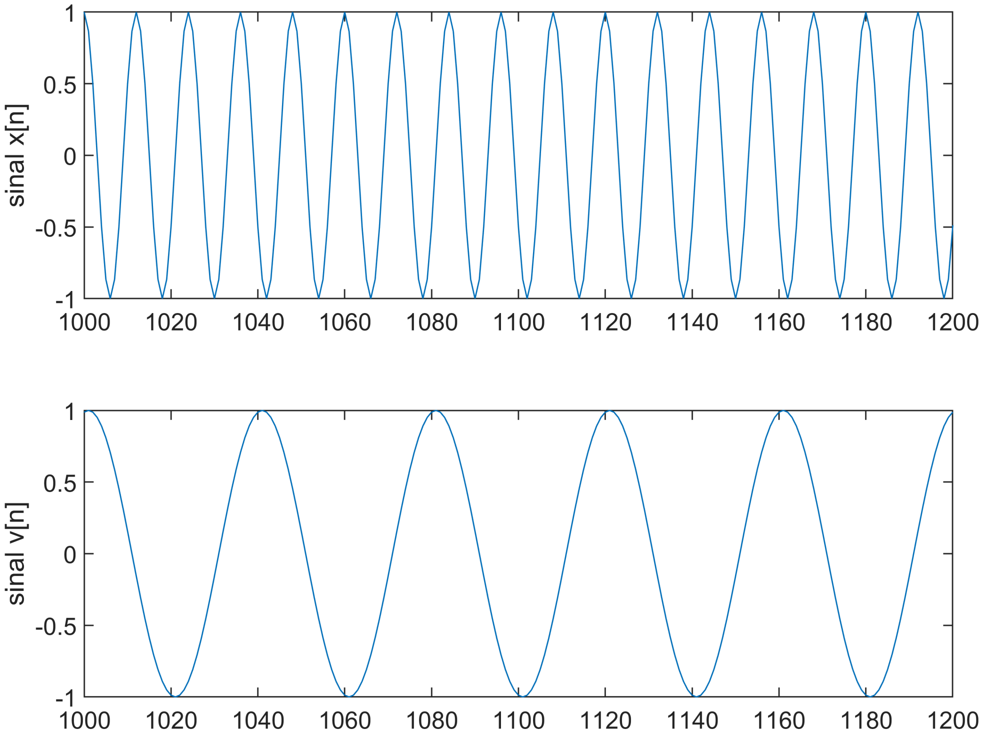
Experieência 1 - LMS com Sinais Senoidais

Gabriel Tavares Ferrarez - 10773801

Guilherme Reis da Silva - 10773700

1 - Criação dos Sinais

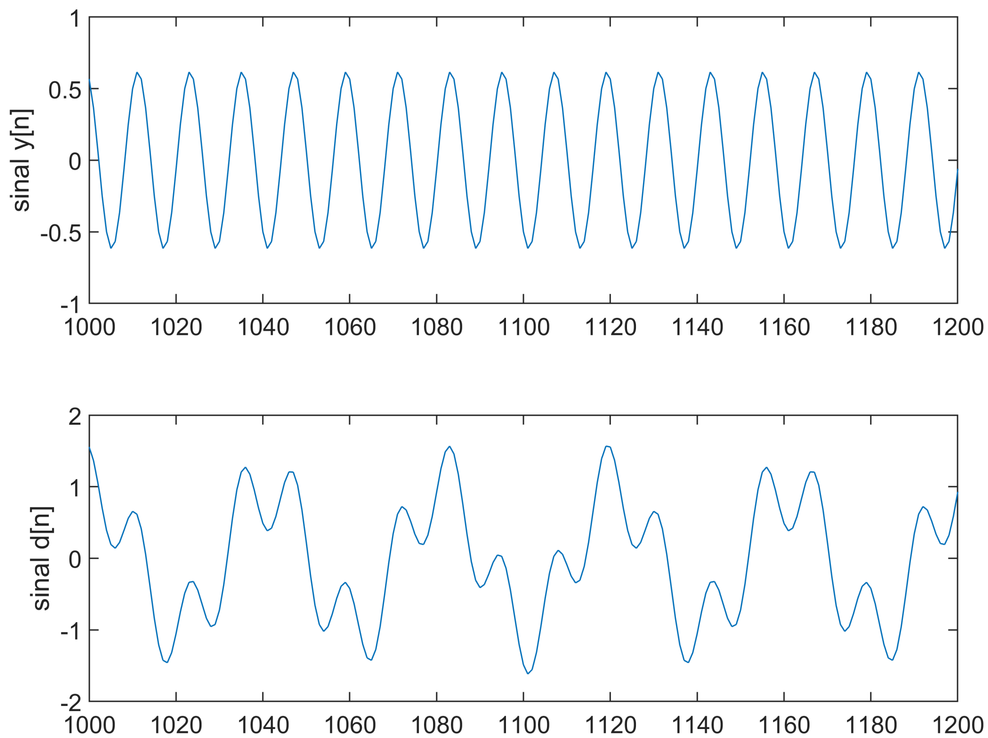
```
omega0 = pi/6;
omega1 = pi/20;
N = 10000;
n = (0:N-1);
x = sin(omega0*n);
v = cos(omega1*n);
h = [1 -0.5];

y = filter(h,1,x);
d = y + v;

figure()
subplot(2,1,1)
plot(x)
ylabel("sinal x[n]")
subplot(2,1,2)
plot(v)
ylabel("sinal v[n]")

subplot(2,1,1)
xlim([1000 1200])
ylim([-1.00 1.00])
subplot(2,1,2)
xlim([1000 1200])
ylim([-1.00 1.00])
```



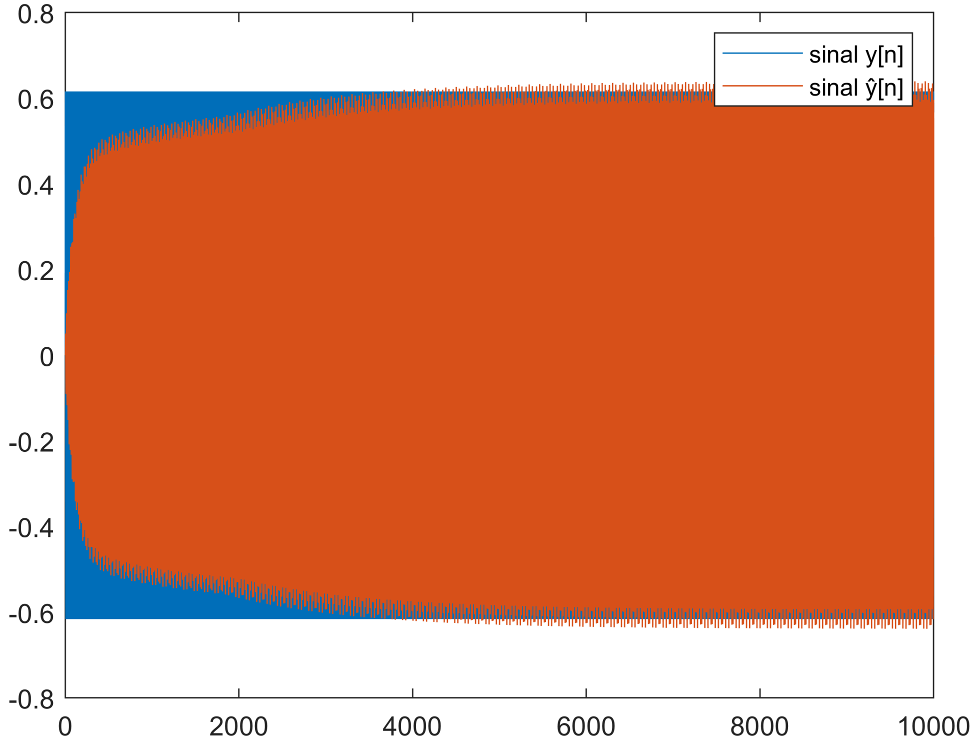
2 - Implementação do LMS

Como o sinal que se deseja remover possui apenas uma harmonica, o filtro deve possuir no mínimo 2 coeficientes reais.

```
figure()
subplot(2,1,1)
plot(y)
ylabel("sinal y[n]")
subplot(2,1,2)
plot(d)
ylabel("sinal d[n]")

subplot(2,1,1)
xlim([1000 1200])
ylim([-1.00 1.00])
subplot(2,1,2)
xlim([1000 1200])
ylim([-2.00 2.00])
```




```
mu = 0.01;
M = 2;

[W, erro, y_chapeu] = lms(x, d, M, mu);
figure()
plot(y)
hold on
plot(y_chapeu)
legend("sinal y[n]", "sinal ŷ[n]")
hold off
```



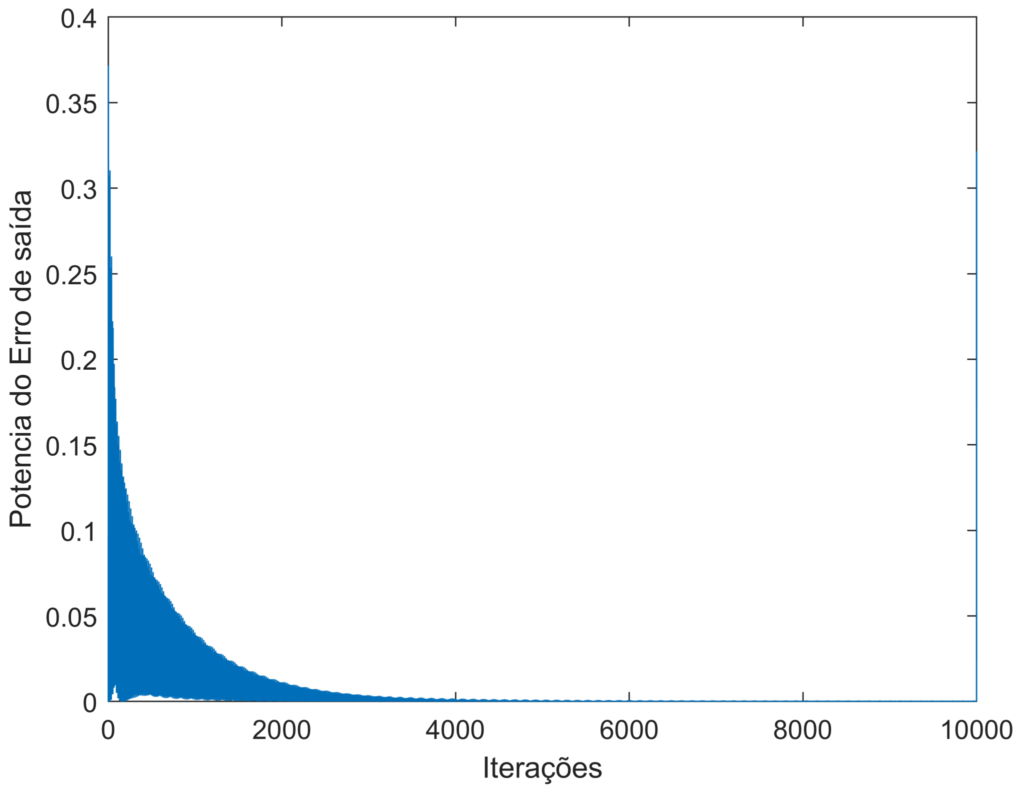
O sinal y_chapeu convergiu para o sinal y.

Observando a Potência do Erro de saída.

O erro de saída pode ser definido como a diferença entre o

y_chapeu, que é a saída do filtro adaptativo H_chapeu que tenta estimar H.

```
erroSaida = y - y_chapeu;
pot_erroSaida = erroSaida.*erroSaida;
figure()
plot(pot_erroSaida);
ylabel("Potencia do Erro de saída")
xlabel("Iterações")
```

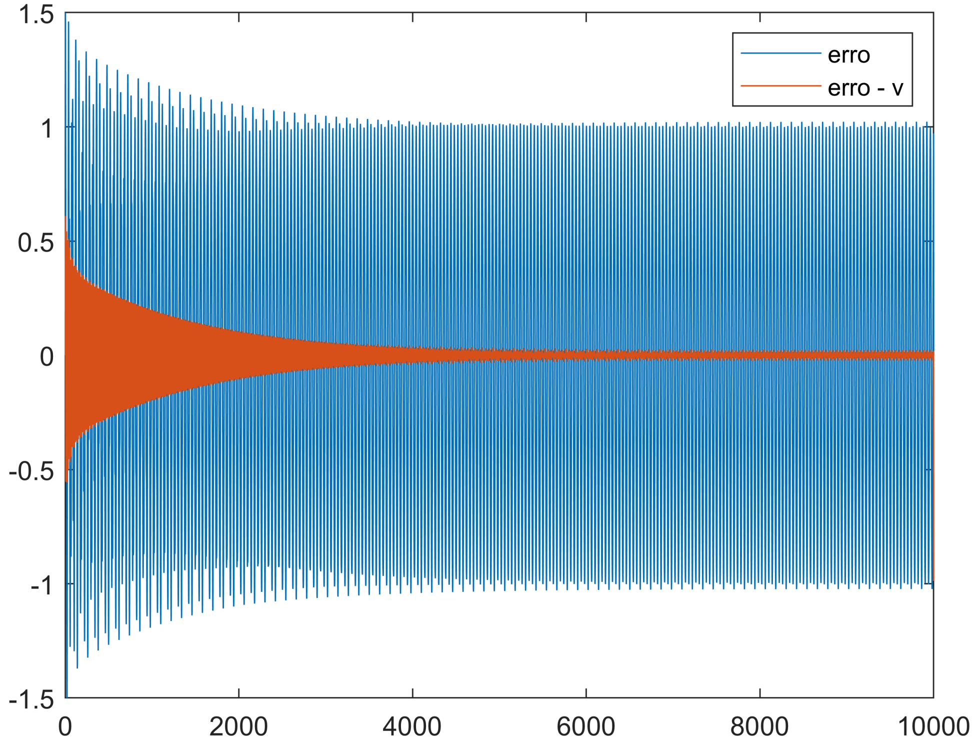


O erro de saida possui um comportamento senoidal pois as diferenças entre os sinais y e y_chapeu estão principalmente nos picos e vales dos sinais.

O Erro de saída tende a zero, como era esperado pois vimos que y_chapeu tende para y.

Sinais de erro

```
figure()
plot(erro)
hold on
plot(erro - v)
hold off
legend("erro", "erro - v")

ylim([-1.5 1.5])
```



No início o sinal de erro e a diferença entre este e o sinal v[n] mostram a etapa de adaptação do filtro.

Em regime permanente os sinais ficam estáveis com uma diferença pequena entre eles.

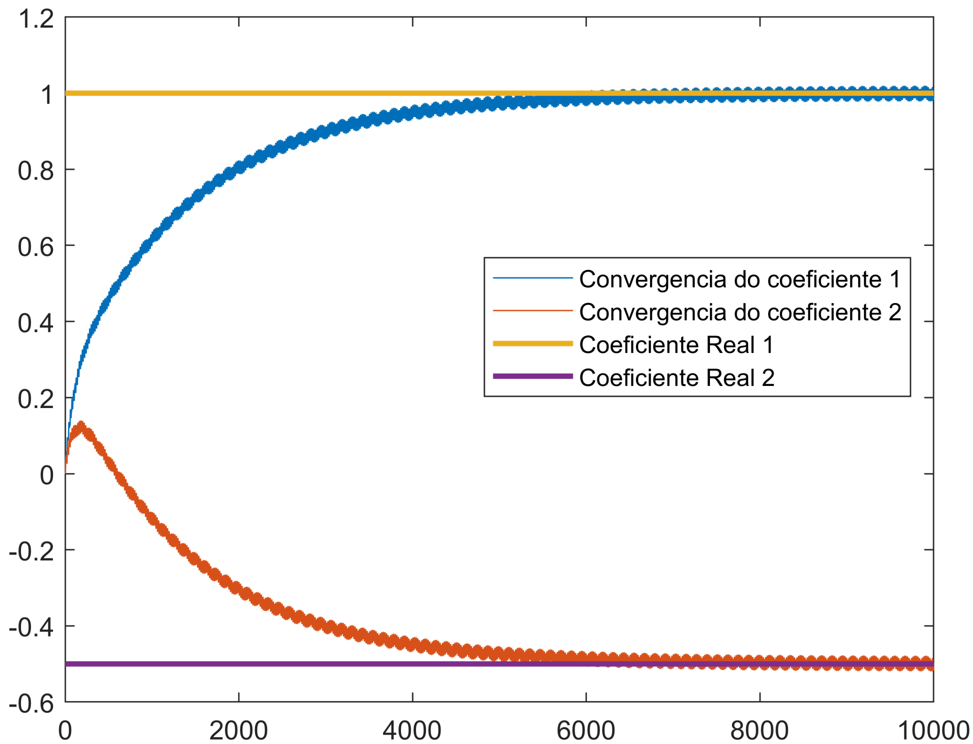
Convergencia de coeficientes

Pelo fato de o sinal x possuir apenas uma harmonica, o filtro H real ter dois coeficientes

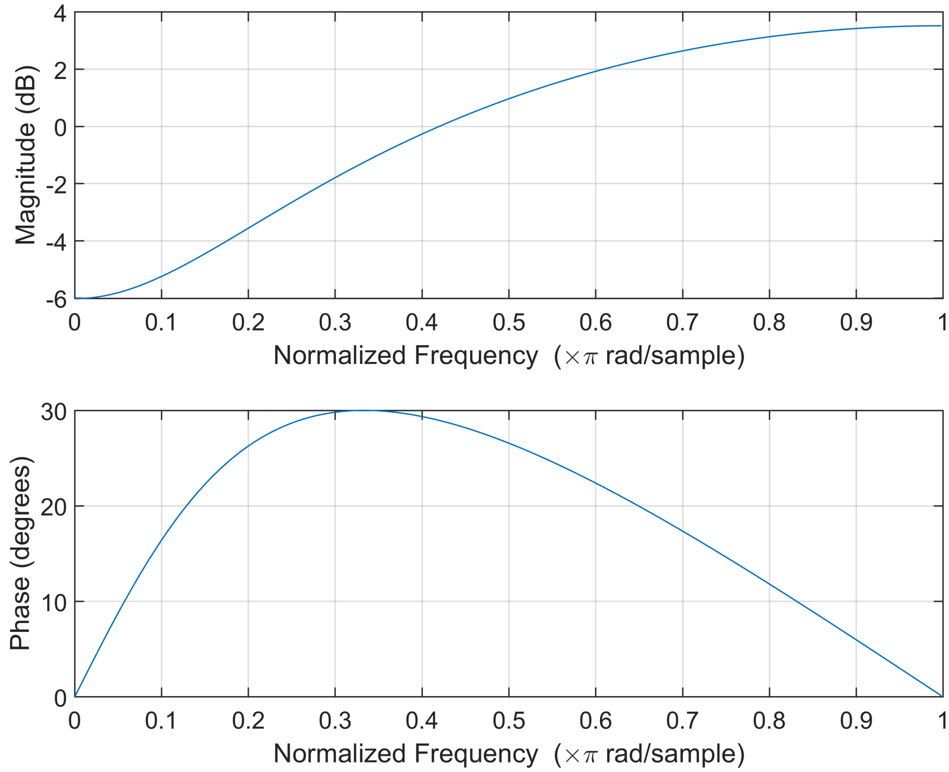
e o filtro H_chapeu que estamos estimando também ter dois coeficientes, espera-se que

o filtro H_chapeu tenda para H, logo os coeficientes de H_chapeu serão iguais aos de H.

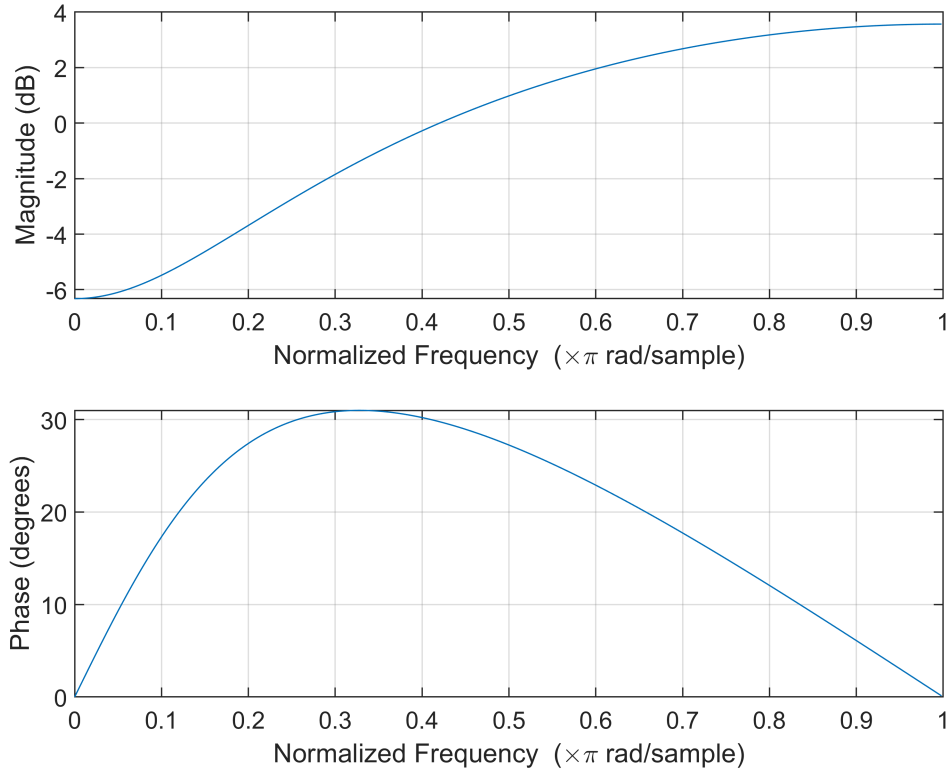
```
figure()
plot(W')
hold on
plot([0 N],[h(1) h(1)], 'LineWidth',2)
plot([0 N],[h(2) h(2)], 'LineWidth',2)
legend("Convergencia do coeficiente 1"...
    ,"Convergencia do coeficiente 2" ...
    ,"Coeficiente Real 1"...
    ,"Coeficiente Real 2")
set(legend,...
    'Position',[0.504166675288052 0.473412724588283 0.380357134235757 0.165476185934884]);
hold off
```




```
figure()
freqz(h,1)
```

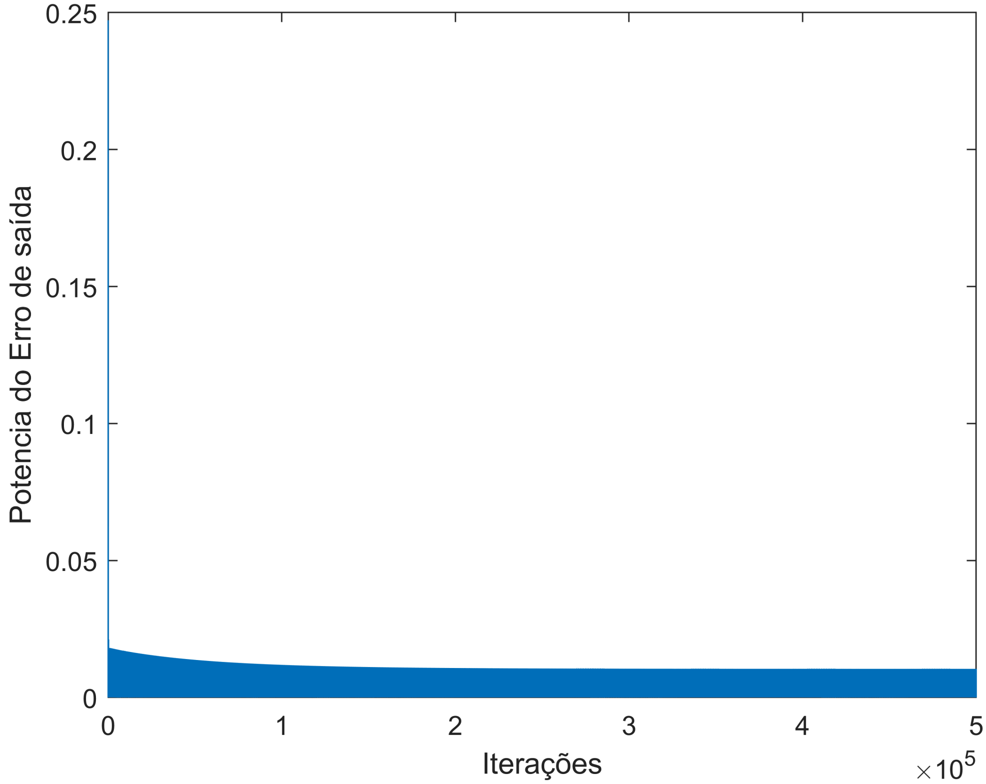



```
figure()
freqz(W(:,end))
```

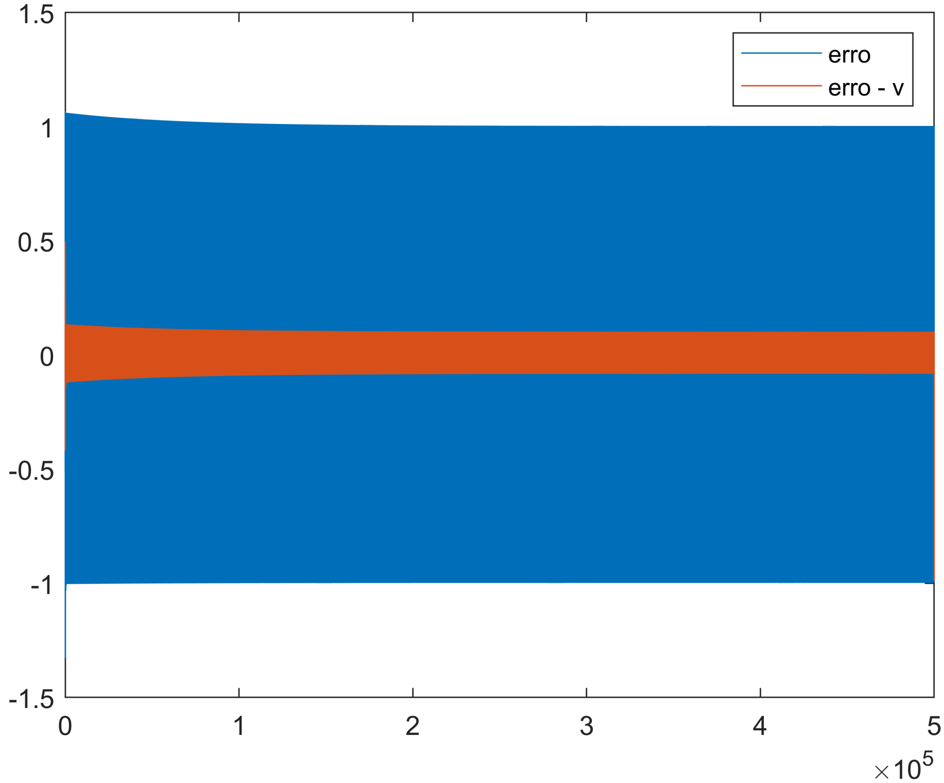


3 - Novo ω_0

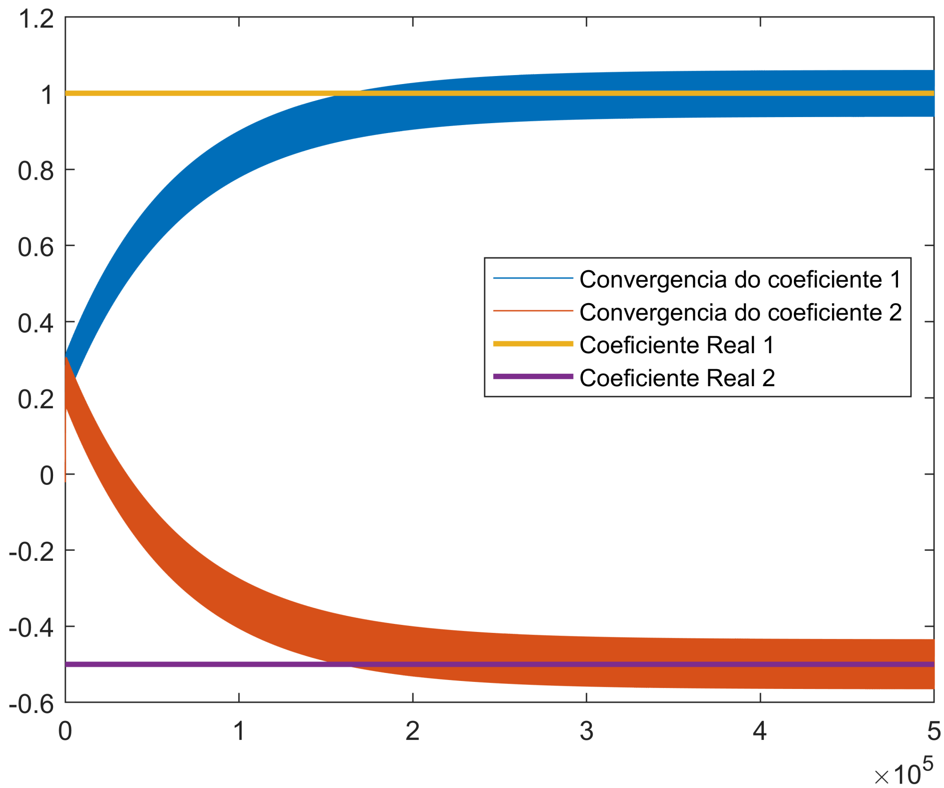
```
omega0 = pi/40;
N = 5e5;
n = (0:N-1);

x = sin(omega0*n);
v = cos(omega1*n);

y = filter(h,1,x);
d = y + v;

mu = 0.01;
[W, erro, y_chapeu] = lms(x, d, M, mu);

erroSaida = y - y_chapeu;
pot_erroSaida = erroSaida.*erroSaida;
figure()
plot(pot_erroSaida);
ylabel("Potencia do Erro de saída")
xlabel("Iterações")
```




```
figure()
plot(erro)
hold on
plot(erro - v)
hold off
legend("erro", "erro - v")
```



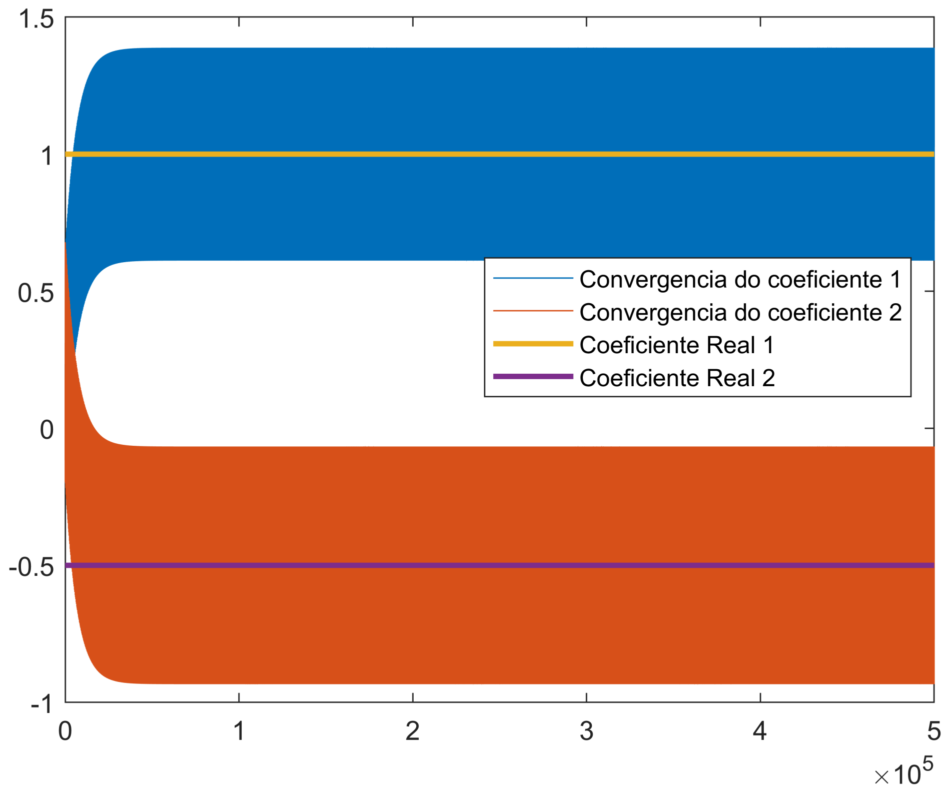

```
figure()
plot(W')
hold on
plot([0 N],[h(1) h(1)], 'LineWidth',2)
plot([0 N],[h(2) h(2)], 'LineWidth',2)
legend("Convergencia do coeficiente 1"...
    ,"Convergencia do coeficiente 2" ...
    ,"Coeficiente Real 1"...
    ,"Coeficiente Real 2")
set(legend,...
    'Position',[0.504166675288052 0.473412724588283 0.380357134235757 0.165476185934884]);
hold off
```



Na situação em que omega0 é um valor muito pequeno, foi necessário um número muito maior de iterações para que o algoritmo LMS convergisse, e não apenas isso, o erro em regime permanente ficou maior; a flutuação em torno do valor de convergência é bem maior que no caso analisado anteriormente.

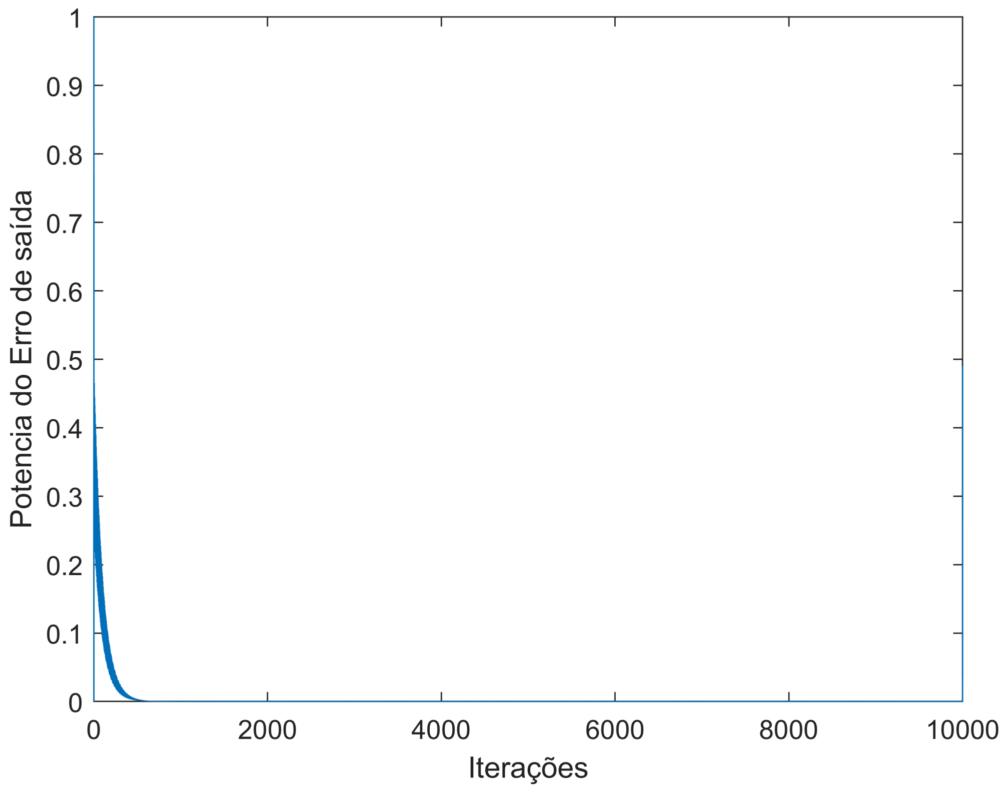
Aumentar o passo de adaptação torna essa flutuação em torno da resposta ainda maior:

```
mu = 0.1;
[W, ~, ~] = lms(x, d, M, mu);
figure()
plot(W')
hold on
plot([0 N],[h(1) h(1)], 'LineWidth', 2)
plot([0 N],[h(2) h(2)], 'LineWidth', 2)
legend("Convergencia do coeficiente 1"...
    ,"Convergencia do coeficiente 2" ...
    ,"Coeficiente Real 1"...
    ,"Coeficiente Real 2")
set(legend,...
    'Position',[0.504166675288052 0.473412724588283 0.380357134235757 0.165476185934884]);
hold off
```

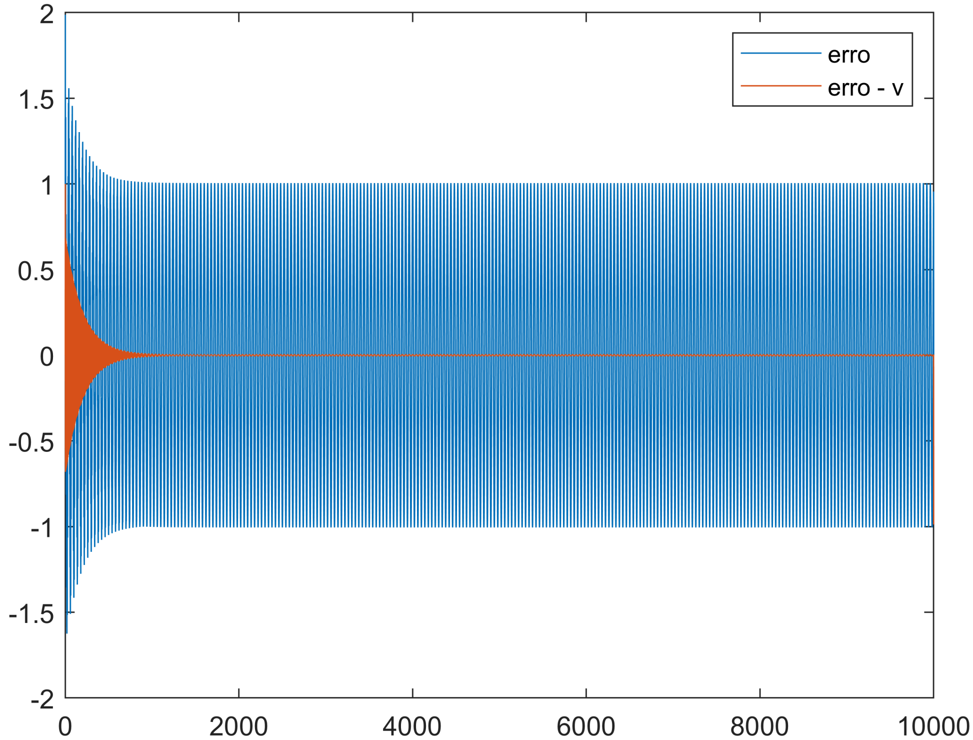


4 - Filtro com 3 coeficientes

```
omega0 = pi/2;
omega1 = pi/20;
N = 1e4;
n = (0:N-1);
x = sin(omega0*n);
v = cos(omega1*n);
h = [1 -0.5 0.3];

y = filter(h,1,x);
d = y + v;

mu = 0.01;
M = 2;

[W, erro, y_chapeu] = lms(x, d, M, mu);

erroSaida = y - y_chapeu;
pot_erroSaida = erroSaida.*erroSaida;
figure()
plot(pot_erroSaida);
ylabel("Potencia do Erro de saída")
xlabel("Iterações")
```



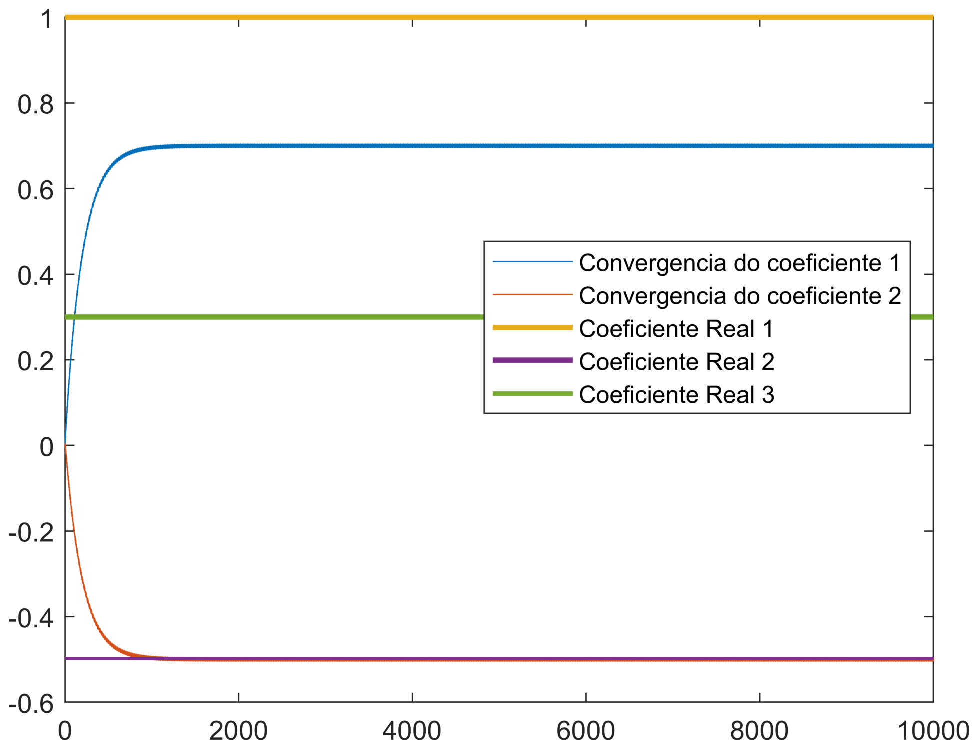

```
figure()
plot(erro)
hold on
plot(erro - v)
hold off
legend("erro", "erro - v")
```



Por algum motivo a resposta do filtro adaptativo ficou melhor do que a anterior quando H só tinha 2 coefs.

Temos que pensar porque isso acontece.

```
figure()
plot(W')
hold on
plot([0 N],[h(1) h(1)], 'LineWidth',2)
plot([0 N],[h(2) h(2)], 'LineWidth',2)
plot([0 N],[h(3) h(3)], 'LineWidth',2)
legend("Convergencia do coeficiente 1"...
    ,"Convergencia do coeficiente 2" ...
    ,"Coeficiente Real 1"...
    ,"Coeficiente Real 2" ...
    ,"Coeficiente Real 3")
set(legend,...
    'Position',[0.504166675288052 0.473412724588283 0.380357134235757 0.165476185934884]);
hold off
```



Nesta situação, o número de coeficientes do H_chapeu não igual ao de H, portanto os coeficientes de um não irão coincidir também, mesmo que a resposta para a frequencia omega0 seja igual.

Os coeficientes de convergência esperados para o filtro adaptativo H_chapeu são:

$$\hat{H}(e^{j\omega_0}) = H(e^{j\omega_0}) \Rightarrow W_0 + W_1 e^{-j\omega_0} = 1 \cdot e^{-0j\omega_0} - 0,5e^{-1j\omega_0} + 0,3e^{-2j\omega_0} \Rightarrow$$

$$W_0 + W_1 e^{-j\pi/2} = 1 - 0,5e^{-j\frac{\pi}{2}} + 0,3e^{-j\pi} \Rightarrow$$

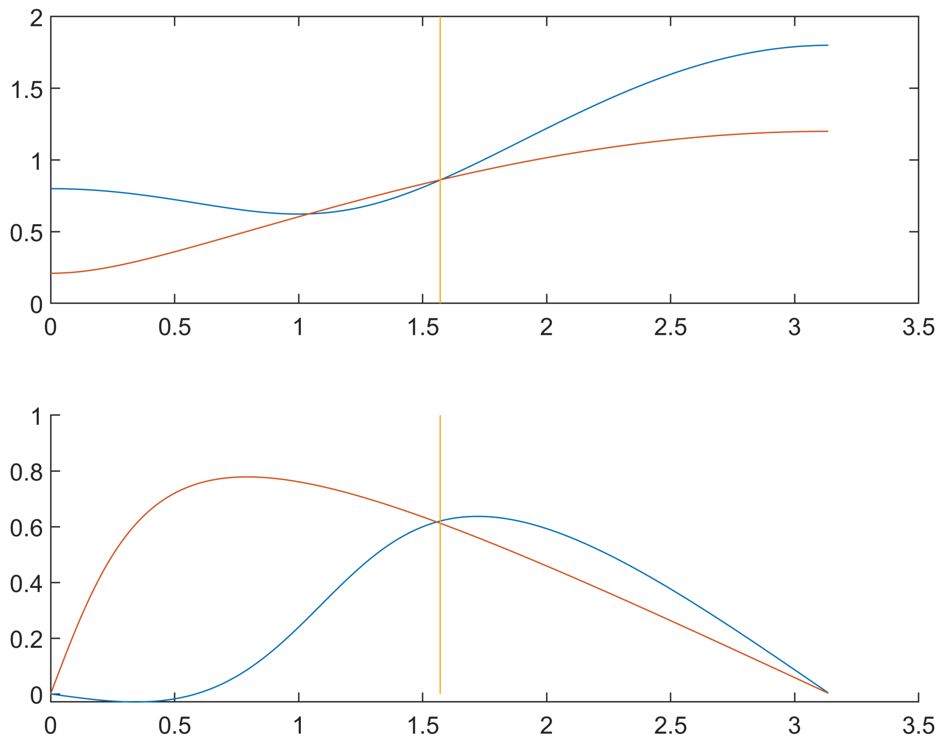
$$W_0 - jW_1 = 1 + j0,5 - 0,3 \Rightarrow W_0 - jW_1 = 0,7 + j0,5$$

$$\therefore \underline{W_0 = 0,7} \quad e \quad \underline{W_1 = -0,5}$$

5 - Ganho dos filtros H e W

```
[H, omeguinha] = freqz(h);
```

```
[Wzao, omeguinhaW] = freqz(W(:,end));

figure()
subplot(2,1,1)
plot(omeguinha, abs(H))
hold on
plot(omeguinhaW, abs(Wzao))
plot([omega0 omega0], [0 2])
hold off
subplot(2,1,2)
hold on
plot(omeguinha, angle(H))
plot(omeguinhaW, angle(Wzao))
plot([omega0 omega0], [0 1])
hold off
```

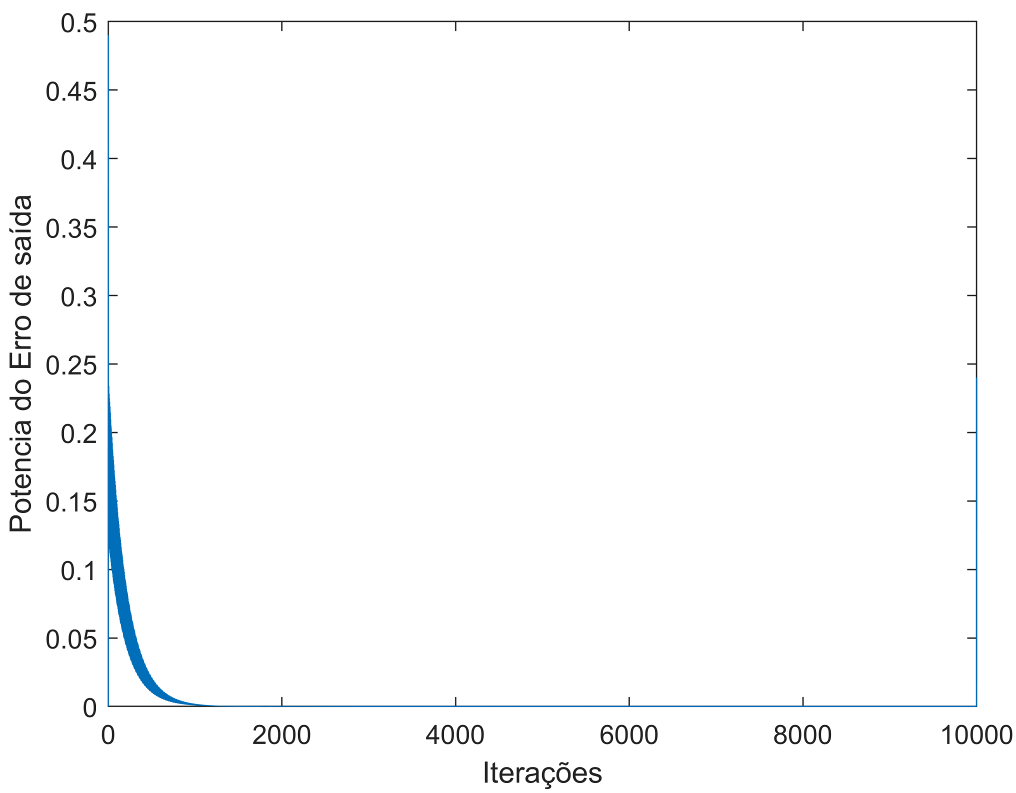


Mesmo que o filtro H_chapeu não tenda para o H real, ele consegue realizar a função de neutralizar o eco pois a resposta em frequência dos dois sistemas é muito próxima para a frequência de interesse.

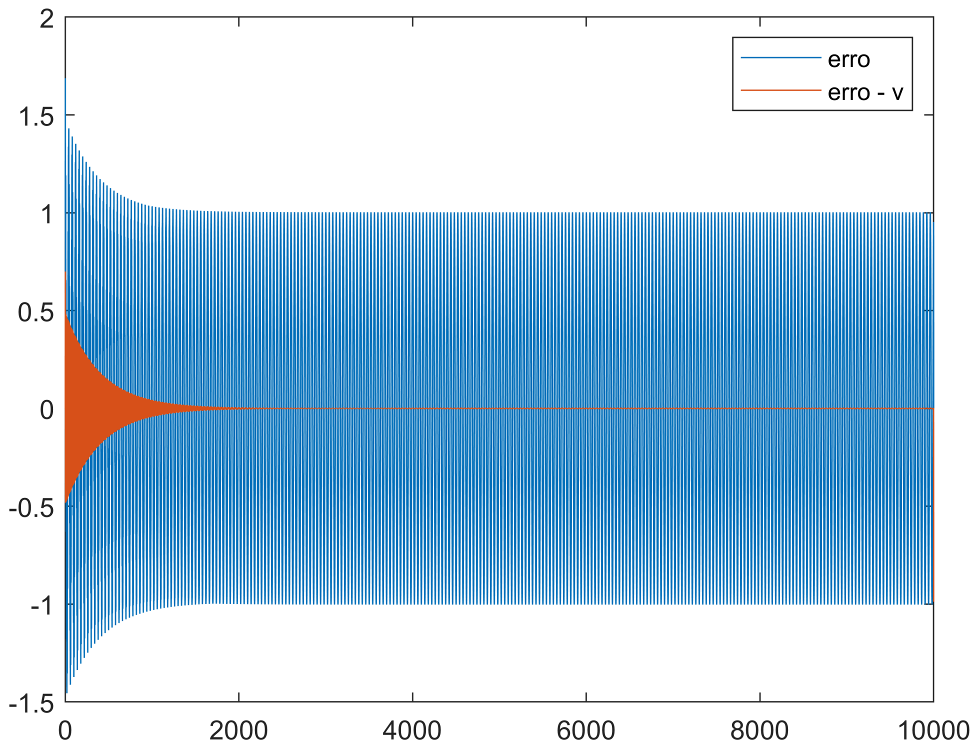
6 - Sinal x[n] modificado

```
omega0 = pi/2;
omega1 = pi/20;
N = 1e4;
n = (0:N-1);
```

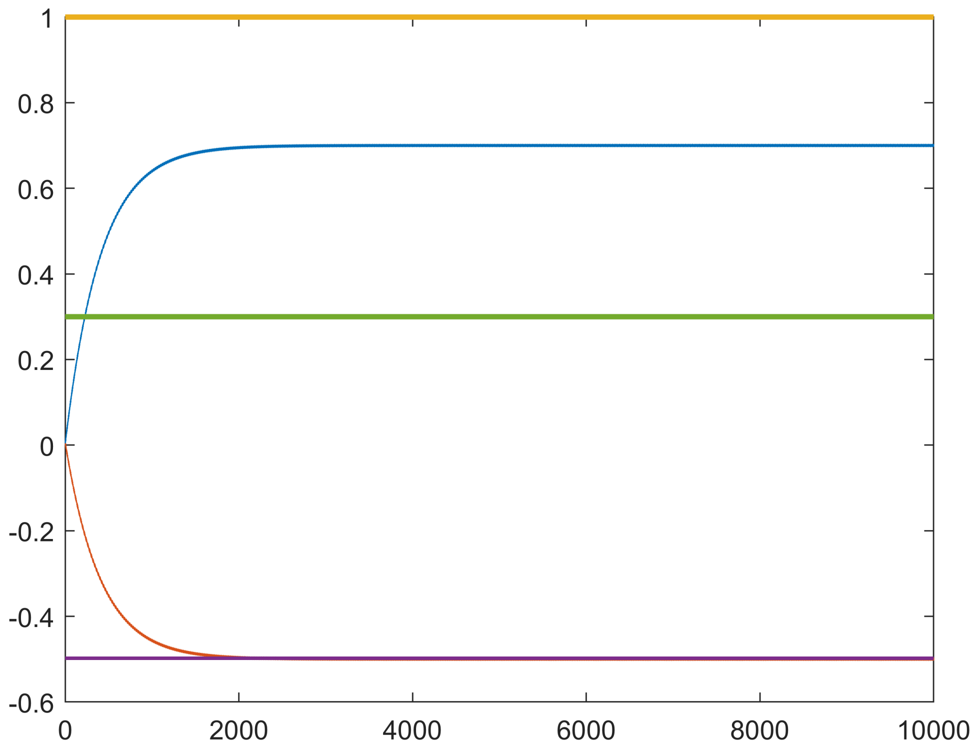
```
x = sin(omega0*n) + 0.3*sin(3*omega0*n);
v = cos(omega1*n);
h = [1 -0.5 0.3];

y = filter(h,1,x);
d = y + v;

mu = 0.01;
M = 2;

[W, erro, y_chapeu] = lms(x, d, M, mu);

erroSaida = y - y_chapeu;
pot_erroSaida = erroSaida.*erroSaida;
figure()
plot(pot_erroSaida);
ylabel("Potencia do Erro de saída")
xlabel("Iterações")
```



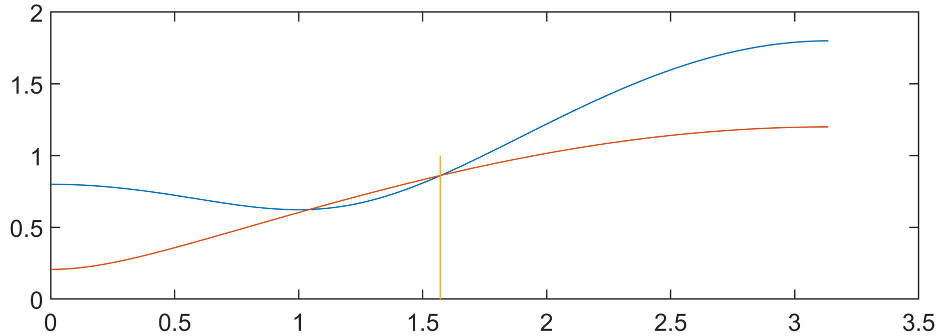

```
figure()
plot(erro)
hold on
plot(erro - v)
hold off
legend("erro", "erro - v")
```

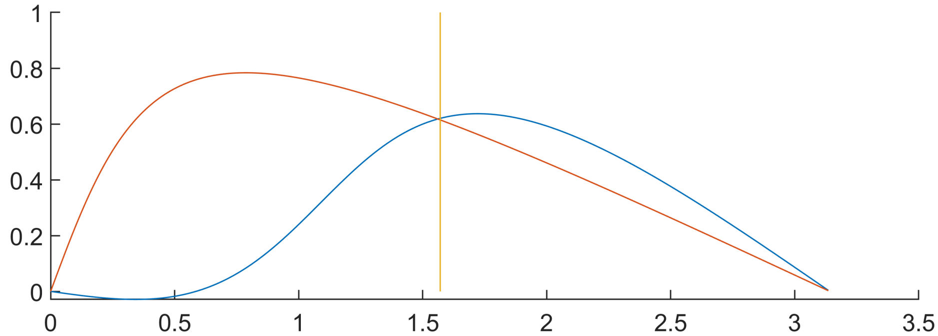



```
figure()
plot(W')
hold on
plot([0 N],[h(1) h(1)], 'LineWidth',2)
plot([0 N],[h(2) h(2)], 'LineWidth',2)
plot([0 N],[h(3) h(3)], 'LineWidth',2)
hold off
```




```
[H, omeguinha] = freqz(h);
[Wzao, omeguinhaW] = freqz(W(:,end));

figure()
subplot(2,1,1)
plot(omeguinha, abs(H))
hold on
plot(omeguinhaW, abs(Wzao))
plot([omega0 omega0], [0 1])
hold off
subplot(2,1,2)
hold on
plot(omeguinha, angle(H))
plot(omeguinhaW, angle(Wzao))
plot([omega0 omega0], [0 1])
hold off
```





A resposta nesta situação é idêntica à resposta vista no caso anterior pois no tempo discreto

a frequência 3*omega0 rebate para a frequência omega0 (para omega0 = pi/2),

então o sistema enxerga apenas uma harmonica,

que é omega0 = pi/2.