Ayudantía 4 - Mat044

6 de octubre de 2021

Probabilidad Condicional

Para dos eventos A,B la probabilidad condicional a que A ocurra dado que B ha ocurrido se define como:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Probabilidad Total

Considerando $\{E_i\}_i^k$ una partición de Ω. Entoces para cualquier evento A se tiene que

$$P(A) = \sum_{i=1}^{k} P(A|E_i)P(E_i)$$

($\sum_i P(E_i) = 1$ es la probabilidad total, entonces se realiza una suma ponderada por su probabilidad de ocurrencia.)

Regla de Bayes

Si $\{E_i\}_i^k$ es una partición de Ω, entonces:

$$P(E_i|A) = \frac{P(A|E_i)P(E_i)}{\sum_{i=1}^{k} P(A|E_i) \cdot P(E_i)}$$

Paltas Premium (recargado con bayes)

Considerando que se tienen paltas premium y ordinarias, si el 60 % de las paltas de premium pesan 250gr y que el 35 % de las ordinarias pesan 250gr.

Si se tiene una caja de paltas en la cual 1/3 son premium y 2/3 son ordinarias.

- ¿Cuál es la probabilidad de que una palta de la caja sea premium?
- ¿Cuál es la probabilidad de que no pese 250gr?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea premium si se sabe que pesa 250gr?

Podemos generar la siguiente partición:

- P = {paltas premium }
- W = { paltas de peso 250gr}

entonces, la partición $A_1 = P \cap W$, $A_2 = P^c \cap W$, $A_3 = P \cap W^c$, $A_4 = P^c \cap W^c$, son todos conjuntos disjuntos y se tiene que $\cup_i A_i = \Omega$ el espacio muestral.
Luego utilizando la regla de bayes y la definición de probabilidad condicional se pueden calcular las probabilidades respectivas.

Considerar que se tiene 3 proveedores de un producto, A,B y C. Según sus especificaciones, la probabilidad de falla de los productos del proveedor A es de 0.1; del proveedor B 0.2 y del proveedor C 0.3. Si se hace una compra, en la cual el 60 % se encarga al proveedor A, el 10 % al proveedor B y el 30 % al C.

- Al escoger un producto al azar, ¿cuál es la probabilidad de que presente falla?
- Ahora, si se escoge uno que presenta falla, ¿cuál es la probabilidad de que provenga del A, B y C?

En este caso, se puede utilizar la misma partición anterior, pero en vez de ser 4 conjuntos se generarían 6 conjuntos disjuntos que cubren el espacio.

Variables aleatorias discretas

$X : \Omega \to \mathbb{R}$ una v.a. diremos que es discreta si $Rec(X)$ es discreto.

1) $P(X = k) \geq 0 \; \forall k \in \mathbb{R}$
2) $\sum_{k \in \mathbb{R}} P(X = k) = 1$
3) $P(X \in B) = \sum_{k \in B} P(X = k)$

Considerando un dado cargado de 6 caras, la v.a. sería el número del dado, entonces $x \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ donde su función de probabildad está dada por

$$p(x) = c \cdot 0{,}7^{x} \cdot 0{,}3^{6-x}, \; x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

- Calcular c
- Realizar una tabla para la funcón de probabilidad y su distribución F.
- Calcular $P(x \in \{2, 3, 4\})$ y $P(x > 2)$

Considerando la función $p : X \to \mathbb{R}$ como:

$$p(x) = \begin{cases} a/3 & si\ x = -1 \\ 5/9 & si\ x = 2 \\ a/3 & si\ x = 3 \\ a^2 & si\ x = 4 \\ a/3 & si\ x = 7 \\ 0 & e.o.c. \end{cases}$$

Donde $X = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Encontrar el valor de a para que p sea una función de probabilidad y obtener $F_X(x) = P(X \leq x)$ su función de distribución.

Luego, calcular los siguientes

- $E[x]$
- $V[x]$
- $P(x > 3)$
- $P(x > 2|x \geq 1)$