Ayudantía 3 - Mat043

4 de octubre de 2021

Probabilidad Condicional

Para dos eventos A,B la probabilidad condicional a que A ocurra dado que B ha ocurrido se define como:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Regla de Bayes

Si $\{E_i\}_i^k$ es una partición de Ω, entonces:

$$P(E_i|A) = \frac{P(A|E_i)P(E_i)}{\sum_{i=1}^{k} P(A|E_i) \cdot P(E_i)}$$

Paltas Premium (recargado con bayes)

Considerando que se tienen paltas premium y ordinarias, si el 60 % de las paltas de premium pesan 250gr y que el 35 % de las ordinarias pesan 250gr.
Si se tiene una caja de paltas en la cual $1/3$ son premium y $2/3$ son ordinarias.

- ¿Cuál es la probabilidad de que una palta de la caja sea de exportación?
- ¿Cuál es la probabilidad de que no pese 250gr?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea premium si se sabe que pesa 250gr?

Podemos generar la siguiente partición:

- P = {paltas premium }
- W = { paltas de peso 250gr}

entonces, la partición $A_1 = P \cap W$, $A_2 = P^c \cap W$, $A_3 = P \cap W^c$, $A_4 = P^c \cap W^c$, son todos conjuntos disjuntos y se tiene que $\cup_i A_i = \Omega$ el espacio muestral.
Luego utilizando la regla de bayes y la definición de probabilidad condicional se pueden calcular las probabilidades respectivas.

Considerar que se tiene 3 proveedores de un producto, A,B y C. Según sus especificaciones, la probabilidad de falla de los productos del proveedor A es de 0.1; del proveedor B 0.2 y del proveedor C 0.3. Si se hace una compra, en la cual el 60 % se encarga al proveedor A, el 10 % al proveedor B y el 30 % al C.

- Al escoger un producto al azar, ¿cuál es la probabilidad de que presente falla?
- Ahora, si se escoge uno que presenta falla, ¿cuál es la probabilidad de que provenga del A, B y C?

En este caso, se puede utilizar la misma partición anterior, pero en vez de ser 4 conjuntos se generarían 6 conjuntos disjuntos que cubren el espacio.

Jugando cacho

Considerando una partida de cacho, si comenzando, se tienen 5 dados de 6 caras, usted le dice al jugador de la derecha *"3 trenes"*, y le responde : *"Picao"*. Es decir, se invierte el orden de la partida pero usted puede dudar su jugada. Considerando que para realizar la maniobra se requiere tener exactamente 2 aces ¿ Cuál es la probabilidad de que el jugador tenga exactamente los 2 aces en su mano ?

Combinatoria

El número de combinaciones de n objetos distintos, seleccionando k a la vez es:

$$C_{n,k} := \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

En este caso, se tiene que la probabilidad de obtener 2 aces exactos es igual independiente del orden, es decir, obtener 1-1-x-x-x tiene la misma probabilidad de ocurrencia que 1-x-x-x-1, esta probabilidad sería

$$P(1-x-x-x-1) = \frac{1}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{5}{6}\frac{1}{6} = \frac{1^2 5^3}{6^5}$$

, donde 6^5 son todas las combinaciones posibles, pues definiendo $D_6 = \{1,2,3,4,5,6\}$, se tiene que las combinaciones para n dados sería $D_6^n = \{1,2,3,4,5,6\}^n$ donde $|D_6^n| = 6^n$.
Luego, se pueden combinar estas probabilidades tomando 2 elementos a la vez considerando 5 datos distintos, entonces tenemos que

$$P(obtener\ 2\ aces\ exactos) = C_{5,2}\frac{1^2 5^4}{6^5}$$

¿Dudar, calzar o subir?

Considerando que usted tiene 5 dados, y hay 2 jugadores adicionales. Cada uno de ellos tiene 3 dados. Usted comienza una ronda como 2 quintas (5), 1 az, 1 cuatro y 1 seis. Si usted le dice al jugador siguiente: *"3 quintas"* y el jugador sube la apuesta a 4 quintas,y además el siguiente sube a 6 quintas. Considerando que los aces también cuentan como una quinta:

- ¿Cuál es la probabilidad de que se hayan menos de 6 quintas? (dudar)
- ¿Cuál es la probabilidad de que hayan exactamente 6 quintas?(calzar)
- ¿Cuál es la probabilidad de que haya más de 6 quintas?(subir)

Considerar que usted conoce 5 dados, por lo tanto hay 6 dados desconocidos.
Luego, considerando una estrategia en la cual asumimos que si el jugador sube la apuesta es porque a lo menos tiene uno de esos dados. ¿Cómo cambian las probabilidades utilizando esta estrategia?
Considerando el ejemplo anterior, se puede extrapolar la formulación a este contexto, considerando que la probabilidad ahora considera los 1s y 5s como casos favorables, entonces la probabilidad en 6 dados sería $B - M - M - B - B - M$ considerando B favorable y M no favorable, donde cada uno es independiente del anterior entonces la probabilidad sería $2^3 4^3/6^6$, entonces para N dados, considerando que 2 números (1 y 5) son favorables, se tiene que

$$P(obtener\ \ k\ \ favorables) = C_{N,k}\frac{2^k 4^{N-k}}{6^N}$$