

Laboratorio 3

Profesor: Carlos Castro
Integrantes: Giorgio Pellizzari y Gabriel Valenzuela

Diciembre 2017

1 Pregunta 1:

A continuación se procede a mostrar la red de precedencia a partir de los datos de la tabla 1:

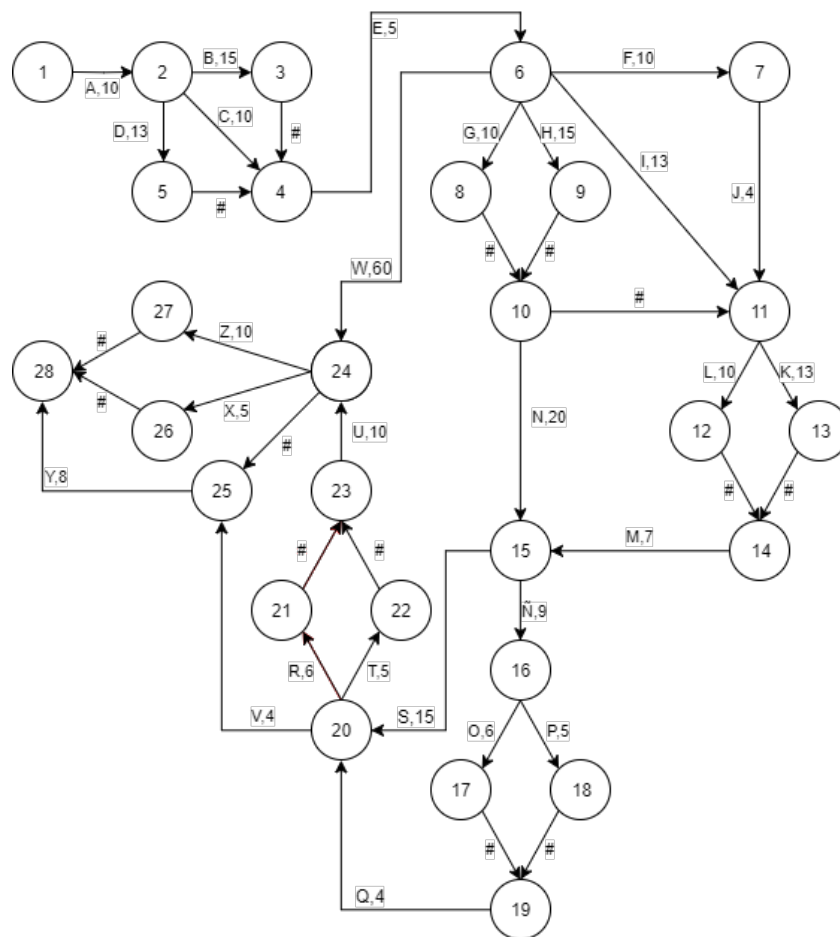


Figure 1: Red de precedencia. Las actividades # son actividades de tiempo nulo.



A continuación se presenta una tabla con los tiempos más tempranos y tardíos para cada actividad:

Act.	E min	E max	L min	L max
A	0	10	0	10
B	10	25	10	25
C	10	20	15	25
D	10	23	12	25
E	25	30	25	30
F	30	40	31	41
G	30	40	35	45
H	30	45	30	45
I	30	43	32	45
J	40	44	41	45
K	45	58	45	58
L	45	55	48	58
M	58	65	58	65
N	45	65	45	65
Ñ	65	74	65	74
O	74	80	74	80
P	74	79	75	80
Q	80	84	80	84
R	84	90	84	90
S	65	80	69	84
T	84	89	85	90
U	90	100	90	100
V	84	88	98	102
W	30	90	40	100
X	100	105	105	110
Y	100	108	102	110
Z	100	110	100	110

Se encontraron dos rutas críticas y se plasman a continuación:

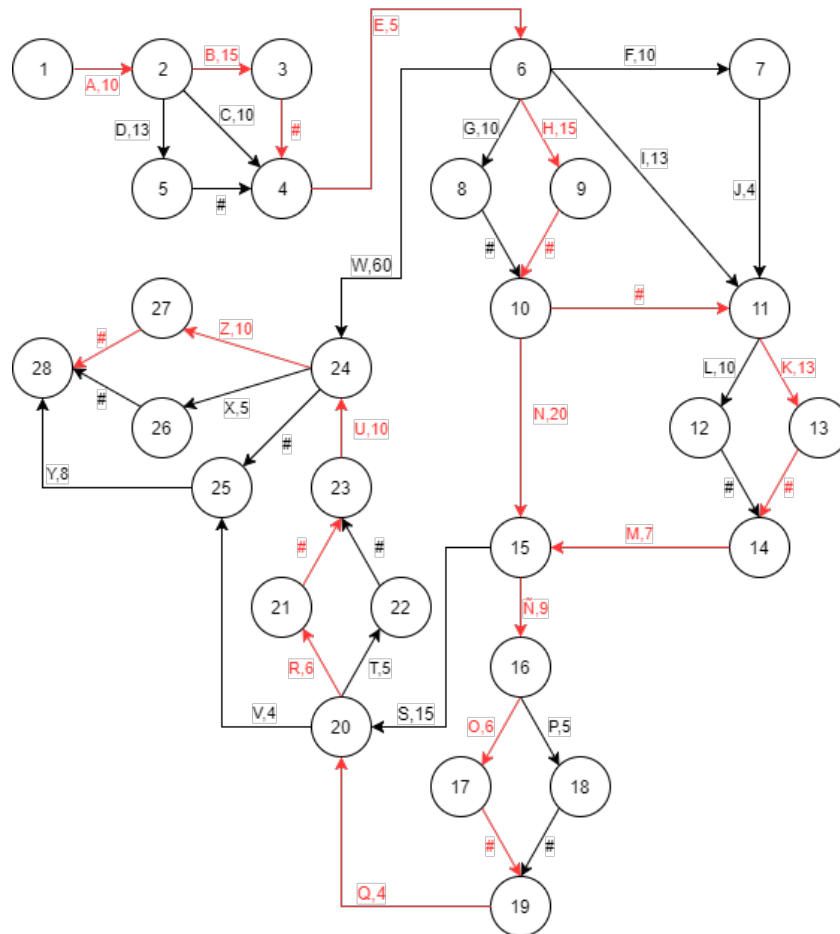


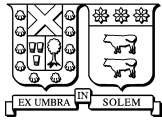
Figure 2: Red donde se destaca la ruta crítica.

Las actividades relacionadas a las rutas críticas encontradas son:

$$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow K \rightarrow M \rightarrow \tilde{N} \rightarrow O \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow U \rightarrow Z$$

$$A \rightarrow B \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow N \rightarrow \tilde{N} \rightarrow O \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow U \rightarrow Z$$

El tiempo total de la atención de los empleados es de 110[*min*].



2 Pregunta 2:

Ahora se busca que la duración se reduzca en 12 minutos, es decir que el tiempo total sea de 98[*min*]. El modelo de programación lineal de *crashing* para este proyecto se puede plantear de la siguiente manera:

- Variables:

x_i : instante de ocurrencia del nodo i ; $\forall i = 1, \dots, 28$

y_j : cantidad de tiempo a disminuir la actividad j ; $\forall j = A, \dots, Z$

- Función objetivo:

$$\min z = 3y_A + 1y_B + 5y_D + 1y_H + 4y_I + 6y_K + 2y_M + 3y_N + 8y_{\tilde{N}} + 1y_O + 3y_R + 2y_S + 8y_U + 15y_W + 2y_Y + 5y_Z$$

- Restricciones:

- Inicio y fin de proyecto:

$$x_1 = 0$$

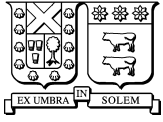
$$x_{28} \leq 98$$

- Relaciones de precedencia entre las actividades que pueden ser aceleradas:

$x_2 \geq x_1 + 10 - y_A$	$x_{16} \geq x_{15} + 9 - y_{\tilde{N}}$
$x_3 \geq x_2 + 15 - y_B$	$x_{17} \geq x_{16} + 6 - y_O$
$x_5 \geq x_2 + 13 - y_D$	$x_{21} \geq x_{20} + 6 - y_R$
$x_9 \geq x_6 + 15 - y_H$	$x_{20} \geq x_{15} + 15 - y_S$
$x_{11} \geq x_6 + 13 - y_I$	$x_{24} \geq x_{23} + 10 - y_U$
$x_{13} \geq x_{11} + 13 - y_K$	$x_{24} \geq x_6 + 60 - y_W$
$x_{15} \geq x_{14} + 7 - y_M$	$x_{28} \geq x_{25} + 8 - y_Y$
$x_{15} \geq x_{10} + 20 - y_N$	$x_{27} \geq x_{24} + 10 - y_Z$

- Relaciones de precedencia entre las demás actividades:

$x_4 \geq x_2 + 10$	$x_{12} \geq x_{11} + 10$
$x_6 \geq x_4 + 5$	$x_{18} \geq x_{16} + 5$
$x_7 \geq x_6 + 10$	$x_{20} \geq x_{19} + 4$
$x_8 \geq x_6 + 10$	$x_{22} \geq x_{20} + 5$
$x_{11} \geq x_7 + 4$	$x_{25} \geq x_{20} + 4$
	$x_{26} \geq x_{24} + 5$



– Relaciones de precedencia entre actividades fantasmas:

$x_4 \geq x_3$	$x_{11} \geq x_{10}$	$x_{23} \geq x_{21}$
$x_4 \geq x_5$	$x_{14} \geq x_{12}$	$x_{23} \geq x_{22}$
$x_{10} \geq x_8$	$x_{14} \geq x_{13}$	$x_{25} \geq x_{24}$
$x_{10} \geq x_9$	$x_{19} \geq x_{17}$	$x_{28} \geq x_{26}$
	$x_{19} \geq x_{18}$	$x_{28} \geq x_{27}$

– Cantidades máximas a disminuir:

$y_A \leq 2$	$y_K \leq 3$	$y_S \leq 4$
$y_B \leq 3$	$y_M \leq 2$	$y_U \leq 2$
$y_D \leq 1$	$y_N \leq 10$	$y_W \leq 5$
$y_H \leq 5$	$y_{\bar{N}} \leq 1$	$y_Y \leq 3$
$y_I \leq 2$	$y_O \leq 2$	$y_Z \leq 2$
	$y_R \leq 1$	

– No negatividad:

$$x_i, y_j \geq 0; \forall i = 1, \dots, 28; \forall j = A, \dots, Z$$



Para comenzar a acelerar las actividades, se debe seleccionar aquella que sea crítica y que posea el menor costo unitario. Esta condición la cumplen 3 actividades, siendo las B, H y O. Primero se acelerará a B, que será aumentado en 3 unidades a modo de resumen (ya que se mantiene en la ruta crítica en las dos primeras aceleraciones). Luego de esto, se suma un costo de 3 y los nuevos tiempos quedan de la siguiente forma:

Act.	E min	E max	L min	L max
A	0	10	0	10
B	10	22	11	23
C	10	20	13	23
D	10	23	10	23
E	23	28	23	28
F	28	38	29	39
G	28	38	33	43
H	28	43	28	43
I	28	41	30	43
J	38	42	39	43
K	43	56	43	56
L	43	53	46	56
M	56	63	56	63
N	43	63	43	63
\tilde{N}	63	72	63	72
O	72	78	72	78
P	72	77	73	78
Q	78	82	78	82
R	82	88	82	88
S	63	78	67	82
T	82	87	83	88
U	88	98	88	98
V	82	86	96	100
W	28	88	38	98
X	98	103	103	108
Y	98	106	100	108
Z	98	108	98	108

Se logra apreciar que luego de esta optimización, la actividad D pasa a ser parte de la ruta crítica y que la actividad B deja de ser parte de esta. Luego, la ruta se ve de la siguiente forma:

$$A \longrightarrow D \longrightarrow E \longrightarrow H \longrightarrow K \longrightarrow M \longrightarrow \tilde{N} \longrightarrow O \longrightarrow Q \longrightarrow R \longrightarrow U \longrightarrow Z$$

$$A \longrightarrow D \longrightarrow E \longrightarrow H \longrightarrow N \longrightarrow \tilde{N} \longrightarrow O \longrightarrow Q \longrightarrow R \longrightarrow U \longrightarrow Z$$



Para ahorrar espacio, las iteraciones se pueden resumir como lo siguiente:

Actividad	Aceleración	Costo
A	2	6
B	3	3
C	0	0
D	1	5
E	0	0
F	0	0
G	0	0
H	3	3
I	0	0
J	0	0
K	0	0
L	0	0
M	2	4
N	0	0
\tilde{N}	0	0
O	1	1
P	0	0
Q	0	0
R	1	3
S	0	0
T	0	0
U	0	0
V	0	0
W	0	0
X	0	0
Y	0	0
Z	2	10



Finalmente, se obtiene un costo de 35[\$] para acelerar en 12 unidades. La nueva red y ruta crítica es la siguiente:

Act.	E min	E max	L min	L max
A	0	8	0	8
B	8	20	8	20
C	8	18	10	20
D	8	20	8	20
E	20	25	20	25
F	25	35	25	35
G	25	35	29	39
H	25	37	27	39
I	25	38	26	39
J	35	39	35	39
K	39	52	39	52
L	39	49	42	52
M	52	57	52	57
N	37	57	37	57
\tilde{N}	57	66	57	66
O	66	71	66	71
P	66	71	66	71
Q	71	75	71	75
R	75	80	75	80
S	57	72	60	75
T	75	80	75	80
U	80	90	80	90
V	75	79	86	90
W	25	85	30	90
X	90	95	93	98
Y	90	98	90	98
Z	90	98	90	98

$$Rutacritica = A - B - D - E - F - J - K - M - N - \tilde{N} - O - P - Q - R - T - U - Y - Z$$