PSI-3531 Processamento de Sinais Aplicado
25/03/2022 - Magno T. M. Silva

Experiência 1 – Filtros Adaptativos

Observações:

1. Este exercício consiste em usar filtros adaptativos em três aplicações: eliminação de interferências, equalização de canais de comunicação e cancelamento de eco acústico.

2. Este exercício deve ser resolvido em duplas ou individualmente. A cópia, se detectada, acarretará em nota zero para todas as partes envolvidas. Além de entregar o relatório contendo todos os gráficos e comentários solicitados, entregar também os programas usados na resolução do exercício.

Dados necessários para a realização do exercício

Antes de dar início à resolução do exercício, extraia todos os arquivos de Dados_Exp1.zip no seu diretório. Arquivos .mat poderão ser lidos com o comando `load`.

1 Eliminação de Interferências

Considere o diagrama da Figura 1, para o qual valem as seguintes definições:

- $s(n)$ é o sinal que se deseja medir, após eliminada a interferência. Assuma que $s(n)$ é um ruído branco, gaussiano, de média nula e variância $\sigma_s^2 = 0{,}01$;

- a interferência que se deseja eliminar é dada por $x(n) = \mathrm{sen}(2\pi n/10 + \pi/6 + \phi_v)$, sendo ϕ_v uma variável aleatória distribuída uniformemente entre 0 e 2π;

- $u(n)$ é um sinal correlacionado com a interferência e dado por $u(n) = 5\mathrm{sen}(2\pi n/10 + \phi_u)$ com $\phi_u = \phi_v$;

- $d(n) = s(n) + x(n)$ é a resposta desejada para o filtro adaptativo;

- $e(n) = d(n) - y(n)$ é o erro de estimação.

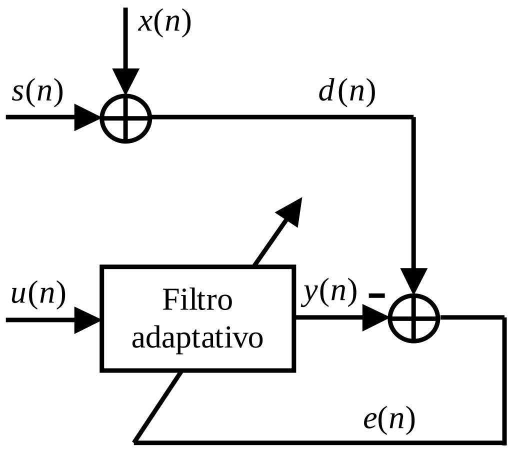

Figura 1: Filtragem adaptativa para eliminação de interferências

Assumindo que o filtro adaptativo tenha $M = 2$ coeficientes, pede-se

a) Utilize a identidade $\text{sen}(a)\text{sen}(b) = \frac{1}{2}\cos(a-b) - \frac{1}{2}\cos(a+b)$ para obter a matriz $\mathbf{R} = \mathrm{E}\{\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^T(n)\}$ de autocorrelação da entrada e o vetor $\mathbf{p} = \mathrm{E}\{\mathbf{u}(n)d(n)\}$ de correlação cruzada entre a entrada e o sinal desejado. Calcule:

   - o vetor de coeficientes ótimos $\mathbf{w}_\mathrm{o} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{p}$;
   - o erro quadrático médio mínimo $J_{\min} = \sigma_d^2 - \mathbf{p}^T\mathbf{w}_\mathrm{o}$, justificando a relação entre $J_{\min}$ e σ_s^2; e
   - a resposta em frequência do filtro ótimo na frequência da interferência e compare com $x(n)$ e $u(n)$.

b) Com a matriz $\mathbf{R}$ e a função `eig.m` do Matlab, calcule a faixa de valores do passo de adaptação μ que garante a convergência do algoritmo *Steepest Descent*.

c) Aplique o algoritmo LMS com $\mu = 0{,}03$ e $N = 500$ iterações. Neste caso, pede-se

   - observe inicialmente os sinais de entrada $u(n)$, de erro $e(n)$ e $s(n)$ em gráficos na mesma escala;
   - compare os coeficientes do filtro adaptativo com os coeficientes ótimos calculados no item a), fazendo um gráfico dos coeficientes ao longo das iterações;
   - trace as curvas de nível da superfície de erro e sobre elas, a trajetória dos coeficientes;
   - trace a curva do erro quadrático $e^2(n)$ em dB.

d) Determine experimentalmente o valor máximo de μ para convergência do algoritmo LMS e compare-o com o valor calculado no item b) para o algoritmo *Steepest Descent*.

e) Obtenha uma aproximação para $J(n) = \mathrm{E}\{e^2(n)\}$ considerando uma média de 500 realizações de $e^2(n)$. Note que em cada realização, um novo valor de ϕ e um novo $s(n)$ devem ser considerados. Pede-se:

   - obtenha graficamente o valor do MSE em regime;
   - a partir do valor do MSE experimental e do $J_{\min}$ calculado no item a), estime o valor experimental do EMSE;
   - calcule o valor teórico do EMSE e compare com o valor experimental.

f) Repita o item e) para $\mu = 0{,}01$ e $\mu = 0{,}05$. Trace num mesmo gráfico as curvas de $J(n)$ em dB para $\mu = 0{,}01$, $\mu = 0{,}03$ e $\mu = 0{,}05$ e verifique o compromisso entre velocidade de convergência e erro quadrático médio.

2 Equalização Adaptativa

O diagrama de blocos da Figura 2 representa um modelo simplificado de um sistema de comunicação. O transmissor emite um sinal binário $a(n) = \pm 1$, assumido i.i.d. (independente e identicamente distribuído). Esse sinal passa por um canal de comunicação modelado pelo filtro FIR

$$H(z) = h_1 + h_2 z^{-1} + h_3 z^{-2}$$

sendo $h_k = 0{,}5[1 + \cos(2\pi(k-2)/q)]$, $k = 1{,}2{,}3$ e por ruído aditivo, branco e gaussiano (AWGN - *additive white Gaussian noise*), denotado por $\eta(n)$ com média zero e variância σ_η^2. O sinal $u(n)$ chega ao receptor que contém um equalizador adaptativo, cujo papel é diminuir a interferência intersimbólica introduzida pelo canal. Cabe observar que $a(n)$ e $\eta(n)$ são não correlacionados. Lembre também que, como o sinal transmitido é i.i.d., $a(n)$ e $a(n+k)$ são não correlacionados para $k \neq 0$.

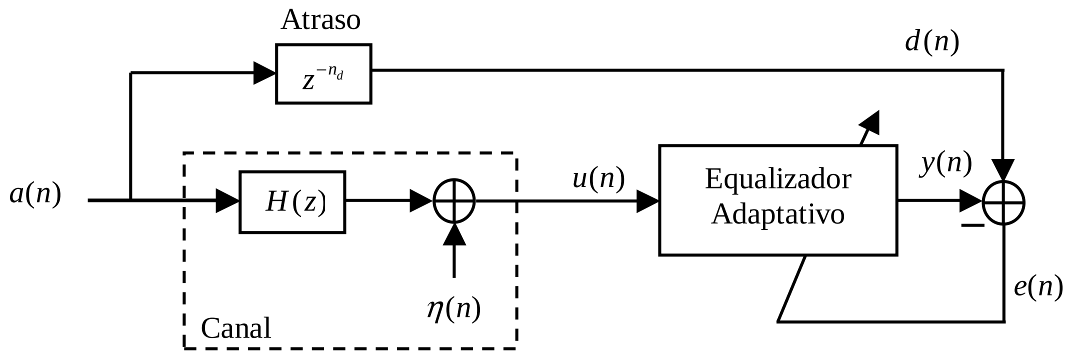

Figura 2: Diagrama de blocos de um sistema de comunicação simplificado.

Considerando um equalizador adaptativo de ordem 10 ($M = 11$ coeficientes) e sabendo que $\sigma_\eta^2 = 0{,}001$, pede-se:

a) Calcule os elementos não nulos da matriz de autocorrelação e seus autovalores máximo e mínimo para $q = 2{,}9,\ 3{,}1,\ 3{,}3$ e $3{,}5$, preenchendo a Tabela 1.

q	2,9	3,1	3,3	3,5
$r_u(0)$				
$r_u(1)$				
$r_u(2)$				
λ_{max}				
λ_{min}				
$\lambda_{max}/\lambda_{min}$				

Tabela 1

b) Determine o atraso n_d para que seja considerada a influência de um mesmo número de símbolos antes e depois do símbolo que se deseja detectar corretamente. Em outras palavras, determine o atraso que deve ser utilizado na Figura 2 para que a resposta ao pulso unitário do equalizador seja simétrica.

d) Aplique os algoritmos LMS e NLMS no equalizador da Figura 2. Considere $M = 11$, $q = 2{,}9$, $\sigma_\eta^2 = 0{,}001$, $\mu = 0{,}075$ (para o LMS), 500 iterações e n_d obtido no item b). Trace as curvas de erro quadrático médio (MSE) em dB dos algoritmos, considerando uma média de conjunto de 100 experiências. Para o NLMS, use um passo de adaptação para que o MSE em regime atinja aproximadamente o mesmo patamar do obtido pelo LMS e considere $\delta = 10^{-5}$.

e) Repita o item d) para os demais valores de q da Tabela 1. Trace em um único gráfico as quatro curvas do erro quadrático médio em dB do algoritmo LMS. Faça o mesmo para o algoritmo NLMS.

f) Compare os algoritmos LMS e NLMS, levado em conta a velocidade de convergência e o comportamento em regime para os diferentes valores de q.

3 Cancelamento de Eco Acústico

Considere o diagrama de blocos da Figura 3, onde:

- $x(n)$ representa amostras de um sinal de voz;
- $v(n)$ é ruído branco gaussiano de média nula e variância σ_v^2;

- $d(n)$ é a soma do eco (obtido a partir da filtragem do sinal de voz pela resposta ao pulso unitário do ambiente) com o ruído $v(n)$, ou seja: $d(n) = x(n) * h(n) + v(n)$ sendo $h(n)$ a resposta ao pulso unitário do ambiente;

- $e(n)$ é o erro definido como $e(n) = d(n) - y(n)$.

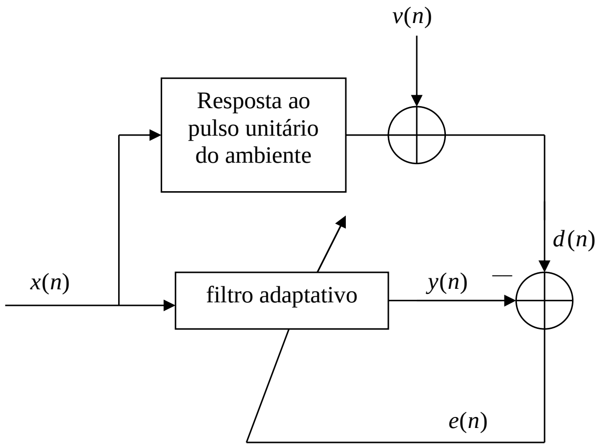

Figura 3: Diagrama de blocos de um cancelador de eco acústico.

Para que o cancelador de eco acústico tenha um desempenho satisfatório é necessário que o número de coeficientes do filtro adaptativo satisfaça a seguinte inequação:

$$MT_a > \tau$$

sendo M o número de coeficientes do filtro adaptativo, T_a o período de amostragem do sinal de voz e τ o maior atraso do eco.

Uma curva bastante útil quando se trabalha com cancelamento de eco é a curva ERLE (*echo return loss enhancement*) que mostra a redução de eco em dBs:

$$\text{ERLE}(n) = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{E}\{d^2(n)\}}{\text{E}\{e^2(n)\}} \right).$$

Na solução dos itens a), b) e c) considere o sinal de voz locutor.wav e a resposta ao pulso unitário ri.mat.

a) Obtenha o sinal de eco, filtrando o sinal de voz pela resposta ao pulso unitário e adicionando a este resultado um ruído branco gaussiano de média zero com desvio padrão $\sigma_v = 10^{-4}$. Trace em um mesmo gráfico os sinais $x(n)$ e $d(n)$ com cores diferentes, além disso ouça-os usando a função sound do MatLab.
Dica: Para ler um sinal .wav no MatLab, use a função wavread.m ou audioread.m (em versões mais recentes) e para carregar um arquivo .mat use a função load.

b) Aplique o algoritmo NLMS com $\mu = 0{,}1$, $\delta = 10^{-5}$ e $M = 256$. Ouça os sinais $e(n)$ e $d(n)$. Trace a curva ERLE para este caso usando a função erle.m fornecida no Moodle. Considere que são usados blocos de $N_w = 1024$ amostras dos sinais $e(n)$ e $d(n)$ para estimar cada ponto da curva de ERLE.

c) *Double Talk*. Suponha agora que em vez de ruído, $v(n)$ seja um outro sinal de voz (eng.wav) não correlacionado com $x(n)$. Utilize então o algoritmo NLMS com $\mu = 0{,}5$, $\delta = 10^{-5}$ e $M = 256$, para cancelar o eco do sinal de voz (locutor.wav) presente no sinal $d(n)$. Ouça os sinais $e(n)$ e $d(n)$. Explique os resultados obtidos.