# Física Computacional I

## Lista de Exercícios I - Data de entrega: 13/03/2020

---

**Problema 1:** Escreva um programa para calcular e imprimir o fatorial de um número digitado pelo usuário. Escreva o seu programa de modo que ele calcule o fatorial usando variáveis *inteiras*, não de ponto flutuante. Use seu programa para calcular o fatorial de 200.

Agora modifique seu programa para que passe a usar variáveis de ponto flutuante, e calcule novamente o fatorial de 200. O que você encontrou? Explique.

**Problema 2: Equações quadráticas**

a) Escreva um programa que recebe como input três números $a$, $b$, e $c$, e imprime as duas soluções da equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$ usando a fórmula usual

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

Use seu programa para calcular as soluções de $0.001x^2 + 1000x + 0.001 = 0$.

b) Há outro jeito de escrever as soluções para a equação quadrática. Multiplicando a solução anterior em cima e embaixo por $-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}$, mostre que as soluções também podem ser escritas como

$$x = \frac{2c}{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}.$$

Adicione mais linhas ao seu programa para imprimir estes valores em adição aos anteriores e use novamente o seu programa para resolver $0.001x^2 + 1000x + 0.001 = 0$. O que você encontrou? Como você explica isto?

c) Usando o que você aprendeu, escreva um novo programa que calcula as duas raízes da equação quadrática corretamente em todos os casos.

Este é um bom exemplo de como computadores nem sempre trabalham como você espera. Se você simplesmente aplica a fórmula usual para a equação quadrática, o computador às vezes vai encontrar a resposta errada. Na prática, o método que você encontrou aqui é o modo correto de se resolver uma equação quadrática em um computador, apesar deste método ser mais complicado do que a fórmula padrão. Se você estivesse escrevendo um programa que envolvesse resolver muitas equações quadráticas, este método poderia ser uma boa função definida pelo usuário: você poderia colocar os detalhes do método de solução dentro de uma funcão, para se poupar o trabalho de ter que seguir ele passo a passo toda vez que surgisse uma nova equação para resolver.

**Problema 3: Calculando derivadas**

Suponha que nós tenhamos uma função $f(x)$ e que desejamos calcular sua derivada em um ponto $x$. Nós podemos fazer isto com papel e caneta se soubermos a fórmula matemática da função, ou podemos fazer isto com o computador, usando a definição de derivada:

$$\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} = \lim_{\delta\to 0} \frac{f(x+\delta) - f(x)}{\delta}.$$

No computador não podemos atingir o limite em que $\delta$ vai a zero, mas nós podemos conseguir uma aproximação razoável fazendo $\delta$ pequeno.

a) Escreva um programa que define uma função `f(x)` que retorna o valor $x(x-1)$, e então calcula a derivada da função no ponto $x = 1$ usando a fórmula acima com $\delta = 10^{-2}$. Calcule o valor correto da mesma derivada analiticamente e compare com a resposta que seu programa forneceu. As duas não vão concordar perfeitamente. Por quê?

b) Repita o cálculo para $\delta = 10^{-4}$, $10^{-6}$, $10^{-8}$, $10^{-10}$, $10^{-12}$ e $10^{-14}$. Você deve observar que a precisão do cálculo inicialmente melhora a medida que $\delta$ fica menor, mas que depois volta a piorar. Por que isto ocorre?

Nós vamos estudar derivadas numéricas em mais detalhe posteriormente, e vamos aprender técnicas para lidar com estes problemas, maximizando a precisão de nossos cálculos.

**Problema 4:** No SIGAA está disponível um arquivo chamado `velocidades.txt`, o qual contém duas colunas, a primeira representando o tempo $t$ em segundos e a segunda a velocidade $v$ em metros por segundo, medida a cada segundo de $t = 0$ até $t = 100$. As primeira linhas do arquivo estão mostradas abaixo:

```
0 0
1 0.069478
2 0.137694
3 0.204332
4 0.269083
5 0.331656
```

Escreva um programa que faça o seguinte:

a) Leia os dados e, usando a regra do Trapézio, calcule a distância aproximada percorrida por uma partícula na direção $x$ em função do tempo.

b) Faça um gráfico mostrando a curva da velocidade e a distância percorrida como uma função do tempo.

**Problema 5:**

a) Escreva um programa para calcular o valor aproximado da integral $\int_0^2 (x^4 - 2x + 1)\,\mathrm{d}x$ usando a regra de Simpson, com 10 fatias. Compare seus resultados com os obtidos pelo Newman usando a regra do trapézio (página 142). (Ou obtenha os resultados da regra do trapézio usando o programa trapezoidal.py disponível no SIGAA)

b) Rode seu programa e compare seu resultado com o valor correto 4.4. Qual o erro fracional de seu cálculo?

c) Modifique o programa para usar cem fatias, e depois mil. Note a melhora no seu resultado. Como estes resultados se comparam com aqueles do exemplo 5.1 do livro do Newman, em que foi usada a regra do trapézio com o mesmo número de fatias?