

FÍSICA COMPUTACIONAL I

QUESTÃO 5 DA TERCEIRA AVALIAÇÃO - VALOR: 1,5 PT - PRAZO: 18/12 AO MEIO DIA

Problema 5.1: O problema de três corpos

Este é um problema mais desafiador de mecânica celeste — e um clássico neste campo — o *problema de três corpos*.

Três estrelas, em um espaço vazio, estão inicialmente em repouso, com as seguintes massas e posições, em unidades arbitrárias:

	Massa	x	y
Estrela 1	150	3	1
Estrela 2	200	-1	-2
Estrela 3	250	-1	1

(Todas as coordenadas z são zero, de modo que as estrelas estão localizadas no plano xy .)

- a) Mostre que a equação do movimento governando a posição \mathbf{r}_1 da primeira estrela é

$$\frac{d^2\mathbf{r}_1}{dt^2} = Gm_2 \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|^3} + Gm_3 \frac{\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1|^3}$$

e derive duas equações similares para as posições \mathbf{r}_2 e \mathbf{r}_3 das outras duas estrelas. Então converta as três equações de segunda ordem em seis equações equivalentes de primeira ordem, usando as técnicas que você aprendeu.

- b) Trabalhando com unidades onde $G = 1$, escreva um programa para resolver suas equações e consequentemente calcular o movimento das estrelas de $t = 0$ até $t = 2$. Faça um gráfico mostrando a trilha de todas as estrelas (ou seja, um gráfico de y versus x).
- c) Em seguida, simule um sistema composto por uma estrela e dois planetas massivos, usando os parâmetros abaixo (note que os planetas tem uma velocidade inicial na direção y). Calcule o movimento do sistema de $t = 0$ a $t = 100$ — você deve obter neste caso um sistema em que os planetas orbitam a estrela.

	Massa	x	y	v_y
Estrela	10000	0	0	0
Planeta 1	200	-100	0	-5
Planeta 2	150	150	0	5

Dica: O Newman recomenda usar o método do passo adaptativo, uma vez que as estrelas se movem muito rápido quando estão próximas e muito lentamente quando estão bem separadas. A sugestão é definir um critério de modo que o erro introduzido seja menor que 10^{-3} na posição de cada estrela por unidade de tempo. Para a segunda parte do problema (sistema planetário) recomendo usar um erro bem menor (talvez 10^{-6}). Você pode usar qualquer método, mas o cálculo demorará bastante tempo para rodar sem o método adaptativo, e tempo de execução é um dos fatores da avaliação (0.2 pt do total).