherheit gilt:

$$\begin{aligned}\delta(\Delta\lambda) &= \sqrt{\left(\frac{\partial(\Delta\lambda)}{\partial g}\delta g\right)^2 + \left(\frac{\partial(\Delta\lambda)}{\partial\beta}\delta\beta\right)^2 + \left(\frac{\partial(\Delta\lambda)}{\partial(\Delta\beta)}\delta(\Delta\beta)\right)^2} \\ &= \sqrt{(\cos(\beta)\Delta\beta\delta g)^2 + (g\sin(\beta)\Delta\beta\delta\beta)^2 + (g\cos(\beta)\delta(\Delta\beta))^2}.\end{aligned}$$

Außerdem berechnet sich die Winkelaufspaltung mit einer Kleinwinkelnäherung nach $\Delta\beta \approx \frac{d}{f}$ (bei den weiteren Berechnungen wird eine Umrechnung in $^\circ$ vorgenommen). Entsprechend berechnet sich die Unsicherheit gemäß $\delta(\Delta\beta) = \frac{\delta d}{f}$. Die Ergebnisse sind in Tabelle 6 dargestellt, wobei leider keine Isotopieaufspaltung zu der H $_{\gamma}$ -Spektrallinie bestimmt werden kann, da die entsprechende Winkelaufspaltung während der Versuchsdurchführung nicht auflösbar war. Eine noch präzisere Justierung des Versuchsaufbaus hätte möglicherweise zu einer Verbesserung geführt. Dies war jedoch schwierig umzusetzen, da einige der verwendeten Optikelemente leicht verbogen waren und nicht perfekt aufeinander abgestimmt werden konnten.

Tabelle 6: Mit dem Okular bestimmte Isotopieaufspaltung der Balmer-Spektrallinien

| Spektrallinie | $(\Delta\beta \pm 0,019^\circ) / ^\circ$ | $\Delta\lambda / \text{nm}$ | $\delta(\Delta\lambda) / \text{nm}$ | $\Delta\lambda_{\text{Lit}} / \text{nm}$ |
|---------------|--|-----------------------------|-------------------------------------|--|
| H $_{\alpha}$ | 0,038 | 0,21 | 0,11 | 0,19 |
| H $_{\beta}$ | 0,019 | 0,13 | 0,11 | 0,14 |
| H $_{\gamma}$ | / | / | / | 0,09 |

Die Literaturwerte für die Isotopieaufspaltung sind wieder [2] entnommen. Diese liegen wieder in der 1-2- σ -Umgebung der experimentell bestimmten Werte, womit von einem guten Ergebnis gesprochen werden kann.

Nun wird die Isotopieaufspaltung anhand der mit der CCD-Kamera aufgenommenen Messwerte bestimmt. Dazu wird an diese Messwerte eine Überlagerung zweier Gauß-Kurven angepasst (eigentliche

Spektrallinie inklusive Isotopieaufspaltung), da das Intensitäts-Profil einer Spektrallinie gaußförmig erwartet wird. Die Überlagerung zweier Gauß-Kurven (inklusive Offset O) ist gegeben durch:

$$f(\beta) = A_1 \exp\left(-\frac{(\beta - \beta_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) + A_2 \exp\left(-\frac{(\beta - \beta_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) + O.$$

Bei der Aufnahme der Messwerte wurde das Ziel verfolgt, dass das Maximum der jeweiligen Balmer-Spektrallinie auf 0° abgebildet wird. Aufgrund der Empfindlichkeit der Säule mit dem Gitter war dies jedoch nicht möglich. Daher werden die Messwerte für die Winkel in der Auswertung nun so verschoben, dass das Maximum der jeweiligen Balmer-Spektrallinie trotzdem bei 0° zu sehen ist, da dies die weitere Auswertung dieses Versuchsteil erleichtert und auch genauere Ergebnisse liefert. Für die Anpassung wird aus dem Python-Modul „scipy“ die Funktion „Orthogonal distance regression“ verwendet. Für die mit der CCD-Kamera aufgenommenen Messwerte sind keine Unsicherheiten angegeben. Jedoch wird der Messfehler für die Intensität auf 0,1% angenommen, da diese bis auf diese Stelle angegeben war. Analog wird die Winkel-Unsicherheit auf $0,001^\circ$ abgeschätzt. Die Datenpunkte mit der zugehörigen Gauß-Anpassung sind in Abb. 6 dargestellt. Die Parameter der Anpassung sind in Tabelle 7 zu finden.

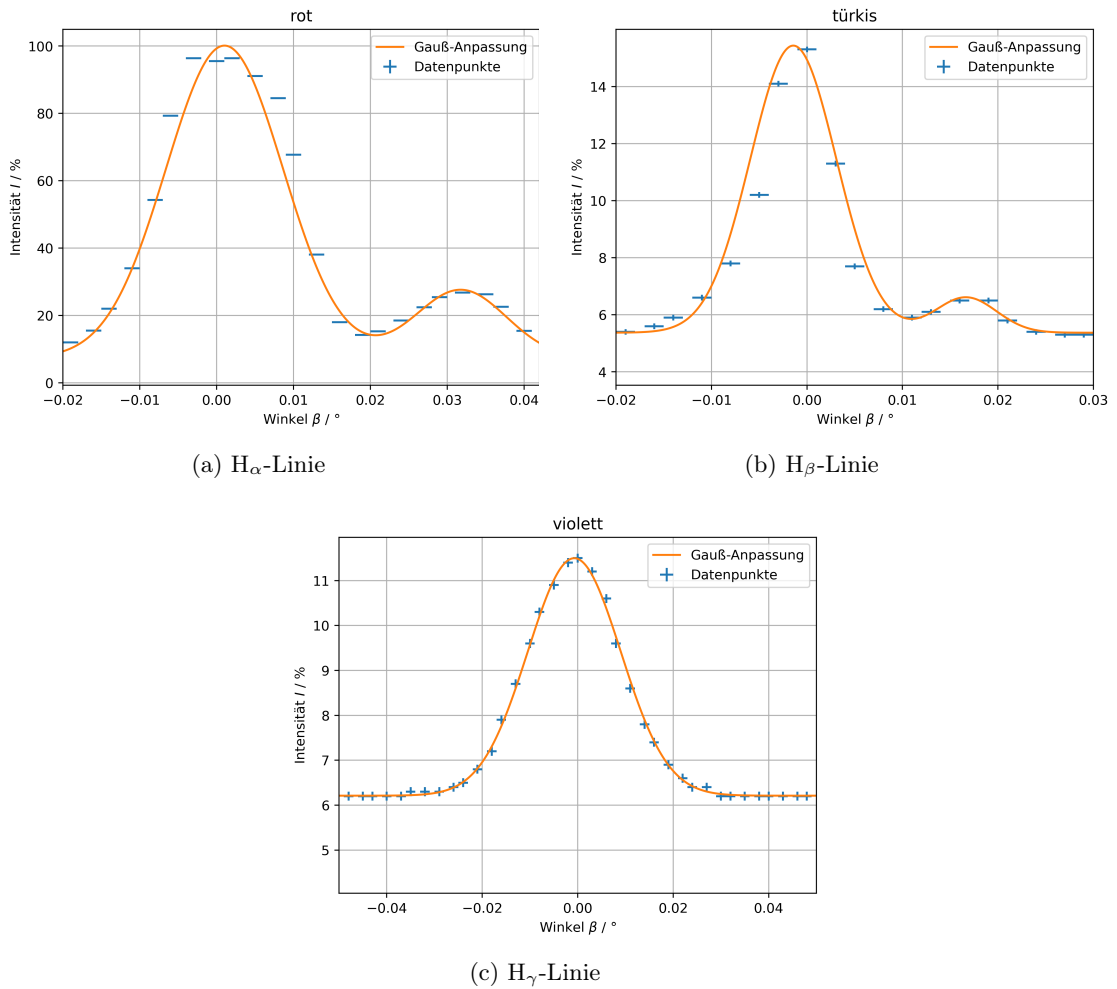


Abbildung 6: Mit der CCD-Kamera aufgenommene Intensitätsverteilungen der beobachteten Balmer-Spektrallinien inklusive Isotopieaufspaltung

Tabelle 7: Anpassungsparameter der Überlagerung zweier Gauß-Kurven

| | A_1 / % | $\beta_1 \cdot 10^{-3}$ / ° | $\sigma_1 \cdot 10^{-3}$ / ° | A_2 / % | $\beta_2 \cdot 10^{-3}$ / ° | $\sigma_2 \cdot 10^{-3}$ / ° | O / % |
|------------|---------------|-----------------------------|------------------------------|---------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------|
| H_α | 93 ± 5 | $1,0 \pm 0,5$ | $7,6 \pm 0,8$ | 20 ± 5 | 32 ± 1 | $5,9 \pm 1,2$ | 7 ± 5 |
| H_β | 10 ± 1 | $-1,4 \pm 0,4$ | $4,5 \pm 0,3$ | $1,2 \pm 0,2$ | 17 ± 1 | $3,2 \pm 0,6$ | $5,4 \pm 0,1$ |
| H_γ | $5,3 \pm 0,3$ | $-0,72 \pm 0,11$ | $9,7 \pm 0,1$ | 1 ± 0 | $-0,4 \pm 0,0$ | $0,001 \pm 0,000$ | $6,21 \pm 0,01$ |

Bei der violetten H_γ -Linie ist keine Isotopieaufspaltung zu erkennen, da (wie bereits auch schon zuvor) diese bei der Versuchsdurchführung nicht aufgelöst werden konnte. Ein Grund dafür ist, dass der Versuchsaufbau nicht ganz präzise justiert war. Außerdem ist es möglich, dass die Intensität der Linie bzw. Aufspaltung zu gering war, da der Spalt für eine schärfere Linie möglichst geschlossen werden musste. Weiterhin war eventuell das Projektionsobjektiv nicht ganz optimal auf die CCD-Kamera eingestellt. Bei der verwendeten Methode zur Anpassung der Überlagerung von zwei Gauß-Kurven ist die sogenannte „Residual variance“ ein Maß für die Güte der Anpassung (je näher an 0, desto besser). Für die Anpassung an die H_α -Linie ist diese 2,56, für die Anpassung an die H_β -Linie 1,31 und für die Anpassung an die H_γ -Linie 0,15. Alle Anpassungen sind ausreichend gut gelungen. Es soll noch angemerkt werden, dass die Unsicherheiten für die Anpassungsparameter der zweiten Gauß-Kurve an die H_γ -Linie praktisch verschwinden, da das Programm hier aufgrund der fehlenden Auflösbarkeit der Isotopieaufspaltung effektiv nur die erste Gauß-Kurve anpassen muss.

Die Winkel-Aufspaltung berechnet sich nun nach $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$, wobei die Unsicherheit durch $\delta(\Delta\beta) = \sqrt{(\delta\beta_2)^2 + (\delta\beta_1)^2}$ gegeben ist. Für der Aufnahme der Messwerte mit der CCD-Kamera war ω_G für die einzelnen Spektrallinien so eingestellt wie schon bei der Messung mit dem Okular, sodass auch die Ausfallwinkel β gleich sind. Die Isotopieaufspaltung wird nun erneut mit 6 und der zugehörigen Unsicherheit berechnet. Die Ergebnisse sind in Tabelle 8 dargestellt.

Tabelle 8: Mit der CCD-Kamera bestimmte Isotopieaufspaltung der Balmer-Spektrallinien

| Spektrallinie | $(\Delta\beta \pm 0,001^\circ) / ^\circ$ | $\Delta\lambda / \text{nm}$ | $\delta(\Delta\lambda) / \text{nm}$ | $\Delta\lambda_{\text{Lit}} / \text{nm}$ |
|---------------|--|-----------------------------|-------------------------------------|--|
| H_α | 0,031 | 0,174 | 0,007 | 0,19 |
| H_β | 0,018 | 0,121 | 0,007 | 0,14 |
| H_γ | / | / | / | 0,09 |

Auch hier wurden gute Ergebnisse erzielt, da die Literaturwerte in der $3\text{-}\sigma$ -Umgebung der experimentell bestimmten Werte liegen. Die geringen Abweichungen kommen durch den nicht perfekt justierten Versuchsaufbau zustande. Leider konnte auch mit dem Computer-Programm die H_γ -Linie nicht scharf genug aufgelöst werden, um die Isotopieaufspaltung zu beobachten, weshalb hier keine Auswertung der Isotopieaufspaltung möglich ist.

3.3.3. Bestimmung der Rydberg-Konstanten

Die Rydberg-Konstante kann nun aus den experimentell bestimmten Wellenlängen der vermessenen Balmer-Spektrallinien mit der Formel (entnommen aus [2])

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$$

bestimmt werden. Diese Gleichung lässt sich als Geraden-Gleichung mit $y = \frac{1}{\lambda}$ und $x = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2} \right)$ auffassen. Für die Unsicherheit der y -Werte gilt $\delta y = \frac{\delta\lambda}{\lambda^2}$. Die Geraden-Anpassung ist in Abb. 7 dargestellt. Der Anpassungsparameter liefert die Rydberg-Konstante $R_\infty = 1,110(2) \times 10^7 \frac{1}{\text{m}}$. Der Literaturwert (entnommen aus [1]) $R_{\infty, \text{Lit}} = 1,096 \times 10^7 \frac{1}{\text{m}}$ liegt außerhalb der $3\text{-}\sigma$ -Umgebung des experimentell bestimmten Wertes. Dies liegt jedoch auch daran, dass die Unsicherheit vergleichsweise klein ist. Der Wert liegt trotzdem in dem richtigen Bereich. Vorhandene Abweichungen kommen dadurch zustande, dass die Wellenlängen der Balmer-Spektrallinien nicht exakt bestimmt wurden.

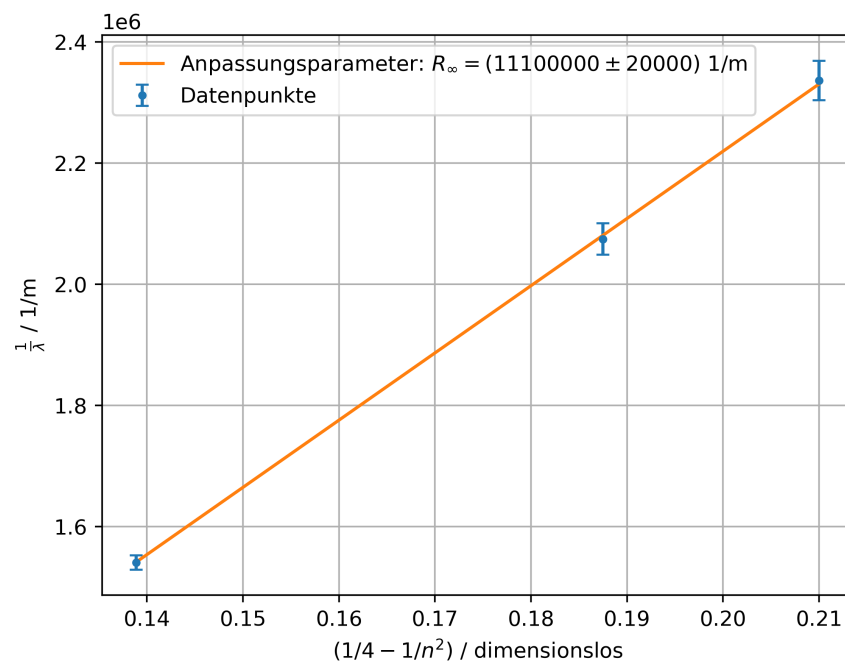


Abbildung 7: Geraden-Anpassung zur Bestimmung der Rydbergkonstanten

3.3.4. Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums

4. Fazit

Literaturverzeichnis

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle, Festkörper*. 2016.
- [2] LD Didactic. *Beobachtung der Aufspaltung der Balmerlinien an deuteriertem Wasserstoff (Isotopieaufspaltung)*. https://www.ld-didactic.de/literatur/hb/d/p6/p6213_d.pdf. Zugriff: 24.10.2023.
- [3] Physikalisches Institut der Universität Bonn. *Physikalisches Praktikum Teil IV: Atome, Moleküle, Festkörper. Versuchsbeschreibungen*. 2023.