

Versuchsbericht

P402 Quantelung von Energie

Gabriel Remiszewski und Christian Fischer

durchgeführt am 18/19.10.2023

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Versuchsteil	2
2.1	Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums	2
2.1.1	Versuchsaufbau	2
2.1.2	Messung	2
2.1.3	Auswertung	3
3	Fazit	8
A	Messwerte: Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums	9
	Literaturverzeichnis	12

1. Einleitung

In diesem Versuch wird das plancksche Wirkungsquantum mithilfe des Photoeffekts sowie mit der Balmer-Serie atomarer Übergänge des Wasserstoff bestimmt.

Im ersten Versuchsteil wird eine Photozelle mit Licht unterschiedlicher Frequenzen bestrahlt, wo durch den Photoeffekt Elektronen aus einer Kathode befreit werden und dies durch einen elektrischen Strom nachweisbar gemacht wird. Aus der Beziehung $E = h\nu$ für Photonen kann das Wirkungsquantum bestimmt werden.

Im zweiten Versuchsteil wird das Lichtspektrum einer Wasserstofflampe mit einem Reflexionsgitter spektroskopisch untersucht, welches durch an den Atomkern gebundene und angeregte Elektronen entsteht, die ihre Energie in Form von Photonen abgeben und in einen Zustand der Hauptquantenzahl 2 zerfallen. Da in dem Gas zusätzlich Deuterium vorzufinden ist, kann die Isotopieaufspaltung, die zur Hyperfeinstruktur zählt, der Balmer-Serie untersucht werden.

2. Versuchsteil

2.1. Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums

2.1.1. Versuchsaufbau

Um mithilfe des Photoeffekts[1, S.78-80] das plancksche Wirkungsquantum h zu bestimmen wird der in Abb. 1 skizzierte Aufbau auf einer Optikbank befestigt. Als Lichtquelle dient eine Quecksilberdampf Lampe, dessen Licht nach Durchgang durch eine Blende, mit der die Intensität des Lichts eingestellt werden kann, mit einer Linse der Brennweite $f = 100 \text{ mm}$ auf die Kalium-Kathode der Photozelle scharf abgebildet wird. Die Einzelnen Wellenlängen des Hg-Spektrums werden mithilfe eines Filtrerrads unmittelbar vor der Photozelle selektiert, wobei zwischen beiden Elementen ein Rohr angebracht wird, welches Streulicht begrenzen soll. Dabei wird das Lichtbündel mit der Blende vor der Lampe sowie der Blende vor dem Filtrerrad so eingestellt, dass das Licht die Kathode beleuchtet, jedoch nicht den Anodenring oder die schwarze Fläche an der Öffnung der Schutzkappe der Photozelle.

Zur Spannungserzeugung steht ein 12 V Netzteil zur Verfügung. Beide schwarzen Kabel der Anode werden an den negativen Pol des Netzteils angeschlossen und das BNC-Kabel der Kathode mit dem zur Verfügung stehenden Messverstärker. Der andere Anschluss des Netzteils wird mit der Masse des Verstärkers angeschlossen. Der Photostrom wird mit einem Digitalmultimeter gemessen, welches in Reihe hinter den Verstärker geschaltet wird. Die angeschlossene Grenzspannung wird mit einem parallel zur Spannungsquelle geschalteten Multimeter gemessen.

Es ist möglich, dass ohne Photostrom der Verstärker trotzdem einen Strom ausgibt. Mithilfe eines Tasters lässt sich die Schaltung kurzschließen, wodurch kein Strom am Verstärker ankommt und damit an einem Regler der Ausgangsstrom in die Nulllage kalibriert werden kann.

Da die vom Netzteil zu Verfügung stehenden 12 V nicht vollständig in der Durchführung ausgeschöpft werden, wird mit zwei geeigneten Widerständen ein Spannungsteiler vorgeschaltet. Wird über dem Widerstand R_2 die Spannung abgegriffen, so gilt für diese die Spannungsteilergleichung

$$U = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (1)$$

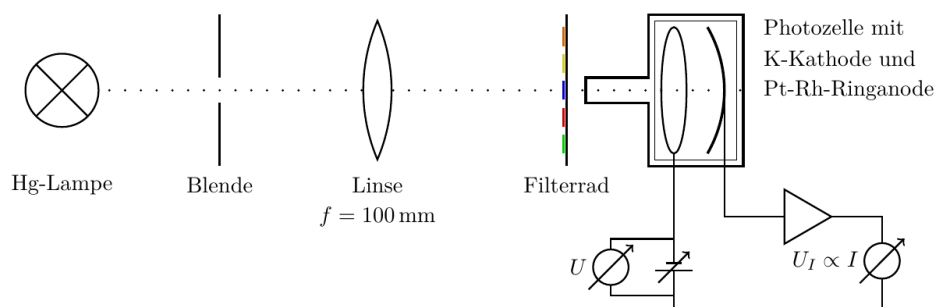


Abbildung 1: Versuchsaufbau: Photoelektrische Bestimmung des planckschen Wirkungsquantum. [3, S.19]

2.1.2. Messung

Im Folgenden wird mit U die am Spannungsteiler abgegriffene Spannung bezeichnet und der Photostrom mit I . Der Messverstärker wandelt Ströme von 1 nA in 1 V um, weshalb zwar mit dem Multimeter eine Spannung gemessen wird, diese trotzdem mit einem I bezeichnet wird. Der Strom entsteht, wenn energiereiche Photonen auf die Kathode treffen und Elektronen befreien, die von der Anode wieder abgefangen werden.

Beide Elektroden besitzen verschiedene Austrittsarbeiten, weshalb sich die Fermi-Niveaus dieser unterscheiden. Bei leitender Verbindung gleichen sich die Niveaus aus, wodurch ein elektrisches Feld zwischen den Elektroden aufgebaut wird [4]. Die Energiebilanz der eintreffenden Elektronen ist

$$E_{\text{kin}} = h\nu - (W_A - W_K) - W_K = h\nu - W_A$$

wobei das Subskript K für die Kathode, A für die Anode und ν für die Lichtfrequenz steht. Mit dem Netzteil wird eine Gegenspannung eingestellt und so lange erhöht, bis der Anodenstrom verschwindet. In diesem Falle verschwindet die kinetische Energie der Elektronen und es ergibt sich bei der Grenzspannung U_0 die Gleichung

$$eU_0 = h\nu - W_A \quad (2)$$

mit dem plankschen Wirkungsquantum[1, S.75]

$$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

auf drei Nachkommastellen gerundet sowie der Elementarladung[1, S.29]

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

ebenfalls auf drei Nachkommastellen genau.

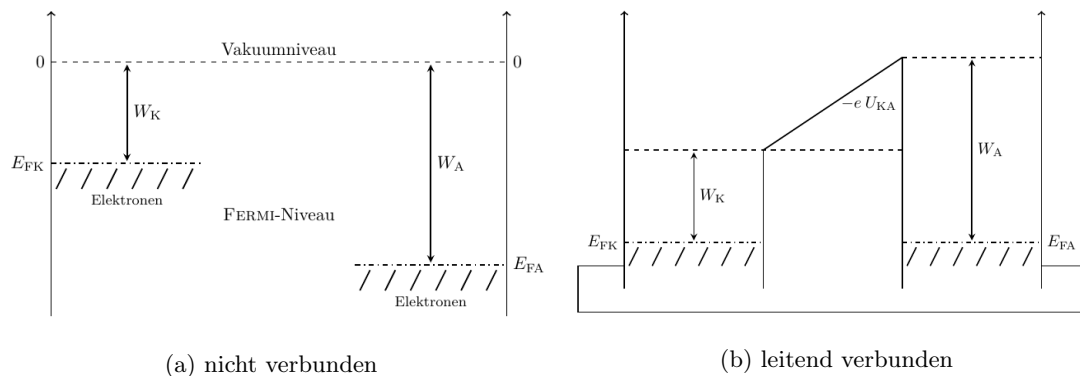


Abbildung 2: Kontaktpotential zwischen zwei Elektroden

Bei dem energiereichsten Licht der Wellenlänge 365 nm wird eine Grenzspannung von unter 2,0 V benötigt, weshalb mit den vorhandenen Widerständen von 100 Ω und 333 Ω nach Gleichung (1) eine maximale Spannung von

$$U_{\text{max}} = 2,77 \text{ V}$$

eingestellt wird.

Aufgrund dessen, dass ein minimaler Anodenstrom I_0 auch vorhanden ist, wo Elektronen aus der Anode in die Kathode eintreffen, wird die Messung verfälscht. Um die Grenzspannung bestimmen zu können, wird für jede Wellenlänge eine Kennlinie im gesamten Gegenspannungsbereich gemessen, angefangen bei 0 V. Da zusätzliche Intensitätsfluktuationen auftreten können, wird jede Kennlinie zweimal gemessen.

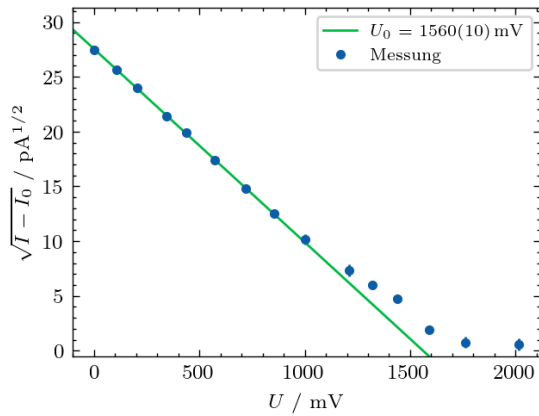
Für die Wellenlänge 365 nm wird die Messung bei einer erhöhten Intensität erneut gemessen, um den Einfluss der Lichtintensität auf die Kennlinie zu untersuchen.

2.1.3. Auswertung

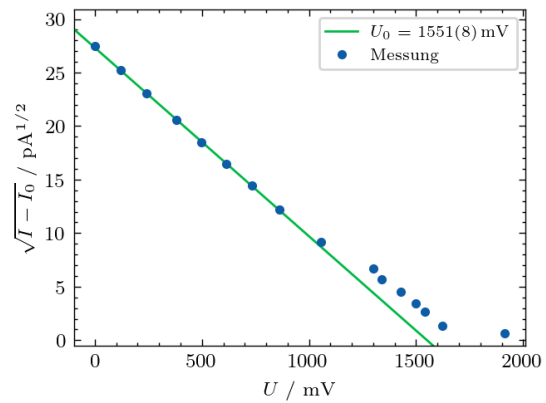
Aus den Kennlinien der Photozelle lässt sich die Grenzspannung bestimmen. In Abb. 3 sind die Messreihen bei einem Filter bei 365 nm dargestellt (die restlichen Messdaten sind im Anhang A zu finden). Die Spannungsmessung besitzt lediglich einen Ablesefehler der letzten angezeigten Ziffer, weshalb der Fehler jedes Messwertes bei $\Delta U = 1 \text{ mV}$ liegt. Die Strommessung war teilweise starken Fluktuationen ausgesetzt, weshalb der Fehler ΔI individuell an diese Schwankung angepasst wird. Für die meisten Messwerte bestimmt somit der Fehler des Photostroms die größte Unsicherheit, da der zur Messgröße relative Fehler deutlich größer ausfällt.

Abbildung 3: Kennlinie 365 nm

erste Messung		zweite Messung	
U/mV	I/pA	U/mV	I/pA
0	732(3)	0	732(4)
107	638(4)	120	613(4)
203	556(2)	242	510(3)
343	436(5)	381	402(2)
439	375(5)	497	321(1)
572	282(2)	615	250(1)
721	198(2)	733	186(1)
853	135(5)	861	127(1)
1003	82(5)	1057	62,5(5)
1210	33(4)	1299	22,5(5)
1322	15(2)	1340	10,5(5)
1440	1,1(5)	1430	-1,2(4)
1589	-17,4(3)	1498	-10,2(5)
1761	-20,6(4)	1624	-20,0(5)
2016	-20,9(3)	1542	-14,9(3)
2782	-21,2(4)	1914	-21,5(2)
		2783	-21,9(2)



(a) erste Messung



(b) zweite Messung

Abbildung 4: Bestimmung der Grenzspannung 365 nm

Im Anlaufgebiet der Photozelle wächst der Strom quadratisch mit der Gegenspannung an [3, S.21], weshalb für die Wurzel dessen ein linearer Zusammenhang der Form

$$\sqrt{I - I_0} = m \cdot U + b$$

erwartet wird, wobei I_0 bei maximaler eingestellter Gegenspannung abgelesen wird. Nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung[5] gilt für den dazugehörigen Fehler

$$\Delta\sqrt{I - I_0} = \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{2\sqrt{I - I_0}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_0}{2\sqrt{I - I_0}}\right)^2}$$

Für die erste Wellenlänge sind die Kennlinien in Abb. 4 mit einer Ausgleichsgeraden dargestellt, wobei zur Bestimmung der Geraden nur Werte in dem linearen Bereich in Betracht gezogen wurden (Weitere Kennlinien befinden sich im Anhang A Abb. 13 bis 16). Aus der Nullstelle der Geraden wird die Grenzspannung bestimmt mit

$$U_0 = -\frac{b}{m}, \quad \Delta U_0 = \sqrt{\left(\frac{\Delta b}{m}\right)^2 + \left(\frac{b\Delta m}{m^2}\right)^2}$$

Abbildung 5: Bestimmung der Grenzspannungen

λ/nm	χ^2_1/dof	χ^2_2/dof	$U_{1,0}/\text{mV}$	$U_{2,0}/\text{mV}$	U_0/mV
365	0,32	0,36	1560(10)	1551(8)	1556(15)
405	0,07	14,71	1190(6)	1179(18)	1185(17)
436	0,60	0,06	978(14)	990(7)	984(17)
546	0,22	0,09	408(4)	410(10)	408(8)
578	0,28	0,16	372(8)	370(9)	370(10)

Die Ausgleichsgeraden wurden mit dem Modul `odr` des Python Pakets SciPy[2] ausgewertet. Die Ergebnisse sind in Abb. 5 festgehalten und beinhalten für jede Wellenlänge die Güte beider Ausgleichsgeraden und die daraus berechneten Grenzspannungen sowie den Mittelwert beider Spannungen.

Die Güte der Anpassungsgeraden wird üblicherweise mit der reduzierten Chi-Quadrat-Verteilung[6] überprüft, also mit χ^2/dof , wobei dof für die Freiheitsgrade steht. Ein Wert von 1 ist ideal, ein Wert deutlich kleiner als 1 deutet auf Überanpassung oder auf zu groß geschätzte Unsicherheiten hin, wobei hier Überanpassung kein mögliches Problem darstellt. In Abb. 5 ist zu beobachten, dass die Werte bei 365 nm sowie die erste Anpassung bei 436 nm bis 578 nm einen Wert von ca. 0,3 aufzeigen. Der Rest liegt im Bereich von 0,1 mit Ausnahme der zweiten Messung beim 405 nm Filter, wo $\chi^2/\text{dof} = 14,71$ ist. Bis auf diese Ausnahme wurden die Unsicherheiten größer als nötig eingeschätzt. Da jedoch visuell alle Messpunkte auf der Ausgleichsgeraden liegen und die Fehler so klein ausfielen, dass bei den meisten Messpunkten diese nicht in den Abbildungen sichtbar sind, werden die Ausgleichsgeraden als zufriedenstellend bewertet.

Visuell ist die Ausnahme bei 405 nm nicht von den Anderen zu unterscheiden, weshalb die Abweichung damit zu erklären ist, dass die Fehler deutlich zu klein gewählt wurden. Dies lässt sich auch mit einem Blick auf Abb. 10 bestätigen. Der Fehler des Mittelwerts beider Grenzspannungen pro Wellenlänge beinhaltet nicht nur den Mittelwert der einzelnen Fehler, sondern ebenfalls die statistische Unsicherheit der Spannungen, weshalb die Unsicherheit teilweise größer ausfällt.

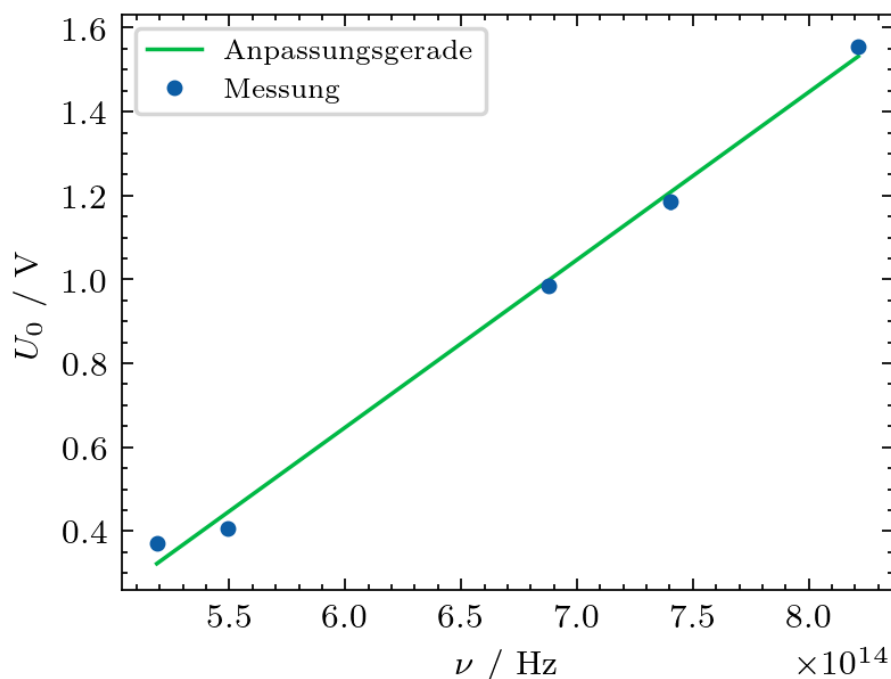


Abbildung 6: Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums

Die Grenzspannungen lassen sich jetzt gegen die Lichtfrequenz auftragen, die mit der Relation $\nu = c/\lambda$ berechnet wird. Aus Gleichung (2) lässt sich ablesen, dass aus der Steigung m das plancksche Wirkungs-

quantum bestimmt werden kann mit

$$h = e \cdot m, \quad \Delta h = e \cdot \Delta m$$

Und die Austrittsarbeit der Anode aus dem Achsenabschnitt b mit

$$W_A = -e \cdot b, \quad -e \cdot \Delta b$$

. Die Anpassungsgerade hat eine Güte $\chi^2/\text{dof} = 20,05$ und ist damit deutlich größer als 1. Dies ist zu kleinen Fehlern geschuldet, da visuell bewertet die Messpunkte nicht auf einer einheitlichen Linie liegen und insbesondere die Spannungen der kleinsten zwei Frequenzen eine im Vergleich hohe Abweichung zur Anpassungsgeraden aufweisen, was zu erwarten war, da die Intensität dieser Messung gering war mit starken Fluktuationen. Aus diesem Grund waren diese Messungen am anfälligsten für Fehler, was sich hier widerspiegelt.

Die bestimmten Parameter sind

$$m = 4,00(17) \cdot 10^{-15} \text{ V s}, \quad b = -1,75(11) \text{ eV}$$

Und die sich daraus ergebenden Konstanten

$$h = 6,4(3) \cdot 10^{-34} \text{ J s}, \quad W_A = 1,75(11) \text{ eV}$$

Der Literaturwert des plankschen Wirkungsquantums $h = 6,626 \text{ J s}$ liegt im 1σ -Bereich der Messung, welche einen unter 5%-igen Fehler aufweist. Dieses Ergebnis ist damit im Rahmen dieses Versuchs zufriedenstellend. Im Vergleich zu den Messfehlern der Kennlinie ist jedoch die Unsicherheit des Wirkungsquantums groß ausgefallen. Wie schon erwähnt ist der Grund hierfür die Abweichungen der Grenzspannungen für kleinere Frequenzen. Dies ist mit hoher Wahrscheinlichkeit der Versuchsdurchführung geschuldet, da für diese Frequenzen eine vergleichbar geringe Intensität gemessen wurde. Für 578 nm lag die maximale Messung bei 85(5) pA und die Grenzspannung wurde schon bei etwa 370(10) mV erreicht, obwohl am Spannungsteiler ein Maximum von 2,77 V eingestellt war. Um die Messung empfindlicher einzustellen, hätte es sich angeboten, mit einer Reihenschaltung von Widerständen die maximale Spannung weiter zu minimieren.

Zur Anodenaustrittsarbeit einer Platin-Rhodium Elektrode konnte kein Literaturwert zum Vergleich herbeigezogen werden, im Vergleich zu anderen Werten oft genutzter Elemente[7] ist dieser Wert in der gleichen Größenordnung. Dennoch verwunderlich ist, dass die genutzte Kalium Kathode eine Austrittsarbeit von 2,25 eV[7] besitzt und da die Kathode von Prinzip eine geringere Bindungsenergie haben sollte, stellt die Messung einen Widerspruch dazu auf. Eine mögliche Fehlerquelle sei hierbei die Raumtemperatur bei der Durchführung. Die zu messende Energie ist die Austrittsarbeit bei Annahme, dass sich die Elektronen in der Elektrode im Grundzustand befinden. Dies ist bei Temperaturen $T > 0$ nicht der Fall, wodurch bei hohen Temperaturen die Bindungsenergie verringert und das Messergebnis verfälscht wird. Für eine genauere Messung der Austrittsarbeit ist eine Abkühlung der Photozelle unumgänglich, was im Rahmen dieses Versuchs nicht möglich war.

Als letztes wird der Intensitätseinfluss auf die Kennlinie bei 365 nm untersucht. Die Linien bei erhöhter Lichtintensität sind in Abb. 7 abgebildet. Da bei höherer Lichteinstrahlung mehr Photonen auf die Kathode treffen muss der Photostrom ansteigen, da aber die Energie der einzelnen Teilchen gleich bleibt, darf sich die Grenzspannung nicht verändern.

Dieses Verhalten ist auch hier zu beobachten. Bei Vergleich von Abb. 3 mit Abb. 7 wird ersichtlich, dass bei geringerer Intensität ein maximaler Strom von etwa 730 pA gemessen wurde, wo hingegen bei erhöhter Lichteinstrahlung 1100 pA (siehe Abb. 8) gemessen wurde.

Die Ausgleichsgeraden haben eine Güte von $\chi^2_1/\text{dof} = 0,14$ und $\chi^2_2/\text{dof} = 0,36$ und sind damit vergleichbar gut wie für die restlichen Kennlinien (siehe Abb. 5). Beide besitzen eine gemittelte Grenzspannung von 1540(43) mV, was verglichen mit 1556(15) mV aus Abb. 5 im 1σ -Fehlerbereich liegt. Damit kann die Schlussfolgerung getroffen werden, dass die Grenzspannung bei fester Wellenlänge des einstrahlenden Lichts nicht von der Intensität abhängt.

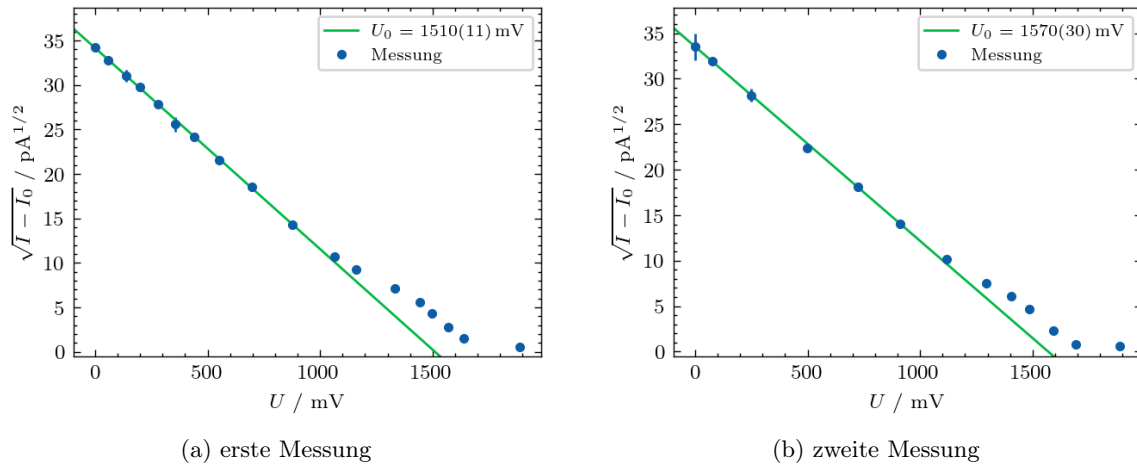


Abbildung 7: Bestimmung der Grenzspannung 365 nm bei hoher Intensität

Abbildung 8: Kennlinie 365 nm hohe Intensität

erste Messung		zweite Messung	
U/mV	I/pA	U/mV	I/pA
0	1150(10)	0	1100(50)
57	1050(10)	76	1000(10)
136	940(20)	249	770(20)
199	860(10)	497	480(10)
280	750(10)	724	305(2)
357	630(20)	911	174(4)
440	560(10)	1118	81(2)
550	440(10)	1293	34(2)
697	320(5)	1406	15(1)
878	180(5)	1487	-1,0(5)
1066	92(1)	1592	-17,4(2)
1159	62(4)	1692	-21,9(1)
1331	27(3)	1888	-22,2(1)
1444	7,5(5)	2783	-22,6(2)
1497	-4,5(5)		
1568	-15,5(1)		
1640	-20,8(2)		
1888	-22,9(1)		
2783	-23,2(1)		

3. Fazit

A. Messwerte: Bestimmung des Planckschen Wirkungsquantums

Abbildung 9: Kennlinie 436 nm

erste Messung		zweite Messung	
U/mV	I/pA	U/mV	I/pA
0	510(3)	0	510(10)
87	428(2)	65	440(10)
153	361(2)	159	360(10)
231	290(1)	228	290(10)
318	226(5)	362	191(3)
403	165(3)	428	148(3)
501	112(5)	525	96(1)
616	62(4)	658	46(1)
691	38(2)	736	25(2)
758	22(2)	815	10(2)
837	6(1)	914	-4,4(3)
888	-0,5(3)	1030	-16,4(4)
950	-8,5(5)	1105	-20,4(2)
1032	-16,2(2)	1169	-21,2(1)
1134	-20,6(2)	1302	-21,7(1)
1291	-21,1(1)	2782	-21,8(1)
2783	-21,3(1)		

Abbildung 10: Kennlinie 405 nm

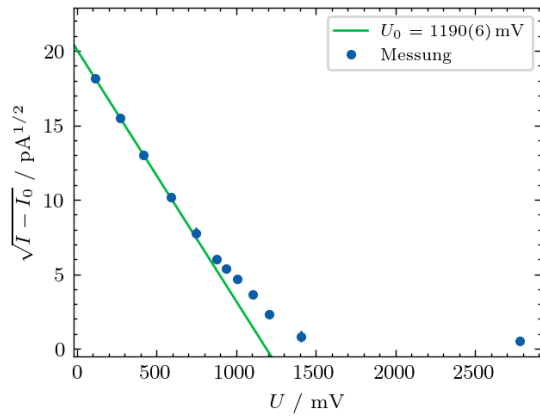
erste Messung		zweite Messung	
U/mV	I/pA	U/mV	I/pA
115	307,6(2)	0	388(3)
273	218(3)	154	281(2)
416	148(2)	311	200,5(2)
590	82(2)	415	147,5(3)
745	39(3)	529	100,0(2)
937	7,4(4)	575	83,5(4)
879	15,0(5)	627	68,2(4)
1006	0,8(4)	699	48,0(2)
1104	-8,2(2)	761	38,0(5)
1208	-16,1(2)	846	21(1)
1406	-20,7(3)	958	4,3(3)
1670	-21,4(4)	1026	-1(1)
2782	-21,1(1)	1121	-10,0(3)
		1206	-16,0(3)
		1388	-20,9(3)
		1677	-21,2(2)
		2183	-21,1(2)

Abbildung 11: Kennlinie 578 nm

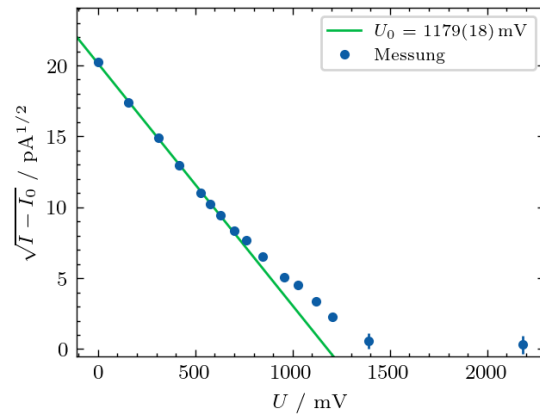
erste Messung		zweite Messung	
U/mV	I/pA	U/mV	I/pA
0	85(5)	0	78(4)
31	67(2)	33	65(1)
56	51(1)	68	44(5)
89	37(1)	104	30(3)
120	26(1)	156	12(1)
149	14,5(3)	202	0,0(3)
174	8(2)	257	-9(1)
191	3(1)	318	-17,0(2)
242	-6,1(2)	434	-22,2(2)
276	-11,5(5)	676	-23,4(2)
337	-18,0(5)	2783	-23,4(2)
443	-21,7(1)		
845	-22,7(1)		
2783	-22,7(1)		

Abbildung 12: Kennlinie 546 nm

erste Messung		zweite Messung	
U/mV	I/pA	U/mV	I/pA
0	280(10)	0	210(10)
34	224,5(5)	71	135(5)
92	155(1)	119	96(3)
131	111(2)	170	56(1)
167	80(1)	214	33(1)
215	49(1)	249	19(1)
264	25,3(3)	277	10(1)
313	7,8(2)	307	2,6(4)
350	-1,3(1)	358	-8(1)
399	-10,5(2)	417	-15,2(2)
451	-16,4(1)	508	-20,8(2)
539	-20,9(1)	557	-22,1(1)
688	-22,3(3)	697	-23,2(3)
976	-22,6(2)	812	-22,9(4)
		2783	-23,5(1)

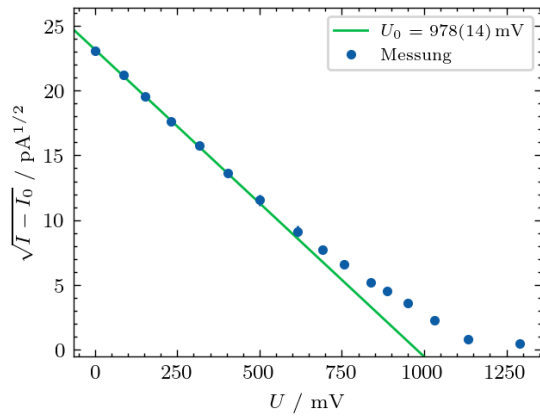


(a) erste Messung

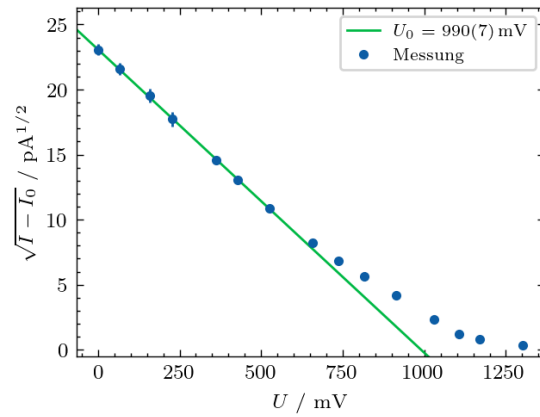


(b) zweite Messung

Abbildung 13: Bestimmung der Grenzspannung 405 nm

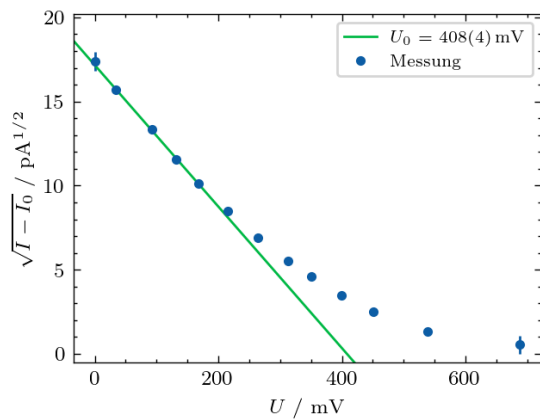


(a) erste Messung

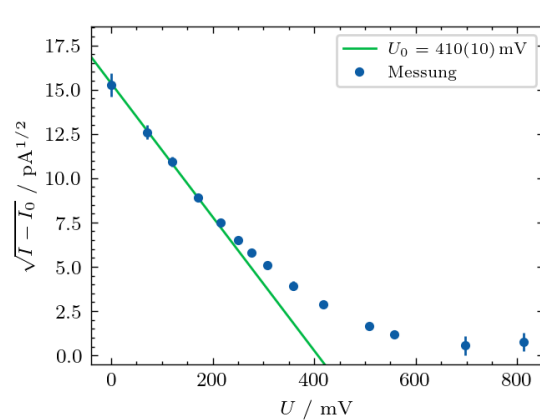


(b) zweite Messung

Abbildung 14: Bestimmung der Grenzspannung 436 nm

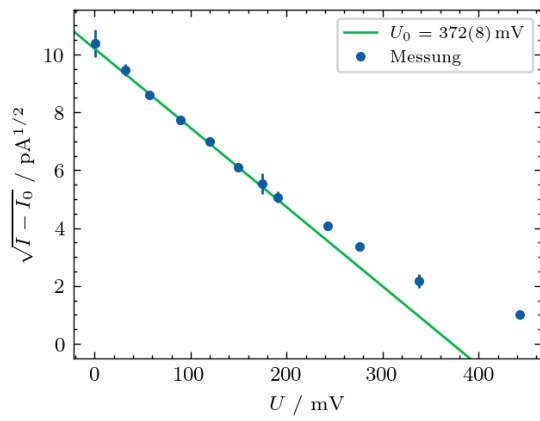


(a) erste Messung

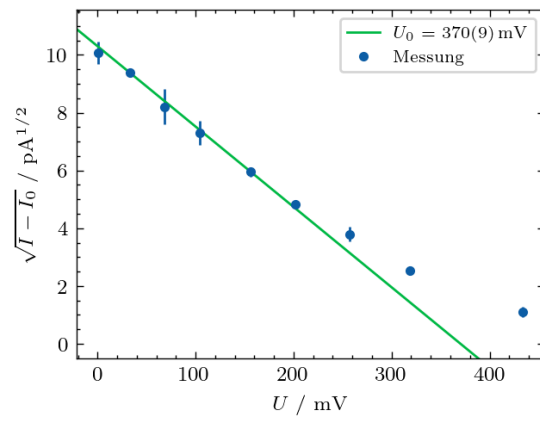


(b) zweite Messung

Abbildung 15: Bestimmung der Grenzspannung 546 nm



(a) erste Messung



(b) zweite Messung

Abbildung 16: Bestimmung der Grenzspannung 578 nm

Literaturverzeichnis

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper; 3rd ed.* Springer-Lehrbuch. Berlin: Springer, 2005. URL: <https://cds.cern.ch/record/829119>.
- [2] Scipy. *Orthogonal distance regression*. [Online; Datum: 25.11.2023]. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/odr.html>.
- [3] Physikalisches Institut der Universität Bonn. *Physikalisches Praktikum Teil IV: Atome, Moleküle, Festkörper. Versuchsbeschreibungen*. 2023.
- [4] Wikipedia. *Kontaktelektrizität — Wikipedia, -Die freie Enzyklopädie*. [Online; Datum: 25.11.2023]. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Kontaktelektrizit%C3%A4t>.
- [5] Wikipedia. *Kontaktelektrizität — Wikipedia, -Die freie Enzyklopädie*. [Online; Datum: 25.11.2023]. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Fehlerfortpflanzung>.
- [6] Wikipedia. *Kontaktelektrizität — Wikipedia, -Die freie Enzyklopädie*. [Online; Datum: 25.11.2023]. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Reduced_chi-squared_statistic.
- [7] Wikipedia. *Kontaktelektrizität — Wikipedia, -Die freie Enzyklopädie*. [Online; Datum: 25.11.2023]. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Austrittsarbeit>.