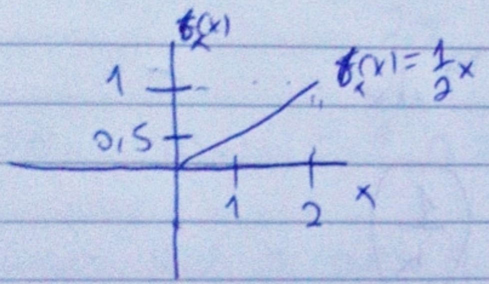
S T Q Q S S D
L M M J V S D

Lista de tópicos especiais em telecomunicações

Aluno: Gabriel Araújo Teixeira - 511476

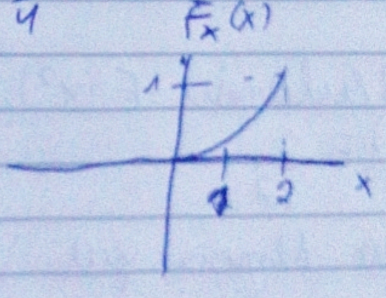
1) a) K será dado por:

$$\int_0^2 kx\,dx = 1 \rightarrow \left[k \cdot \frac{x^2}{2}\right]_0^2 = 1 \rightarrow 2k = 1 \rightarrow k = \frac{1}{2}$$



b) $F_x(x)$ será dada por:

$$F_x(x) = \int_0^2 f_x(t)\,dt = \int_0^x \frac{1}{2} t\,dt = \frac{1}{4} x^2$$



$$F_x(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \frac{1}{4}x^2, & 0 < x < 2 \\ 1, & x \ge 2 \end{cases}$$

c) $P(\frac{1}{2} < x \le 1) = F_x(1) - F_x(\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$

2) Temos que a média μ de $f(x;\lambda)$ será dada por:

$$\mu = E(f(x;\lambda)) = \int_0^\infty x \cdot f(x;\lambda) = \int_0^\infty x \cdot \lambda e^{-\lambda x} dx$$

(1) * Aplicando integração por partes temos: $u = x \Rightarrow du = dx$
$dv = \lambda e^{-\lambda x} dx \Rightarrow v = -e^{-\lambda x}$

$$E = \left. \mu = -x e^{-\lambda x} \right]_0^\infty + \int_0^\infty e^{-\lambda x} dx$$

$$= 0 + \left(\left. \frac{-e^{-\lambda x}}{-\lambda} \right]_0^\infty \right) = \frac{1}{\lambda}$$

(2) * A Variância de $f(x;\lambda)$ será dada por:

$$VaR(x) = E(x^2) - E(x)^2$$

* calculando $E(x^2)$, de maneira análoga à (1) obtemos
$E(x^2) = \frac{2}{\lambda^2}$

* Logo temos que VAR(x) será

$$VAR(x) = \frac{2}{\lambda^2} - \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

3) a) Temos que a média $m_x(t)$ será dada por

$m_x(t) = E(X(t)) = E[A] . E(\cos(Wt+\phi))$

* $E[A] = \frac{0+2}{2} = 1$

* $E[\cos(Wt+\phi)] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(Wt+\phi) d\phi = 0$

Então, $m_x(t) = 1 . 0 = 0$

b) Temos que a autocorrelação $R_x(t_1,t_2)$ será dada por

$R_x(t_1,t_2) = E(X(t_1) X(t_2)) = E(A^2 \cos(Wt_1+\phi) . \cos(Wt_2+\phi))$

* $E(A^2) \int_0^2 a^2 \frac{1}{2} da = \frac{4}{3}$

* $E(\cos(Wt_1+\phi) \cos(Wt_2+\phi)) = \int_0^{2\pi} \frac{\cos(Wt_1+\phi) . \cos(Wt_2+\phi)}{2\pi} d\phi$

$= \frac{1}{2} \cos(Wt_1 - Wt_2)$

Logo temos que $R_x(t_1,t_2) = \frac{2}{3} \cos(Wt_1 - Wt_2)$

c) Como o processo possui uma média $m_x(t) = 0$, que é constante e a autocorrelação depende apenas de $T = t_1 - t_2$, o processo é fracamente estacionário

S T Q Q S S D
L M M J V S D

1) a) a média $m_x(n)$ será dada por

$m_x(n) = E(A)(-1)^n + E(W(n)) = 2(-1)^n + 0 = 2(-1)^n$

b) a autocorrelação $R_x(m,n)$ será dada por

$R_x(m,n) = E(X(m)X(n)) = E((A(-1)^m + W(m))(A(-1)^n + W(n)))$

Como $E(AW)=0$, temos $E(W(m)W(n)) = \sigma^2 \delta_{mn}$

(*) $R_x(m,n) = E(A^2)(-1)^{m+n} + \sigma^2 \delta_{mn}$

2) $E(A^2) = VAR(A) + E(A)^2 = \frac{(3-1)^2}{12} + 2^2 = \frac{13}{3}$

Logo, temos:

$$R_x(m,n) = \frac{13}{3}(-1)^{m+n} + \sigma^2 \delta_{mn}.$$

c) Como a média do processo não é constante e $R_x(m,n)$ depende de m, n, a estacionariedade não é fraca

5) Temos duas moedas

1º: duas caras
2º: uma cara e uma coroa

Selecionando aleatoriamente umas das duas temos que $X(n)$ será 1 se sair cara e 0 se sair coroa. Para saber se o processo é ergótico vamos calcular primeiramente sua média ensemble

$$E[X(n)] = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 1 = 0{,}75$$

temos que a média temporal no caso da moeda escolhida ser 1ª ~~[illegible]~~ deverá convergir para 0,5 e ~~deverá convergir para 1 [illegible]~~ será 1 se a moeda escolhida for a 2ª. Como a média temporal do processo ou tende a 0,5 ou é 1 e a média ensemble é 0,75 o processo não é ergótico em média.

b) Temos que a densidade espectral de potência será dada pela transformada de Fourier de $Rx(\tau)$.

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \sigma^2 \left(\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} e^{-j2\pi f\tau} d\tau + \int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} e^{j2\pi f\tau} d\tau \right)$$

$$= \sigma^2 \left(\frac{1}{\lambda + j2\pi f} + \frac{1}{\lambda - j2\pi f} \right)$$

$$= \frac{\sigma^2 \cdot (\lambda - j2\pi f) + (\lambda + j2\pi f)}{\lambda^2 + (2\pi f)^2}$$

$$S_x(f) = \frac{2\sigma^2 \lambda}{\lambda^2 + (2\pi f)^2}$$