INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus
Macaé

Probabilidade (Parte 2)

Prof. Thiago Novaes

Disciplina: Matemática

Turma: 3º ano

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Macaé

3. União de dois eventos

Considerando *A* e *B* dois eventos contidos em um mesmo espaço amostral *S*, o número de elementos da reunião de *A* com *B* é igual ao número de elementos do evento *A* somado ao número de elementos do evento *B*, subtraído do número de elementos da intersecção de *A* com *B*.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Sendo n (S) o número de elementos do espaço amostral, vamos dividir os dois membros da equação por n (S) a fim de obter a probabilidade $P(A \cup B)$.

$$\frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(B)}{n(S)} - \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

Para eventos mutuamente exclusivos ($A \cap B = \varnothing$), a equação obtida fica:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Exemplo

De uma urna de 20 bolinhas numeradas de 1 a 20, retira-se ao acaso uma bolinha. Qual a probabilidade de essa bolinha ter um número divisível por 2 ou por 3?

Exercício

(PUCCAMP-SP) Num grupo, 50 pessoas pertencem a um clube *A*, 70 pertencem a um clube *B*, 30 a um clube *C*, 20 pertencem aos clubes *A* e *B*, 22 aos clubes *A* e *C*, 18 aos clubes *B* e *C* e 10 pertencem aos 3 clubes. Escolhida ao acaso uma das pessoas presentes, a probabilidade de ela:

a) pertencer aos três clubes é 3/5

b) pertencer somente ao clube *C* é zero

c) pertencer a pelo menos dois clubes é de 60%

d) não pertencer ao clube *B* é 40%

Letra B

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Macaé

4. Probabilidade condicional

Considerando os eventos A e B de um espaço amostral S, define-se como probabilidade condicional do evento A, tendo ocorrido o evento B e indicado por $P\left(\frac{A}{B}\right)$, a razão:

$$\boxed{P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}}$$

Exemplo:

No lançamento de 2 dados, observando as faces de cima, para calcular a probabilidade de sair o número 5 no primeiro dado, sabendo que a soma dos 2 números é maior que 7, fazemos:

$$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$$

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Macaé

Evento A: número 5 no primeiro dado

$A = \{(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)\}$

Evento B: a soma dos dois números é maior que 7

$B = \{(2, 6), (3, 5), (3, 6), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

$A \cap B = \{(5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6)\}$

$$P(A \cap B) = \frac{4}{36}$$

$$P(B) = \frac{15}{36}$$

$$\text{Logo, } P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{\frac{4}{36}}{\frac{15}{36}} = \frac{4}{15}$$

Exercício

Uma família planejou ter 3 crianças. Qual é a probabilidade de que a família tenha 3 homens, já que a primeira criança que nasceu é homem?

INSTITUTO FEDERAL
Fluminense
Campus Macaé

Multiplicação de probabilidades

A probabilidade de ocorrer $P(A \cap B)$ é igual ao produto da probabilidade de um deles pela probabilidade do outro em relação ao primeiro.

Sendo: $P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ou $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$,

então: $\boxed{P(A \cap B) = P(B) \cdot P\left(\frac{A}{B}\right) \text{ ou } P(A \cap B) = P(A) \cdot P\left(\frac{B}{A}\right)}$

Eventos independentes

Dois eventos A e B de um espaço amostral S são independentes quando $P\left(\frac{A}{B}\right) = P(A)$ ou $P\left(\frac{B}{A}\right) = P(B)$.

Sendo os eventos A e B independentes, temos:

$P(A \cap B) = P(B) \cdot P\left(\frac{A}{B}\right)$ I e $P\left(\frac{A}{B}\right) = P(A)$ II

Substituindo II em I, obtemos:

$$\boxed{P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)}$$

Exemplo

(Mauá-SP) Lançando-se simultaneamente um dado e uma moeda, determine a probabilidade de se obter 3 ou 5 no dado e cara na moeda.

Exercício

Numa prova com três questões (A, B e C), verificou-se que:

- 5 alunos acertaram as três questões;
- 15 alunos acertaram as questões A e C;
- 17 alunos acertaram as questões A e B;
- 12 alunos acertaram as questões B e C;
- 55 alunos acertaram a questão A;
- 55 alunos acertaram a questão B;
- 64 alunos acertaram a questão C;
- 13 alunos erraram as três questões.

Um aluno é escolhido ao acaso. Qual é a probabilidade de ele ter acertado:

a) pelo menos duas questões?

b) exatamente uma questão?

c) a questão A?

d) somente a questão A?

e) a questão B ou a questão C?

f) a questão B e a questão C?

ENEM Digital 2020

Um apostador deve escolher uma entre cinco moedas ao acaso e lançá-la sobre uma mesa, tentando acertar qual resultado (cara ou coroa) sairá na face superior da moeda.

Suponha que as cinco moedas que ele pode escolher sejam diferentes:

- duas delas têm "cara" nas duas faces;
- uma delas tem "coroa" nas duas faces;
- duas delas são normais (cara em uma face e coroa na outra).

Nesse jogo, qual é a probabilidade de o apostador obter uma face "cara" no lado superior da moeda lançada por ele?

a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{4}{5}$

Exercício ENEM

Uma fábrica de parafusos possui duas máquinas, I e II, para a produção de certo tipo de parafuso. Em setembro, a máquina I produziu 54/100 do total de parafusos produzidos pela fábrica. Dos parafusos produzidos por essa máquina, 25/1000 eram defeituosos. Por sua vez, 38/1000 dos parafusos produzidos no mesmo mês pela máquina II eram defeituosos. O desempenho conjunto das duas máquinas é classificado conforme o quadro, em que P indica a probabilidade de um parafuso escolhido ao acaso ser defeituoso.

O desempenho conjunto dessas máquinas, em setembro, pode ser classificado como

a) excelente.

b) bom.

c) regular.

d) ruim.

e) péssimo.

$0 \leq P < \frac{2}{100}$	Excelente
$\frac{2}{100} \leq P < \frac{4}{100}$	Bom
$\frac{4}{100} \leq P < \frac{6}{100}$	Regular
$\frac{6}{100} \leq P < \frac{8}{100}$	Ruim
$\frac{8}{100} \leq P \leq 1$	Péssimo