SEGUNDO PARCIAL DE METODOS DE OPTIMIZACION

FACULTAD MULTIDISCIPLINARIA ORIENTAL (FMO)

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA

DOCENTE: ING. WILBER MARLON ALVARADO MARTINEZ

FECHA: 23/04/2021

ESTUDIANTE: AMAYA SANCHEZ KATHERINE GABRIELA CARNE: AS19026

ESTUDIANTE: GUEVAR ARRIAZA DANNY EMANUEL CARNE: GA19014

ESTUDIANTE: HERNANDEZ ZAVALA CYNTHIA NOHEMY CARNE: HZ19004

ESTUDIANTE: PARADA BARRERO LUIS ANDRES CARNE: PB19022

ESTUDIANTE: VELASQUEZ VICTORIA GABRIELA CARNE: Vv19020

CARRERA: INGENIERA DE SISTEMAS INFORMATICOS

1) **WILD WEST PRODUCE DOS TIPOS DE SOMBREROS TEXANOS. UN SOMBRERO TIPO A REQUIERE DOS VECES LA MANO DE OBRA QUE EL TIPO 2.- SI TODA LA MANO DE OBRA DISPONIBLE SE DEDICA SOLO AL TIPO 2, LA COMPAÑÍA PUEDE PRODUCIR UN TOTAL DE 400 SOMBREROS TIPO 2 AL DIA. LOS LÍMITES DEL MERCADO RESPECTIVOS PARA LOS DOS TIPOS SON 150 Y 200 SOMBREROS POR DIA. EL INGRESO ES DE $8 POR SOMBRERO DE TIPO 1 Y DE $5 POR SOMBRERO TIPO 2.**

A) **USE LA SOLUCION GRAFICA PARA DETERMINAR LA CANTIDAD DE SOMBREROS DE CADA TIPO QUE, MAXIMICE EL INGRESO.**
B) **DETERMINE EL PRECIO DUAL DE LA CAPACIDAD DE PRODUCCION (EN FUNCION DEL SOMBRERO TIPO.**
2) **Y EL INTERVALO DENTRO DEL CUAL ES APLICABLE**
C) **¿SI EL LIMITE DE LA DEMANDA DIARIA DEL SOMBRERO TIPO 1 ¿SE REDUCE A 120, USE EL PRECIO DUAL PARA DETERMINAR EL EFECTO CORRESPONDIENTE DEL INGRESO OPTIMO?**
D) **¿CUAL ES EL PRECIO DUAL DE LA PARTICIPACION EN EL MERCADO DEL SOMBRERO TIPO 2? ¿QUE TANTO SE PUEDE INCREMENTAR LA PARTICIPACION EN EL MERCADO AL MISMO TIEMPO QUE SE TIENE EL VALOR CALCULADO POR UNIDAD?**

Solución:

Tipo 1	Tipo 2	=	Sombreros
X_1	X_2	=	Número de unidades / día
8	5	=	Utilidad ($ c/u)

Recursos	**Relaciones**		**Requerimientos**
Capacidad (u)	2	1	400 en total
Dem. tipo 1 (u)	1	0	150 máximo
Dem. tipo 2 (u)	0	1	200 máximo

Función objetivo: Maximizar la utilidad diaria.

$Z(MIN) = 8X_1 + 5X_2$

Restricciones:

1. $2X_1 + X_2 = 400$ (Capacidad diaria)

2.- $X_1 \leq 150$ (Demanda máxima para tipo 1)

3.- $X_2 \leq 200$ (Demanda máxima para tipo 2)

4.- $X_1, X_2 \geq 0$ (Restricciones de no negatividad).

LA RESTRICCION No. 1 es desigualdad no una igualdad.

Solución por método gráfico.

Abstracción de las restricciones:

$2X_1 + X_2 = 400$ (E1)

$X_1 = 150$ (E2)

$X_2 = 200$ (E3)

Graficamos las ecuaciones:

2X1 +X2 = 400 (E1)

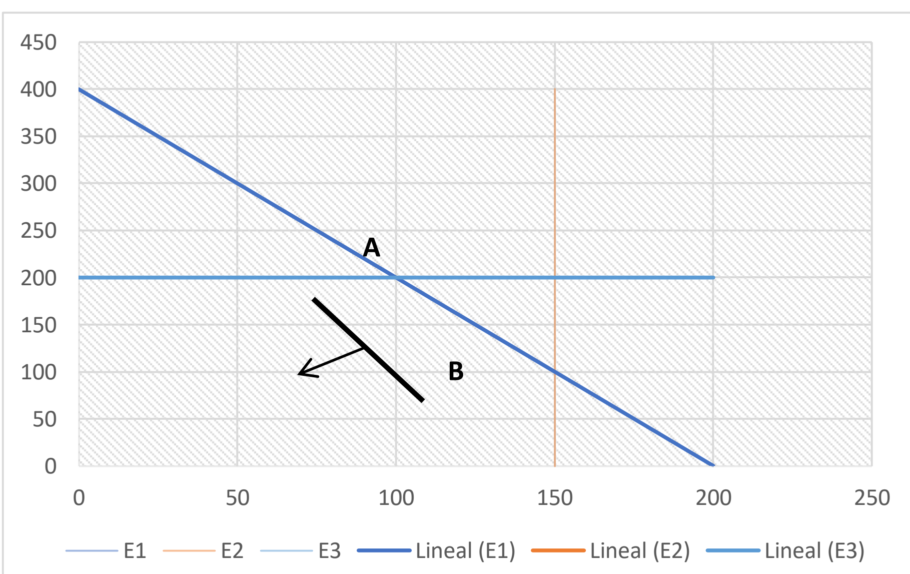
X1	X2
0	400
200	0

X1 = 150 (E2)

X1	X2
150	0
150	400

X2 = 200 (E3)

X1	X2
0	200
200	200



Vértices de interés de la región básica factible:

Punto A: (Ecuaciones E1 y E3)

De (E3): $X_2 = 200$

En (E1):

$$2X_1 + 200 = 400$$
$$X_1 = (400 - 200)/2 = 100$$

Punto A: (100; 200)

Punto B: (Ecuaciones E1 y E2)

De (E2): $X_1 = 150$

De (E1): $2(150) + X_2 = 400$

$$X_2 = 400 - 300 = 100$$

Punto B: (150; 100)

Determinación del punto óptimo

$$P(X_1, \mathrm{X}_2): \quad Z(MIN) = 8X_1 + 5X_2$$
$$A(100; 200): \quad Z(A) = 8 \times 100 + 5 \times 200 = 1800 : Punto\, optimo$$
$$B(150; 100): \quad Z(B) = 8 \times 150 + 5 \times 100 = 1700$$

Solución óptima

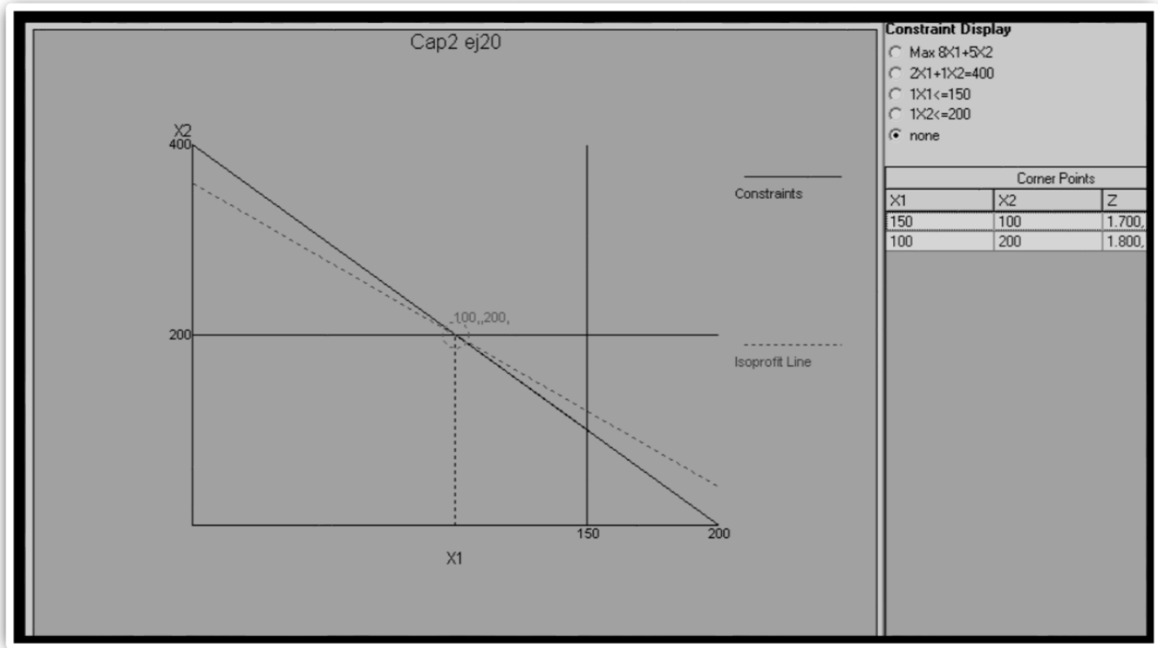
La mejor alternativa se presenta cuando $X_1 = 100$ y $X_2 = 200$ es decir, cuando produzca 100 sombreros diarios tipo 1 y 200 sombreros tipo 2, con lo cual la máxima utilidad diaria es $1800.

X_1 = 100 sombreros tipo 1.

X_2 = 200 sombreros tipo 2.

Z (MAX) = $1800.

Verificación de la solución mediante programa QM.



El límite de la restricción de capacidad se aumenta a 401.

Restricciones:

$2X_1 + X_2 = 400 + 1$ (E11)

$X_1 \leq 150$ (E2)

$X_2 \leq 200$ (E3)

Abstracción de las restricciones:

$2X_1 + X_2 = 400 + 1$ (E11)

$X_1 = 150$ (E2)

$X_2 = 200$ (E3)

Según el grafico se determina que el punto óptimo A cambia a A1.

Punto A1: (Ecuaciones E11 y E3)
De (E3): $X_2 = 200$
De (E11): $2X_1 + 200 = 401$
$X_1 = (401 – 200) /2 = 100{,}5$

Punto A1: (100,5; 200)

Según el punto óptimo inicial A (100; 200), el nuevo punto óptimo A1 representa un aumento en 0,5 unidades en la producción de sombreros tipo 1, pero no cambia la cantidad de producción de sombreros tipo 2, por cada 1 unidad adicional en el límite para la capacidad total de producción.

Efecto neto en la ganancia:
Nueva función objetivo: Z1 (MAX) = 8x100,5+5x200 = 1804
Cambio neto: Z1 – Z = 1804 – 1800 = 4

Entonces el precio dual para esta restricción es 4; es decir que cada aumento en 1 unidad en el límite de la capacidad total de producción, la ganancia diaria aumenta en $4.

Rango de aplicación de este resultado.
Puntos de interés: C (150; 200) y D (0; 200)
El límite de capacidad puede aumentar hasta llegar al punto C.
$2X_1 + X_2 = 2(150) + 200 = 500$

El límite de capacidad puede disminuir hasta llegar al punto D.
$2X_1 + X_2 = 2(0) + 200 = 200$
Para mantener el precio dual de $4 para esta restricción, el rango de variación puede bajar hasta un mínimo de 200 y aumentar hasta un máximo de 500 unidades.

c) Análisis de sensibilidad para la restricción "demanda de sombrero tipo 1".

El límite de la restricción de capacidad se aumenta a 151.
Restricciones:

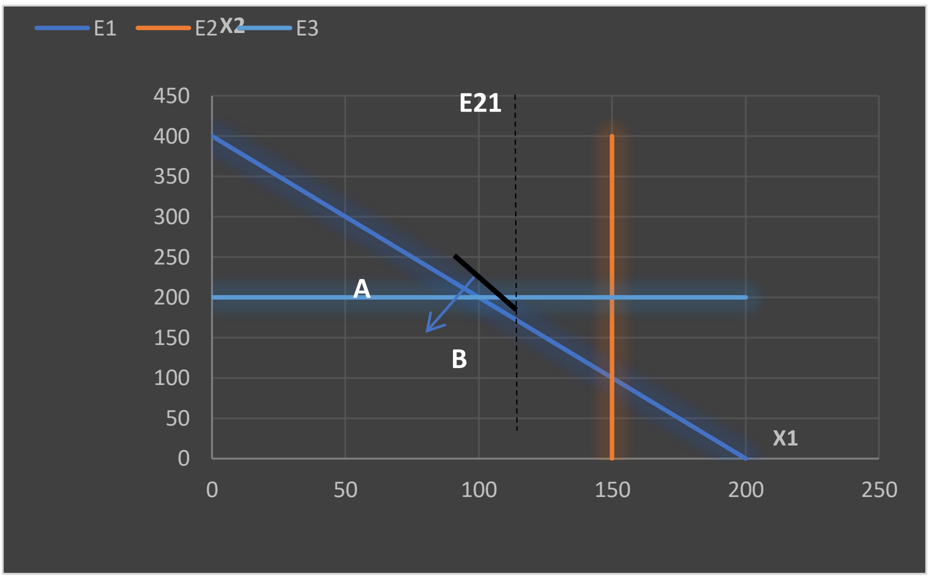
$2X_1 + X_2 = 400$ (E1)
$X_1 \leq 150 + 1$ (E21)
$X_2 \leq 200$ (E3)

Abstracción de las restricciones:

$2X_1 + X_2 = 400$ (E1)

$X_1 = 151$ (E21)

$X_2 = 200$ (E3)



Según el grafico se determina que el punto óptimo A no cambia, ya que esta restricción no es efectiva.

El punto óptimo inicial A (100; 200) no se altera, ni la ganancia diaria máxima.

Efecto neto en las ganancias:

Cambio neto = 0

El precio dual asociado para esta restricción es 0; es decir que para cualquier aumento en el límite del valor máximo de la demanda de sombreros tipo 1, la solución óptima y la ganancia diaria no sufre cambio alguno.

Rango de aplicación de este resultado.

Punto de interés: A (100; 200)

El límite de demanda puede aumentar en forma ilimitada. El límite de demanda puede disminuir hasta llegar al punto A: $X_1 = 100$ Para mantener el precio dual de \$0 para esta restricción, el rango de variación puede bajar hasta un mínimo de 100 y aumentar en forma ilimitada. Si el límite de demanda del sombrero tipo 1 disminuye a 120, está dentro del rango de validez del correspondiente precio dual, entonces la utilidad óptima obtenida de \$1800 se mantiene.

d) Análisis de sensibilidad para la restricción "demanda de sombrero tipo 2".

El límite de la restricción de demanda se aumenta a 201.

Restricciones:

$2X_1 + X_2 = 400$ (E1)

$X_1 \leq 150$ (E2)

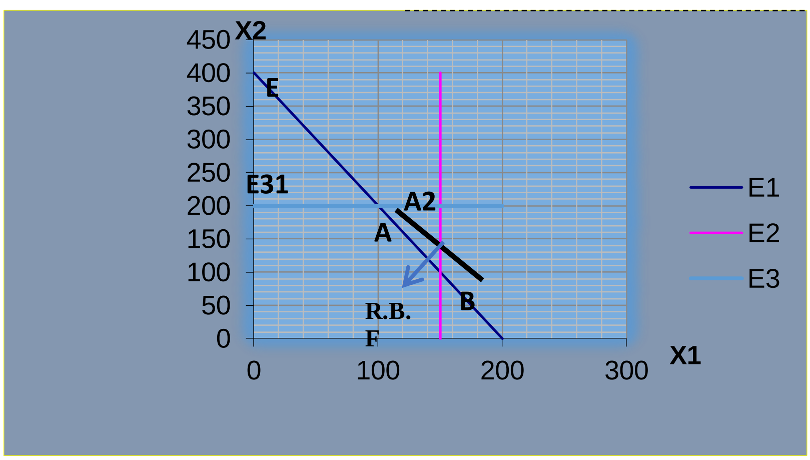
$X_2 \leq 200 + 1$ (E31)

Abstracción de las restricciones:

$2X_1 + X_2 = 400$ (E1)

$X_1 = 150$ (E2)

$X_2 = 201$ (E31)



Según el grafico se determina que el punto óptimo A cambia a A2.
Punto A2: (Ecuaciones E1 y E31)

De (E31): $X_2 = 201$

De (E1): $2X_1 + 201 = 400$

$X_1 = (400 – 201)/2 = 99,5$

Punto A2: (99,5; 201)

Según el punto óptimo inicial A (100; 200), el nuevo punto óptimo A2 representa una disminución en 0,5 unidades en la producción de sombreros tipo 1, por cada 1 unidad adicional en el límite máximo para la demanda y producción de sombreros tipo 2.

Efecto neto en la ganancia:
Nueva función objetivo: Z2 (MAX) = 8x99,5+5x201 = 1801
Cambio neto: Z2 – Z = 1801 – 1800 = 1

Entonces el precio dual para esta restricción es 1; es decir que cada aumento en 1 unidad en el límite de la demanda de sombreros tipo 2, la ganancia diaria aumenta en $1.

Rango de aplicación de este resultado.

Puntos de interés: B(150; 100) y E(0; 400)

El límite de capacidad puede aumentar hasta llegar al punto E.

$X_2 = 400$

El límite de capacidad puede disminuir hasta llegar al punto B.

$X_2 = 100$

Para mantener el precio dual de $1 para esta restricción, el rango de variación puede bajar hasta un mínimo de 100 y aumentar hasta un máximo de 400 unidades.

SON 200 UNIDADES

NOTA 4,5/5.

2) CONSIDERE LA SIGUIENTE PL:

MAXIMIZAR $\boldsymbol{Z=5X1+2X2+3X3}$

SUJETO A

$$\boldsymbol{X1+5X2+2X3=30}$$

$$\boldsymbol{X1-5X2-6X3\leq 40}$$

$$\boldsymbol{X1,\ X2,\ X3\geq 0}$$

DADO QUE LA VARIABLE ARTIFICIAL X4 Y LA VARIABLE DE HOLGURA X5 FORMAN LAS VARIABLES BASICAS INICIALES Y QUE M SE ESTABLECIO IGUAL A CERO AL SOLUCIONAR EL PROBLEMA, LA TABLA ÓPTIMA SE DA COMO:

BASICA	X1	X2	X3	X4	X5	SOLUCION
Z	0	23	7	105	0	150
X1	1	5	2	1	0	30
X5	0	-10	-8	-1	1	10

¿ESCRIBA EL PROBLEMA DUAL ASOCIADO Y ENCUENTRE LA SOLUCION OPTIMA DE LAS DOS MANERAS?

PRIMAL

MAXIMIZAR $\boldsymbol{Z=5X1+2X2+3X3}$

SUJETO A

$$\boxed{\begin{array}{c}\boldsymbol{X1+5X2+2X3=30}\\ \\ \boldsymbol{X1-5X2-6X3\leq 40}\\ \\ \boldsymbol{X1, X2,\ X3\geq 0}\end{array}}$$

Convertimos Pl Primal a PL Dual

DUAL

Minimizar $w = 30y1 + 40y2$

Sujeto A

$y1 + y2 \geq 5$

$5y1 - 5y2 \geq 2$

$2y1 - 6y2 \geq 3$

MAXIMIZAR $\boldsymbol{Z=5X1+2X2+3X3}$

SUJETO A

$$\boldsymbol{X1+5X2+2X3=30}$$

$$\boldsymbol{X1 - 5X2 - 6X3 \leq 40}$$

$$\boldsymbol{X1, X2, X3 \geq 0}$$

como la restricción 1 es de tipo "=" se agrega la variable artificial x5

como en la restricción 2 es de tipo "≤" se agrega la variable de holgura x4

Entonces la función objetivo quedaría

$Z = 5x1 + 2x2 + 3x3 + 0x4 + 0x5$

Sujeto a

$X1 + 5x2 + 3x3 + x5 = 30$

$X1 - 5x2 - 6x3 + x4 = 40$

$X1, x2, x3, x4, x5 \geq \mathbf{0}$

Tabla 1		0	0	0	0	0	-1
base	z	P0	P1	P2	P3	P4	P5
P5	-1	30	1	5	2	0	1
P4	0	40	1	-5	-6	1	0
		-30	-1	-5	-2	0	0

Tabla 2		0	5	2	3	0	0
Base	z	P0	P1	P2	P3	P4	P5
P2	0	6	0.2	1	0,4	0	0,2
P4	0	70	2	2	-4	1	1
z		0	0	0	0	0	1

Existe alguna solución posible para este problema

Podemos pasar a la fase 2 para calcular su solución

Eliminemos las columnas correspondientes a las variables artificiales

Modifiquemos la fila de función objetivo por la del problema original

Tabla 1			s	2	3	0
Base	z	P0	P1	P2	P3	P4
P2	2	6	0,2	1	0.4	0
P1	4	70	2	2	-4	1
z		12	-4.6	0	-2.2	0

Tabla 2			s	2	3	0
Base	z	P0	P1	P2	P3	P4
P2	5	30	1	5	2	0
P1	4	10	0	-10	-8	1
z		150	0	23	7	0

La solución optima seria z = 150

X1 = 30

X2 = 0

X3 = 0

DUAL

Minimizar w=30Y1+40Y2

Y1+Y2 ≥ 5

5Y1 - 5Y2 ≥2

2Y1 - 6Y2 ≥ 3

1Y1 ≥0

Y2 ≥-M

Y1 (irrestricta)

Y2≥0

Método 1:

Variable básica primal inicial	X4	X5
Coeficiente de la ecuación Z	105	-M
Coeficiente objetivo original	0	0
Variables duales	Y1	Y2
Valores duales óptimos	105+0=105	0+(-M)=-M

Método 2:

Inversa optima: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

(Coeficientes objetivos originales) = (coeficiente de X1 y X5)

=(5,-M)

Valores duales óptimos son:

(Y1, Y2) = (coeficientes objetivo originales de X1 y X5) *(Inversa optima)

= (5,-M) * $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

= (5+M,-M)

3) OZARK FARM TIENE 20,000 POLLOS QUE ALIMENTA DURANTE 8 SEMANAS ANTES DE ENVIARLO AL MERCADO. LA ALIMENTACION SEMANAL POR POLLO VARIA SEGÚN EL PROGRAMA SIGUIENTE:

SEMANA	1	2	3		4	5	6	7	8
LB/POLLO	0.26	0.48	0.75		1.00	1.30	1.60	1.90	2.10

PARA QUE EL POLLO ALCANCE EL PESO DESEADO EN OCHO SEMANAS, LOS ALIMENTOS DEBEN SATISFACER NECESIDADES NUTRICIONALES ESPECÍFICAS. AUNQUE UNA LISTA DE ALIMENTOS ES GRANDE, POR SIMPLICIDAD LIMITAREMOS EL MODELO A SOLO TRES INGREDIENTES: PIEDRA CALIZA (CARBONATO DE CALCIO), MAIZ Y SOYA. LAS NECESIDADES NUTRICIONALES TAMBIEN SE LIMITARÁN A TRES TIPOS: CALCIO, PROTEINA Y FIBRA. LA SIGUIENTE TABLA RESUME EL CONTENIDO NUTRITIVO DE LOS INGREDIENTES SELECCIONADOS JUNTO CON SUS COSTOS.

	CONTENIDO (LB) POR LIBRA DE			
INGREDIENTE	CALCIO	PROTEINA	FIBRA	$ POR LIBRA
PIEDRA CALIZA	0.38	0.00	0.00	0.12
MAIZ	0.001	0.09	0.02	0.45
SOYA	0.002	0.50	0.08	1.60

LA MEZCLA ALIMENTICIA DEBE CONTENER AL MENOS 0.8% PERO NO MAS DE 1.2% DE CALCIO, UN MINIMO DE 22% DE PROTEINA, Y CUANDO MUCHO 5% DE FIBRA CRUDA.

RESUELVA LA PL PARA LA SEMANA 1 Y LUEGO APLIQUE EL ANALISIS POSTOPTIMO PARA DESARROLLAR UN PROGRAMA OPTIMO PARA LAS 7 SEMANAS RESTANTES.

SOLUCUION

X1=lb de caliza

X2 =lb de maíz

X3 = lb de soya

\$0.12 x libra de caliza(x1)

\$0.45 x libra de maíz (x2)

\$1.60 x libra de soya(x3)

$\boxed{\text{Entonces } z = 0.12x1 + 0.45x2 + 1.60x3}$

Sujeto a

X1 + x2 + x3 ≥ m   m = mezcla semanal

Calcio 0.38x1 + 0.01x2 + 0.02x3 ≥ 0.02(x1 , x2,x3)

0.38x1 + 0.01x2 + 0.02x3 ≥ 0.12(x1 , x2,x3)

Proteína 0x1 + 0.99x2 + 0.5x3 ≥ 0.22(x1 , x2,x3)

Fibra 0x1 + 0.2x2 + 0.8x3 ≤ 0.05(x1 , x2,x3)

4) CONSIDERE LA SIGUIENTE PL:

MAXIMIZAR $Z=3X1+X2+4X3$

SUJETO A

$$6X1+3X2+5X3\leq 25$$

$$3X1 + 4X2 + 5X3 \leq 20$$

$$X1, X2, X3 \geq 0$$

EL CORRESPONDIENTE CONJUNTO FINAL DE ECUACIONES QUE CONDUCE A LA SOLUCION OPTIMA ES:

a) Cambie el lado derecho de la restricción 1 a $b_1 = 10$.
b) Cambie el lado derecho de la restricción 2 a $b_2 = 10$.
c) Cambie el coeficiente de x_2 en la función objetivo a $c_2 = 3$.
d) Cambie el coeficiente de x_3 en la función objetivo a $c_3 = 2$.
e) Cambie el coeficiente de x_2 en la restricción 2 a $a_{22} = 2$.
f) Cambie el coeficiente de x_1 en la restricción 1 a $a_{11} = 8$.

SOLUCION:

- ✓ Variables de holgura:

3X1 + X2 +4X3 = 0

6X1 + 3X2 +5X3 +S1 = 25

3X1 + 4X2 +5X3 +S2 = 20

- ✓ Tabla simplex

Tabla 1

Variables	Z	X1	X2	X3	S1	S2	CR
S1	0	6	3	5	1	0	25
S2	0	3	4	5	0	1	20

Z	1	-3	-1	-4	0	0	0

Tabla 2

Variables	Z	X1	X2	X3	S1	S2	CR
S1	0	3	-1	0	1	-1	5
X3	4	0.6	0.8	1	0	0.2	4
Z		-0.6	2.2	0	0	0.8	1.6

Tabla 3

Variables	Z	X1	X2	X3	S1	S2	CR
X1	3	1	-0.3	0	0.3	-0.3	1.67
X3	4	0	1	1	-0.2	0.4	3
Z	0	0	2	0	0.2	0.6	17

DATOS:

Z = 17

X1 = 1.66

X2 = 0

X3 = 3

- ✓ **Funcion objetivo**

$$\boldsymbol{MAXZIMIZAR: Z = 3X1 + X2 + 4X3}$$

- ✓ **Restricciones:**

$$\boldsymbol{6X1 \ + \ 3X2 \ + \ 5X3 <= \ 25}$$

$$3X1 + 4X2 + 5X3 <= 20$$

		Z	3	1	4	0	0
C	**Y**	**CB**	**Y1**	**Y2**	**Y3**	**Y4**	**Y5**
0	**Y4**	**25**	6	3	5	1	0
0	**Y4**	**20**	3	4	5	0	1
Z=0	**ZJ**	**CJ**	-3	-1	-4	0	0

a) **Seleccionamos el menor número negativo: -4**

{25/5,20/5} = {5,4}

		Z	3	1	4	0	0
C	**Y**	**CB**	**Y1**	**Y2**	**Y3**	**Y4**	**Y5**
0	**Y4**	25	6	3	5	1	0
Y	**Y5**	20	3	4	5	0	1

$$R2 \rightarrow R2/5$$

R2	20	3	1	4	0	0
R	4	3/5	4/5	1	0	1/5

$$R \rightarrow R7/R2$$

R	5	3	-1	0	1	-1

		Z	3	1	4	0	0
C	**Y**	**CB**	**Y1**	**Y2**	**Y3**	**Y4**	**Y5**
0	**Y4**	5	3	-1	0	1	-1
Y	**Y3**	4	3/5	4/5	1	0	1/5

Z=16	ZJ-CJ=-3/5	11/5	0	0	4/5

Min: {5/3,4/ (3/5)}

		Z	3	1	4	0	0
C	**Y**	**CB**	**Y1**	**Y2**	**Y3**	**Y4**	**Y5**
3	**Y4**	5	-1	-1	0	1	-1
Y	**Y3**	4	4/5	4/5	1	0	1/5

R1	5	3	-1	0	1	-1
R1/3	5/3	1	-1/3	0	1/3	-1/3
R2	4	3/5	4/5	1	0	1/5

$\boldsymbol{R2 \rightarrow R2 - (3/5)R1}$

3	0	1	1	-1/5	2/5

		Z	3	1	4	0	0
C	**Y**	**CB**	**Y1**	**Y2**	**Y3**	**Y4**	**Y5**
3	**Y4**	5/3	1	-1/3	0	1/3	-1/3
Y	**Y3**	3	0	1	1	-1/5	2/5

Z=16	ZJ-CJ=0	2	0	1/5	3/5

El conjunto final correspondiente de ecuaciones que produce la solución óptima es:

$(\mathbf{0}) \boldsymbol{Z + 2x2 + 1/5x4 + 3/5x5 = 17}$
$(\mathbf{1})\ \boldsymbol{x1 - 1/3x2 + 1/3x4 - 1/3x5 = 5/3}$
$(\mathbf{2})\ \boldsymbol{x2 + x3 - 1/5x4 + 2/5x5 = 3}$