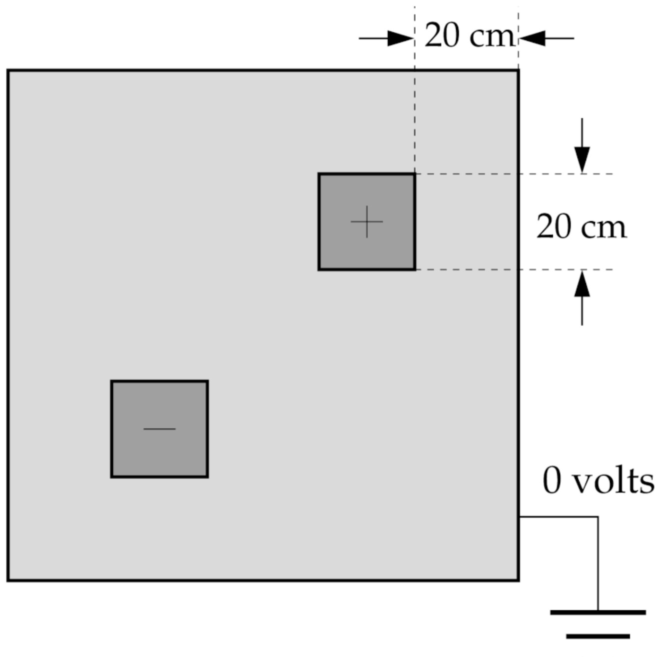
FÍSICA COMPUTACIONAL II

LISTA DE EXERCÍCIOS II - DATA PARA ENTREGA: 12/02/2021 - Valor: 1,4

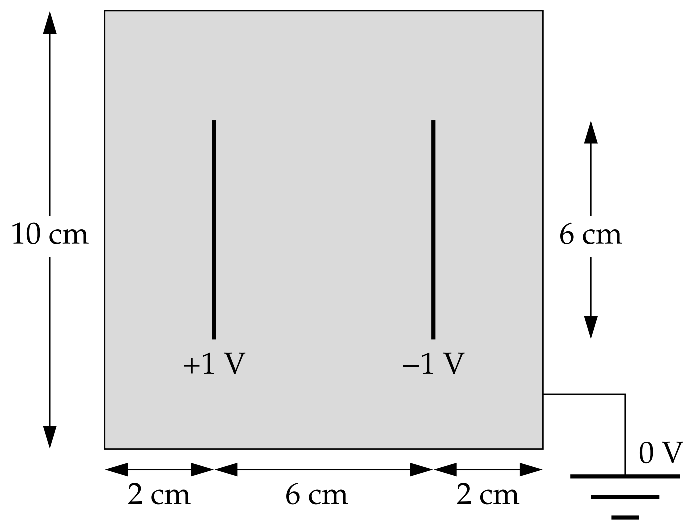
Problema 1: Escreva um programa, ou modifique o do Exemplo 9.1 do Newman, para resolver a equação de Poisson para o sistema mostrado abaixo (ver exemplo 9.2 do Newman para mais detalhes).



Trabalhe em unidades onde $\epsilon_0 = 1$ e continue a iteração até que sua solução para o potencial elétrico mude menos que 10^{-6} V por passo em cada ponto da grade.

Problema 2: Use o método de Gauss–Seidel para resolver a equação de Laplace para o problema bidimensional do exemplo 9.1—uma caixa quadrada de lado 1 m, com voltagem $V = 1$ volt ao longo da parede superior e zero volts ao longo das outras três. Use uma grade de espaçamento $a = 1$ cm, de modo que existem 100 pontos na grade ao longo de cada parede, ou 101 se você contar os pontos em ambas extremidades. Continue a iteração do método até que o valor do potencial elétrico mude por não mais que $\delta = 10^{-6}$ V em cada ponto da grade em cada passo, e então faça um gráfico de densidade da solução final, similar ao mostrada na Fig. 9.3 do Newman. Experimente com diferentes valores de ω para achar qual fornece a solução mais rápida. Como mencionado em aula, você deve encontrar que um valor em torno de 0.9 funciona bem. Em geral, valores maiores levam o cálculo a rodar mais rápido, mas se você escoher um valor grande demais a velocidade cai e para valores maiores que 1 o cálculo se torna instável.

Problema 3: Conside o seguinte modelo simples de um capacitor eletrônico, consistindo de duas placas metálicas planas envolvidas por uma caixa quadrada metálica:



Por simplicidade, vamos modelar o sistema em duas dimensões. Usando qualquer dos métodos que foram estudados, escreva um programa que calcula o potencial eletrostático da caixa em uma grade de 100×100 pontos, onde as paredes da caixa estão em uma voltagem zero e as duas placas (que são de espessura desprezível) estão com voltagem ± 1 V, conforme mostrado. Faça seu programa calcular o valor do potencial em cada ponto da grade com uma precisão de 10^{-6} volts e então faça um gráfico de densidade do resultado.

Dica: Observe que as placas do capacitor estão com *voltagem* fixa, e não carga fixa. Neste caso, as placas do capacitor são parte das condições de fronteira: elas se comportam da mesma maneira que as paredes da caixa, com potenciais que são fixos em um certo valor e não podem mudar.

Problema 4: Difusão térmica na crosta da Terra

Um exemplo clássico de problema de difusão com condições de fronteira que variam no tempo é a difusão de calor na crosta da Terra, uma vez que a temperatura da superfície varia com as estações. Suponha que a média diária em um ponto particular da superfície varie da seguinte maneira:

$$T_0(t) = A + B \sin \frac{2\pi t}{\tau},$$

onde $\tau = 365$ dias, $A = 10°\mathrm{C}$ e $B = 12°\mathrm{C}$. Em uma profundidade 20 m abaixo da superfície quase toda variação anual de temperatura é apagada e a temperatura tem, com boa aproximação, um valor constante de 11°C (que é mais alta do que a temperatura média da superfície de 10°C—a temperatura aumenta com a profundidade, devido ao aquecimento vindo do núcleo quente do planeta). A difusividade térmica da crosta da Terra varia ligeiramente de lugar para lugar, mas para nossos propósitos vamos tratar ela como uma constante com valor $D = 0.1\,\mathrm{m}^2\,\mathrm{dia}^{-1}$. (Nota: estes dados de temperatura claramente não foram obtidos aqui em Natal).

Escreva um programa, ou modifique um dos que foram colocados no SIGAA, para calcular o perfil de temperatura na crosta em função da profundidade até 20 m e no tempo até 10 anos.

Comece com uma temperatura igual em todo espaço e igual a 10°C, exceto na superfície e no ponto mais profundo. Escolha valores para o número de pontos na grade e para o passo de tempo h, e então rode seu programa para os primeiros nove anos simulados, para permitir que o sistema assente em um padrão, qualquer que seja ele. Então, para o décimo e último ano, faça um gráfico com quatro perfis da temperatura, obtidos em intervalos de 3 meses, em um único gráfico e ilustre como a temperatura muda em função da profundidade e do tempo. (Ou seja, faça um gráfico com quatro curvas de temperatura *versus* profundidade, onde cada curva corresponde a uma estação).