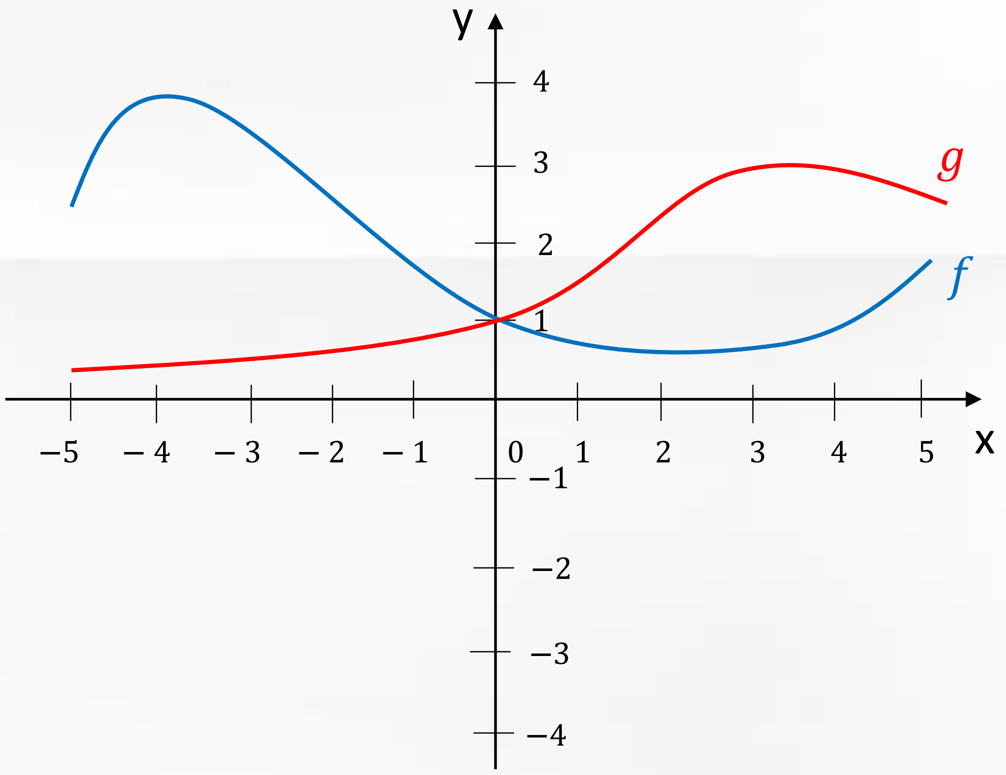
MATEMÁTICA I
SECCIÓN: U7

CLASE N° 12

- ►**Inecuaciones.**
- ►**Inecuaciones con valor absoluto.**

▶ INECUACIONES

Observemos la siguiente gráfica de las funciones f y g



$f(1) < g(1)$ $\quad$ $f(-1) > g(-1)$

$f(3) < g(3)$ $\quad$ $f(-3) > g(-3)$

$f(0) = g(0)$

Si $x \in (1,4) \Rightarrow f(x) < g(x)$

Si $x \in [0,2) \Rightarrow f(x) \leq g(x)$

Si $x \in [-3,-1) \Rightarrow f(x) > g(x)$

Si $x \in [-3,0] \Rightarrow f(x) \geq g(x)$

$f(x) > g(x) \Rightarrow x \in [-5,0)$ Solución de una inecuación

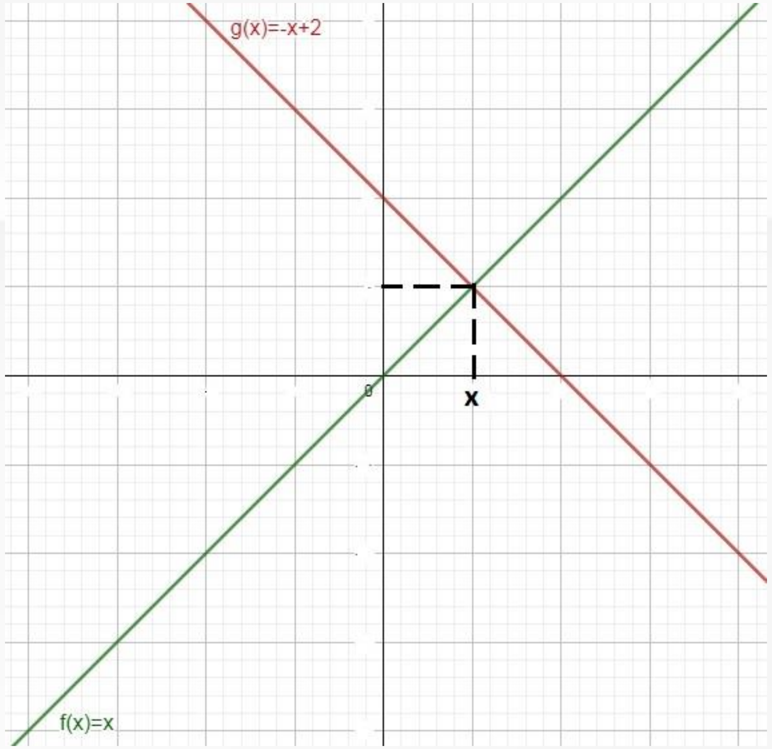
$f(x) < g(x) \Rightarrow x \in (0,5]$ Solución de una inecuación

$f(x) = g(x) \Rightarrow x = 0$ Solución de una ecuación

► INECUACIONES

1. Resolver $x > -x + 2$

Solución:



Resolvemos la ecuación $x = -x + 2$

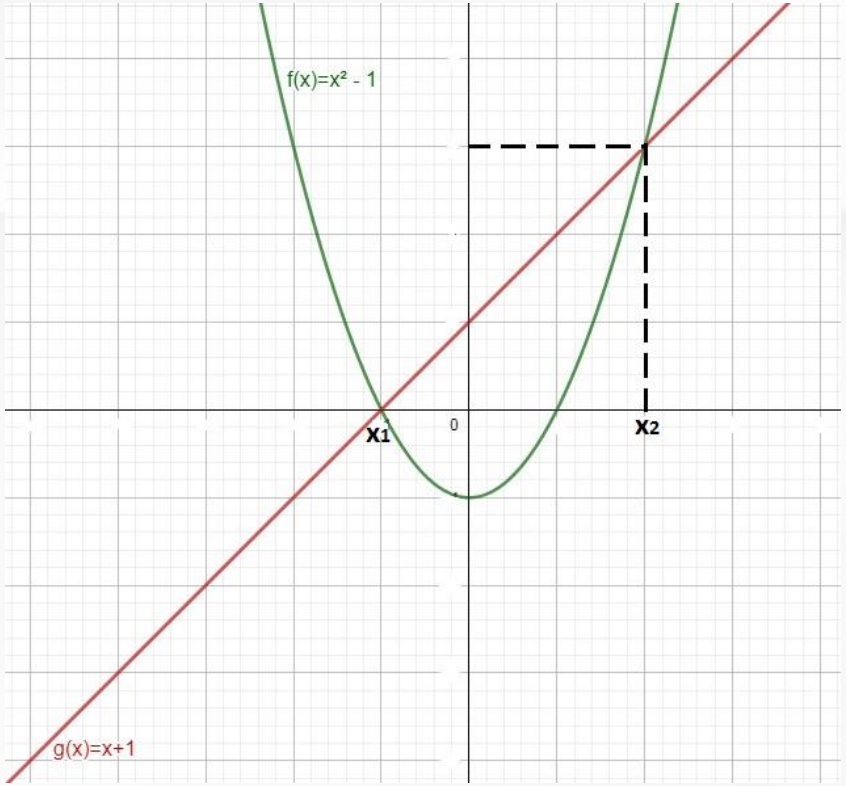
$$x = -x + 2$$
$$x + x = 2$$
$$2x = 2$$
$$x = \frac{2}{2}$$
$$x = 1$$

Solución: $x \in (1, \infty)$

► INECUACIONES

2. Resolver $x^2 - 1 \leq x + 1$

Solución:



Resolvemos la ecuación $x^2 - 1 = x + 1$

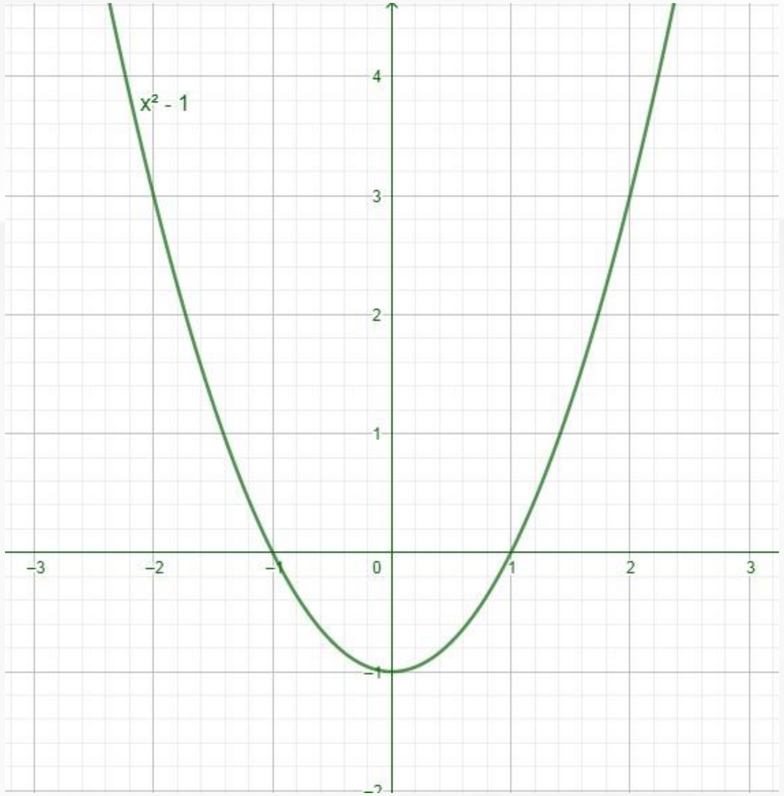
$$x^2 - 1 = x + 1$$
$$x^2 - 1 - x - 1 = 0$$
$$x^2 - x - 2 = 0$$
$$(x - 2)(x + 1) = 0$$
$$x_1 = -1 \text{ y } x_2 = 2$$

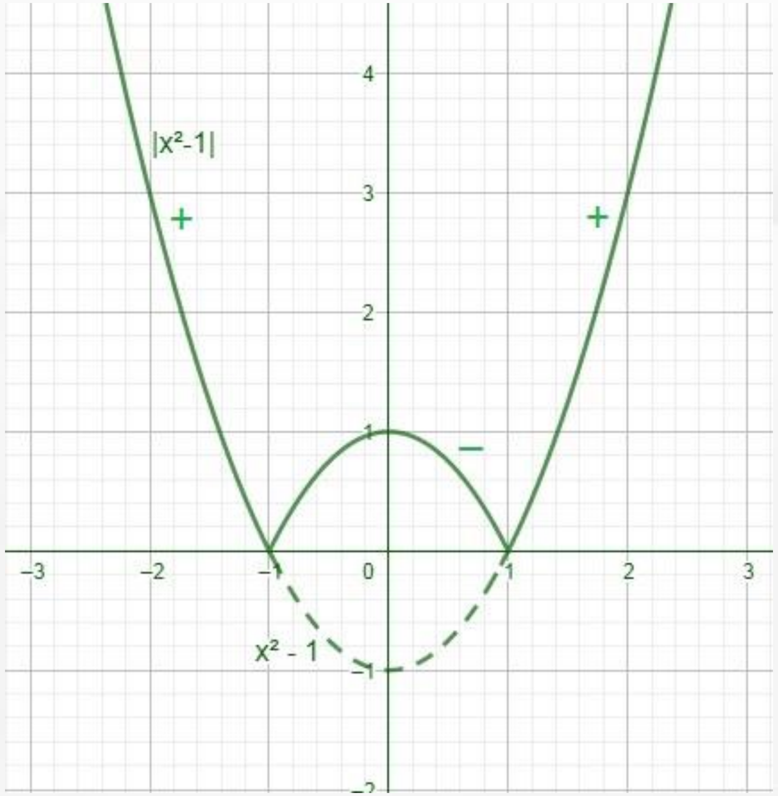
Solución: $x \in [-1,2]$

► INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

3. Resolver $|x^2 - 1| > x + 1$

Solución:

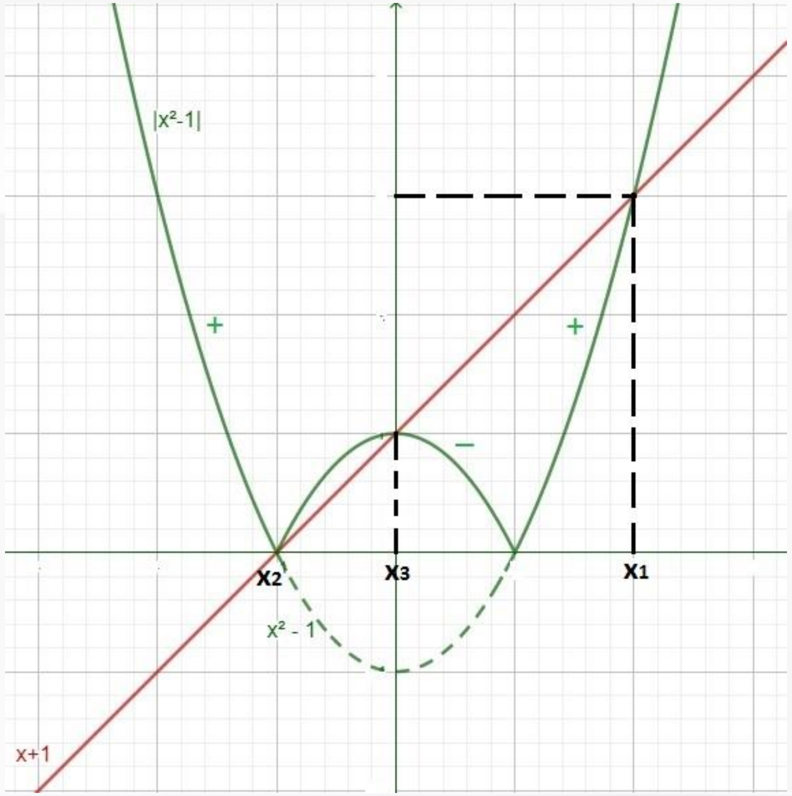




► INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Resolver $|x^2 - 1| > x + 1$

Solución:



Por definición de valor absoluto, sabemos que:

$$|x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 & si \quad x^2 - 1 \geq 0 \\ 1 - x^2 & si \quad x^2 - 1 < 0 \end{cases}$$

Las gráficas de las funciones $x + 1$ y $|x^2 - 1|$ se intersectan cuando $x^2 - 1 \geq 0$ y cuando $x^2 - 1 < 0$.

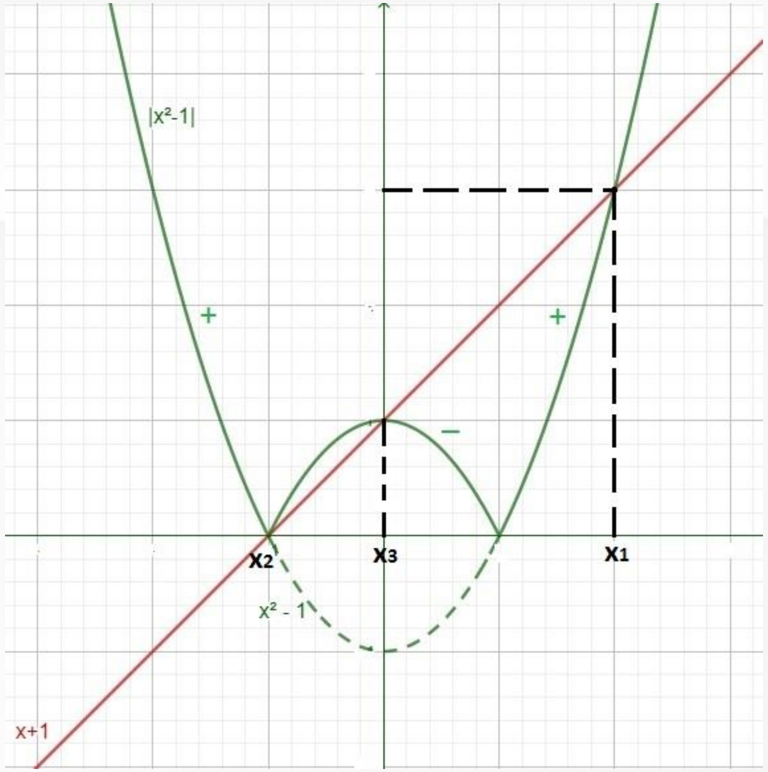
En consecuencia debemos estudiar 2 casos:

Caso 1: $x^2 - 1 = x + 1$
Caso 2: $1 - x^2 = x + 1$

► INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Resolver $|x^2 - 1| > x + 1$

Solución:



Caso 1:

Resolvemos la ecuación $x^2 - 1 = x + 1$

$x^2 - 1 - x - 1 = 0$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x - 2)(x + 1) = 0$

$x_1 = 2$ y $x_2 = -1$

Caso 2:

Resolvemos la ecuación $1 - x^2 = x + 1$

$1 - x^2 - x - 1 = 0$

$-x^2 - x = 0$

$-x(x + 1) = 0$

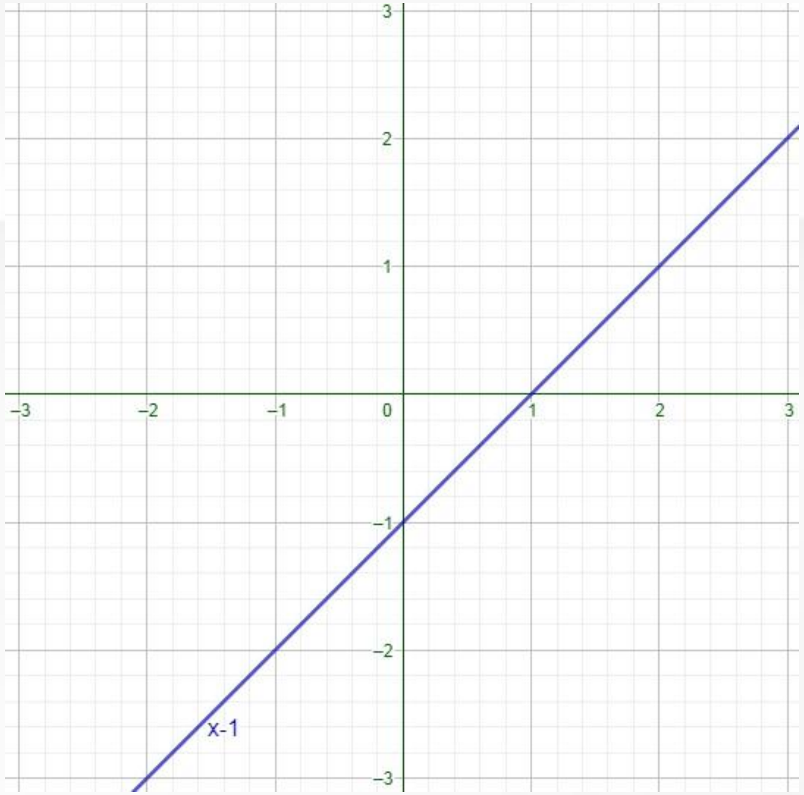
$-x = 0 \Rightarrow x_3 = 0$ ó $x_4 = -1$

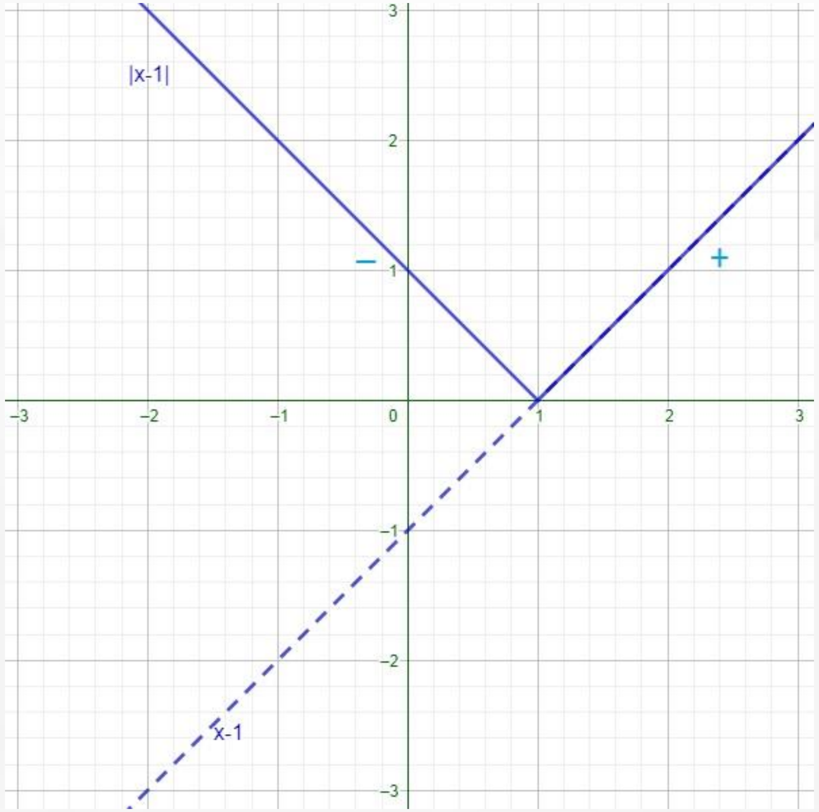
Solución: $(-\infty, -1) \cup (-1,0) \cup (2, \infty)$

► INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

4. Resolver $x < |x - 1|$

Solución:

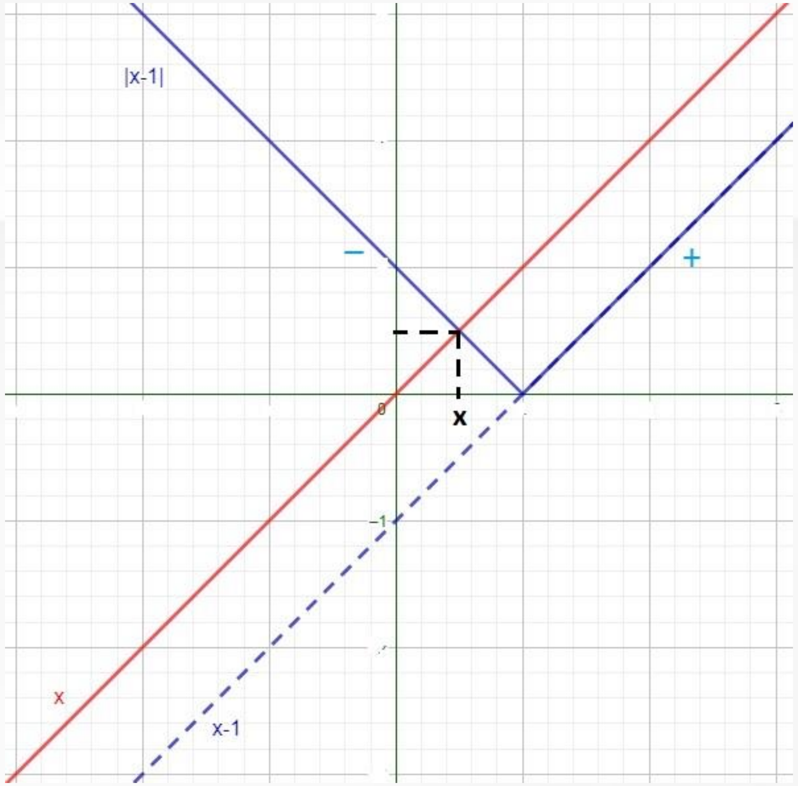




► INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Resolver $x < |x-1|$

Solución:



Por definición de valor absoluto, sabemos que:

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & si \quad x-1 \geq 0 \\ 1-x & si \quad x-1 < 0 \end{cases}$$

Las gráficas de las funciones x y $|x-1|$ se intersectan cuando $x-1<0$, por lo tanto sólo resolvemos la ecuación $x = 1-x$.

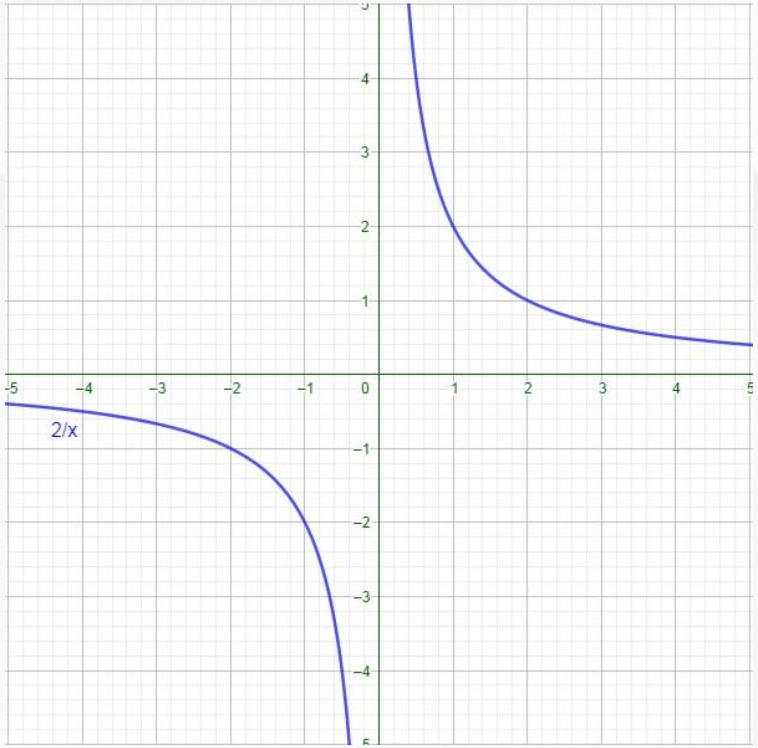
$$x = 1 - x$$
$$x + x = 1$$
$$2x = 1$$
$$x = \frac{1}{2}$$

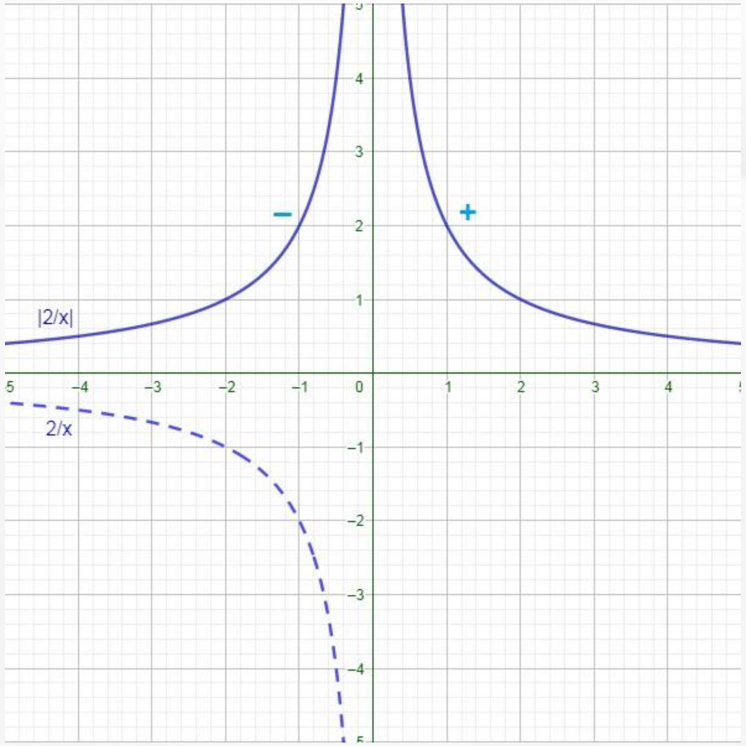
Solución: $x \in \left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$

► INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

5. Resolver $\left|\frac{2}{x}\right| > |x-1|$

Solución:

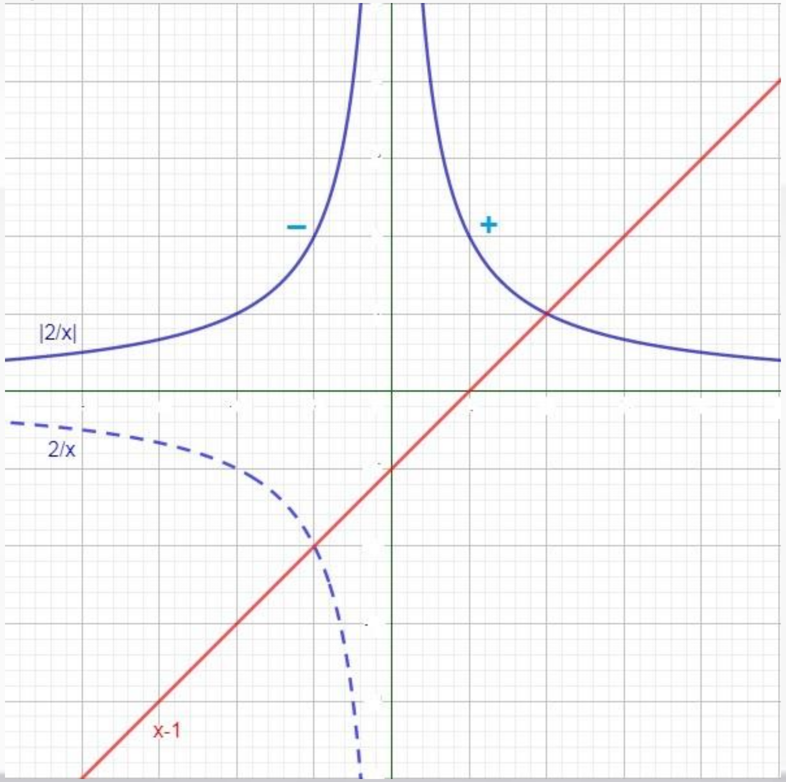


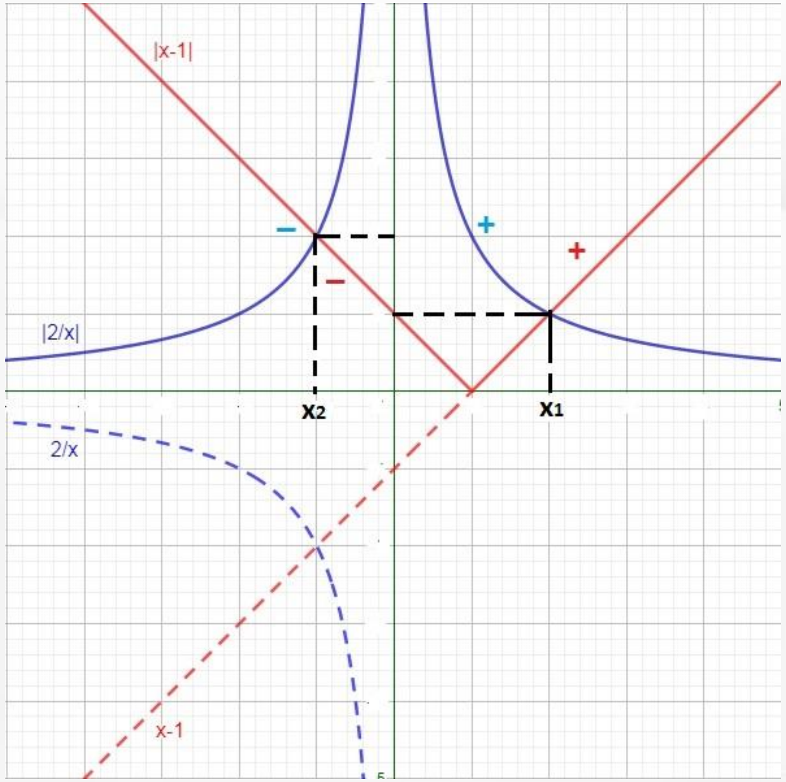


► INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Resolver $\left|\frac{2}{x}\right| > |x-1|$

Solución:

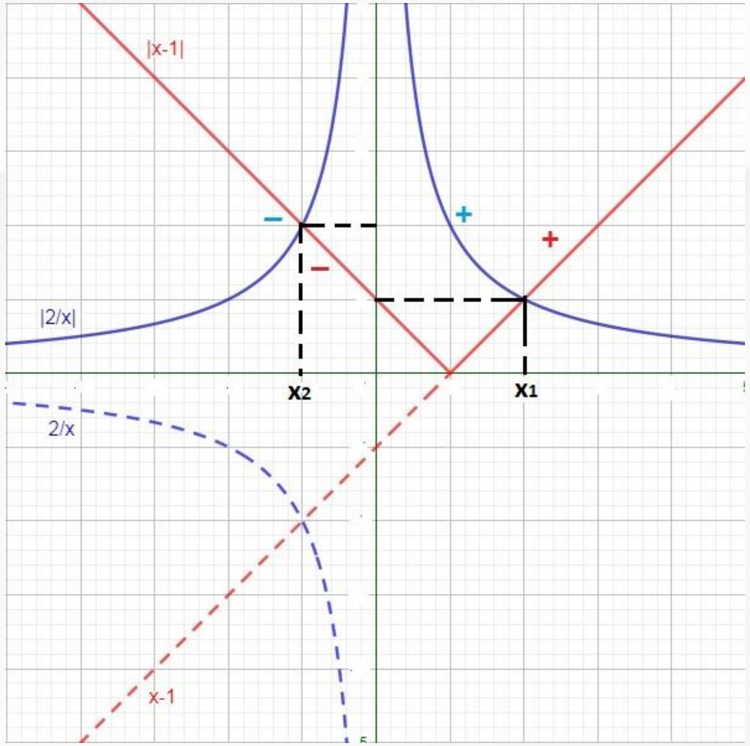




► INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Resolver $\left|\frac{2}{x}\right| > |x-1|$

Solución:



Por definición de valor absoluto, sabemos que:

$$\left|\frac{2}{x}\right| = \begin{cases} \frac{2}{x} & si \quad \frac{2}{x} \geq 0 \\ -\frac{2}{x} & si \quad \frac{2}{x} < 0 \end{cases}$$

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & si \quad x-1 \geq 0 \\ 1-x & si \quad x-1 < 0 \end{cases}$$

Las gráficas de las funciones $\left|\frac{2}{x}\right|$ y $|x-1|$ se intersectan cuando:

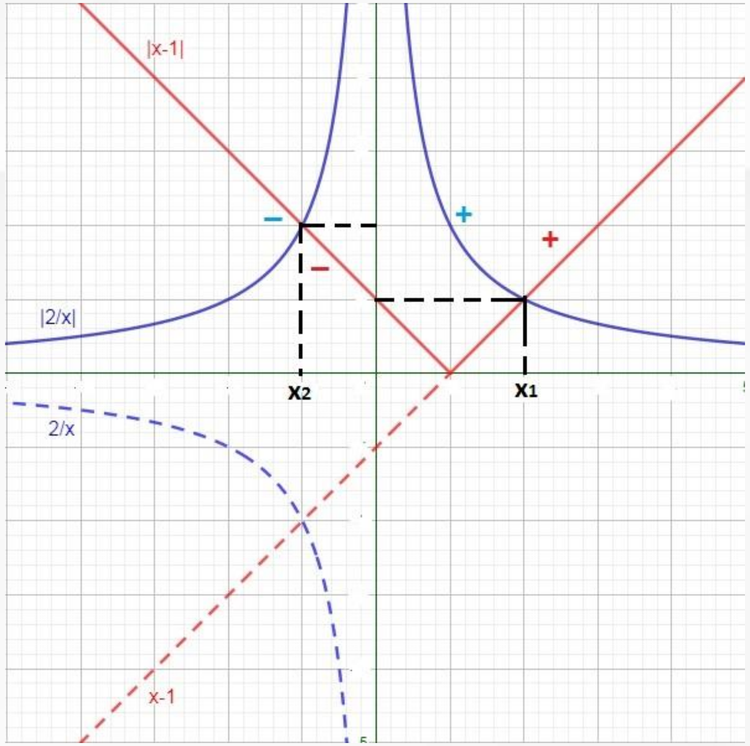
Caso 1: $\frac{2}{x} > 0$ y $x-1 > 0$.

Caso 2: $\frac{2}{x} < 0$ y $x-1 < 0$.

► INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Resolver $\left|\frac{2}{x}\right| > |x-1|$

Solución:



Del **Caso 1** $\left(\frac{2}{x} > 0 \text{ y } x-1>0\right)$, toca resolver la ecuación $\frac{2}{x} = x-1$

Del **Caso 2** $\left(\frac{2}{x} < 0 \text{ y } x-1<0\right)$, toca resolver la ecuación $-\frac{2}{x} = 1-x$

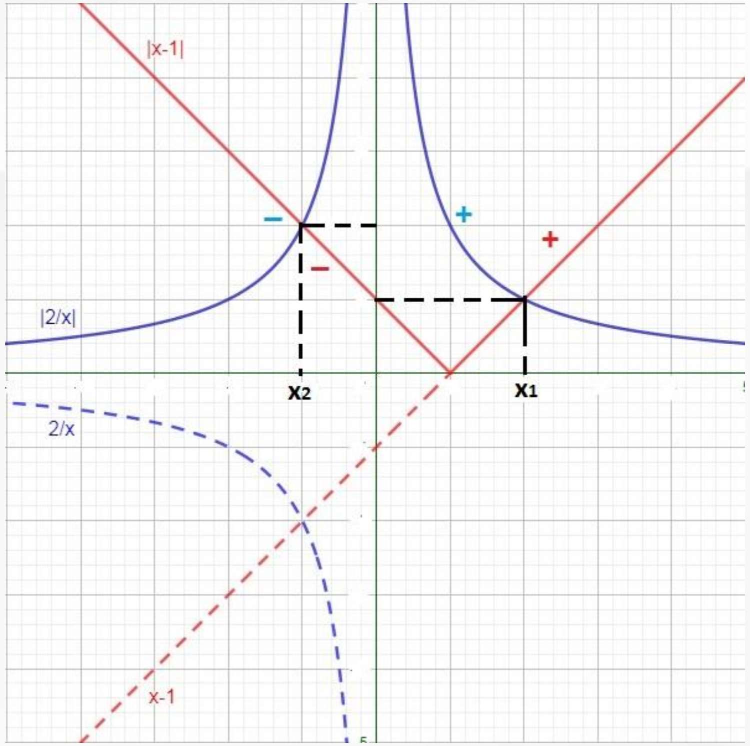
Sin embargo, ambas ecuaciones son equivalentes, por lo tanto basta resolver una de ellas, en consecuencia, resolvemos la ecuación

$$\frac{2}{x} = x-1$$

► INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Resolver $\left|\frac{2}{x}\right| > |x-1|$

Solución:



$$\frac{2}{x} = x - 1$$

$$2 = x^2 - x$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

Si $x - 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_1 = 2$

Si $x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_2 = -1$

Solución: $x \in (-1{,}0) \cup (0{,}2)$

► INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

- ✓ Realizar las actividades del libro Métodos de graficación, desde la página 7-1 hasta la página 7-5 y desde la página 7-7 hasta la página 7-13 (**No trabajar los ejercicios de resolución aproximada de inecuaciones utilizando la calculadora**).