Tabela verdade

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

2ª linha: $A + B + \overline{C}$
3ª linha: $A + \overline{B} + C$
6ª linha: $\overline{A} + B + \overline{C}$
7ª linha: $\overline{A} + B + C$

$$F = (A + B + \overline{C}) \cdot (A + \overline{B} + C) \cdot (\overline{A} + B + \overline{C}) + (\overline{A} + \overline{B} + C)$$

2.2.1 Propriedades e teoremas da álgebra booleana

Os teoremas e propriedades da álgebra booleana permitem a simplificação de circuitos lógicos, objetivo final de todo projeto de circuitos digitais. As propriedades mais importantes são apresentadas a seguir.

Propriedade da intersecção

Está relacionada com as portas E. Os casos possíveis são:

$A \cdot 1 = A$
$A \cdot 0 = 0$

Obs.: essa propriedade é aplicável a um maior número de variáveis de entrada.

Exemplos

$A \cdot B \cdot 1 = A \cdot B$
$A \cdot B \cdot 0 = 0$

Propriedade da união

Está relacionada com as portas OU e divide-se em dois casos:

$B + (1) = 1$
$B + (0) = B$

Essa propriedade também é válida para portas OU com mais de duas entradas.

Exemplos

$A + B + (1) = 1$
$A + B + (0) = A + B$

Propriedade da **tautologia**

Palavra de origem grega usada em lógica para descrever uma proposição que é verdadeira quaisquer que sejam os valores de suas variáveis.

É válida para portas E e portas OU e pode ser verificada nos seguintes casos:

$$A \cdot A = A$$
$$A + A = A$$

Essa propriedade é válida para um maior número de variáveis.

Exemplo

$$A \cdot B + A \cdot B + C = A \cdot B + C$$

Propriedade dos complementos

Se aplicarmos um sinal lógico e seu complemento a uma porta lógica, simultaneamente a saída será “0” ou “1”, dependendo do tipo de porta.

Exemplos

$$A \cdot \overline{A} = 0$$
$$A + \overline{A} = 1$$

Propriedade da dupla negação

Essa propriedade afirma que o complemento do complemento de uma variável é igual a ela própria. Em forma de expressão matemática, temos, como exemplo:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

Propriedade comutativa

Essa propriedade é semelhante à da álgebra convencional e pode ocorrer nos seguintes casos:

$$A \cdot B = B \cdot A$$
$$A + B = B + A$$

Propriedade associativa

É outra propriedade semelhante à da álgebra convencional. Os casos possíveis são:

$$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C) = A \cdot B \cdot C$$
$$A + (B + C) = (A + B) + C = A + B + C$$

Propriedade distributiva

Também é semelhante à da álgebra convencional.

Exemplos

$A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C$
$A + B \cdot C = (A + B) \cdot (A + C)$

Propriedade da absorção

Os casos mais elementares são:

$A + A \cdot B = A$
$A + A \cdot B = A + B$
$(A + B) \cdot B = A \cdot B$

Em decorrência dessas identidades, podemos encontrar outras um pouco mais complexas:

$A \cdot B + A \cdot B = A$
$(A + B) \cdot (A + B) = A$
$A \cdot (A + B) = A$
$A \cdot (A + B) = AB$
$A \cdot B + A \cdot C = (A + C) \cdot (A + B)$

Dualidade

Seja F uma função booleana. Define-se a **função dual** de F como aquela obtida quando mudamos os operadores + por · e · por + e os valores "0" por "1" e "1" por "0".

Postulados da dualidade:

1a) $X = 0$ se $x \neq 1$	1b) $X = 1$ se $X \neq 0$
2a) $X = 1$ se $x = 0$	2b) $X = 0$ se $X = 1$
3a) $0 \cdot 0 = 0$	3b) $1 + 1 = 1$
4a) $1 \cdot 1 = 1$	4b) $0 + 0 = 0$
5a) $1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0$	5b) $0 + 1 = 1 + 0 = 1$

Iº teorema de De Morgan

"O complemento do produto é igual à soma dos complementos"

$\overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{A} + \overline{B}$

Podemos comprovar esse teorema pela tabela verdade a seguir:

Tabela verdade para uma porta NAND

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	A•B	$\overline{A \bullet B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0

2º teorema de De Morgan

"O complemento da soma é igual ao produto dos complementos"

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Esse teorema também pode ser comprovado pela tabela verdade.

Como consequência dos teoremas de De Morgan as funções lógicas já conhecidas podem ser reescritas por um bloco equivalente, permitindo, assim, redesenhar os circuitos lógicos caso seja conveniente.

As equivalências básicas são:

a)Portas NAND (figura 2.9).

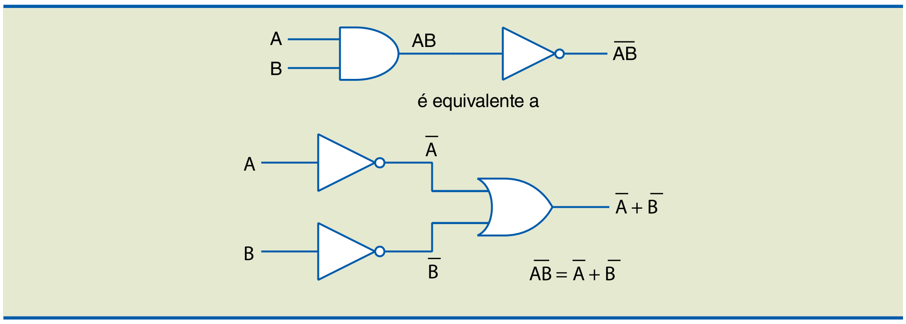

Figura 2.9
Equivalência entre as portas NAND.

Ou seja (figura 2.10):

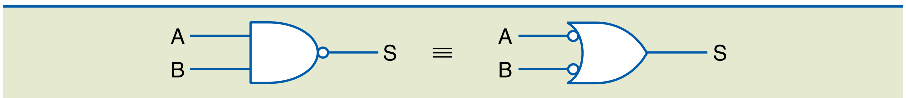

Figura 2.10
Representações simplificadas das portas NAND.

b)Portas NOR (figura 2.11).

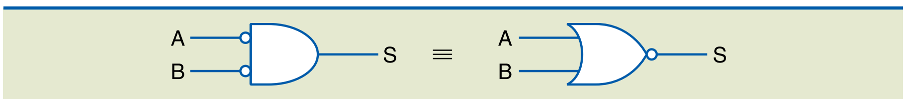

Figura 2.11
Representações simplificadas das portas NOR.