PROGRAMACION LINEAL

?

METODOS DE OPTIMIZACION

Docente: Ing. Wilber Marlon Alvarado

Contenido

- Modelos matemáticos en Investigación de Operaciones
- Construcción de un modelo de programación lineal
- Formulación de problemas de maximización
- Formulación de problemas de minimización

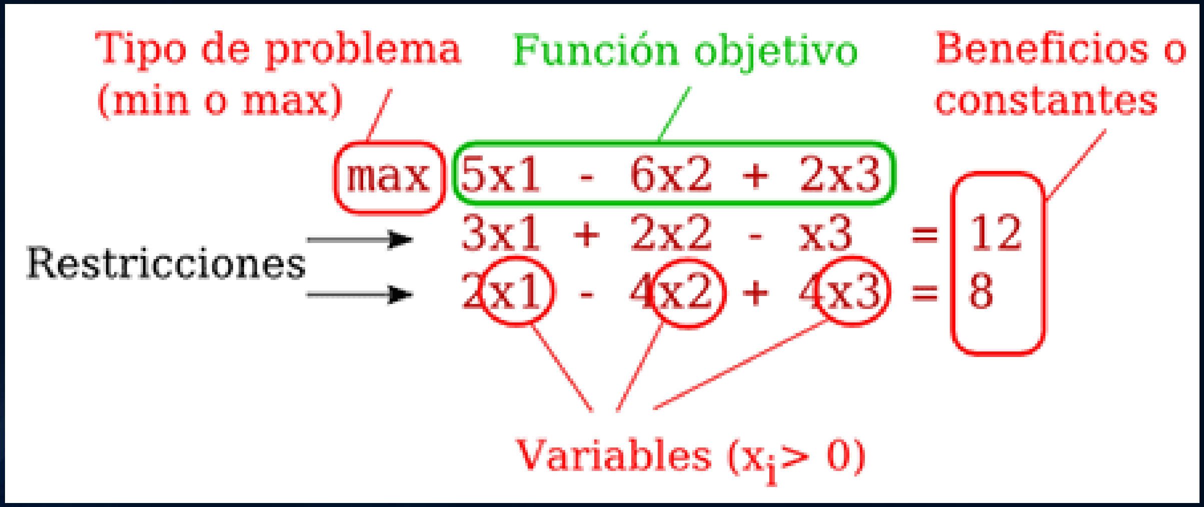
Construcción de un modelo de programación lineal

Uno de los modelos más importantes en la I. O. es el modelo de programación lineal (P. L.), el cual se define como: ***Un modelo de P. L. consiste en una función lineal, la cual se desea optimizar (maximizar o minimizar) sujeta a un conjunto de restricciones lineales.***

Construcción de un modelo de programación lineal

Para construir un modelo de P.L se recomienda:

- Identificar los datos y la variables de decisión
- Identificar las restricciones
- Identificar la función objetivo



Formulación de problemas de programación lineal

Una vez que se ha descrito un problema de forma verbal, es importante transformar las descripciones verbales en una estructura matemática apropiada. Un procedimiento funcional que se puede utilizar en esta etapa del proceso es el siguiente:

Identificar y definir las variables de decisión

El primer paso para la construcción de modelos consiste en identificar las variables controlables o de decisión, esto es, las variables cuyo valor deseamos determinar.

El valor de estas variables, una vez determinado, representa la solución del problema. Para identificar estas variables, debemos cuestionarnos: ¿qué es lo que queremos cuantificar?, ¿qué valores del problema podemos manipular?, ¿cuáles son los valores de las variables a optimizar?, ¿qué valores, una vez determinados, forman una solución del problema?

Identificar los coeficientes de contribución

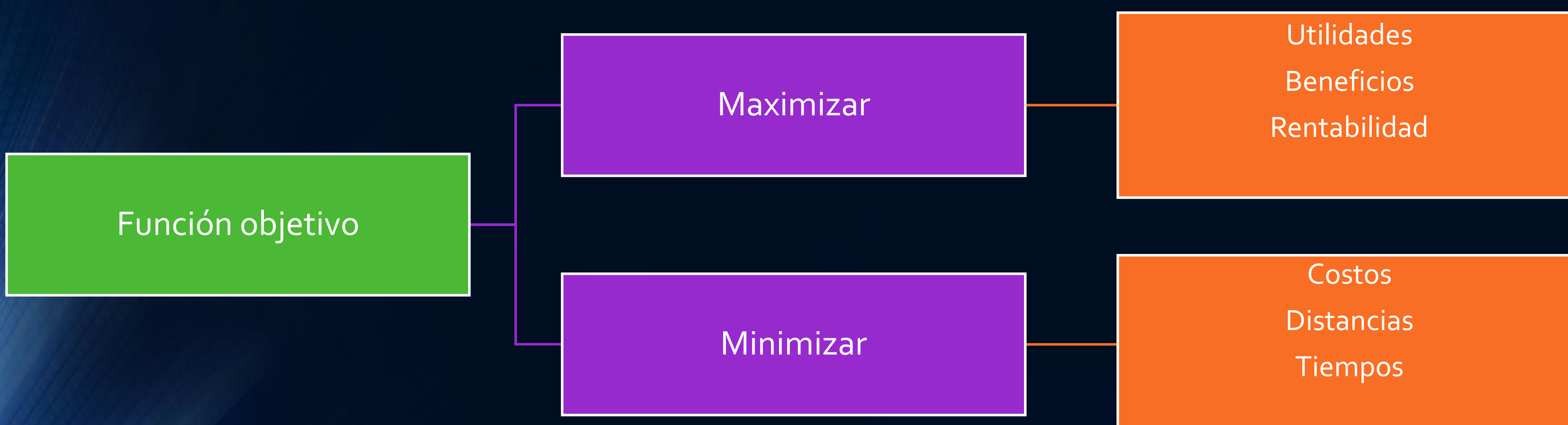
Una vez determinadas las variables de decisión, debemos identificar aquellas cantidades que intervienen en el problema. Por ejemplo; los costos de fabricación de cada impresora, la demanda del producto, la fuerza de trabajo disponible, el tiempo de uso de una máquina, etc.

A todas estas cantidades se les conoce también como tasas físicas de contribución, los cuales son los coeficientes que señalan las tasas a las cuales los recursos se convierten en un producto final.

Plantear la función objetivo

Una vez que se tienen las variables de decisión y los datos del problema, se formula matemáticamente, tanto el objetivo que se persigue, como cada una de las restricciones del problema.

Estos factores son los que se deben ver reflejados en la función objetivo, la cual debe medir de una manera matemática los costos o utilidades de producir y vender una combinación de productos



Identificar los requerimientos disponibles

Los requerimientos disponibles son los valores de los recursos con los cuales cuenta la empresa, organización o personas para el logro de sus objetivos, normalmente estos valores se encuentran ubicados a la derecha del signo de desigualdad en las ecuaciones de restricción.

Plantear las restricciones del problema

Las restricciones son relaciones matemáticas entre las variables de decisión y las limitantes de la empresa. En el caso de los modelos de P. L. estas restricciones son desigualdades o igualdades lineales. Estas inecuaciones matemáticas incluyen restricciones lógicas para las variables que las condicionan a ser siempre positivas. A estas restricciones que se presentan al final del modelo les llamaremos condiciones de no negatividad

Definir las condiciones de no negatividad

La restricción de **no negatividad**, esta asociada a las variables de decisión en donde se indica que los valores que pueden tomar estas deben ser positivos o cero.

Entendiendo que los valores de las variables de decisión en este tipo de planteamiento puede tomar valores enteros o fraccionarios.

$X_1, X_2, X_3, \ldots\ldots\ldots\ldots \geq 0$

Formulación de un modelo de maximización de programación lineal (PL)

La compañía de anillos Acme class diseña y vende dos tipos de anillos. El tipo VIP y el tipo SST. La empresa puede producir 24 anillos diarios y cuenta con 60 horas de trabajo diarias. Si un anillo del tipo VIP toma 3 horas de trabajo y un anillo SST requiere de 2 horas de trabajo. ¿Cuántos anillos de cada tipo debe producir la empresa para maximizar sus ganancias si un anillo VIP puede venderse en $30 y un anillo SST en $40?

Objetivo (verbal)

¿Cuántos anillos de cada tipo debe producir la empresa para maximizar sus ganancias si un anillo VIP puede venderse en $30 y un anillo SST en $40?

Restricciones (verbales)

- La empresa puede producir 24 anillos diarios
- Cuenta con 60 horas de trabajo diarias.

Variables (Estructura matemática)
Dado que es necesario determinar la cantidad de cada tipo de anillos que debe fabricar la empresa, se requieren dos variables:

X_1 =Tipo VIP
X_2= Tipo SST

Coeficientes de la función objetivo (estructura matemática)

La función objetivo se expresa en pesos, puesto que el objetivo es maximizar utilidades. Por ello:
C_1 = $30 para el anillo VIP
C_2 =$40 para el anillo SST

Función objetivo (estructura matemática)

Maximizar $Z= 30X_1 + 40X_2$

Restricciones (estructura matemática)

Es importante verificar la consistencia de las unidades de medición de los coeficientes y los valores de los requerimientos disponibles.

1. Limite de anillos producidos por día

$$x_1 + x_2 \leq 24$$

2. Límite de tiempo de producción en la empresa

$$3X_1 + 2x_2 \leq 60$$

3. Restricción de signo

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Planteamiento matemático

	X1	X2		Restricción
Producción	1	1	≤	24
Tiempo	3	2	≤	60
Ganancia	30	40		Maximizar Z

Planteamiento matemático

Maximizar $Z = 30X_1 + 40X_2$

Sujeto a

$$x_1 + x_2 \leq 24$$

$$3X_1 + 2x_2 \leq 60$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Formulación de un modelo de minimización de programación lineal (PL)

Una refinería puede comprar petróleo crudo ligero y petróleo crudo pesado. El coste por barril de estos tipos de petróleo es de 11 y 9 dólares, respectivamente. De cada tipo de petróleo se producen por barril las siguientes cantidades de gasolina, keroseno y combustible para reactores.

	Gasolina	Keroseno	Combustible
Petróleo crudo ligero	0,40	0,20	0,35
Petróleo crudo pesado	0,32	0,40	0,20

La refinería tiene un contrato para entregar un millón de barriles de gasolina, cuatrocientos mil barriles de keroseno, y doscientos cincuenta mil barriles de combustible para reactores. **Determine el número de barriles de cada tipo de petróleo crudo** que satisfacen la demanda y minimizan el coste.

Objetivo (verbal)

Determine el número de barriles de cada tipo de petróleo crudo ligero y pesado que satisfacen la demanda y minimizan el coste

Restricciones (verbales)

- Por cada barril de petróleo crudo ligero se obtienen 0.40 barriles de gasolina, 0.20 barriles de keroseno y 0.35 de combustible
- Por cada barril de petróleo crudo pesado se obtienen 0.32 barriles de gasolina, 0.40 barriles de keroseno y 0.20 de combustible

Variables (Estructura matemática)
Dado que es necesario determinar la cantidad de barriles de cada tipo de petróleo, las variables están determinadas por:

X_1 =barriles de petróleo crudo ligero
X_2= barriles de petróleo crudo pesado

Coeficientes de la función objetivo (estructura matemática)

La función objetivo se expresa en dólares, puesto que el objetivo es minimizar costos. Por ello:
C_1 = \$9 para el barril de petróleo crudo ligero
C_2 =\$11 para el barril de petróleo crudo pesado

Función objetivo (estructura matemática)

Minimizar $Z = 11X_1 + 9X_2$

Restricciones (estructura matemática)

Es importante verificar la consistencia de las unidades de medición de los coeficientes y los valores de los requerimientos disponibles.

1. Número de barriles de gasolina

$$0.40x_1 + 0.32x_2 \geq 1{,}000{,}000$$

2. Número de barriles de keroseno

$$0.20X_1 + 0.40x_2 \geq 400{,}000$$

3. Número de barriles de combustible

$$0.35X_1 + 0.20x_2 \geq 250{,}000$$

4. Restricción de signo

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Planteamiento matemático

	X_1	X_2	Signo	Restricción
Barriles de Gasolina	0.40	0.32	≥	1,000,000
Barriles de Keroseno	0.20	0.40	≥	400,000
Barriles de Combustible	0.35	0.20	≥	250,000
Costos	11	9		Minimizar Z

Planteamiento matemático

Minimizar $Z = 11X_1 + 9X_2$

Sujeto a

$0.40x_1 + 0.32x_2 \geq 1{,}000{,}000$

$0.20X_1 + 0.40x_2 \geq 400{,}000$

$0.35X_1 + 0.20x_2 \geq 250{,}000$

$X_1, X_2 \geq 0$