1 Lista 5, Zadanie 2

Mamy pokazać jak w czasie $O(\log n)$ znaleźć i-ty następnik zadanego węzła x w drzewie statystyk pozycyjnych, które jest RB-drzewem, którego węzeł zawiera informacje o rozmiarze jego poddrzewa.
Na stronie Doktora Gołebiewskiego (06.04.2020: Wzbogacanie struktur danych) możemy znaleźć dwa algorytmy:

Algorithm 1: os-select(root, i)

```
k = root.left.size + 1
if p == r then
    return root
else
    if i < k then
        return os-select(root.left, i)
    else
        return os-select(root.right, i - k)
```

Algorithm 2: os-rank(root, x)

```
r = x.right.size + 1
y = x
while y != root do
    if y == y.parent.right then
        r = r + y.parent.left.size + 1
    y = y.parent
return r
```

Każde wywołanie procedury $os - select$ schodzi rekurencyjnie o jeden w dół poziom drzewa. Jako, że jest to RB-drzewo, jego wysokość jest $O(\log n)$, toteż złożoność $os - select$ jest $O(\log n)$. Podobnie $os - rank$, w pętli while co iteracje przesuawmy się o jeden poziom drzewa wyżej, więc w pesymistycznym czasie zajmie to niewięcej niż $O(\log n)$.
Teraz clue: wywołując $os - select(root, os - rank(root, x) + i)$ otrzymamy i-ty następnik węzła x ponieważ $(osrank(root, x) + i)$-ty element to i-ty następnik węzła x.
Złożoność obu procedur jest $O(\log n)$, także ich suma również jest $O(\log n)$.