Medidas de riesgo y umbrales sostenibles

Gabriel Vergara Schifferli

21 Diciembre 2021

Modelos para considerar en umbrales sostenibles para la gestión de riesgo en portafolios de crypto activos.

Agenda

1. Medidas de riesgo y ”buenas propiedades”
2. Sistema dinámico
3. Viabilidad y umbrales sostenibles

Medidas de Riesgo

algunos papers de interés

- Artzner et al. 1999
- Gneinting 2011
- Fissler y Ziegel 2016

Artzner et al. 1999

Riesgo:

- *cambio de valor en un periodo*
- relacionado con el *valor futuro* de una posición, producto de cambios en el mercado o más generalmente de eventos inciertos.

Un acercamiento inicial de una medida de riesgo sería si el valor futuro de un activo está o no en algún conjunto de riesgo aceptable decidido por algún supervisor *e.g.*

- Regulador
- Aseguradora
- Administrador

donde siempre existe un trade-off entre la severidad de una medida de riesgo y el nivel de actividades en un marco supervisado.

Para un riesgo inaceptable es necesario tomar medidas correctivas que gestionen el riesgo y sea *aceptable.*

Considerando

- Periodo de inversión: $[0, T]$
- Portafolio inicial: compuesto por posiciones $A_i, \ 1 \leq i \leq I$

Artzner et al. 1999 le denomina riesgo al valor futuro neto $\sum A_i(T)$, con $A(T)$ el valor en tiempo T del activo generalizando a reestructuraciones del portafolio durante el periodo de inversión.

Más generalmente, se le denomina el riesgo de una estrategia durante un periodo en particular.

"Axiomas" sobre Conjuntos de Aceptación

1. Ω, el conjunto de todos los estados de la naturaleza.
2. $\mathcal{G}$ el conjunto de todos los riesgos, de todas las funciones en Ω.
   L_+ el cono de elementos positivos y L_- de elementos negativos de $\mathcal{G}$.
3. A_j $j \in J$ el conjunto de valores finales, aceptados por el regulador/supervisor j.
4. $\mathcal{A} = \cap_J A_j$

   Axioma 1: $L_+ \subset \mathcal{A}$

   Axioma 2: $\mathcal{A} \cap L_{--} = \emptyset$, $L_{--} = \{X \mid \forall w \in \Omega, X(w) < 0\}$

   Axioma 2': $\mathcal{A} \cap L_- = \{0\}$.

   Axioma 3: $\mathcal{A}$ es convexo.

   Axioma 4: $\mathcal{A}$ es un cono positivamente homogéneo.

El conjunto de aceptación (de valores futuros) son elementos iniciales para determinar aceptación o rechazo de un riesgo.

Medida de riesgo

Definición (Medida de riesgo)
Una medida de riesgo es un mapeo de $\mathcal{G}$ hacia $\mathbb{R}$.

El objetivo es cuantificar cuan cerca o lejos se está del conjunto de aceptación.

Si una medida de riesgo ρ sobre un "riesgo" X , considerando $\rho(X)$ positivo

- se puede interpretar como la mínima cantidad extra de capital que se debe añadir a la posición riesgosa X e invertir *"prudentemente"*

Medida de riesgo respecto a un conjunto de aceptación:
Dado una tasa libre de riesgo, la medida de riesgo asociada a un conjunto de aceptación $\mathcal{A}$: $\rho_{\mathcal{A},r}$

$$\rho_{\mathcal{A},r} = \inf\{m | m \cdot r + X \in \mathcal{A}\}$$

el activo libre de riesgo tiene precio inicial 1 y precio final r $\forall w \in \Omega$ en tiempo T.

Conjunto de aceptación respecto a una medida de riesgo:
El conjunto de aceptación $\mathcal{A}_\rho$ respecto a una medida de riesgo ρ:

$$\mathcal{A}_\rho = \{X \in \mathcal{G} | \rho(X) \leq 0\}$$

"Axiomas" de medidas de riesgo

1. Invaranza bajo traslación: $\forall X \in \mathcal{G}, \alpha \in \mathbb{R}$: $\rho(X + \alpha \cdot r) = \rho(X) - \alpha$.
   De esto se tiene que $\rho(X + \rho(X)r) = 0$
2. Subaditividad: $\rho(X_1 + X_2) \leq \rho(X_1) + \rho(X_2)$
3. Positivamente Homogeneo: $\forall \lambda \geq 0$ $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$
   Considernado restricciones de liquidez se puede relajar a $\rho(\lambda X) \leq \lambda \rho(X)$
4. Monoticidad: si $X \leq Y$ se tiene que $\rho(X) \leq \rho(Y)$
   con $X \leq Y := P(X \geq x) \geq P(Y \geq x)$

Medidas de riesgo del tipo

$$\rho(X) = -E(X) + \alpha\sqrt{V(X)} \text{ con } \alpha \geq 0$$

con la "semivarianza" $\rho(X) = -E(X) + \sigma([X - E(X)]^-)$

son monótonas.

Medidas de riesgo con estas 4 propiedades son Coherentes

Propiepdades sobre Cuantiles

Cuantil:
Dado $\alpha \in (0,1)$, el número q es el $\alpha-$cuantil de la v.a. X bajo da distribución de probabilidad P si una de las siguientes propiedades se satisface:

1. $P(X \leq q) \geq \alpha \geq P(X < q)$
2. $P(X \leq q) \geq$ y $P(X \geq q) \geq 1 - \alpha$
3. $F_X(q) \geq \alpha$ y $F_X(-q) \leq \alpha$ con $F_X(-q) = \lim_{x \to q^-} F(x)$

$$q_\alpha = \inf\{x|P(X \leq x) = F_X(x) \geq \alpha\} \iff \sup\{x|F(x) \leq \alpha\}$$

se puede definir: $VaR_\alpha = -\inf\{x|F(x) \geq \alpha\}$

Subaditividad

Considerando dos posiciones X, Y tales que $\mathbf{1}^T(X,Y) \sim N(0, \mathbf{1}^T\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{1})$, se tiene que

$$X + Y \sim N(0, \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 2\rho\sigma_x\sigma_y)$$

donde $\sigma_x^2 = V(X)$ y $corr(X,Y) = cov(X,Y)/(\sigma_x\sigma_y) = \rho$ entonces

$$\begin{aligned} q_\alpha(X) &= \sigma_x\Phi^{-1}(\alpha), q_\alpha(Y) = \sigma_y\Phi^{-1}(\alpha) \\ q_\alpha(X+Y) &= \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 2\rho\sigma_x\sigma_y}\Phi^{-1}(\alpha) \end{aligned}$$

luego si $\rho > 0$ se tiene que $\sigma_{x+y} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 2\rho\sigma_x\sigma_y} \geq \sigma_x + \sigma_y$

entonces,

$$VaR_\alpha(X+Y) \leq VaR_\alpha(X) + VaR_\alpha(Y) \iff -\sigma_{x+y}\Phi^{-1}(\alpha) \leq -(\sigma_x + \sigma_y)\Phi^{-1}(\alpha)$$

ssi $\Phi^{-1}(\alpha) \geq 0 \iff \alpha \geq 0.5$

Más generalmente, si lo consideramos como medidas de riesgo a los retornos de una combinación de activos donde,

$-w^T x \sim N(-w^T\mu, w^T\Sigma w)$ o $-w^T x \sim t(\nu, -w^T\mu, w^T\Sigma w)$ se tienen formulas cerradas:

- $VaR_\alpha = \mu + \sigma\Phi^{-1}(\alpha)$
- $ES_\alpha = \mu + \sigma\frac{\psi(\Phi^{-1}(\alpha))}{1-\alpha}$

- $VaR_\alpha = \mu + \sigma t_\nu^{-1}(\alpha)$
- $ES_\alpha = \mu + \sigma\frac{f_\nu(t_\nu^{-1}(\alpha))}{1-\alpha}\left(\frac{\nu+(t_\nu^{-1}(\alpha))^2}{\nu-1}\right)$

Se introduce una estructura de teoría de decisión para la evaluación de predicciones puntuales.

Se tiene el *dominio de observación* $\mathbf{O} \in \mathbb{R}^d$

Equipado con la $\sigma-$álgebra de Borel $\mathcal{O}$

Se identifica una medida de probabilidad de Borel P en $(\mathbf{O}, \mathcal{O})$ con CDF $F_P : \mathbf{O} \to [0,1]$ definida como $F_P(x) := P((-\infty, x] \cap \mathbf{O})$

donde $(\infty, x] = (\infty, x_1] \times \cdots \times (\infty, x_d]$ para $x \in \mathbb{R}^d$

Sea $\mathcal{F}$ la clase de funciones de distribución en $(\mathbf{O}, \mathcal{O})$. Luego, para algún $k \geq 1$ se tiene el *dominio de acción* $\mathbf{A} \subset \mathbb{R}^k$, para acortar la notación se escribe $F \in \mathcal{F}$ para una CDF y se omite el espacio de medida.

Consistencia y Elicitabildiad

Sea $T : \mathcal{F} \to \mathbf{A}$ un funcional, luego, una función $\mathbf{a} : \mathbf{O} \to \mathbb{R}$ es $\mathcal{F}-$integrable si es $F-$integrable para toda $F \in \mathcal{F}$. Una función $g : \mathbf{A} \times \mathbf{O} \to \mathbb{R}$ es $\mathcal{F}-$integrable si $g(x, \cdot)$ lo es para cada $x \in \mathbf{A}$, entonces se introduce la notación

$$\bar{g} : \mathbf{A} \times \mathcal{F} \to \mathbb{R}, \quad (x, F) \mapsto \bar{g}(x, F) = \int g(x, y) dF(y).$$

Consistencia y elicitabilidad

Una función de scoring es una función $\mathcal{F}-$integrable $S : \mathbf{A} \times \mathbf{O} \to \mathbb{R}$.
Es $\mathcal{F}-$consistente para un funcional $T : \mathcal{F} \to \mathbf{A}$ si
$\bar{S}(T(F), F) \leq \bar{S}(x, F)\ \forall F \in \mathcal{F}, \forall x \in \mathbf{A}$.
La consistencia es estricta si $\bar{S}(T(F), F) = \bar{S}(x, F) \Rightarrow x = T(F)\ \forall F \in \mathcal{F}\ \forall x \in \mathbf{A}$.
Luego, un funcional $T : \mathcal{F} \to \mathbb{R}^k$ es k-elicitable si existe función de scoring estrictamente consistente para T.

Función de identificación

Una función de identificación es una función $\mathcal{F}-$integrable $V : \mathbf{A} \times \mathbf{O} \to \mathbb{R}^k$, para un funcional $T : \mathcal{F} \to \mathbf{A} \subset \mathbb{R}^k$ si $\bar{V}(T(F), F) = 0\ \forall F \in \mathcal{F}$. V es función de identificación estricta para T si $\bar{V}(x, F) = 0 \iff x = T(F)\ \forall F \in \mathcal{F}, \forall x \in \mathbf{A}$.

LEMA:
Una función de scoring $S : \mathbf{A} \times \mathbf{O} \to \mathbb{R}$ es estrictamente $\mathcal{F}-$consistente para $T : \mathcal{F} \to \mathbf{A} \subset \mathbb{R}^k$ si y solo si

$$\psi : D \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \bar{S}(t + sv, F)$$

tiene único mínimo global en $s = 0\ \forall F \in \mathcal{F},\ t = T(F)$ y $v \in \mathbb{S}^{k-1}$ donde $D = \{x \in \mathbb{R} : t + sv \in \mathbf{A}\}$.

- Coherencia $\Rightarrow$ medir riesgo apropiadamente en multiples posiciones.
- Consistencia y Elicitabilidad $\Rightarrow$ Necesario para construir tests.

Quantile Loss

$$QL_t^\alpha(r_t) = (\alpha - I_t(\alpha))(r_t - VaR_t^\alpha)$$

FZL

De una familia más general (Fissler y Ziegel 2016), una forma particular:
(funciones de scoring fuertemente consistentes para VaR y ES)

$$S(VaR_t^\alpha, ES_t^\alpha, r_t) = \frac{1}{-ES_t^\alpha}\left(ES_t^\alpha - VaR_t^\alpha + \frac{(VaR_t^\alpha - r_t)1_{\{r_t < VaR_t^\alpha\}}}{\alpha}\right) + ln(-ES_t^\alpha)$$

- VaR "falla" en la subaditividad (coherencia).
- ES falla en elicitabilidad.
- (VaR, ES) es elicitable.

Expectiles

Otra métrica de riesgo con buenas propiedades estadísticas y similar información al ES.

$\tau-$expectile $e_\tau(X)$ de X con media finita, es la única solución $x = e_\tau(X)$ de la ecuación

$$\tau \int_x^\infty (y-x)dF_X(y) = (1-\tau)\int_{-\infty}^x (x-y)dF_X(y)$$

es una medida de riesgo elicitable y coherente para $\tau \in [1/2, 1)$, es una generalización de la esperanza.

Resumen

- ¿Tiene una interpretación económica clara?
- ¿Mide el riesgo apropiadamente para combinaciones de distintos activos ?
- ¿Conociendo la medida de riesgo en cada tiempo y los valores realizados puedo validarla estadísticamente?

Sistema dinámico

Se pueden considerar como sistemas dinámicos de dos formas distintas:

- Considerando Capital total + pesos de activos en portafolio
- Cantidad de capital en cada activo directamente

Considerando Capital por activo

- Activos riesgosos : i, $i = 1, \ldots n$, con peso del activo i en el portafolio: $x^{(i)}$
- Activo libre de riesgo: y_t
- Capital total : W_t
- Horizonte de tiempo : $t \in [0, T]$

$$\begin{cases} y_{t+1} = y_t - u_t^T \mathbf{1} \\ x_{t+1}^i = (x_t^i + u_t^i) e^{r_t^i} \\ W_{t+1} = (x_t + u_t)^T e^{r_t} + y_t - u_t^T \mathbf{1} \end{cases}$$

Considerando Peso de activos

$$\begin{cases} y_{t+1} = (y_t - u_t^T \mathbf{1})/H(x_t, y_t, u_t, r_t) \\ x_{t+1}^i = (x_t^i + u_t^i) e^{r_t^i} / H(x_t, y_t, u_t, r_t) \\ W_{t+1} = H(x_t, y_t, u_t, r_t) W_t \end{cases}$$

$$H(x_t, y_t, u_t, r_t) = (x_t + u_t)^T e^{r_t} + y_t - u_t^T \mathbf{1}$$

Se tiene que $u_t^{(i)} \in [-1,1]$ por lo que el espacio de controles es $[-1,1]^n$.

Considerando las condiciones del portafolio:

1. No se admiten cantidades negativas de fiat: $\quad 0 \leq y_t - u_t^T \mathbf{1} \leq 1$
2. No se admiten posiciones cortas en $x^{(i)}$: $\quad 0 \leq u_t^{(i)} + x_t^{(i)} \leq 1$

Se define el conjunto de los controles como :

$$\mathbf{U}(t) := \{u_t \in [-1,1]^n : 0 \leq y_t - u_t^T \mathbf{1} \leq 1 \ \text{ y } \ 0 \leq u_t^{(i)} + x_t^{(i)} \leq 1 \ \forall i = 1, \ldots, n\}$$

- Condición 1: No se admite apalancamiento,
- Condición 2: No se admiten posiciones cortas, solo largas.

$$
\begin{cases}
y_{t+1} = (y_t - u_t^T \mathbf{1})/H(x_t, y_t, u_t, r_t) \\
x_{t+1}^i = (x_t^i + u_t^i)e^{r_t^i}/H(x_t, y_t, u_t, r_t) \\
W_{t+1} = H(x_t, y_t, u_t, r_t)W_t \\
\\
0 \leq y_t - u_t^T \mathbf{1} \leq 1 \\
0 \leq u_t + x_t \leq 1 \text{ (por componente)}
\end{cases}
$$

si y_t *cubre el capital en riesgo:*

- x: activo riesgoso
- y: activo libre de riesgo
- VaR : del activo x = 8% (o ES)

Considerando un umbral θ tal que:

$$y = \theta VaR(x), \quad x + y = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{1 + \theta VaR}$$

y	x	VaR	θVaR	θ
200	800	64		
100	900	72		
74	926	74	74	1
138	862	69	138	2
194	806	65	194	3

Si

$$y \geq \theta VaR(x) \Rightarrow \frac{y}{VaR(x)} \geq \theta \Rightarrow \frac{1-x}{VaR(x)} \geq \theta$$

considerando $VaR(x) = VaR \cdot x$, *e.g.* $8\% \cdot x$.

$$\frac{1-x}{0.08x} \geq \theta$$

o considerando en cantidad de capital total $= 1000$

$$\frac{1000-x}{0.08x} \geq \theta$$

Llamémosle θ-VaR cobertura a : $g(x) = \frac{1-x}{VaR(x)} \geq \theta$

Como $VaR(x) = \Theta x$ donde, se puede tomar:

$$\frac{1-x}{VaR(x)} \geq \theta \Rightarrow \frac{1-x}{x} \geq \theta^*$$

entonces, si el VaR es a un nivel α, se tiene que

$$P\left(\frac{1-x}{x} \geq \theta^*\right) = 1 - \alpha$$

Luego, sumándole el control,

$$(x+u)VaR(x+u) \leq y - u \iff (x+u)\theta \leq (1-x) - u$$

entonces,

$$\frac{1-x-u}{x+u} \geq \theta$$

sin restricciones adecuadas trivialmente existe u tal que se satisfaga la desigualdad, manteniendo siempre una cantidad muy pequeña de activo riesgoso respecto al libre de riesgo.

Consiederando a en tiempo $t+1$ se tiene que

$$P\left(\frac{1-x+u}{x+u} \geq \theta\right) = 1-\alpha \iff VaR(x+u) = \theta(x+u)$$

en tiempo $t+2$ ya no es tan claro, y en tiempo $t+T$?

Luego,

$$P\left(\frac{1-x_t+u_t}{x_t+u_t} \geq \theta\right) = 1-\alpha \ \forall t \in [0, T]$$

más generalmente,

$$g(x_t, u_t) = \frac{1-x_t+u_t}{x_t+u_t}$$

$$P\left(g(x_t, u_t) \geq \theta,\ \forall t \in [0, T]\right) \geq \beta$$

... sin restricciones adecuadas sobre el control, trivialmente se puede encontrar un control u tal que se cumpla simplemente reduciendo en gran medida la posición x.

$$P\left(g(x_t, u_t) \geq \theta,\ \forall t \in [0, T]\right) \geq \beta \quad \text{o} \quad P\left(g(x_t, u_t) \leq \theta,\ \forall t \in [0, T]\right) \geq \beta$$

Donde $g(x_t, u_t) \leq \theta$ establece que la proporción futura (t+1) de caja respecto al capital riesgoso es a lo menos θ, entonces, si se tiene que $g(x_t, u_t) \leq \theta\ \forall t \in [1, T]$ refiere a que en todo momento del horizonte el capital libre de riesgo cubre al capital riesgoso a lo más en proporción θ durante todo el periodo de inversión.

Entonces,

- $g(x_t, u_t) \leq \theta$: Considerando que

$$\begin{aligned} y_{t+1} = &\quad (y_t - u_t)/H(x_t, y_t, u_t, r_t) \\ x_{t+1} = &\quad (x_t + u_t)e^{r_t}/H(x_t, y_t, u_t, r_t) \\ 1 = &\quad y_t - u_t + x_t + u_t \iff y_t = 1 - x_t \end{aligned}$$

  entonces,

$$g(x_{t+1}, u_{t+1}) = \frac{y_{t+1}}{x_{t+1}} = \frac{(y_t - u_t)/H(x_t, y_t, u_t, r_t)}{(x_t + u_t)e^{r_t}/H(x_t, y_t, u_t, r_t)} = \frac{1 - x_t - u_t}{(x_t + u_t)e^{r_t}}$$

  $g(x_{t+1}, u_{t+1}) = g(x_t, u_t; r_t)$

tomando $g(x_t, u_t) = g_t$,

$$P\left(g_t \leq \theta, \forall t \in [0, T]\right)$$

$$P\left(g_0 \leq \theta, \ldots, g_T \leq \theta\right) = P(\max_t \{g_t\} \leq \theta)$$

o bien,

$$P\left(g_0 \geq \theta, \ldots, g_T \geq \theta\right) = P(\min_t \{g_t\} \geq \theta)$$

Donde hay que considerar que existe una fuerte dependencia entre los g_i.

Viabilidad y Umbrales sostenibles

- Horizonte de tiempo : $[0, T]$
- Estado inicial: $\xi \in \mathbf{X}$
- Secuencia de controles: $\mathbf{u} = (u_t)_{t=0}^{T}$
- Escenario: $\mathbf{w} = (w_t)_{t=0}^{T}$

Se tiene el sistema de control estocástico:

$$(D_{\xi}^{\mathbf{u}}(\mathbf{w})) \qquad x_{t+1} = F_t(x_t, u_t, w_t), \quad t \in [0, T], \quad x_0 = \xi$$

con espacio de estados $\mathbf{X}$, espacio de controles $\mathbf{U}$ y escenarios $\mathbf{W}$.

$$\begin{aligned}
\mathbb{U} &= \{\mathbf{u} | u_0, \ldots, u_{T-1} \in \mathbf{U}\} \cong \mathbf{U}^{T+1} \\
\mathbb{W} &= \{\mathbf{w} | w_t \in \Omega_t, \quad \forall t \in [0, T]\} \cong \prod_{t=0}^{T} \Omega_t \\
\mathbb{X} &= \{\mathbf{x} | x_0, \ldots, x_{T+1} \in \mathbf{X}\} \cong \mathbf{X}^{T+2}
\end{aligned}$$

donde $\Omega_t \subset \mathbf{W}$ para el cual $w_t \in \Omega_t$

Una solución del problema $(D_\xi^{\mathbf{u}}(\mathbf{w}))$ está únicamente determinada por un control $\mathbf{u}$, escenario $\mathbf{w}$ y estado inicial ξ, la cual describe la trayectoria $\mathbf{x}_\xi^{\mathbf{w}}(\mathbf{u})$.

Considerando las restricciones mixtas representadas por los conjuntos de nivel de mapeos $g^0, \ldots, g^T : \mathbf{X} \times \mathbf{U} \to \mathbb{R}^m$

$$(\mathbf{I}^c) \qquad g^t(x_t, u_t) \geq c, \quad \forall t \in [0, T]$$

Añadiendo que las trayectorias deben satisfacer una condición de término dada por un conjunto de nivel de $\theta : \mathbf{X} \to \mathbb{R}^m$:

$$(\mathbf{E}^c) \qquad \theta(x_{T+1}) \geq c$$

con $c \in \mathbb{R}^m$ el vector de umbrales.

Kernel de viabildad y umbrales sostenibles estocásticos

$$\mathbb{S}^{\beta}(\xi) = \left\{ c \in \mathbb{R}^m \;\middle|\; \exists \mathbf{u} \in \mathbb{U},\; P\left(\mathbf{w} \in \mathbb{W} \middle| \begin{array}{ll} g^t(x_t, u_t) \geq c & ,\forall t \in [0, T] \\ \theta(x_{T+1}) \geq c & \end{array} \right) \geq \beta \right\}$$

$$\mathbb{V}^{\beta}(c) = \left\{ \xi \in \mathbb{R}^n \;\middle|\; \exists \mathbf{u} \in \mathbb{U},\; P\left(\mathbf{w} \in \mathbb{W} \middle| \begin{array}{ll} g^t(x_t, u_t) \geq c & ,\forall t \in [0, T] \\ \theta(x_{T+1}) \geq c & \end{array} \right) \geq \beta \right\}$$

Considerando $\mathbb{S}^{\beta}(\xi)$ y la función g "anterior",

- ▷ $P(g(x_t, u_t) \geq c) \geq \beta$
  Capital en riesgo está cubierto a lo menos c veces el β% de las ocaciones
- ▷ $P(g(x_t, u_t) \geq c, \forall t \in [0, T]) \geq \beta$
  Capital en riesgo está cubierto a lo menos c veces el β% de las ocasiones en cualquier momento durante el periodo.
- ▷ $\theta(x_{T+1}) \geq c$
  Para algún estado apropiado, se puede tomar como función de pago *e.g.*
  - Opción Call: $\max\{S(T) - K, 0\}$
  - Opción Put: $\max\{K - S(T), 0\}$
  - "*Buy & Hold*" : $S_0 - S(T)$

$$\mathbb{S}^{\beta}(\xi) = \left\{ c \in \mathbb{R}^m \;\middle|\; \exists \mathbf{u} \in \mathbb{U},\; P\left(\mathbf{w} \in \mathbb{W} \middle| \begin{array}{ll} g^t(x_t, u_t) \geq c & , \forall t \in [0, T] \\ \theta(x_{T+1}) \geq c & \end{array} \right) \geq \beta \right\}$$

- Posición inicial ξ
- Estrategia de inversión/regla de gestión $\mathbb{U}$

$\Rightarrow$ el umbral c puede entregar noción de riesgo y valorización de una estrategia y posición durante un periodo T.

Medidas de riesgo y umbrales sostenibles

Gabriel Vergara Schifferli

21 Diciembre 2021

Modelos para considerar en umbrales sostenibles para la gestión de riesgo en portafolios de crypto activos.