Física Computacional I

Questão 5 da primeira avaliação - valor: 1,2 pt - entrega: 02/10

Rearranjando a Eq. (5.19) para uma forma mais convencional, obtemos:

$$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x = h\left[\tfrac{1}{2}f(a) + \tfrac{1}{2}f(b) + \sum_{k=1}^{N-1} f(a+kh)\right] + \tfrac{1}{12}h^2\big[f'(a) - f'(b)\big] + \mathrm{O}(h^4).$$

Este resultado dá o valor da integral da esquerda, com um erro de ordem h^4– melhor do que o da regra do trapézio por um fator h^2 e tão bom quanto o da regra de Simpson. Nós podemos usar esta fórmula como uma nova regra para avaliar integrais, diferente das vistas até agora no curso. Nós podemos chamá-la de "regra de Euler–Maclaurin."

a) Escreva um programa para calcular o valor da integral $\int_0^2 (x^5 - 2x^2 + 1)\,\mathrm{d}x$ usando esta fórmula. O termo de ordem h nesta fórmula é apenas a regra do trapézio ordinária; o termo h^2 envolve as derivadas $f'(a)$ e $f'(b)$, que devem ser avaliadas usando diferenças centradas, centradas em a e b respectivamente. Note que o tamanho do intervalo que você usa para calcular as diferenças centradas não precisa ser igual ao valor de h usado na parte do cálculo relativo a regra do trapézio. Um intervalo de cerca de 10^{-5} dá bons valores para as diferenças centradas.

   Use seu programa para avaliar a integral com $N = 10$ fatias e compare a precisão do resultado com aquele obtido usando apenas a regra do trapézio com o mesmo número de fatias (compare o resultado numérico com o analítico, que você deve calcular).

b) Apesar do bom resultado encontrado, este método não é muito usado na prática. Sugira uma razão para isto.