capítulo 16

Conceitos trigonométricos básicos

1 Introdução

Nos capítulos anteriores, estudamos a Trigonometria, tal qual ela apareceu há milhares de anos, com o objetivo de resolver triângulos. Nos próximos capítulos vamos fazer um estudo mais abrangente de seno, cosseno e tangente, uma necessidade mais recente da Matemática. Nesse novo contexto, o triângulo retângulo é insuficiente para as definições necessárias e temos a necessidade de definir um novo "ambiente" para a Trigonometria: a *circunferência unitária* ou *círculo unitário* (também chamado *circunferência trigonométrica*).

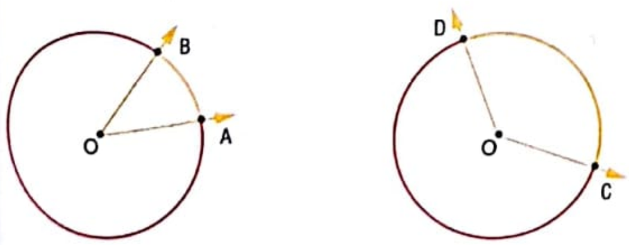
Neste capítulo veremos conceitos necessários para esse novo estudo.

2 Arcos e ângulos

Vamos recordar alguns conceitos já conhecidos da Geometria plana:

- *arco geométrico*: é uma das partes da circunferência delimitada por dois pontos, inclusive. Se os dois pontos coincidirem, teremos arco nulo ou arco de uma volta.

- *arco e ângulo central*: todo arco de circunferência tem um ângulo central que o subtende.



arco: $\widehat{AB}$
ângulo central: $A\hat{O}B$

arco: $\widehat{CD}$
ângulo central: $C\hat{O}D$

- *comprimento da circunferência de raio r*: $C = 2\pi r$.
- *comprimento* e *medida de arco*: a medida de um arco é a medida do ângulo central que o subtende, independentemente do raio da circunferência que contém o arco. Usam-se geralmente unidades como o *grau* e o *radiano* para medir arcos.
- O comprimento do arco é a medida linear do arco, sendo usadas unidades como "metro", "centímetro", etc.

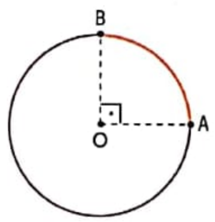
PARA REFLETIR
Considere cinco circunferências concêntricas de raios diferentes e um mesmo ângulo central subtendendo arcos em todas elas. Os cinco arcos terão a mesma medida? E terão o mesmo comprimento?

3 Unidades para medir arcos de circunferência (ou ângulos)

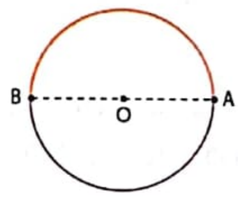
As unidades mais usadas para medir arcos de circunferência (ou ângulos) são o *grau* e o *radiano*.

- **Grau**: quando dividimos uma circunferência em 360 partes congruentes, cada uma dessas partes é um arco de um grau (1°).

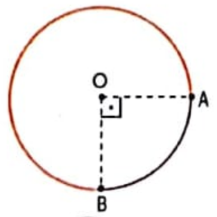
  Considere o arco $\widehat{AB}$, que vai de **A** para **B** no sentido anti-horário:



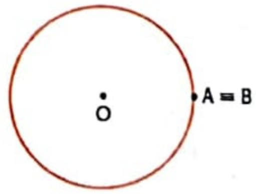
arco $\widehat{AB}$ de 90°
(um quarto de volta)



arco $\widehat{AB}$ de 180°
(meia volta)



arco $\widehat{AB}$ de 270°
(três quartos de volta)



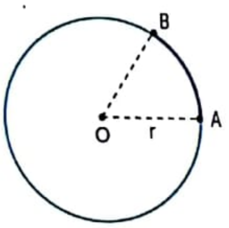
arco $\widehat{AB}$ de 360° ou 0°
(uma volta ou nulo)

- **Radiano**: um arco de um radiano (1 rad) é um arco cujo comprimento retificado é igual ao raio da circunferência. Isso deve ser interpretado da seguinte forma: se temos um ângulo central de medida 1 radiano, então ele subtende um

PARA REFLETIR
"Esticando" o arco $\widehat{AB}$, a medida do segmento obtido será igual à do raio.
Use o transferidor e verifique, aproximadamente, a quantos graus corresponde 1 radiano.

Scanned by CamScanner

arco de medida 1 radiano (lembre que a medida do arco é igual à medida do ângulo central) e comprimento de 1 raio. Se temos um ângulo central de medida 2 radianos, então ele subtende um arco de medida 2 radianos e comprimento de 2 raios. Se temos um ângulo central de medida α radianos, então ele subtende um arco de medida α radianos e comprimento de α raios. Assim, $\ell = \alpha r$ se a medida α do arco for dada em radianos.



comprimento do arco $\widehat{AB}$ = comprimento de $\overline{OA}$ (r)

ou

$m(\widehat{AB}) = 1$ rad

Observação: A relação entre o comprimento ℓ e a medida α (em graus) do arco é dada por: $\ell = \frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi r$, pois $\frac{2\pi r}{360} = \frac{\ell}{\alpha}$. Com α em radianos temos $\ell = \alpha r$, pois $\frac{r}{1} = \frac{\ell}{\alpha}$.

PARA REFLETIR Observe que é mais simples responder à pergunta "qual o comprimento de um arco de 2 radianos numa circunferência de raio 10 cm" do que à pergunta "qual o comprimento de um arco de 30° numa circunferência de raio 10 cm".

Relação entre as unidades para medir arcos

Sabemos que o comprimento C da circunferência de raio r é igual a $C = 2\pi r$, em que $\pi = 3{,}141592...$

Como cada raio r corresponde a 1 rad, podemos afirmar que o arco correspondente à circunferência mede $2\pi r = 2\pi \cdot 1 \text{ rad} = 2\pi$ rad.

Assim, podemos dizer que $360° = 2\pi$ rad ou $180° = \pi$ rad.

Observação: Considerando que um arco de 180° mede π rad, podemos fazer a conversão de unidades usando uma regra de três simples. Porém, recomendamos que você se acostume a fazer as conversões entre grau e radiano mentalmente, sem recorrer à regra de três. Esse procedimento é muito simples se se observar que:

- 90° é $\frac{1}{2}$ de 180°; logo, é $\frac{1}{2}$ de π rad $\rightarrow 90° = \frac{\pi}{2}$ rad
- 30° é $\frac{1}{6}$ de 180°; logo, é $\frac{1}{6}$ de π rad $\rightarrow 30° = \frac{\pi}{6}$ rad
- 60° é $\frac{1}{3}$ de 180°; logo, é $\frac{1}{3}$ de π rad $\rightarrow 60° = \frac{\pi}{3}$ rad
- 45° é $\frac{1}{4}$ de 180°; logo, é $\frac{1}{4}$ de π rad $\rightarrow 45° = \frac{\pi}{4}$ rad

Você pode (e deve) memorizar essas relações para agilizar as conversões.

Veja mais uma: 120° é o dobro de 60°; logo,

$$120° = 2 \cdot \frac{\pi}{3} \text{ rad} = \frac{2\pi}{3} \text{ rad.}$$

Exemplos:

1º) Vamos converter 30° em radianos.

grau	radiano
180°	π
30°	x

$$\Rightarrow \frac{\overset{6}{\cancel{180°}}}{\underset{1}{\cancel{30°}}} = \frac{\pi}{x} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Portanto, $30° = \frac{\pi}{6}$ rad.

PARA REFLETIR Outro modo de resolver: $30° = \frac{180°}{6} = \frac{\pi \text{ rad}}{6} = \frac{\pi}{6}$ rad

2º) Vamos escrever $\frac{3\pi}{4}$ rad em graus.

grau	radiano
180°	π
x	$\frac{3\pi}{4}$

$$\Rightarrow \frac{180°}{x} = \frac{\cancel{\pi}}{\frac{3\cancel{\pi}}{4}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{180°}{x} = \frac{4}{3} \Rightarrow 4x = 540° \Rightarrow x = 135°$$

Logo, $\frac{3\pi}{4}$ rad $= 135°$.

PARA REFLETIR Outra resolução: $\frac{3\pi}{4} \text{ rad} = \frac{3 \cdot 180°}{4} = \frac{540°}{4} = 135°$

3º) Vamos transformar em radianos ou em graus sem usar regra de três:

a) 330° c) 15° e) $\frac{7\pi}{4}$ g) $\frac{5\pi}{9}$

b) 225° d) $\frac{7\pi}{6}$ f) $\frac{4\pi}{3}$ h) $\frac{2\pi}{3}$

a) $330° = 11 \cdot 30° = 11 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$

b) $225° = 5 \cdot 45° = 5 \cdot \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

c) $15° = \frac{1}{2} \cdot 30° = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12}$

d) $\frac{7\pi}{6} = 7 \cdot 30° = 210°$

e) $\frac{7\pi}{4} = 7 \cdot 45° = 315°$

f) $\frac{4\pi}{3} = 4 \cdot 60° = 240°$

g) $\frac{5\pi}{9} = 5 \cdot \frac{180°}{9} = 5 \cdot 20° = 100°$

h) $\frac{2\pi}{3} = 2 \cdot 60° = 120°$

PARA REFLETIR Quando a unidade não for indicada, subentende-se que é o radiano. Por exemplo: $\frac{7\pi}{6}$ significa $\frac{7\pi}{6}$ rad.

4º) Qual é a medida, em radianos, de um arco de 20 cm de comprimento contido numa circunferência de raio 8 cm?

$\ell = 20$ cm; $r = 8$ cm

$$\alpha = \frac{\ell}{r} = \frac{20}{8} = 2{,}5 \text{ rad} \quad \text{ou}$$

$$\frac{8 \text{ cm}}{1 \text{ rad}} = \frac{20 \text{ cm}}{x \text{ rad}} \Rightarrow x = \frac{20}{8} = 2{,}5 \text{ rad}$$

5º) Qual é o comprimento de um arco correspondente a um ângulo central de 60° contido numa circunferência de raio 1 cm?

Vamos converter 60° em rad:

$$60° = \frac{180°}{3} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Dados $\alpha = \frac{\pi}{3}$ e $r = 1$, temos:

$$\alpha = \frac{\ell}{r} \Rightarrow \ell = \alpha \cdot r = \frac{\pi}{3} \cdot 1 = \frac{\pi}{3} \text{ cm}$$

ou

$$\frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ rad}} = \frac{x \text{ cm}}{\frac{\pi}{3} \text{ rad}} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \text{ cm}$$

Portanto, o comprimento do arco é $\frac{\pi}{3}$ cm, ou seja, aproximadamente 1,05 cm.

Exercícios propostos

1. Converta em radianos:

a) 60°
b) 45°
c) 210°
d) 300°
e) 67°30′
f) 41°15′

2. Expresse em graus:

a) $\frac{\pi}{6}$ rad
b) $\frac{\pi}{5}$ rad
c) $\frac{\pi}{4}$ rad
d) $\frac{5\pi}{6}$ rad
e) $\frac{3\pi}{8}$ rad
f) $\frac{\pi}{16}$ rad

3. Calcule, em radianos, a medida do ângulo central correspondente a um arco de comprimento 15 cm contido numa circunferência de raio 3 cm.

4. Qual é o comprimento de um arco correspondente a um ângulo central de 45° contido numa circunferência de raio 2 cm?

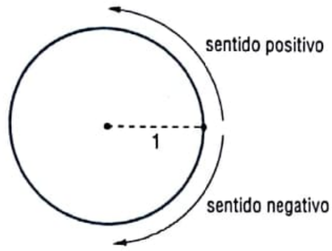
5. O ponteiro dos minutos de um relógio de parede mede 12 cm. Quantos centímetros sua extremidade percorre durante 25 minutos?

6. Um pêndulo tem 15 cm de comprimento e, no seu movimento, suas posições extremas formam um ângulo de 60°. Qual é o comprimento do arco que a extremidade do pêndulo descreve?

ATENÇÃO! NÃO ESCREVA NO LIVRO.

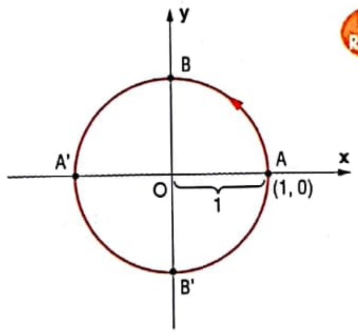
4 Circunferência unitária ou circunferência trigonométrica

Denomina-se *circunferência unitária* (ou *circunferência trigonométrica*) a circunferência orientada cujo raio é 1 unidade de comprimento e na qual o sentido positivo é o anti-horário.



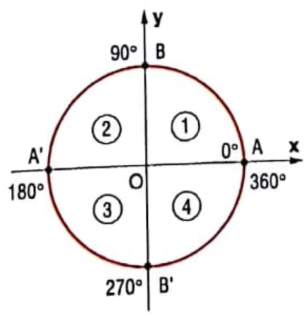
PARA REFLETIR Por que circunferência orientada?

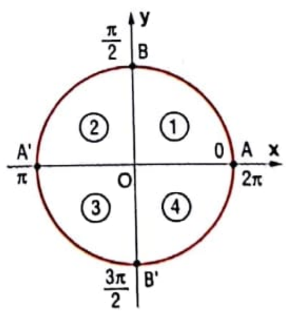
À circunferência unitária de centro O vamos associar um sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, fixando o ponto A de coordenadas (1, 0) como origem dos arcos (conforme figura abaixo).



PARA REFLETIR Os pontos B, A′ e B′ correspondem a quais pares ordenados?

Os eixos x e y dividem a circunferência unitária em quatro partes congruentes chamadas *quadrantes*, numeradas de 1 a 4 e contadas a partir de A, no sentido positivo.



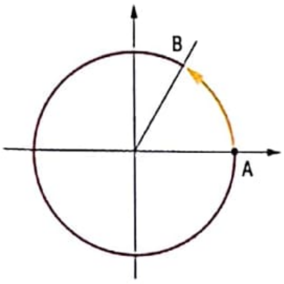


PARA REFLETIR
- Os pontos A, B, A′ e B′ são pontos dos eixos e por isso não são considerados pontos dos quadrantes.
- Para todo ponto (x, y) pertencente à circunferência unitária, temos $-1 \leq x \leq 1$ e $-1 \leq y \leq 1$.

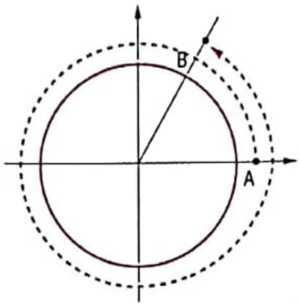
Scanned by CamScanner

5 Arcos côngruos (ou congruentes)

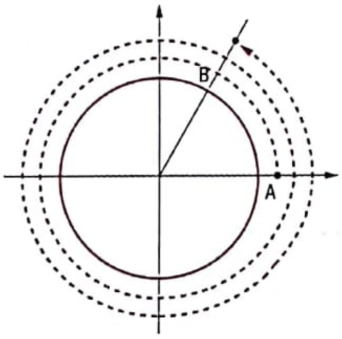
Toda vez que o ponto da circunferência, final do arco iniciado em (0, 1), é o mesmo para dois arcos diferentes (por exemplo, 0 e 2π) chamamos estes arcos de *arcos côngruos* ou *congruentes*. É conveniente notar que todos os arcos côngruos diferem entre si de um múltiplo de 2π, que é o comprimento de cada volta.



Ao número $\frac{\pi}{3}$ está associado o ponto B.



Ao número $\frac{\pi}{3} + 2\pi$ também está associado o ponto B.



Ao número $\frac{\pi}{3} + 2 \cdot 2\pi$ está associado o mesmo ponto B.

Imaginando o ponto como um móvel que se desloca sobre a circunferência no sentido anti-horário, teríamos o seguinte:

Na primeira figura, o ponto deslocou-se $\frac{\pi}{3}$ ou 60° de A até B.

Na segunda figura, o ponto deslocou-se uma volta inteira (2π ou 360°) e mais $\frac{\pi}{3}$ ou 60°; ou seja, deslocou-se $\frac{7\pi}{3}$ ou 420°.

Na terceira figura, o ponto deslocou-se duas voltas inteiras ($2 \cdot 2\pi$ ou $2 \cdot 360°$) e mais $\frac{\pi}{3}$ ou 60°; ou seja, $\frac{13\pi}{3}$ ou 780°.

Supondo que o ponto se deslocasse k voltas inteiras, o número associado à extremidade B do arco $\overset{\frown}{AB}$ seria escrito assim:

$$\frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi \text{ ou } 60° + k \cdot 360°, \text{ com } k \in \mathbb{Z}$$

PARA REFLETIR O que acontece quando k é negativo?

Podemos então definir:

Dois arcos são côngruos ou congruentes quando suas medidas diferem de um múltiplo de 2π rad ou 360°.

Exemplos:

1º) 30° e 30° + 360° ou $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{\pi}{6} + 2\pi$ são côngruos.

2º) 45° e $45° + 2 \cdot 360°$ ou $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{4} + 2 \cdot 2\pi$ são côngruos.

3º) 60° e $60° - 3 \cdot 360°$ ou $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{\pi}{3} - 3 \cdot 2\pi$ são côngruos.

PARA REFLETIR Com relação ao 1º exemplo, podemos afirmar que são côngruos: 30° e 390° ou $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{13\pi}{6}$. E com relação ao 2º e 3º exemplos?

No terceiro exemplo, o sinal negativo significa que as três voltas completas foram dadas no sentido horário. Dizemos nesse caso que $60° - 3 \cdot 360° = -1020°$ ou $-\frac{17\pi}{3}$ são arcos negativos.

De modo geral:

- Se um arco mede $\alpha°$, os arcos côngruos a ele podem ser dados pela expressão $\alpha° + k \cdot 360°$, com $k \in \mathbb{Z}$.
- Se um arco mede x radianos, os arcos côngruos a ele podem ser dados pela expressão $x + k \cdot 2\pi$ ou $x + 2k\pi$, com $k \in \mathbb{Z}$.
- Como a cada ponto da circunferência podem estar associados infinitos arcos côngruos, dizemos que o arco da 1ª volta positiva (entre 0 e 2π ou 0° e 360°), associado a um ponto da circunferência, é a 1ª determinação de qualquer arco côngruo associado ao mesmo ponto.

Exemplos:

1º) Qual é a expressão geral dos arcos côngruos aos arcos de:

a) 45° b) $\frac{3\pi}{4}$ rad

a) 45°

expressão geral: $\alpha + k \cdot 360°$

$\alpha = 45°$

$45° + k \cdot 360°$, com $k \in \mathbb{Z}$

b) $\frac{3\pi}{4}$ rad

expressão geral: $x + 2k\pi$

$x = \frac{3\pi}{4}$ rad

$\frac{3\pi}{4} + 2k\pi$, com $k \in \mathbb{Z}$

Scanned by CamScanner

2º) Qual é o menor arco não-negativo côngruo ao arco de $1\,320°$, ou seja, qual é a 1ª determinação de um arco de $1\,320°$?

Devemos obter o menor valor não-negativo de α tal que $\alpha + k \cdot 360° = 1\,320°$, com $k \in \mathbb{Z}$.

Então:

$$\begin{array}{r|l} 1\,320 & 360 \\ \hline 240 & 3 \end{array} \quad (240 = \alpha,\ 3 = k) \longrightarrow 1\,320° = 240° + 360° \cdot 3$$

Logo, o arco pedido mede 240°.

PARA REFLETIR
- Qual o significado de um número não-negativo?
- Neste exemplo dizemos que 240° é a 1ª determinação de 1 320° ou que 1 320° foi reduzido à 1ª volta.

3º) Vamos descobrir o menor arco não-negativo côngruo ao arco de $-750°$, ou seja, vamos descobrir a 1ª determinação de um arco de $-750°$ (redução à 1ª volta).

$-750°$

$$\begin{array}{r|l} 750 & 360 \\ \hline 030 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} -750° = -30° - 2 \cdot 360° \\ -30° = \underbrace{330°}_{\alpha} - 360° \end{array}$$

Então, o arco pedido é 330°.

Exercícios propostos

7. Escreva a expressão geral dos arcos congruentes a:

a) 60° d) 300° g) $\frac{5\pi}{4}$ rad

b) 120° e) $\frac{\pi}{3}$ rad h) $\frac{11\pi}{6}$ rad

c) 240° f) $\frac{2\pi}{3}$ rad

ATENÇÃO!
NÃO ESCREVA NO LIVRO.

8. Descubra a 1ª determinação, ou seja, o menor valor não-negativo côngruo ao arco de:

a) 685° e) $-400°$ i) $\frac{23\pi}{6}$ rad

b) 780° f) $-1\,310°$ j) $\frac{21\pi}{5}$ rad

c) 1 140° g) $\frac{15\pi}{2}$ rad l) $\frac{9\pi}{2}$ rad

d) 850° h) $\frac{10\pi}{3}$ rad m) $\frac{17\pi}{4}$ rad

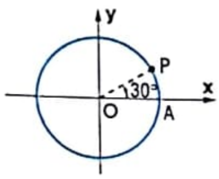
9. Escreva a expressão geral dos arcos congruentes aos arcos dados: (Sugestão: faça inicialmente a redução à 1ª volta.)

a) 800° c) 1 640° e) $\frac{19\pi}{3}$ rad

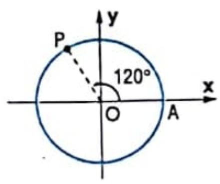
b) 420° d) $\frac{9\pi}{4}$ rad f) $\frac{33\pi}{5}$ rad

10. Dê a expressão geral, em radianos, dos arcos de extremidades nos pontos indicados, considerando a origem em A:

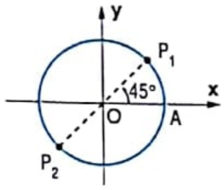
a)



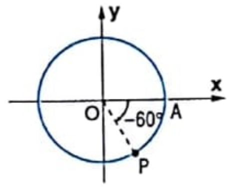
d)



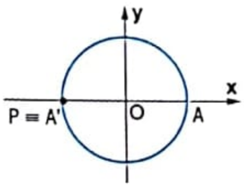
b)



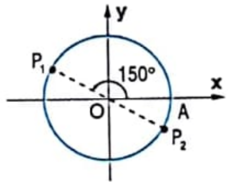
e)



c)



f)



11. No *skate*, muitas manobras do *vert* (rampa em forma de U) têm no nome números que indicam a rotação do *skate* ou do atleta. Uma manobra como "180 *ollie frontside*" consiste num giro de meia-volta do *skate* (e do atleta) no ar quando o atleta sai da rampa, voltando para ela com o *skate* já na nova posição. Considerando apenas o nome das manobras de *skate* abaixo:

I) *fakie* 360 III) 720 *McHawk*

II) 540 *McTwist* IV) 900

a) Descreva a rotação (giro) do *skate* em cada manobra.

b) Quais das quatro manobras acima têm giros que tornam a posição do *skate* na reentrada da rampa igual à posição de reentrada de um "*stall* 180"? Justifique com base nos seus conhecimentos matemáticos.

12. Responda:

a) Convertendo $\frac{7\pi}{4}$ rad em graus, quanto obtemos?

b) Qual é o comprimento de um arco correspondente a um ângulo central de 60° contido numa circunferência de raio $r = 1{,}5$ cm?

c) Quanto mede o menor arco não-negativo côngruo de 2 650°?

d) Qual é a expressão geral dos arcos côngruos de $\frac{14\pi}{3}$?

13. A extremidade de um arco de 960° está no:

a) 4º quadrante. d) 1º quadrante.

b) 3º quadrante. e) nda.

c) 2º quadrante.

14. Na circunferência da figura a seguir estão representadas as extremidades M_1, M_2, M_3 e M_4 dos arcos dados, em radianos, pela expressão (com $k \in \mathbb{Z}$):

Scanned by CamScanner

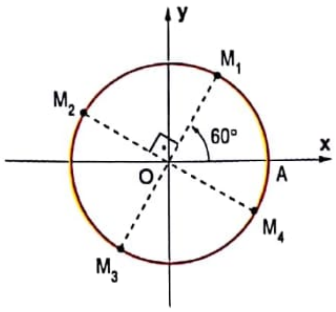
a) $\frac{\pi}{3} + 2k\pi$.

b) $\frac{\pi}{3} + k\pi$.

c) $\frac{\pi}{6} + 2k\pi$.

d) $\frac{\pi}{6} + k\pi$.

e) $\frac{\pi}{3} + k \cdot \frac{\pi}{2}$.



15. (PUC-MG) Ao projetar prédios muito altos, os engenheiros devem ter em mente o movimento de oscilação, que é típico de estruturas de arranha-céus. Se o ponto mais alto de um edifício de 400 m descreve um arco de $\left(\frac{1}{2}\right)^\circ$, a medida do arco descrito por esse ponto, em metros, é:

a) π.

b) $\frac{3\pi}{4}$.

c) $\frac{4\pi}{3}$.

d) $\frac{10\pi}{9}$.

e) $\frac{11\pi}{10}$.

6 Arcos trigonométricos (leitura optativa)

Para que possamos, nos próximos capítulos, definir seno, cosseno e tangente como funções reais de variáveis reais:

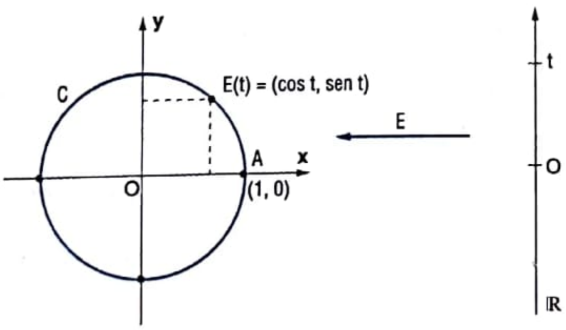
$$\text{sen}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad \cos: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \text{tg}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

precisamos aprender a associar a cada número real t um ângulo e considerar o seno, o cosseno e a tangente daquele ângulo. O número t fará então o papel de medida do ângulo.

Isso pode ser feito usando a função de Euler:

$$E: \mathbb{R} \to C$$

que faz corresponder a cada número real t o ponto $E(t) = (\cos t, \text{sen } t)$ da circunferência unitária.



PARA REFLETIR Circunferência unitária C é o conjunto dos pontos (x, y) do plano tal que $x^2 + y^2 = 1$.

Intuitivamente essa função E pode ser visualizada imaginando-se C como um carretel onde se enrola a reta $\mathbb{R}$, com $E(0) = A(1, 0)$.

Imagine que a reta real é um longo fio, que deverá ser enrolado num carretel. Cada número real é um fio de tamanho correspondente ao seu valor. O "1" é um fio de comprimento 1, o "5" é um fio de comprimento 5, o "π" é um fio de comprimento π. O "carretel" é a circunferência trigonométrica e, ao "enrolar o fio no carretel", o fio coincidirá com algum arco da circunferência. Se sempre tomarmos o cuidado de coincidir o zero da reta real com o início do 1º quadrante (ponto A da figura anterior) e enrolarmos o fio no sentido anti-horário quando ele representar um número positivo (portanto, no sentido horário quando o fio representar um número negativo), estaremos associando o número real "1" (fio de comprimento 1) ao arco de comprimento 1 e também ao ângulo que subtende esse arco de comprimento 1. Como o raio da circunferência é unitário (vale 1 também), então cada arco de comprimento 1 mede 1 radiano, assim como o ângulo que o subtende.

Dessa forma, conseguimos associar cada número real a um ângulo da circunferência. O número 1 associa-se ao ângulo de 1 rad, o número 2 associa-se ao ângulo de 2 rad, o número π associa-se ao ângulo de π rad, e assim por diante. O número 2π associa-se ao ângulo de comprimento 2π que coincide com o ponto inicial (lembre-se de que o comprimento da circunferência unitária é 2π).

De um modo geral, podemos dizer que cada vez que o ponto t descreve na reta um intervalo de comprimento ℓ, sua imagem E(t) percorre sobre a circunferência C um arco de igual comprimento ℓ.

Desafio em equipe

Em 1792, durante a Revolução Francesa, houve na França uma reforma de pesos e medidas que culminou na adoção de uma nova unidade de medida de ângulos, que dividia o ângulo reto em 100 partes iguais, chamadas *grado*. Um grado (1 gr) é então a unidade que divide o ângulo reto em 100 partes iguais, e o minuto divide o grado em 100 partes, bem como o segundo divide o minuto também em 100 partes. Tudo isso para que a unidade de medição de ângulos ficasse em conformidade com o sistema métrico. A idéia não foi muito bem sucedida, mas até hoje encontramos na maioria das calculadoras científicas as três unidades: grau, radiano e grado.

Baseado no texto acima, responda:

a) A quantos grados equivale meia-volta? E uma volta inteira?

b) Em qual quadrante termina o arco trigonométrico de 250 gr?

c) A quantos grados equivale 1 rad?

d) A quantos graus equivale 1 gr?

Scanned by CamScanner