IFMT - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Álgebra Linear - 2º Semestre 2015

Profª Aline Brum Seibel

Espaços e Subespaços Vetoriais, Combinação Linear

1) Considerando $V = R^2$ com a multiplicação usual por escalar e a adição sendo definida em cada item abaixo, verifique quais as propriedades de espaço vetorial continuam válidas e quais falham, onde $u = (x, y),\ v = (x', y')$.

(a) $u + v = (x + y', x' + y)$.

(b) $u + v = (xx', yy')$.

2) Verifique quais dos seguintes subconjuntos são subespaçoes vetoriais:

(a) O conjunto $Y \subset R^3$ formado pelos vetores $v = (x, y, z)$ tais que $xy = 0$;

(b) O conjunto dos vetores de $V = R^3$ que tem pelo menos uma coordenada maior ou igual a zero;

(c) O conjunto dos vetores de R^n cujas coordenadas formam uma progressão aritmética;

(d) Os vetores de R^n cujas coordenadas formam uma progressão geométrica;

(e) Os vetores de R^n cujas coordenadas formam uma progressão aritmética de razão fixada;

(f) Os vetores de R^n cujas coordenadas formam uma progressão geométrica de razão fixada;

(h) Os vetores de R^n cujas primeiras k coordenadas são iguais;

(i) Os vetores de R^n que têm k coordenadas iguais;

3) Mostre que os seguintes subconjuntos abaixo são subespaços de R^4

(a) $W = \{(x, y, z, t) \in R^4 | x + y = 0, z - t = 0\}$

(b) $U = \{(x, y, z, t) \in R^4 | 2x + y - t = 0, z = 0\}$

4) Descreva $W_1 \cap W_2$ e $W_1 + W_2$, nos seguintes casos:

(a) $W_1 = [(1, 0, 0)]$ e $W_2 = [(0, 1, 0)]$

(b) $W_1 = [(1, 1, 0)]$ e $W_2 = [(1, 1, 1)]$

(c) $W_1 = [(1, 2, -2)]$ e $W_2 = [(2, 3, 0), (1, 1, 2)]$

5) Mostre que o conjunto W_1 das matrizes triangulares inferiores e o conjunto W_2 das matrizes triangulares superiores são subespaços vetoriais de $M(n \times n)$, e que $M(n \times n) = W_1 + W_2$ e que não vale $M(n \times n) = W_1 \oplus W_2$

6) Mostre que o vetor $b = (1, 2, 2)$ não é combinação linear dos vetores $v_1 = (1, 1, 2)$ e $v_2 = (1, 2, 1)$. A partir daí, formule um sistema linear de 3 equações e 3 variáveis, que não possui solução e que tem o vetor b como termo independente.

7) Verifique se a matriz $A = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -6 & 16 \end{bmatrix}$ pode ser escrita como combinação linear das matrizes $A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, $A_3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$.