

TRABAJO PRÁCTICO N° 3 - EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 1) a) $F = \overline{A}B + \overline{B}C + \overline{A}BC + AC$

Comenzamos representando la función en el diagrama de Karnaugh (que nos permitirá visualizar los minitérminos y los maxitérminos de la función). Como la función F está expresada como suma de productos, nos da una representación de los “1” de la misma. Luego, para hallar la 1ª forma canónica, escribimos los minitérminos (los “1” del diagrama) y para hallar la 2ª forma, los maxitérminos (los “0” del diagrama):

BC	00	01	11	10
A				
0	0	1	1	1
1	0	1	1	0

Diagrama de Karnaugh para la función $F = \overline{A}B + \overline{B}C + \overline{A}BC + AC$. Las celdas con "1" están circunscriptas en rojo. Las agrupaciones de celdas con "1" están etiquetadas con flechas azules: $\overline{A}B$ (celdas 1, 2, 3, 5), $\overline{B}C$ (celdas 1, 2, 4, 6), AC (celdas 3, 5, 7, 6), y $\overline{A}BC$ (celdas 2, 3, 5, 6).

Los minitérminos de la función (“1” en el diagrama) se encuentran en las celdas 1, 2, 3, 5 y 7. Por definición, corresponden a las combinaciones de las variables de entrada (A , B y C) cuya intersección da “1”:

$$F = \overline{A} \overline{B} C + \overline{A} B C + \overline{A} B \overline{C} + A \overline{B} C + A B C = \sum m(1, 2, 3, 5, 7) \quad (1^{\text{a}} \text{ forma canónica})$$

Para la 2ª forma, representamos las 3 celdas restantes (los “0” de la función, que corresponden a los maxitérminos). Podemos hacerlo a partir del mismo diagrama, teniendo en cuenta que corresponden a las combinaciones de las variables A , B y C cuya unión (+) da “0”:

$$F = (A + B + C)(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + \overline{B} + C) = \prod M(0, 4, 6) \quad (2^{\text{a}} \text{ forma canónica})$$

Ejercicio 2) b) $F = (\overline{\overline{A}} + B)(\overline{B} + C)(A + \overline{C}) = (A + B)(\overline{B} + C)(A + \overline{C})$

Esta función está expresada como producto de sumas. Como cada término entre paréntesis corresponderá a un “0” de la función, en el diagrama de Karnaugh buscamos los valores de las variables tal que su suma sea “0”. Por ej., para el término $A+B$, debemos buscar las celdas donde tanto A como B valgan “0”.

BC	00	01	11	10
A				
0	0	0	0	0
1	1	1	1	0

Diagrama de Karnaugh para la función $F = (A + B)(\overline{B} + C)(A + \overline{C})$. Las celdas con "0" están circunscriptas en rojo. Las agrupaciones de celdas con "0" están etiquetadas con flechas azules: $A + B$ (celdas 0, 1, 2, 3), $\overline{B} + C$ (celdas 0, 1, 4, 5), y $A + \overline{C}$ (celdas 2, 3, 6, 7).

Como se pide expresar la función como suma de productos, buscamos los “1” adyacentes en el mismo diagrama. Recordar que siempre hay que agrupar un número par de unos.

		BC	00	01	11	10
A	0		0	0	0	0
	1		1	1	1	0

$A \bar{B}$ (arrow to row A=1, B=0)
 $A C$ (arrow to column C=1)

Cada grupo de “unos” encerrado en el diagrama representa un término producto (**¡no son mintérminos!**). La función quedará entonces expresada como:

$$F = A \bar{B} + A C$$

Ejercicio 3) b) $F(A, B, C, D) = \bar{C} \bar{D} + C \bar{D} + \bar{A} \bar{C} + A \bar{B}$

La función F está representada como suma ó unión de productos. Representando cada término producto en el diagrama de Karnaugh nos queda:

		CD	00	01	11	10
AB	00		1	1	0	1
	01		1	1	0	1
	11		1	0	0	1
	10		1	1	1	1

Para representar la función como producto de sumas, agrupamos los “0” de la siguiente manera:

		CD	00	01	11	10
AB	00		1	1	0	1
	01		1	1	0	1
	11		1	0	0	1
	10		1	1	1	1

Por lo tanto, expresada como producto de sumas, la función F queda:

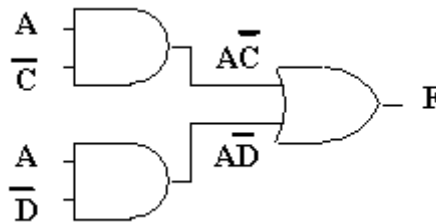
$$F(A, B, C, D) = (\bar{A} + \bar{B} + \bar{D})(A + \bar{C} + \bar{D})$$

Ejercicio 4) c)

Representamos la función en el diagrama de Karnaugh y luego agrupamos “1” adyacentes. Tener en cuenta que la “X” indica que la función puede tomar cualquier valor para esa combinación de las variables (“0” o “1”). A efectos de formar los grupos de “1” adyacentes, la tomamos como más nos convenga, en este caso como “1”:

	CD	00	01	11	10
AB					
00		0	0	0	0
01		0	0	0	0
11		1	1	0	1
10		1	1	0	X

$$F(A,B,C,D) = A \bar{C} + A \bar{D}$$

**Ejercicio 5)** $F(A,B,C,D) = \pi M(1,3,5,7,9,11) + X(13,15)$

La función F está compuesta por los maxitérminos 1, 3, 5, 7, 9 y 11 y 2 términos X (“don’t care”), el 13 y 15. Representamos en el diagrama de Karnaugh:

	CD	00	01	11	10
AB					
00		1	0	0	1
01		1	0	0	1
11		1	X	X	1
10		1	0	0	1

En este caso nos conviene tomar las “X” como “0” para poder formar un grupo de 8 ceros (u 8 unos). La expresión de la función lógica queda:

$$F(A,B,C,D) = \bar{D}$$

Notar que se llega al mismo resultado si agrupamos los 8 unos adyacentes.

Nota: las variables negadas pueden obtenerse a partir de las variables originales con una compuerta NAND que tenga una de sus patas conectadas a “1” lógico (actúa como un inversor).

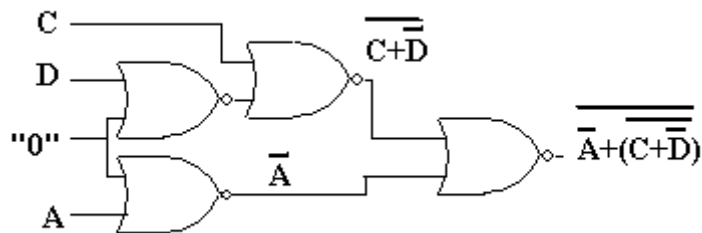
Ejercicio 9) c)

A partir de la tabla de verdad, representamos la función F en el diagrama de Karnaugh:

		C D			
		00	01	11	10
A	B	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
1	1	X	0	X	1
	0	1	0	1	1

$$F(A, B, C, D) = AC + A\bar{D}$$

$$\bar{\bar{F}} = \bar{F} = \bar{AC + A\bar{D}} = \bar{A(C + \bar{D})} = \bar{\bar{A}} + \overline{(C + \bar{D})}$$



Nota: en este caso, las variables negadas se obtuvieron a través de una compuerta NOR con una pata conectada a “0” lógico.