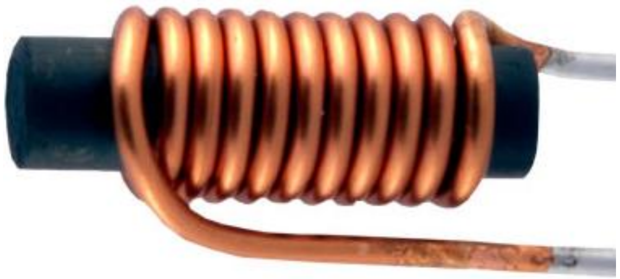
Indutores

6.4 Indutores

Assim como cargas estáticas exercem forças uma sobre a outra, foi descoberto que cargas em movimento, ou correntes, também influenciam uma a outra (Lei de Ampère). Estás forças são caracterizadas devido a existência de um *campo magnético* que pode ser expresso em termos do *fluxo magnético*. Este fluxo tem sua origem na corrente elétrica.

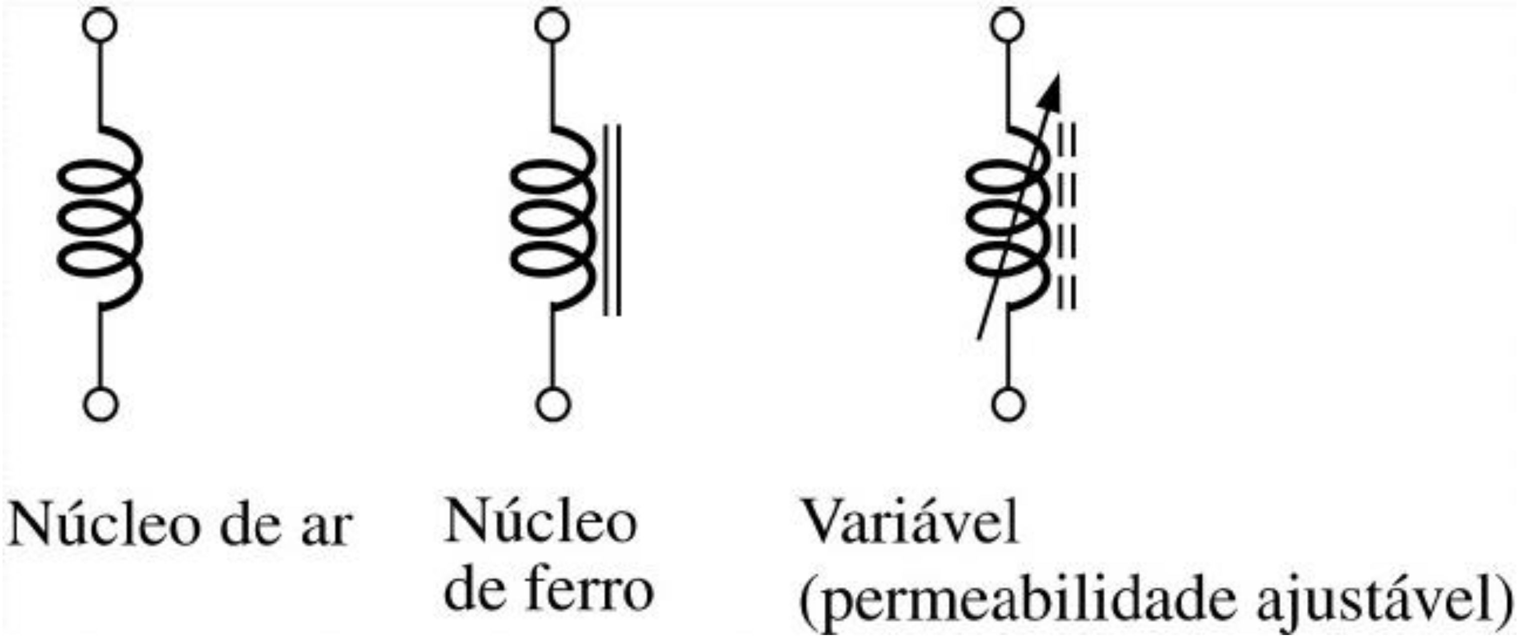
Estudos de campos magnéticos e campos elétricos são expostos detalhadamente nas disciplinas de Física III e Eletromagnetismo.

O indutor é um dispositivo de dois terminais composto de um fio condutor enrolado em espiral (conhecido popularmente como bobina).



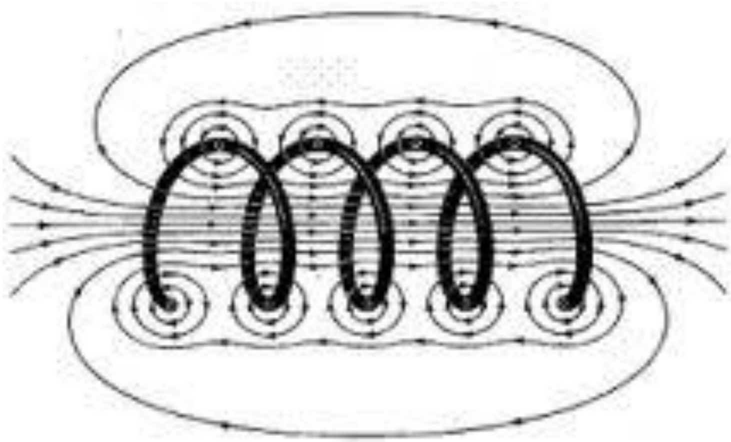
6.4 Indutores

Símbolos de indutores são representados como na figura a seguir



6.4 Indutores

A corrente fluindo através do dispositivo produz um fluxo magnético *ϕ* que forma laços envolvendo a bobina e gerando o indutor, como mostrado na figura abaixo.



Suponha que a bobina tenha *N* espiras e que o *ϕ* passe através de cada uma. Neste caso, o fluxo total enlaçado pelas *N* espiras de uma bobina, denotado por λ, é

$$\lambda = N\phi$$

E sua unidade é o *weber* (*Wb*).

6.4 Indutores

Em um indutor linear, o enlace de fluxo é diretamente proporcional à corrente que flui pelo dispositivo, o fluxo total pode ser escrito como

$$\lambda = Li$$

Onde *L* é a constante de proporcionalidade denominada *indutância* em [Wb/A]. A unidade de 1 Wb/A é conhecida como *henry* (*H*), em homenagem ao físico americano Joseph Henry.

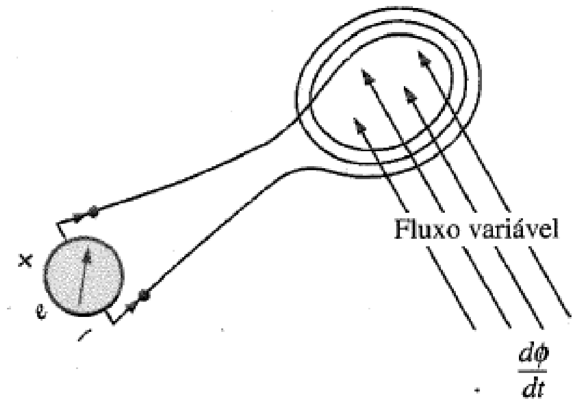
Joseph Henry
(1797-1878)

A indutância mensura a capacidade do indutor em armazenar energia magnética.

6.4 Indutores

Na equação ***λ = Li***, verifica-se que um incremento em ***i provoca um incremento correspondente em λ***. Este incremento em ***λ*** produz uma tensão na bobina de ***N espiras***. A pesar de ***Henry*** ter descoberto que a tensão "surge" com a variação do fluxo magnético ele não divulgou suas descobertas e o resultado foi creditado Faraday com a publicação da ***lei de indução eletromagnética***.

A lei de Faraday da indução eletromagnética estabelece que quando um condutor retilíneo se desloca em um campo magnético de tal forma que o número de linhas de campo que o atravessam variam com o tempo, é induzida uma ddp (tensão) em seus terminais.

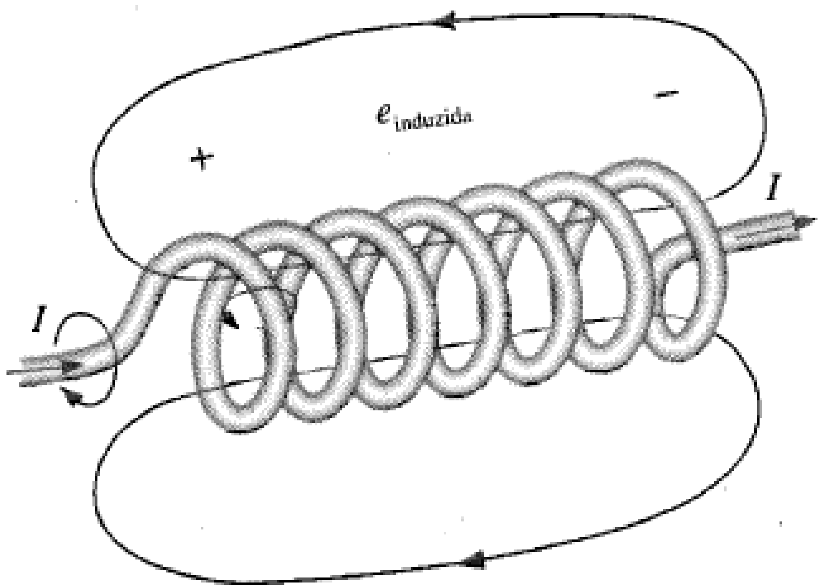


Em outras palavras, a tensão induzida é igual à taxa de variação no tempo do fluxo magnético total, que matematicamente pode ser expressa por

$$v = \frac{d\lambda}{dt} \quad \text{ou} \quad v = L\frac{di}{dt}$$

6.4 Indutores

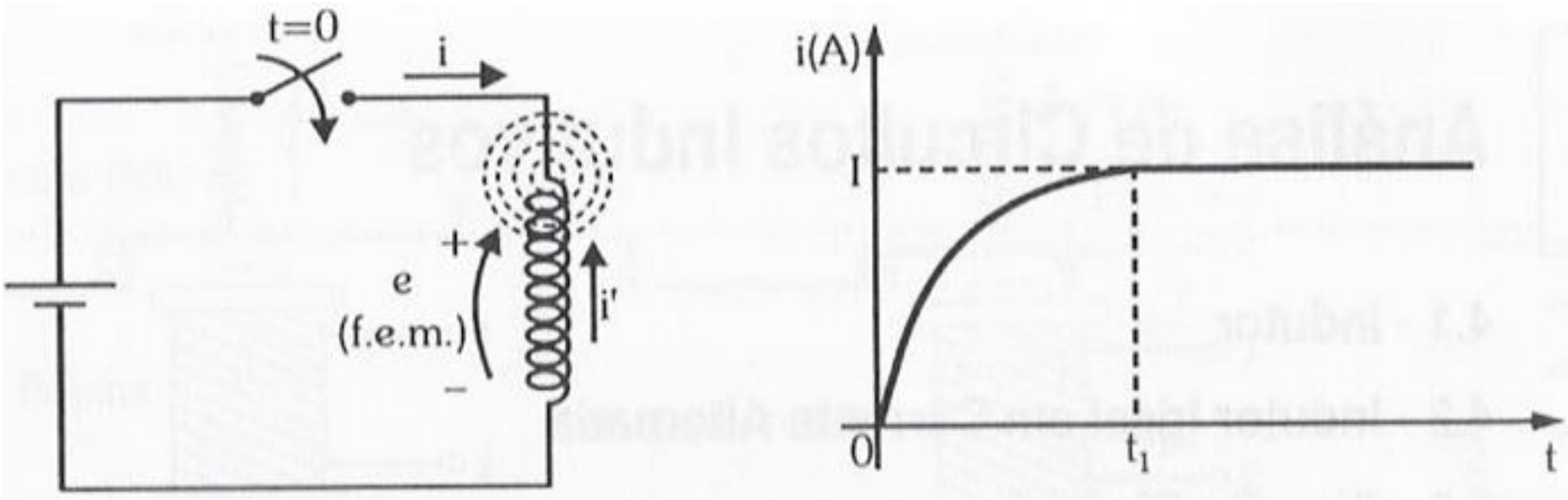
A tensão induzida nos terminais do indutor devido ao crescimento de *i* possui polaridade invertida, o que provoca uma oposição ao crescimento de *i*, pois caso contrário a tensão induzida iria "ajudar" a corrente. Isso não pode ser verdade, pois a corrente cresceria indefinidamente.



O conceito de oposição é definido pela lei de Lenz: Um efeito induzido ocorre sempre a se opor à causa que o produziu.

6.4 Indutores

No circuito indutivo abaixo, uma vez que a chave é fechada, surgira uma corrente *i* no circuito que por sua vez induzira uma tensão elétrica (ddp ou fem) com polaridade no sentido de se opor ao crescimento da corrente *i* (lei de Lenz). Assim uma corrente *i’* no sentido contrário de *i* surgira, fazendo com que a *i* demora um certo tempo (t_1) para vencer esta oposição.



Uma conclusão imediata é que o indutor não permite uma variação instantânea (brusca) de corrente.

6.4 Indutores

Na equação $v = L\dfrac{di}{dt}$ **, se i é constante, então *v* é zero.**

Conclui-se então que o indutor atua como um curto-circuito para uma corrente continua.

A corrente *i(t)* em função de *v(t)*, pode ser calculada integrando a equação $v = L\dfrac{di}{dt}$ **nos intervalo de tempo de t_0 até *t***

$$\int_{t_0}^{t} v(t)\ dt = \int_{t_0}^{t} L\ i(t)\ dt \quad \rightarrow \quad \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)\ dt = i(t) - i(t_0)$$

$$\therefore \quad i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)\ dt + i(t_0)$$

6.4 Indutores

Exemplo 1: Um indutor de 10[mH] tem uma corrente *i(t) = 50 cos 1000(t)* [mA]. Calcule sua tensão e seu enlace de fluxo.

$$v = L\frac{di}{dt} = 10.10^{-3}\frac{d\left(50\cos 1000\right)10^{-3}(t)}{dt} = 0,01\cdot 50\cdot\left(-1000\right)\cdot 10^{-3}sen1000$$

$$v = -0,5sen1000(t)\left[V\right]$$

$$\lambda = Li = 0,01\cdot 50\cos 1000(t) = 0,5\cos 1000(t)\left[mWb\right]$$

6.4 Indutores

Exemplo 2: **Calcule a corrente *i(t)* para *t>0* num indutor de 20[mH] sob uma tensão v*(t) = -5 sen 50(t)* [*V*], se i(0)=5[A].**

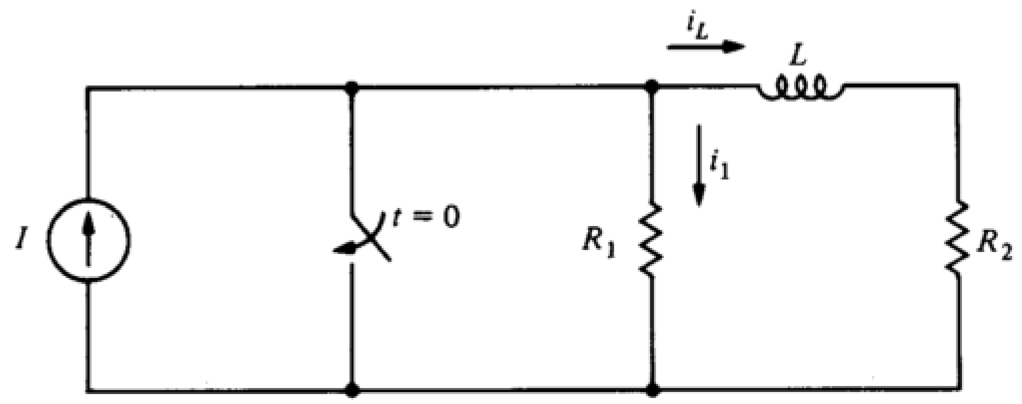
Nota: $$\int sen\ ax\ dx = -\frac{1}{a}\cos\ ax$$

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v(t)\ dt + i(t_0) = \frac{1}{0,02}\int_{t_0}^{t}\left(-5sen50\left(t\right)\right)\ dt + \cancel{i(t_0)}$$

$$i(t) = 5\cos 50\left(t\right)\left[A\right]$$

Observação: com consideramos para t>0 então i(0) não entra e na integral somente sobra a parcela em "*t*".

6.4 Indutores



Exemplo extra:

1) Dado o circuito ao lado, com I=5A, R_1=6Ω, R_2=4 Ω, L=2H e i_1 em $t=0^-$ = 2A. Se a chave está aberta em $t=0^-$, calcule: (a) I_L em $t=0^-$ e em $t=0^+$, (b) i_1 em $t=0^+$ e (c) di_L / dt em [A/s].

Considerações: I_L é o mesmo em $t=0^-$ e em $t=0^+$, pois o indutor não permite uma variação "brusca" de corrente.

Solução:

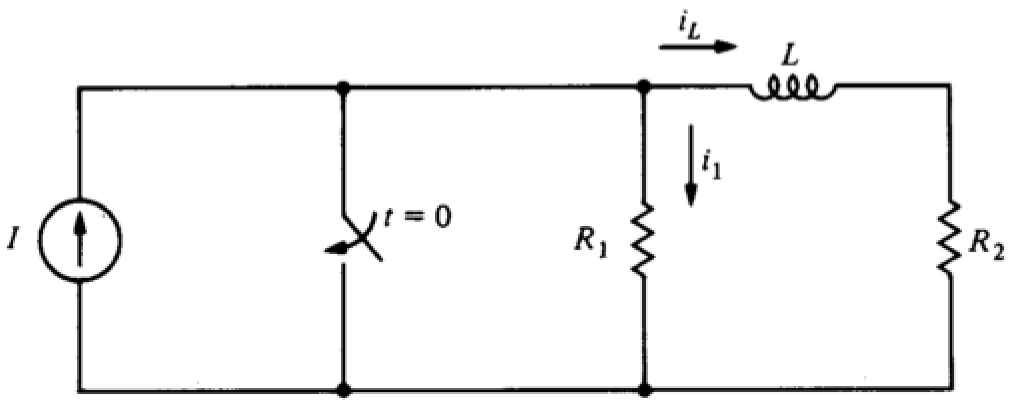
(a) I_L pode ser calculado por divisor de corrente ou por LKC, então por LKC:

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = i - i_{R1} = 3[A]$$

(b) Em $t=0^+$, a corrente que passava por R_1 agora passa pelo curto-circuito, portanto:

$$i_{R1} = 0[A]$$

6.4 Indutores



Exemplo extra:

1) Dado o circuito ao lado, com I=5A, R_1=6Ω, R_2=4 Ω, L=2H e i_1 em t=0^- = 2A. Se a chave está aberta em t=0^- ,

calcule: I_L em t=0^- e em t=0^+, (b) i_1 em t=0^+ e (c) di_L / dt em [A/s].

Considerações: **I_L é o mesmo em t=0^- e em t=0^+ , pois o indutor não permite uma variação “brusca” de corrente.**

Solução:

(c) Usando $$v = L\frac{di}{dt} \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{v}{L} = \frac{-\left(R_2 \cdot I_L\right)}{L} = -6[A/s]$$

6.5 Energia armazenada em Indutores

Como vimos anteriormente, uma corrente *i* fluindo através de um indutor produz um enlace de fluxo total λ que passa pelas espirais da bobina que constitui o dispositivo. Assim como um trabalho foi desenvolvido pelo movimento das cargas em um capacitor, um trabalho similar é necessário para estabelecer o fluxo *ϕ* no indutor. O trabalho ou energia necessário neste caso é dito armazenado no campo magnético e pode ser calculado como se segue:

$$w(t)=\int_{-\infty}^{t} vi\ dt=\int_{-\infty}^{t}\left(L\frac{di}{dt}\right)i\ dt=L\int_{-\infty}^{t} i\ di=\frac{1}{2}Li^{2}(t)\Big|_{t=-\infty}^{t}$$

Lembrando que *i*(-∞) =0, então a equação acima se torna:

$$w(t)=\frac{1}{2}Li^{2}(t)[J]$$

6.5 Energia armazenada em Indutores

Como $w(t) \geq 0$ então o indutor é um elemento passivo do circuito.
Assim como no capacitor, o indutor ideal não dissipa energia mais pode armazenar na forma de campo magnético.

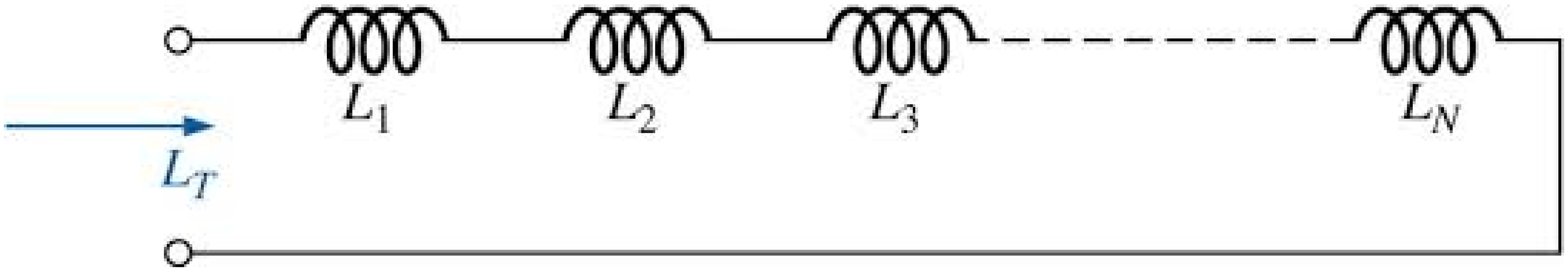
Exemplo: **Qual é a energia armazenada em um indutor de 2[H] que está conduzindo uma corrente de 5[A].**

$$w = \frac{1}{2} 2 \cdot 5^2 = 25[J]$$

6.6 Indutor em Série e Paralelo

A equivalência da indutância de circuitos indutivos associados em série e paralelo é análoga a resistência equivalente.

Associação Série de N indutores:



.

6.6 Indutor em Série e Paralelo

Associação Série de N indutores:

Aplicando LKT na associação série tem-se: $v = v_1 + v_2 + \cdots + v_N$ **, a qual pode ser escrita:**

$$v = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + \cdots + L_N \frac{di}{dt}$$

$$v = \left(L_1 + L_2 + \cdots + L_N \right) \frac{di}{dt}$$

$$v = \left(\sum_{n=1}^{N} L_n \right) \frac{di}{dt}$$

6.6 Indutor em Série e Paralelo

Associação Série de N indutores:

$$v = \left(\sum_{n=1}^{N} L_n\right)\frac{di}{dt}$$

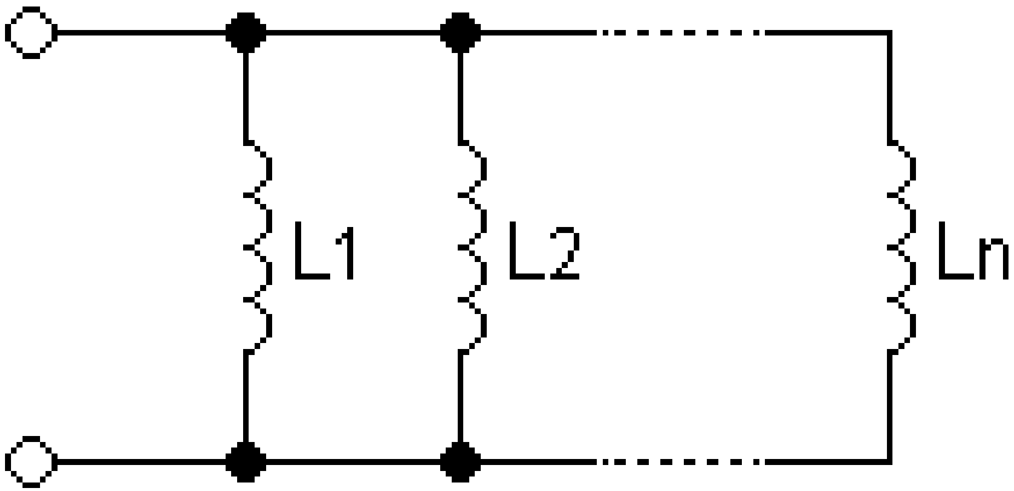
Do circuito equivalente: $$v = L_s \frac{di}{dt}$$

Comparando as equações acima, tem-se:

$$L_s = L_1 + L_2 + \cdots + L_N = \sum_{n=1}^{N} L_n$$

6.6 Indutor em Série e Paralelo

Associação Paralelo de N Indutores:



.

6.6 Indutor em Série e Paralelo

Associação Paralelo de N indutores:

Aplicando LKC na associação paralela tem-se: $i = i_1 + i_2 + \cdots + i_N$ **, a qual pode ser escrita:**

$$i(t) = \frac{1}{L_1}\int_{t_0}^{t} v(t)\ dt + i_1(t_0) + \frac{1}{L_2}\int_{t_0}^{t} v(t)\ dt + i_2(t_0) + \cdots + \frac{1}{L_N}\int_{t_0}^{t} v(t)\ dt + i_N(t_0)$$

$$i(t) = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_N}\right)\int_{t_0}^{t} v\ dt + i_1(t_0) + i_2(t_0) + \cdots + i_N(t_0)$$

$$i(t) = \left(\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{L_n}\right)\int_{t_0}^{t} v\ dt + i(t_0)$$

6.6 Indutor em Série e Paralelo

Associação Paralelo de N indutores:

$$i(t)=\left(\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{L_n}\right)\int_{t_0}^{t}v\,dt+i(t_0)$$

Do circuito equivalente:

$$i(t)=\frac{1}{L_p}\int_{t_0}^{t}v\,dt+i(t_0)$$

Assim conclui-se:

$$\frac{1}{L_p}=\frac{1}{L_1}+\frac{1}{L_2}+\cdots+\frac{1}{L_N}=\sum_{n=1}^{N}\frac{1}{L_n}$$

Referencia Bibliográfica:

HILBURN J. L., JOHNSON D. E., JOHNSON J. R., **Fundamentos de Análise de Circuitos Elétricos**. 4ªed., Rio de Janeiro: LTC, 1994.

BOYLESTAD, R. L. **Introdução à Análise de Circuitos**. Editora Pearson do Brasil, 10. ED., 2004