INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Macaé

Análise Combinatória (Parte 1)

Prof. Thiago Novaes

Disciplina: Matemática

Turma: 3º ano

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Macaé

1. Princípio fundamental da contagem

O princípio fundamental da contagem diz que um acontecimento ocorre em duas situações sucessivas e independentes, sendo que a 1ª situação ocorre de *a* maneiras e a 2ª situação ocorre de *b* maneiras, então o número total de possibilidades de ocorrência desse acontecimento é dado pelo produto $a \cdot b$.

Exemplo:
Um rapaz possui 4 bermudas e 3 camisas. De quantos modos diferentes ele pode se vestir com essas roupas?
Vamos indicar bermuda com a letra *b* e camisa com a letra *c* e dispor as maneiras possíveis no quadro:

bermuda / camisa	b_1	b_2	b_3	b_4
c_1	$c_1 \cdot b_1$	$c_1 \cdot b_2$	$c_1 \cdot b_3$	$c_1 \cdot b_4$
c_2	$c_2 \cdot b_1$	$c_2 \cdot b_2$	$c_2 \cdot b_3$	$c_2 \cdot b_4$
c_3	$c_3 \cdot b_1$	$c_3 \cdot b_2$	$c_3 \cdot b_3$	$c_3 \cdot b_4$

O quadro mostra que existem $3 \cdot 4 = 12$ modos distintos.

Exercício

(Fatec-SP) Dispomos de 4 cores diferentes entre si; todas elas devem ser usadas para pintar as 5 letras da palavra FATEC, cada letra de uma só cor, e de modo que as vogais sejam as únicas letras pintadas com a mesma cor. De quantos modos pode ser feito isso?

a) 4
b) 36
c) 28
d) 120
e) 24

Exercício

Com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4, 5 e 6:

a) Quantos números de 3 dígitos podemos formar?

b) Quantos números de 3 dígitos distintos podemos formar?

c) Quantos números ímpares de 3 dígitos podemos formar?

d) Quantos números ímpares de 3 dígitos distintos podemos formar?

e) Quantos números pares de 3 dígitos podemos formar?

f) Quantos números pares de 3 dígitos distintos podemos formar?

Exercício

(Mack-SP) Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 são formados números de 4 algarismos distintos. Entre eles, são divisíveis por 5:

a) 20 números
b) 30 números
c) 60 números
d) 120 números
e) 180 números

2. Fatorial

Considerando um número *n*, sendo $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 2$, temos:

$$\boxed{n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 1}$$, onde:

- a leitura do símbolo n! é: "*n* fatorial";
- n! é o produto de todos os números naturais de 1 até *n*;
- estendendo a definição: $0! = 1$ e $1! = 1$.

Exemplos:

a) $2! = 2 \cdot 1 = 2$

b) $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

c) $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

d) $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Exemplo

Simplificar as expressões:

a) $\dfrac{12!}{10!}$

b) $\dfrac{4!}{6!}$

c) $\dfrac{4! + 5!}{4!}$

d) $\dfrac{(n + 1)!}{(n - 1)!}$

e) $\dfrac{8!}{4!\,6!}$

f) $\dfrac{x!\,(x + 2)!}{(x - 1)!\,(x + 1)!}$

Exemplo

Resolver a equação $\frac{(x+2)!}{x!} = 6$

Exercício

(FGV) Aconteceu um acidente: a chuva molhou o papel onde Teodoro marcou o telefone de Aninha e apagou os três últimos algarismos. Restaram apenas os dígitos 58347. Observador, Teodoro lembrou que o número do telefone da linda garota era um número par, não divisível por 5 e que não havia algarismos repetidos. Apaixonado, resolveu testar todas as combinações numéricas possíveis. Azarado! Restava apenas uma possibilidade, quando se esgotaram os créditos do seu telefone celular. Até então, Teodoro havia feito:

a) 23 ligações

b) 59 ligações

c) 39 ligações

d) 35 ligações

e) 29 ligações

Exercício

(ENEM) No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.

O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é

a) 6

b) 7

c) 8

d) 9

e) 10

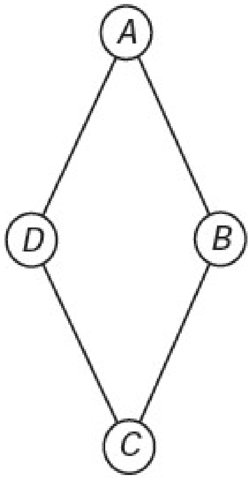
Exercício

(ENEM) Um artesão de joias tem à sua disposição pedras brasileiras de três cores: vermelhas, azuis e verdes.

Ele pretende produzir joias constituídas por uma liga metálica, a partir de um molde no formato de um losango não quadrado com pedras nos seus vértices, de modo que dois vértices consecutivos tenham sempre pedras de cores diferentes.

A figura ilustra uma joia, produzida por esse artesão, cujos vértices *A, B, C* e *D* correspondem às posições ocupadas pelas pedras.

Com base nas informações fornecidas, quantas joias diferentes, nesse formato, o artesão poderá obter?



A) 6

B) 12

C) 18

D) 24

E) 36