1. $L_0 = L$

2. od $i = 1$ ~~do~~

$L_i = \{ w : w \neq \varepsilon \wedge (xw = y \vee yw = x),\ x \in L,\ y \in L_{i-1} \}$

if $L_i \cap L \neq \emptyset$ return 'no'

~~[illegible]~~ if $L_i = L_j$ dla $1 \leq j < i$ return 'yes'

Algorytm w pewnym momencie zatrzyma się ponieważ L jest skończone a co za tym idzie rodzina zbiorów L_i też jest.

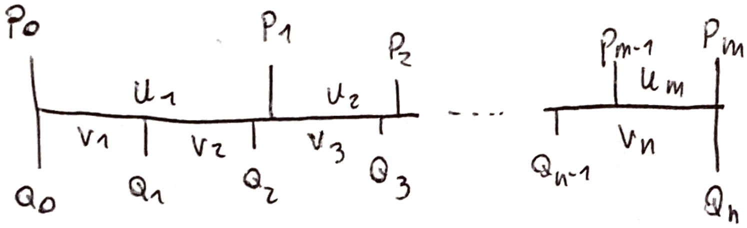
TW: S-P stwierdza jednoznaczną dekodowalność kodu

① L nie jest kodem $\rightarrow \exists_i \; L_i \cap L \neq \emptyset$

~~case 1 $\varepsilon \in L$ wtedy $L_1 \cap L \neq \emptyset$~~

$L = \{\varepsilon\}$
$L_1 = \emptyset$

wtedy w L są słowa: $u_1 \dots u_m = v_1 \dots v_n = w$ gdzie $u_1 \neq v_1$



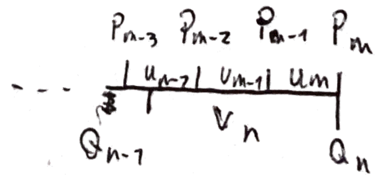
$$P_{i-1}P_i = u_i \qquad Q_{j-1}Q_j = v_j$$

zakładamy, że $P_0 = Q_0$ i $P_m = Q_m$ to jedyne punkty gdzie $P_i = Q_j$, w przeciwnym wypadku w zamieniamy na w' - prefix w.

rozbijony w ma postać P_iQ_j lub Q_jP_i gdzie P_i i Q_j występuje po sobie. $i,j \geq 1$

podsłowa tej postaci są w $L_1 \cup L_2 \cup \dots$

Teraz: jeżeli P_{m-1} jest pierwszym punktem na lewo od $P_m = Q_n$ wtedy podsłowo $Q_{n-1}P_{m-j}$, gdzie P_{m-j} jest od razu po Q_{n-1}, zawiera się w L_i dla pewnego $i \geq 1$



To implikuje, że $u_m = P_{m-1}P_m$ jest w L_{i+j} wtedy $L_{i+j} \cap L \neq \emptyset$.

② L jest kodem $\rightarrow$ ~~[illegible]~~ $\forall_i \; L_i \cap L = \emptyset$ | K. Schutzenberger |

$\forall w \in L_i$ mamy $L^* w \cap L^* \neq \emptyset \Leftrightarrow \exists s, t \in L^*$ t. że $sw = t$
0°

d-d ind po i

1° $i = 0$ $s = \varepsilon$ $w = t$

2° zakładam, że $\forall w \in L_{i-1}$ jest sufiksem jakiegoś słowa z L^*

3° wtedy $w \in L_i$, $x \in L$, $y \in L_{i-1}$

$$xw = y \lor yw = x$$ z definicji L_i

mamy też z 0°, że $s, t \in L^*$ t. że $sy = t$ więc

$$sxw = sy = t \lor sx = syw = tw$$
$$t, tw \in L^*$$

a więc również dla $w \in L_i$ ∎

---

dowód nie wprost

załóżmy, że $\exists w \in L \cap L_i$

wtedy według algorytmu $x \in L$, $y \in L_{i-1}$

$$yw = x \lor xw = y$$

jeśli istnieje $t, x, y, z \in L^*$, t. że $wt = x$ i $yw = z \rightarrow w \in L^*$ $\Leftrightarrow$ Kryterium Schützenbergera

jeżeli $yw = x$ wtedy z Kryterium Schützenbergera

$L^* y \cap L^* \neq \emptyset$ oraz $L^* \cap y L^* \neq \emptyset$

wtedy $y \in L^*$ ↯

$\emptyset$.

jeżeli $xw = y$ dla $i \geq 2$ (bo dla $i = 1$ $x \in L_0$, $y \in L_0$ ~~[illegible]~~) oraz $y \in L^*$

wtedy według algorytmu $x' \in L$ $y' \in L_{i-2}$

$$\underset{(1)}{y'y = x'} \lor \underset{(2)}{x'y = y'}$$

teraz z Kryterium Schützenbergera i powyższe (1) odpada

(2) zostaje do udowodnienia dla $i \geq 3$ itd...

↯