

**UNIVERSIDAD PERUANA DE CIENCIAS APLICADAS**

FACULTAD DE INGENIERÍA

MATEMÁTICA COMPUTACIONAL

CURSO: MA475

PROYECTO 3:

**ALGORITMO DE FORD FLUKERSON**

**Grupo N°4**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **INTEGRANTES** | **Código** | **Nota de coevaluación** |
| Aranguri Dominguez, Neera Celine | u202212714 |  |
| Cajas Lara, Gabriel Alfonso | u202211615 |  |
| Jara Torres, Franco Renatto | u202217005 |  |
| Razzeto Dávila, Ángel Ramon | u202217703 |  |
| Tenorio Castillo, Sebastián Miguel | u20221b821 |  |

**PROFESOR**

Venegas Palacios, Edgard Kenny

**UPC, septiembre de 2023**

Contenido

[Flujo máximo 2](#_Toc145574246)

[Introducción 2](#_Toc145574247)

[Objetivos: 3](#_Toc145574248)

[Fundamento Teórico 3](#_Toc145574249)

[1. Grafos. 3](#_Toc145574250)

[Aplicaciones 10](#_Toc145574251)

[Programa 10](#_Toc145574252)

[Referencias Bibliográficas 10](#_Toc145574253)

# Flujo máximo

## Introducción

Este proyecto se enfoca en una rama de los grafos, el flujo máximo. Para este proyecto, se realizó la investigación del tema y, con habilidades de programación, se elaboró un pequeño programa realizado en lenguaje Python cuyo propósito es realizar los cálculos necesarios para determinar el flujo máximo de una matriz y su flujo de red óptima.

Con este trabajo buscamos maximizar nuestros conocimientos y habilidades para solucionar problemas con herramientas de programación, además de poder realizar un programa que resulte útil a futuro para que pueda realizar el cálculo del problema automáticamente y optimice el tiempo o procesos de quien lo emplee.

## Objetivos:

El propósito fundamental de este proyecto consiste en poner en práctica los conceptos y conocimientos adquiridos durante el curso de Matemática Computacional para abordar un desafío del entorno laboral y profesional. Además, se busca desarrollar un software capaz de calcular el flujo máximo, permitiendo a los usuarios ingresar una matriz con los valores respectivos de cada elemento. Para garantizar la validez del programa, se llevarán a cabo pruebas y se presentarán ejemplos de su funcionamiento. Por último, se tiene como objetivo diseñar una interfaz de usuario amigable y fácil de entender, con el fin de facilitar su utilización y comprensión por parte de los usuarios.

## Fundamento Teórico

## Grafos.

Un grafo es un modelo para representar relaciones entre elementos de un conjunto. Gráficamente se representa como un conjunto de vértices o nodos unidos por líneas que representan las aristas. Matemáticamente, puede ser visto como un par ordenado donde:

* V es un conjunto de vértices o nodos
* E es un conjunto de pares , llamados aristas o arcos que representan las relaciones entre los nodos.

En este ejemplo, tenemos que:

* V = {a, b, c, d, e, f}
* E = {(a, b), (a, c), (a, e), (b, d), (c, e), (e, d), (d, f)}

Para este proyecto estaremos utilizando los grafos dirigidos, ponderados y conexos. Es por ello que pasaremos a definirlos y mostrar algunos ejemplos.

Tipos de Grafos que utilizaremos:

1. **Dirigidos:** Dentro de este tipo de grafos, conocido como dígrafo también, cada vértice se relaciona en una única dirección mediante un enlace (flecha) que apunta hacia otro. Además, se clasifican como entrantes o salientes en función de si se originan en ese punto o llegan a él, pero, en todos los casos, tienen como destino final un nodo específico.

Por ejemplo::

1. **Ponderados.** Es un grafo donde cada arista tiene asociado un valor o etiqueta, para representar el costo.

Por ejemplo:

9

10

4

12

2

7

5

8

1. **Conexos.** El denominar un grafo “conexo” hace referencia a si existe un camino entre cada par de vértices.
   1. **Grafo Fuertemente Conexo**: Un grafo dirigido se denomina fuertemente conexo si existe un camino desde cualquier vértice a cualquier otro vértice.

Por ejemplo:

1. **Grafo Débilmente Conexo**: Si un grafo dirigido no es fuertemente conexo, pero el grafo subyacente (sin sentido en los arcos) es conexo, el grafo es débilmente conexo.

Por ejemplo:

1. **Matriz**

Una matriz es un arreglo rectangular de números reales. Cada elemento de la matriz es identificado por su posición en ella, la cual está dada por su fila y columna correspondiente.

Con respecto a su orden, el orden de una matriz es el número de filas por el número de columnas que tiene dicha matriz, y se representa por .

Por ejemplo, dada la siguiente matriz se pide hallar de qué orden es y cuál es el valor en la posición

Para ello, sabemos que serán en número total de filas y el número total de columnas. Para la matriz , el orden será de . Además, el valor en la posición de será 7. Esto se debe a que indica la posición en la fila y la las columnas.

Para el desarrollo del proyecto, se desarrollarán matrices cuadradas. La característica principal de este tipo de matriz es que su orden será representado por , ya que se tiene el mismo número total tanto de filas como de columnas.

### **4.1 Matriz de adyacencia y caminos**

Una matriz de adyacencia es una estructura de datos fundamental en teoría de grafos, ya que la representa de manera directa. En esta matriz, las filas y columnas simbolizan los elementos del grafo y cada entrada indica la existencia o ausencia de un borde que conecta los nodos correspondientes.

Existen dos tipos:

* + 1. **Matriz de adyacencia no ponderada:** Si el grafo no es ponderado, se utilizan valores binarios representando su existencia con 1 y, de lo contrario, su inexistencia con 0.

Por ejemplo:

* + 1. **Matriz de adyacencia ponderada:** Si el grafo es ponderado, se utilizan números para representar su peso, distancia u otro atributo en vez de 1 y 0.

Por ejemplo:

Por otro lado, una "matriz de caminos" es una matriz utilizada en el análisis de grafos para representar información sobre las rutas entre los nodos de un grafo Esta matriz se usa comúnmente para encontrar el camino más corto en un gráfico ponderado.

La matriz de ruta más corta consta de un algoritmo de ruta más corta, como el algoritmo de Floyd-Warshall o el algoritmo de Dijkstra.

## Redes

Una red de flujo modela cualquier tipo de red, las cuales deben de comenzar por un origen llamado fuente y terminar en el destino (sumidero). Las redes pueden ser representadas como un grafo dirigido compuesto por enlace de redes y sus respectivos nodos.

## Flujo máximo

Dentro de los grafos, existe un flujo que viaja a través de enlaces desde un punto de origen hacia un vértice de llegada, los cuales se conectan por medio de nodos intermediarios. Los arcos tienen una capacidad máxima de flujo y se trata de enviar desde la fuente al destinatario la mayor cantidad posible de flujo.

Es importante conocer algunos términos para poder entender el flujo máximo y poder aplicar el algoritmo de Ford-Flukerson, el cual se explicará más adelante.

**Definiciones básicas:**

1. **Flujo:** El movimiento de elementos similares desde un punto hacia otro.
2. **Capacidad de flujo:** Representa la cantidad de elementos que pueden ingresar por el nodo de inicio y salir por el nodo de destino.
3. **Punto de origen del flujo:** Nodo por donde inicia el flujo.
4. **Punto de destino del flujo:** Nodo por donde finaliza el flujo.

Por ejemplo:

9

10

4

12

2

7

5

8

Inicio

Fin

## Algoritmo de Ford Flukerson.

 Fue desarrollado por Delbert Fulkerson y Lester Ford en 1956. El algoritmo Ford-Fulkerson es un algoritmo utilizado para encontrar el flujo máximo en una red de flujo. El problema de flujo máximo se utiliza en conjunto en aplicaciones de transporte y asignación.

Este algoritmo funciona de esta manera:

1. Inicializa el flujo en todas las aristas a cero.
2. Mientras exista un camino que aumente en la red residual, se realiza los siguientes pasos:
   1. Encuentra un camino aumentante utilizando una técnica como la búsqueda en anchura (BFS) en la red residual.
   2. Encuentra la capacidad mínima (llamada capacidad residual).
   3. Aumenta el flujo a lo largo del camino aumentando la cantidad de capacidad residual encontrada en el paso anterior.
   4. Actualiza la red residual reduciendo la capacidad de las aristas en el camino aumentante y aumentando la capacidad de las aristas inversas en la misma cantidad.
3. Una vez que no hay más caminos aumentantes en la red residual, el algoritmo termina.

Por ejemplo, en este caso:

7

3

1

6

3

8

2

2

8

Al resolver el primer tramo, se halla que del vértice 1 al vértice 6, pasando por los nodos 2 y 4, pasa un flujo de 2 unidades.

7,2

3

1

6,2

3

8

2

2, 2

8

[-,infinito]

[1+,7]

[2+,6]

[4+,2]

En el siguiente tramo, se halla que del vértice 1 al vértice 6, pasando por los nodos 2, 4, 3 y 5, pasa un flujo de 3 unidades.

7,5

3

1

6,5

3,3

8,3

2

2, 2

8,3

[-,infinito]

[1+,5]

[2+,4]

[5+,3]

[4+,3]

[5+,3]

En este tramo, desde el vértice 1 al vértice 6, pasando por los nodos 2, 3 y 5, pasa un flujo de 1 unidad.

7,6

3

1,1

6,5

3,3

8,4

2

2, 2

8,4

[-,infinito]

[1+,2]

[5+,1]

[4+,1]

[5+,1]

Por último, desde el vértice 1 al vértice 6, pasando por los nodos 3 y 5, pasa un flujo de 3 unidades.

7,6

3,3

1,1

6,5

3,3

8,7

2

2, 2

8,7

[-,infinito]

[5+,3]

[4+,3]

[5+,3]

El flujo máximo en este grafo es la suma del flujo que pasa del vértice 4 al vértice 6 y el flujo que pasa del vértice 5 al vértice 6, siendo los valores de 2 y 7 respectivamente, cuya suma sería 9.

## Aplicaciones

**Vuelos de aerolíneas**

El flujo máximo es aplicado para saber la máxima cantidad de vuelos entre dos ciudades conectadas por vuelos de escala y si los aeropuertos están llenos, las trayectorias que debe de realizar el avión.

Las ciudades serían los nodos, como la de inicio la llamas “nodo de origen” y la de destino “nodo de destino”. Las trayectorias que conectan las ciudades son arcos y los aviones que pueden aterrizar en el destino se llaman capacidad.

**Selección de proyectos**

Una aplicación del flujo máximo es la selección de proyectos. En este caso, se busca asignar proyectos a diferentes equipos teniendo en cuenta el costo en tiempo de cada proyecto y el beneficio que generará. El objetivo es determinar si es factible realizar todos los proyectos en un tiempo establecido y maximizar las ganancias.

**Logística**

Una aplicación del flujo máximo en logística es en la planificación de rutas de transporte. Se utiliza para determinar la máxima cantidad de conexiones entre camiones que se pueden alcanzar conectando diferentes ciudades y teniendo en cuenta los almacenes de la empresa. El objetivo es optimizar las rutas de entrega, minimizando los costos de transporte y maximizando la eficiencia en la distribución de productos.

**Diseño de circuitos eléctricos**

Una aplicación del flujo máximo es en el diseño de circuitos eléctricos. Las leyes de Kirchhoff son muy utilizadas en ingeniería eléctrica para obtener los valores de corriente y voltaje en diferentes puntos de un circuito eléctrico. Estas leyes se pueden modelar como un problema de flujo máximo en una red, donde los nodos representan los puntos de interconexión y las aristas representan las líneas de transmisión o cables. El objetivo es determinar el flujo máximo de corriente que se puede transmitir por el circuito, teniendo en cuenta las capacidades de los cables y las restricciones de protección de los componentes.

## Programa

## Referencias Bibliográficas