Técnicas de Busca e Ordenação - 2023/2

Trabalho Prático T1

24 de agosto de 2023

1 Objetivo

O objetivo deste trabalho é implementar uma *heurística* para o TSP (*Travelling Salesman Problem*) utilizando uma MST (*Minimum Spanning Tree*).

2 Aproximações para o TSP

Imagine um caixeiro viajante que começa em alguma cidade e tem de visitar $N-1$ outras cidades (para vender alguma coisa em cada cidade) e retornar para o início. O caixeiro gostaria de realizar essa viagem (*tour*) com o menor custo possível. Aqui, o custo pode ser tempo de viagem, gasolina, eletricidade, tanto faz.

2.1 O TSP Euclidiano – ETSP

Seja d uma matriz $N \times N$ de distâncias Euclidianas em um plano 2D, aonde $d_{i,j}$ indica o *custo* de se viajar da cidade i para a cidade j. Essa matriz define uma *métrica*, isto é, valem as seguintes propriedades:

1. $d_{i,j} > 0$ para todo $i, j \in \{1, \ldots, N\}$ e $i \neq j$.
2. $d_{i,i} = 0$ para todo $i \in \{1, \ldots, N\}$.
3. $d_{i,j} = d_{j,i}$ para todo $i, j \in \{1, \ldots, N\}$, i.e., as distâncias são simétricas.
4. $d_{i,k} \leq d_{i,j} + d_{j,k}$ para todo $i, j, k \in \{1, \ldots, N\}$, i.e., as distâncias satisfazem a *inequalidade do triângulo*.

O objetivo do problema é encontrar uma *permutação (tour)* $\pi = \pi_1, \ldots, \pi_N$ de $1, \ldots, N$ que minimiza a função de custo

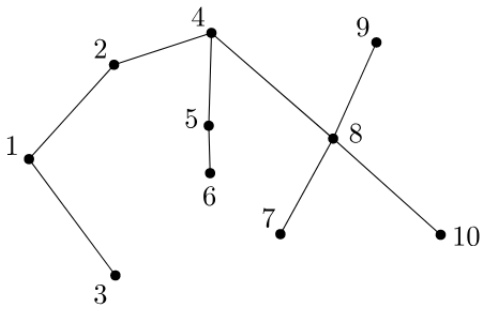
$$w(\pi) = \sum_{i=1}^{N-1} d_{\pi_i, \pi_{i+1}} + d_{\pi_N, \pi_1}.$$

2.2 Uma aproximação baseada em árvores geradoras mínimas

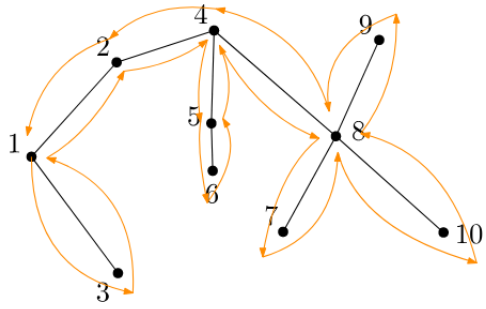
Uma árvore geradora mínima (*Minimum Spanning Tree - MST*) é um subconjunto de arcos de um grafo não-direcionado conexo e ponderado (isto é, com peso nos arcos). Por ser uma árvore, uma MST não pode ter ciclos. Por ser mínima, a soma dos pesos dos arcos tem de ser a menor possível.

Podemos pensar que a matriz d descreve um grafo G completo e ponderado cujo conjunto de vértices é $V = \{1, \ldots, N\}$, aonde o peso de um arco (i, j) é $d_{i,j}$. Podemos computar a MST de G usando o famoso *Algoritmo de Kruskal* (veja `https://en.wikipedia.org/wiki/Kruskal%27s_algorithm`). A complexidade deste algoritmo é $O(|E| \log |V|)$, aonde E é o conjunto de arcos de G. Como G é um grafo completo, temos que $|E| = N(N-1)/2$, e assim, a complexidade do algoritmo em função de N é $O(N^2 \log N)$.

A figura abaixo mostra uma MST construída para 10 pontos distribuídos no plano 2D.



Seja T a MST acima, e imagine a execução de um caminhamento em T, aonde registramos a lista de vértices a medida que eles são encontrados, como por exemplo, na figura abaixo.



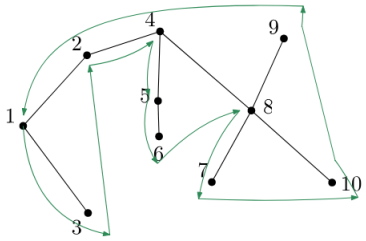
No caminhamento acima, obtemos a seguinte sequência de vértices

$$S_1 = 1, 3, 1, 2, 4, 5, 6, 5, 4, 8, 7, 8, 10, 8, 9, 8, 4, 2, 1.$$

Agora, removemos todas as ocorrências dos vértices exceto a primeira, obtendo a nova sequência

$$S_2 = 1, 3, 2, 4, 5, 6, 8, 7, 10, 9.$$

Note que S_2 é uma permutação de $1, \ldots, N$, pois S_1 contém todos os elementos de $1, \ldots, N$ pelo menos uma vez, e portanto S_2 contém cada elemento exatamente uma vez. Assim, S_2 é uma solução válida para o TSP. A figura abaixo mostra o *tour* descrito por S_2.



O quão boa é a solução encontrada acima? Cada arco de T é usado exatamente duas vezes em S_1, assim

$$w(S_1) = 2w(T).$$

Pela inequalidade do triângulo, temos que

$$w(S_2) \leq w(S_1).$$

Lembrando que T é uma MST, sabemos que T é um sub-grafo conexo de G com peso mínimo. Mas um *tour* do TSP também é um sub-grafo conexo de G, assim

$$w(T) \leq w(C^*),$$

aonde C^* é um *tour* ótimo. Juntando todas essas relações, obtemos

$$w(S_2) \leq w(S_1) \leq 2w(T) \leq 2w(C^*).$$

Assim, encontramos uma solução, S_2, para o TSP cujo valor é sempre *no máximo* duas vezes a solução ótima.

3 TSPLIB – Entrada e Saída

O TSP é seguramente um dos problemas de otimização mais estudados atualmente, devido a sua grande aplicabilidade nos mais variados cenários. Nessa seção nós vamos descrever brevemente os arquivos da TSPLIB (`http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/`), a biblioteca de casos de teste padrão para o problema. Se você quiser saber mais sobre o TSP, visite a página mais completa sobre o assunto: `http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/index.html`.

O formato da TSPLIB é explicado em detalhes em `http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/tsp95.pdf`. Vamos descrever aqui somente as informações fundamentais, então veja a documentação se quiser saber mais. (Não é necessário para fazer esse trabalho.)

MUITO IMPORTANTE: a TSPLIB convencionou que a numeração dos nós começa de 1. Vamos manter essa convenção nos arquivos de entrada e saída disponibilizados no AVA.

3.1 Uma instância do problema

Um arquivo de entrada que descreve uma instância do problema é dado abaixo (veja o arquivo `in/berlin52.tsp` contido nos arquivos de exemplo).

```
NAME: berlin52
COMMENT: 52 locations in Berlin (Groetschel)
TYPE: TSP
DIMENSION: 52
EDGE_WEIGHT_TYPE: EUC_2D
NODE_COORD_SECTION
1 565.0 575.0
2 25.0 185.0
3 345.0 750.0
4 945.0 685.0
...
52 1740.0 245.0
EOF
```

Os campos sempre estão presentes e sempre na ordem acima. São eles:

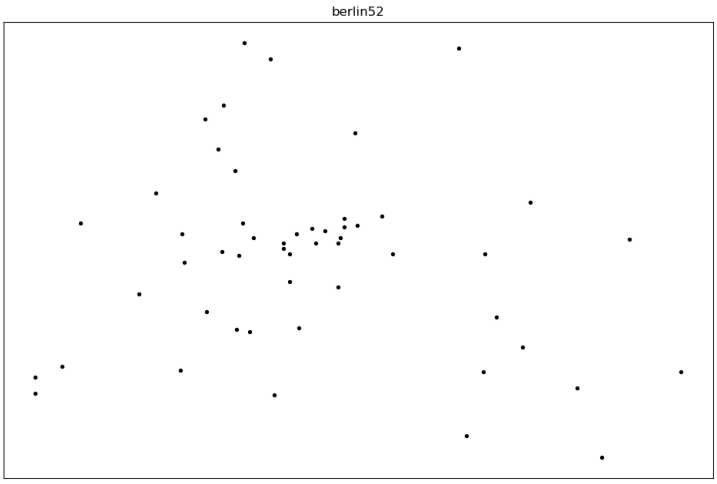
- `NAME`: indica o nome do problema. Por convenção, os nomes sempre incluem o número de pontos (dimensão).
- `COMMENT`: uma ou mais linhas de comentários que podem ser ignoradas.
- `TYPE`: descreve o tipo do grafo descrito no arquivo. A única opção válida é `TSP`, que indica dados de um problema de TSP simétrico.
- `DIMENSION`: indica o valor de N (o número de cidades).
- `EDGE_WEIGHT_TYPE`: descreve o tipo de peso dos arcos. A única opção válida é `EUC_2D`, que indica distância Euclidiana em um plano 2D.
- `NODE_COORD_SECTION` marca o início da seção das coordenadas dos nós. Cada nó (cidade) é descrito em uma linha como abaixo:

  ```
  node_id x y
  ```

  aonde `node_id` é um inteiro único (≥ 1) e `(x,y)` são coordenadas Cartesianas do plano. Os valores de `x` e `y` são números reais. **IMPORTANTE**: como é possível ver nos arquivos de entrada, os campos dessa seção podem estar separados por mais de um espaço em branco.
- `EOF` indica o fim do arquivo.

MUITO IMPORTANTE: Você pode sempre assumir que a entrada do seu programa será um arquivo válido como descrito acima. Utilize os arquivos de entrada disponibilizados no diretório `in/`. Cuidado se for utilizar arquivos diretamente da TSPLIB pois eles nem sempre seguem precisamente as convenções descritas acima. Os arquivos disponibilizados no AVA foram todos uniformizados para simplificar o I/O.

O arquivo `tsp_plot.py.zip` disponibilizado no AVA contém um programa Python para visualização do TSP. O comando `./tsp_plot.py in/berlin52.tsp` gera a figura abaixo.



IMPORTANTE: para executar o programa Python você precisa da biblioteca `matplotlib`, que pode ser facilmente instalada como um pacote na maioria das distribuições Linux. **Se você tiver *qualquer* problema em executar o programa Python ou tiver qualquer outra dificuldade com I/O durante o desenvolvimento do trabalho, fale *imediatamente* com o professor**.
O seu trabalho deve ler como entrada um arquivo contendo uma instância do problema do TSP como descrita acima, e deve gerar como saída dois arquivos, um contendo a MST e outro contendo o *tour*, cujos formatos são descritos nas próximas duas seções.

3.2 Formato da MST

O arquivo de saída contendo a MST gerada pelo seu trabalho deve ter o formato como a seguir. (Veja o arquivo `mst/berlin52.mst`.)

```
NAME: berlin52
TYPE: MST
DIMENSION: 52
MST_SECTION
35 36
24 48
34 35
...
33 43
EOF
```

Observações sobre os campos:

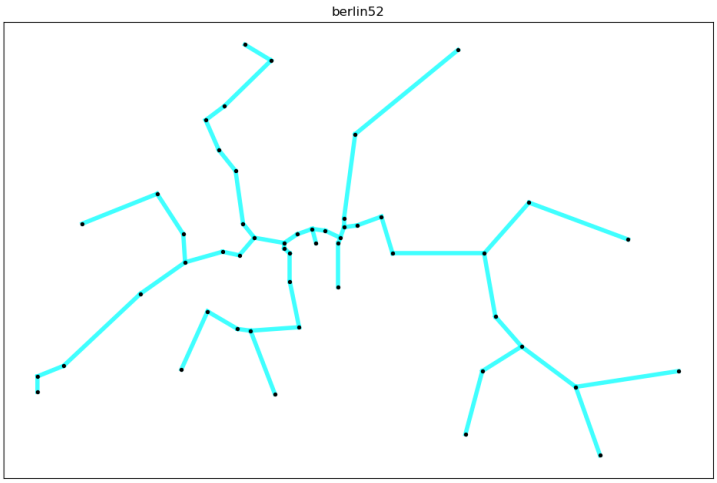
- `NAME` e `DIMENSION` devem ser copiados da entrada.
- o campo `TYPE` deve ser sempre `MST`.
- `MST_SECTION` marca o início da seção de arcos da MST. Cada arco é descrito em uma linha como abaixo:

  ```
  i j
  ```

aonde `i` e `j` são as cidades conectadas pelo arco. Os arcos dessa seção podem ser listados em qualquer ordem.

- `EOF` indica o fim do arquivo.

A MST também pode ser visualizada pelo programa `./tsp_plot.py`, exceto para `in/d18512.tsp`, que é muito grande.
O comando `./tsp_plot.py in/berlin52.tsp mst/berlin52.mst` gera a figura abaixo.



3.3 Formato do *tour*

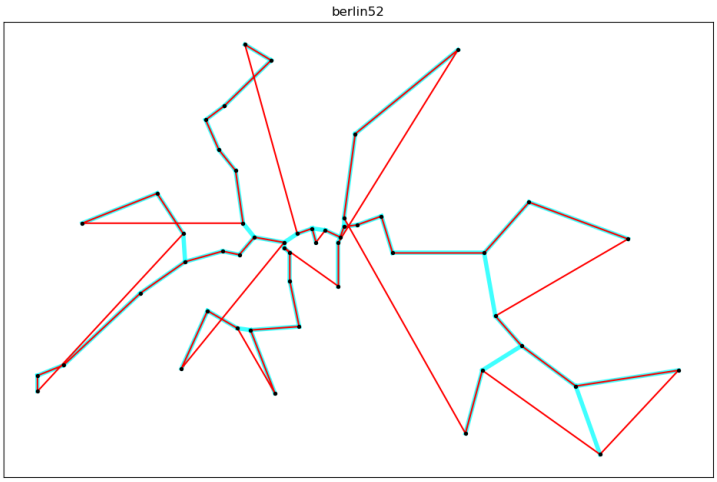
O arquivo de saída contendo o *tour* gerado pelo seu trabalho deve ter o formato como a seguir. (Veja o arquivo `tour/berlin52.tour`.)

```
NAME: berlin52
TYPE: TOUR
DIMENSION: 52
TOUR_SECTION
1
22
31
...
49
EOF
```

Observações sobre os campos:

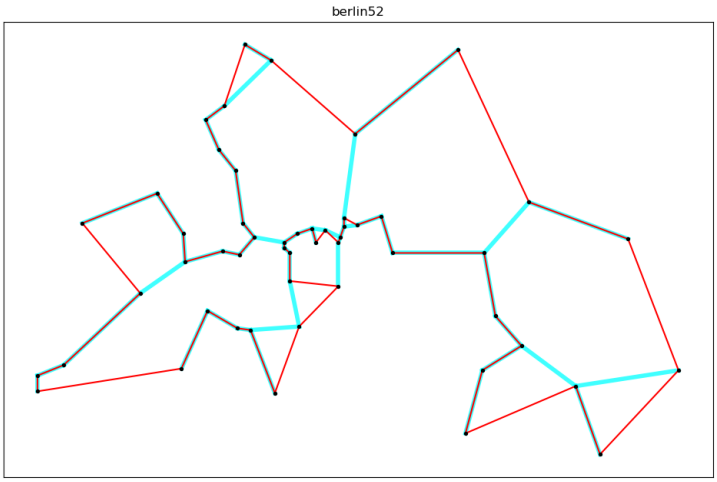
- `NAME` e `DIMENSION` devem ser copiados da entrada.
- o campo `TYPE` deve ser sempre `TOUR`.
- `TOUR_SECTION` marca o início da seção das cidades no *tour*. Cada linha contém uma cidade no *tour*. O *tour* pode começar por QUALQUER CIDADE.
- `EOF` indica o fim do arquivo.

O *tour* também pode ser visualizado pelo programa `./tsp_plot.py`.
O comando `./tsp_plot.py in/berlin52.tsp mst/berlin52.mst tour/berlin52.tour` gera a figura abaixo.



3.4 *Tours* ótimos

A título de ilustração, alguns *tours* ótimos foram disponibilizados no diretório `opt/`.
AVISO: Você não precisa deles para esse trabalho.
O comando `./tsp_plot.py in/berlin52.tsp mst/berlin52.mst opt/berlin52.opt.tour` gera a figura abaixo.



3.5 Execução do trabalho

O seu trabalho será executado da seguinte maneira:

```
./trab1 <problema>.tsp
```

Isto é, o seu programa recebe como entrada um arquivo de uma instância do TSP e gera como saída *dois* arquivos, de nome `<problema>.mst` e `<problema>.tour`, contendo respectivamente a MST e o *tour* calculados, seguindo os formatos descritos anteriormente. (Substitua `<problema>` pelo nome real do arquivo passado como argumento.)

4 Detalhes de implementação

É possível existirem dois ou mais arcos com o mesmo peso (distância). Isso implica que a MST não é única, isto é, é possível construir duas ou mais árvores distintas com o peso mínimo. Como pode existir mais de uma MST, também pode existir mais de um *tour*.

Utilize os arquivos de MST e *tour* fornecidos pelo professor como REFERÊNCIA para construir as suas soluções. O resultado do seu programa deve ser uma MST e um *tour* CORRETOS, embora eles NÃO precisem ser iguais aos do professor. O seu trabalho será corrigido manualmente...

Seu programa deve ser, obrigatoriamente, compilado com o utilitário `make`. Crie um arquivo `Makefile` que gera como executável para o seu programa um arquivo de nome `trab1`.

4.1 Passos para o desenvolvimento do trabalho

Você deve realizar todos os passos abaixo, na ordem indicada, para concluir o seu trabalho.

1. Leia atentamente **todo** esse documento de especificação. Certifique-se de que você entendeu tudo que está escrito aqui. Havendo dúvidas ou problemas, fale com o professor o quanto antes. As dúvidas podem ser sanadas pessoalmente com o professor ou por email.
2. Instale as bibliotecas Python necessárias para fazer o programa `tsp_plot.py` funcionar.
3. Utilizando o programa `tsp_plot.py`, visualize os arquivos de teste (`.tsp`) disponibilizados para se familiarizar com o formato dos problemas.
4. Desenvolva uma estrutura de dados para armazenar as informações do problema do TSP. Você é livre para usar a(s) estrutura(s) que preferir.
5. Crie código que lê o arquivo de entrada fornecido e armazena todos os dados na estrutura que você projetou no item anterior. **IMPORTANTE: teste adequadamente essa parte do código antes de continuar para se certificar que todos os dados foram lidos corretamente.**
6. Construa a MST do problema de entrada utilizando o algoritmo de Kruskal. Algumas observações:
   - Veja o link da Seção 2.2 para uma explicação do algoritmo na Wikipedia.
   - A estrutura de dados *disjoint-set* mencionada no pseudo-código da Wikipedia é a estrutura de *union-find* vista em sala. O código dessa estrutura está disponível no AVA juntamente com os slides das Aulas 01 e 03. Adapte a versão mais eficiente do algoritmo para as suas necessidades e use-a no seu trabalho.
   - O algoritmo de Kruskal requer que os arcos do grafo do TSP sejam ordenados pelo peso. Alguns comentários específicos sobre isso:
     - É imediato notar que os arcos não são fornecidos explicitamente na entrada. No entanto, como as cidades são pontos no plano, você pode calcular o peso do arco como a distância Eucludiana.
     - Crie uma estrutura de dados para representar um arco da MST e crie um *array* de arcos, usando os dados do problema de entrada para preencher o *array*. Note que é simples saber a quantidade de arcos, uma vez que o grafo de entrada é completo (veja seção 2).
     - Ordene o *array* de arcos de forma não-decrescente. Para realizar a tarefa de ordenação, você pode usar a função `qsort` do C.
7. Implemente o algoritmo de Kruskal segundo descrito acima e gere a MST do problema de entrada.
8. Gere o arquivo de saída da MST no formato descrito anteriormente.
9. Implemente um caminhamento na MST que gera o *tour* conforme descrito na seção 2.2. Pode ser necessário utilizar estruturas de dados adicionais/auxiliares. Você é livre projetar essa parte de código da forma que preferir, mas note que um código mal projetado aqui pode ter um impacto negativo considerável no desempenho do seu programa.
10. Execute o caminhamento na MST para calcular o *tour*, gerando o seu arquivo de saída no formato descrito anteriormente.

Algumas considerações finais:

- Ao longo do desenvolvimento do trabalho, certifique-se que o seu código não está vazando memória testando-o com o `valgrind`. Não espere terminar o código para usar o `valgrind`, incorpore-o no seu ciclo de desenvolvimento. Ele é uma ferramenta excelente para se detectar erros sutis de acesso à memória que são muito comuns em C. Idealmente o seu programa deve sempre executar sem nenhum erro no `valgrind`.

- **ATENÇÃO**: Não é necessária nenhuma estrutura de dados muito elaborada para o desenvolvimento deste trabalho. Todas as estruturas que você vai precisar foram discutidas em aula ou no laboratório. Veja os códigos disponibilizados pelo professor para ter ideias. Prefira estruturas simples a coisas muito complexas. Pense bem sobre as suas estruturas e algoritmos antes de implementá-los: quanto mais tempo projetando adequadamente, menos tempo depurando o código depois. Em resumo: se está complicado demais pare e pense no que você está fazendo porque não deveria ser assim. Aproveite e converse com o professor para tirar suas dúvidas. Resumo do resumo: é possível implementar esse trabalho tranquilamente em menos de mil linhas de código C. Se você estiver usando muito mais do que isso, algo pode estar errado.

5 Regras para desenvolvimento e entrega do trabalho

- **Data da Entrega**: O trabalho deve ser entregue até as 23:59 h do dia 22/09/2023. Não serão aceitos trabalhos após essa data.
- **Prazo para tirar dúvidas**: Para evitar atropelos de última hora, você deverá tirar todas as suas dúvidas sobre o trabalho até o dia 20/09/2023. A resposta para dúvidas que surgirem após essa data fica a critério do professor.
- **Grupo**: O trabalho deve ser feito em grupos de até três pessoas. Atenção ao fato de que duas pessoas que estiverem no mesmo grupo nesse trabalho não poderão estar no mesmo grupo nos próximos trabalhos.
- **Linguagem de Programação e Ferramentas**: Você deve desenvolver o trabalho na linguagem C, sem usar ferramentas proprietárias (e.g., Visual Studio). O seu trabalho será corrigido no Linux (Versão presente no LabGrad1).
- **Como entregar**: Pela atividade criada no AVA. Envie um arquivo compactado, no formato `.tar.gz`, com todo o seu trabalho. A sua submissão deve incluir todos os arquivos de código e um `Makefile`, como especificado a seguir. Além disso, inclua um arquivo de relatório (descrito adiante). **Somente uma pessoa do grupo deve enviar o trabalho no AVA. Coloque a matrícula de todos integrantes do grupo (separadas por vírgula) no nome do arquivo do trabalho.**
- **Recomendações**: Modularize o seu código adequadamente. Crie códigos claros e organizados. Utilize um estilo de programação consistente. Comente o seu código extensivamente. Não deixe para começar o trabalho na última hora.

6 Execução do trabalho (em detalhes)

Para testar seu trabalho, o professor executará comandos seguindo o seguinte padrão.

```
tar -xzvf <nome_arquivo>.tar.gz
make
./trab1 <problema>.tsp
```

É extremamente importante que vocês sigam esse padrão. Seu programa não deve solicitar a entrada de nenhum valor e também não deve imprimir nada na tela.
Por exemplo, se o nome do arquivo recebido for `2004209608.tar.gz` e os dados de entrada estiverem em `gc.tsp`, o professor executará:

```
tar -xzvf 2004209608.tar.gz
make
./trab1 gc.tsp
```

Após isso, seu trabalho deverá gerar os arquivos `gc.mst` e `gc.tour`, assim como descrito anteriormente.

7 Relatório de resultados

Após terminar de implementar e testar o seu programa você deverá escrever um relatório sobre o trabalho. As seguintes seções são obrigatórias:

1. **Introdução:** breve descrição do conteúdo do documento e dos resultados obtidos.
2. **Metodologia:** descrição das principais decisões de implementação, incluindo uma justificativa para os algoritmos e estruturas de dados escolhidos.
3. **Análise de complexidade:** uma breve análise de complexidade (assim como vista em aula) sobre as principais partes (passos) de sua implementação.
4. **Análise empírica:** para alguns dos casos de teste disponibilizados pelo professor, meça o tempo total que seu programa demora para executar (incluindo tempos de leitura e escrita de arquivos). Após isso, crie uma tabela mostrando a porcentagem desse tempo que foi gasta em cada uma das seguintes etapas: leitura dos dados; cálculo das distâncias; ordenação das distâncias; obtenção da MST; obtenção do *tour*; escrita do arquivo de saída. Os valores obtidos nessa tabela estão de acordo com sua análise de complexidade?
5. Para cada um dos exemplos, mostre também o custo total de cada *tour*.

O relatório deve ser entregue em formato `.pdf`.

8 Avaliação

- Assim como especificado no plano de ensino, o trabalho vale 10 pontos. Sete pontos referentes à parte de implementação e três pontos referentes ao relatório.
- A parte de implementação será avaliada de acordo com a fração e tipos de casos de teste que seu trabalho for capaz de resolver de forma correta e dentro do tempo limite.
- Trabalhos com erros de compilação receberão nota zero.
- Trabalhos que usem **variáveis globais** ou a primitiva **goto** receberão nota zero. Atenção ao fato de que vocês precisarão modificar os códigos disponibilizados em sala.
- Trabalhos que gerem *segmentation fault* serão severamente penalizados na nota.
- Trabalhos com *memory leak* (vazamento de memória) sofrerão desconto na nota.
- Organização do código e comentários valem nota. Trabalhos confusos e sem explicação sofrerão desconto na nota.
- Caso seja detectada **cópia** (entre alunos ou da Internet), todos os envolvidos receberão nota zero. Caso as pessoas envolvidas em suspeita de cópia discordem da nota, amplo direito de argumentação e defesa será concedido. Neste caso, as regras estabelecidas nas resoluções da UFES serão seguidas.
- A critério do professor, poderão ser realizadas entrevistas com os alunos, sobre o conteúdo do trabalho entregue. Caso algum aluno seja convocado para uma entrevista, a nota do trabalho será dependente do desempenho na entrevista. (Vide item sobre cópia, acima.)