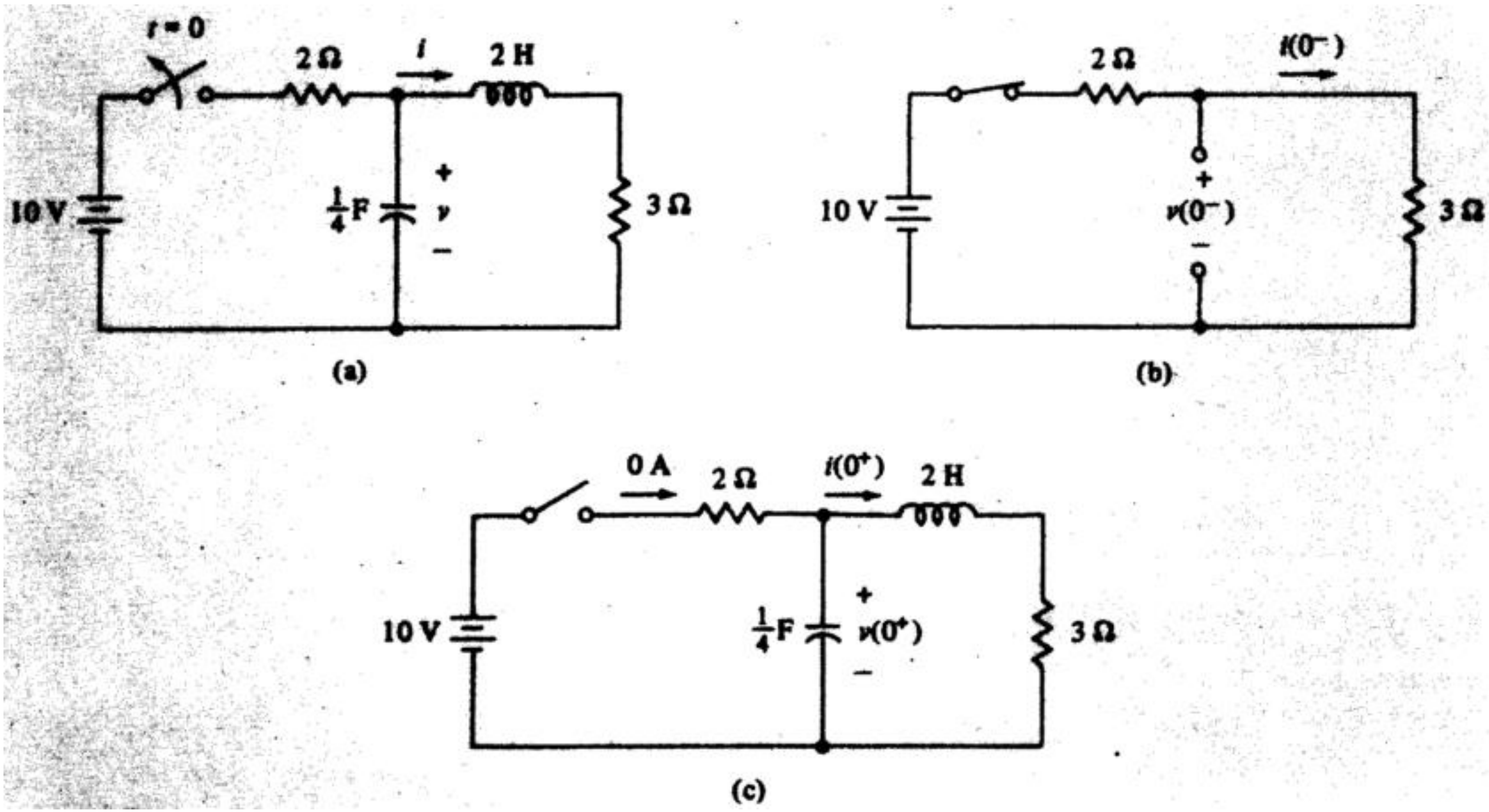
## 6.7 Regime permanente em corrente continua

Circuitos contento apenas fontes de corrente continua, após um determinado tempo do fechamento ou abertura de alguma chave (tempo transitório) entra em regime permanente. No regime permanente como já vimos, o capacitor se comporta como circuito aberto e o indutor como um curto-circuito, assim os cálculos de corrente e tensões nestes circuitos são similares aos dos circuitos resistivos.

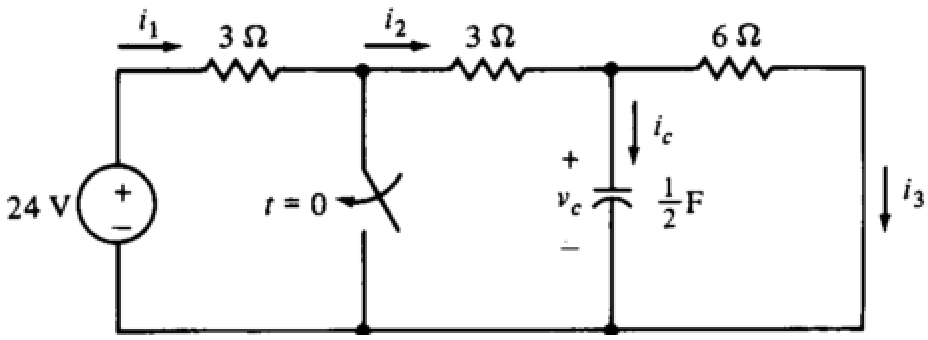
**Exemplo 01:** próximo slide

## 6.7 Regime permanente em corrente continua

**Exemplo 01:** $i$ = 2A e v = 6V são os mesmos em $t0^-$ e em $t0^+$



## 6.7 Regime permanente em corrente continua

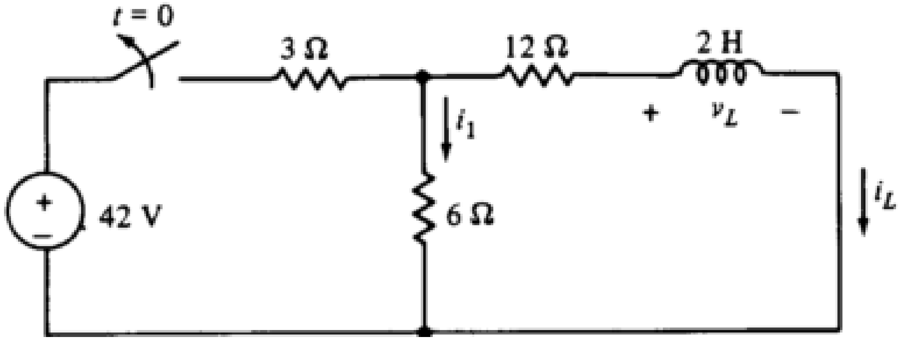



**Exemplo 02:** O circuito ao lado está em regime permanente cc em t0$^-$. Calcule (a) $i_1$, (b) $i_2$, (c) $i_3$, (d) $i_c$, (e) $v_c$ em t0$^-$ e em t0$^+$.

Resposta: (a) 2A, 8A; (b) 2A, -4A; (c) 2A, 2A; (d) 0A, -6A; (e) 12V, 12V

Solução: Feita em sala de aula pelos alunos e professor

## 6.7 Regime permanente em corrente continua



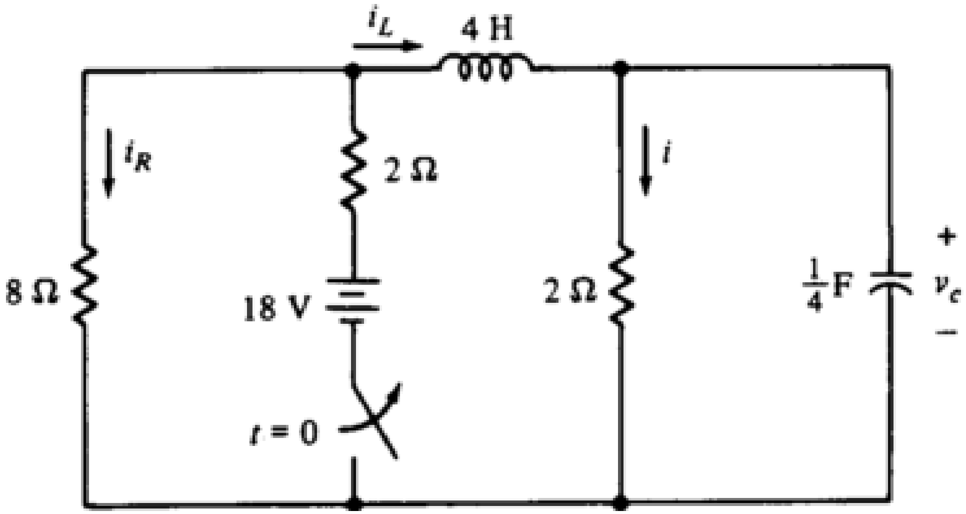

**Exemplo 03:** O circuito ao lado está em regime permanente cc em $t0^-$. Calcule (a) $i_1$, (b) $i_L$ e (c) $v_L$ em $t0^-$ e em $t0^+$.

**Resposta: (a) 4A, -2A; (b) 2A, 2A; (c) 0V, -36V**

**Solução: Feita em sala de aula pelos alunos e professor**

## 6.7 Regime permanente em corrente continua

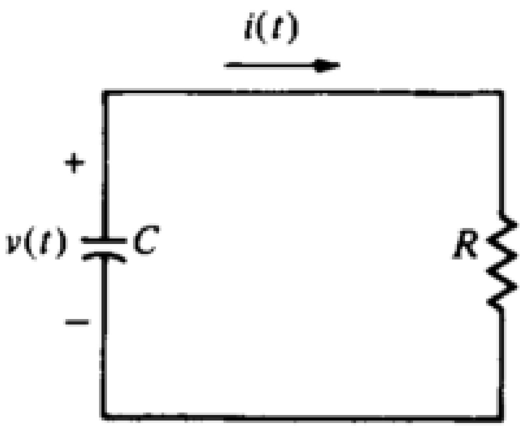
**Exemplo 04:** O circuito ao lado está em regime permanente cc em $t0^-$. Calcule (a) $v_c$, (b) $i_L$, (c) $i$ e (d) $i_R$ em $t0^-$ e em $t0^+$.




**Resposta:** (a) 8V, 8V; (b) 4A, 4A; (c) 4A, 4A; (d)1A, -4A

**Solução: Feita em sala de aula pelos alunos e professor**

## 6.8 Circuito RC sem fonte




**Assumindo que o capacitor esta carregado com uma tensão $V_o$ no tempo inicial ($t = 0$). Como não existe fontes na rede, a resposta do circuito (*v* ou *i*) é inteiramente devida a energia que está armazenada inicialmente no capacitor, e pode ser representada por:**

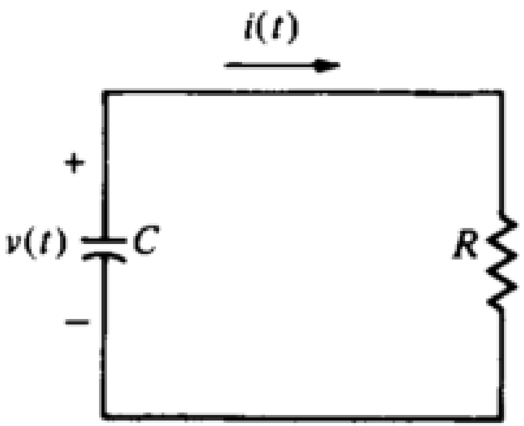
$$w(0) = \frac{1}{2} C V_0^2$$

**Para determinar $v(t)$ e $i(t)$ para t ≥ 0, aplica a LKC no nó superior:**

$$C\frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{dv}{dt} + \frac{1}{RC} v = 0$$

**Essa equação é diferencial de *primeira ordem*. (A ordem de uma equação diferencial é a ordem da derivada de mais alta ordem.)**

## 6.8 Circuito RC sem fonte




Resolvendo a equação $\dfrac{dv}{dt}+\dfrac{1}{RC}v=0$ temos:

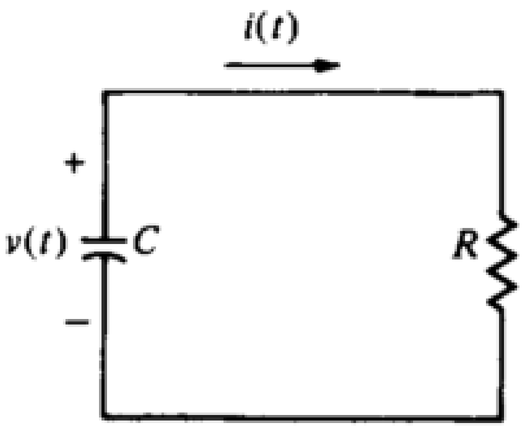
$$\frac{dv}{dt}=-\frac{1}{RC}v \quad \rightarrow \quad \frac{dv}{v}=-\frac{1}{RC}dt$$

Calculando a integral definida em cada lado:

$$\int\frac{dv}{v}=-\frac{1}{RC}\int dt \quad \rightarrow \quad \ln\ v=-\frac{t}{RC}+k$$

Onde *k* é uma constante de integração

## 6.8 Circuito RC sem fonte




$$\ln\ v = -\frac{t}{RC} + k$$

**Para que a solução acima seja válida em *t* ≥ 0, *K* deve ser escolhido tal que a condição inicial de *v*(0) = $V_0$ seja satisfeita. Portanto em *t* = 0, temos**

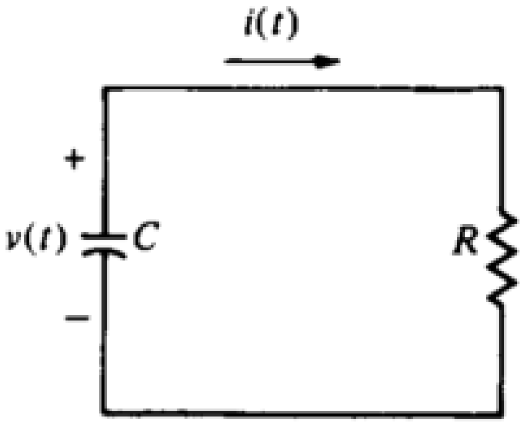
$$\ln\ v(0) = \ln\ V_0 = k$$

**Substituindo o valor de k na solução:**

$$\ln\ v = -\frac{t}{RC} + \ln\ V_0$$

$$\ln\ v - \ln\ V_0 = -\frac{t}{RC} \qquad \rightarrow \qquad \ln\ \frac{\text{v}}{V_0} = -\frac{t}{RC}$$

## 6.8 Circuito RC sem fonte




$$\ln\frac{v}{V_0} = -\frac{t}{RC}$$

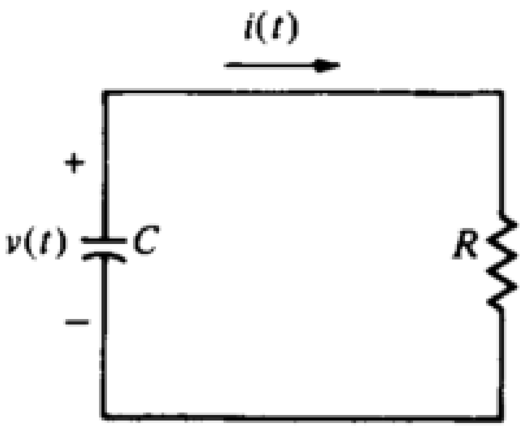
**Lembrado que :** $e^{\ln x} = x$

**Então** $e^{\ln\frac{v}{V_0}} = e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow \frac{v}{V_0} = e^{-\frac{t}{RC}} \rightarrow v(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$

**Essa tensão é a do resistor, como pode ser observado no circuito acima, assim a corrente é**

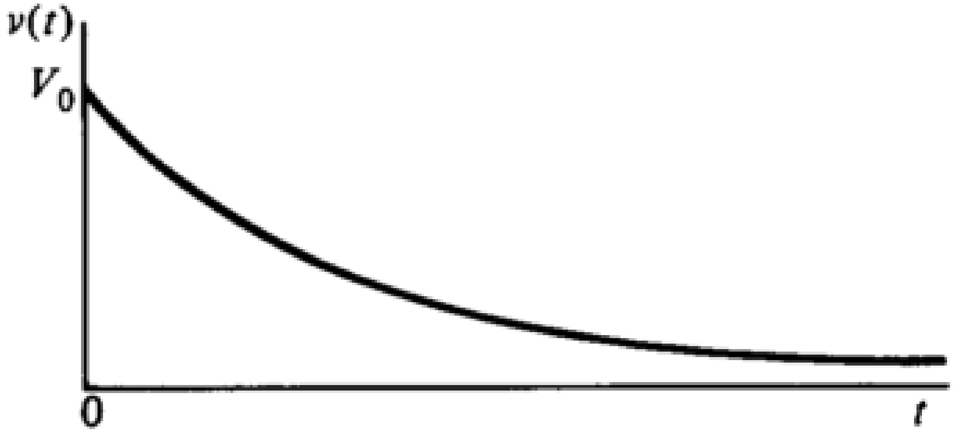
$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

## 6.8 Circuito RC sem fonte




$$v(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

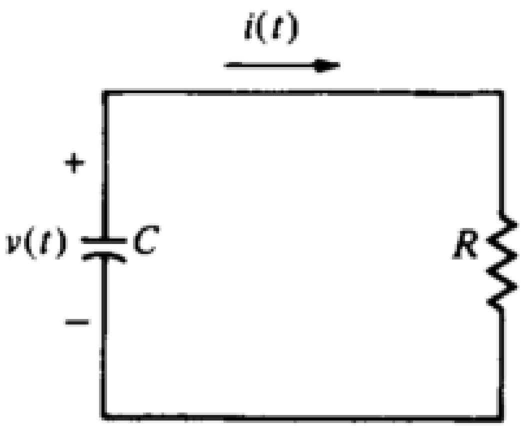
$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$




**No gráfico acima é possível observar que a tensão é inicialmente $V_0$ e que decai exponencialmente, tendendo a zero quando o tempo *t* cresce. A velocidade pela qual a tensão decai é determinada somente pelo produto dos valores da resistência e da capacitância do circuito. Assim a resposta do circuito é chamada de natural pois depende somente dos elementos do circuito.**

## 6.8 Circuito RC sem fonte

**Exemplo: No circuito ao lado, sendo *R* = 100*KΩ*, *C* = 0,01*μF*, *e v*(0) = 6*V* . Calcule *v* para *t > 0.***



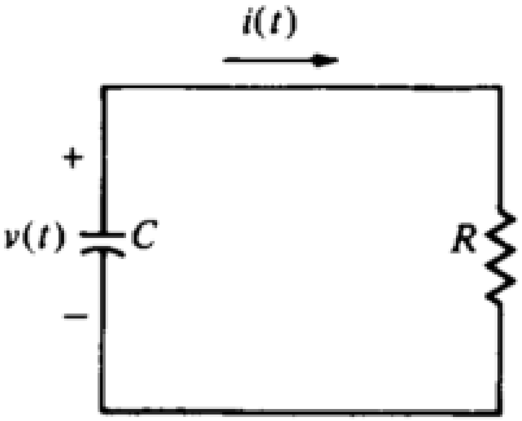

$$v = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} = 6\ e^{-\frac{t}{100\cdot 10^3\cdot 0{,}01\cdot 10^{-6}}} = 6\ e^{-1000t}$$

## 6.9 Constante de tempo

**Em circuitos contento elementos armazenadores de energia é útil caracterizar com um número a rapidez com que a *resposta natural* decresce (Chamada de constante de tempo ( $\tau$ )). Para descrever esse número, usaremos o circuito visto na sessão 6.8 e acrescentado aqui novamente, onde suas equações são:**

$$v = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

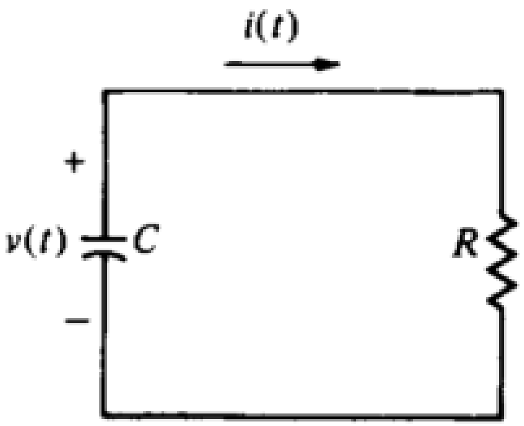



**A constante de tempo $\tau$ é dado pelo produto de *RC*.**

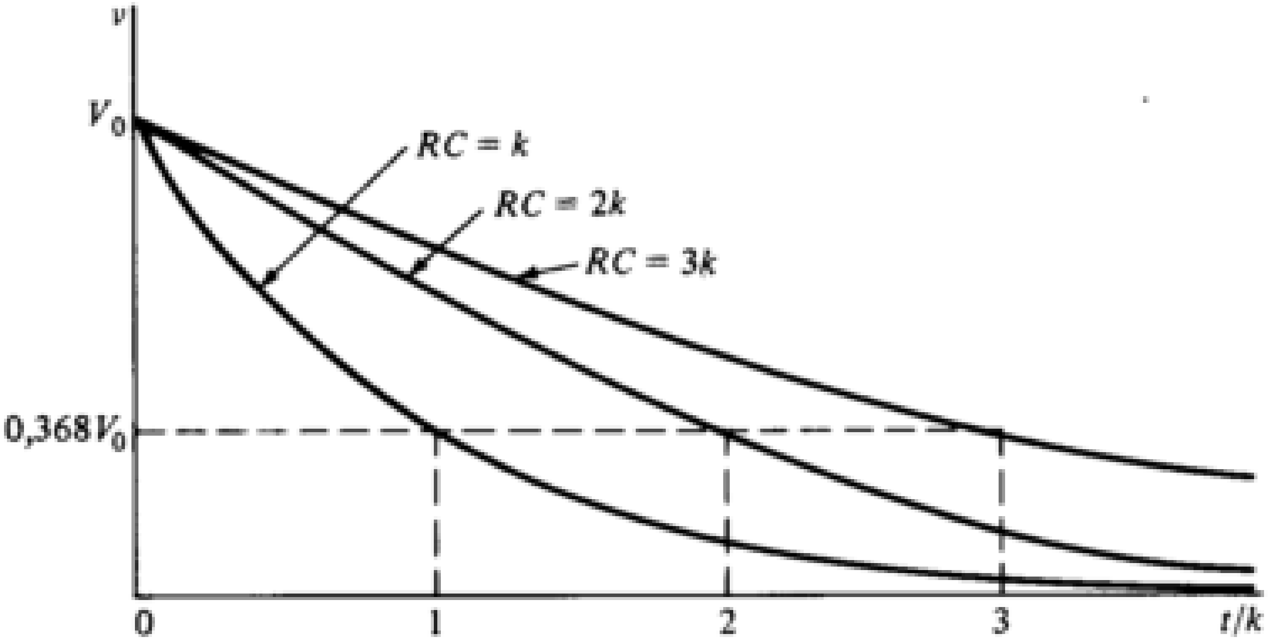
$$\tau = RC$$

## 6.9 Constante de tempo

$$v = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \qquad i = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$



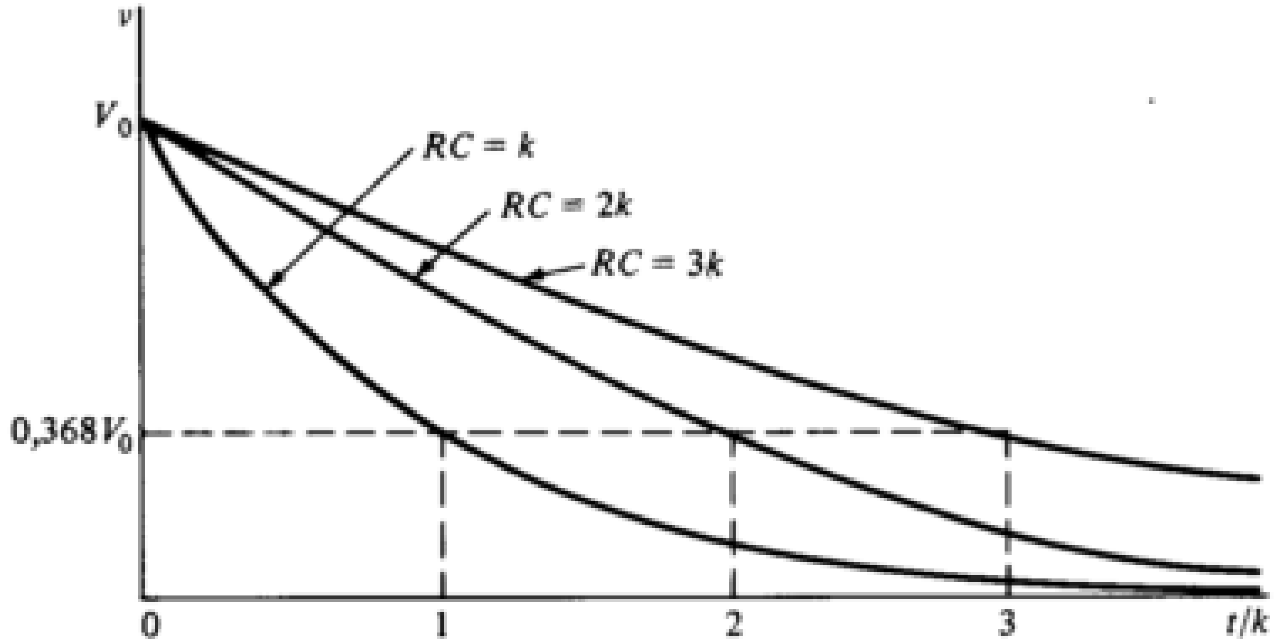

**O gráfico de *v* para *RC* = *K* = uma constante, *RC* = 2*k* , *RC* = 3*k* é mostrado na figura abaixo.**



## 6.9 Constante de tempo

$$v = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$




**Quando menor o produto de *RC* mais rápido a função exponencial decresce.**
**Veja que a analise da equação da corrente é similar.**

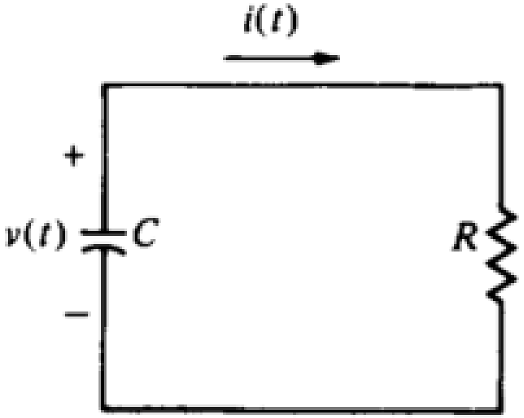
## 6.9 Constante de tempo

**A equações de *v e i* pode ser escrita em função da constante de tempo:**

$$v = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad i = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

**Exercício: dado o circuito abaixo, calcule $v_c$, $v_r$ e *i* para t variando entre 1*RC* e 6*RC*, em seguida desenhe o gráfico resultante de *vxt.***

**Nota: o capacitor está inicialmente carregado e as equações ficam:**

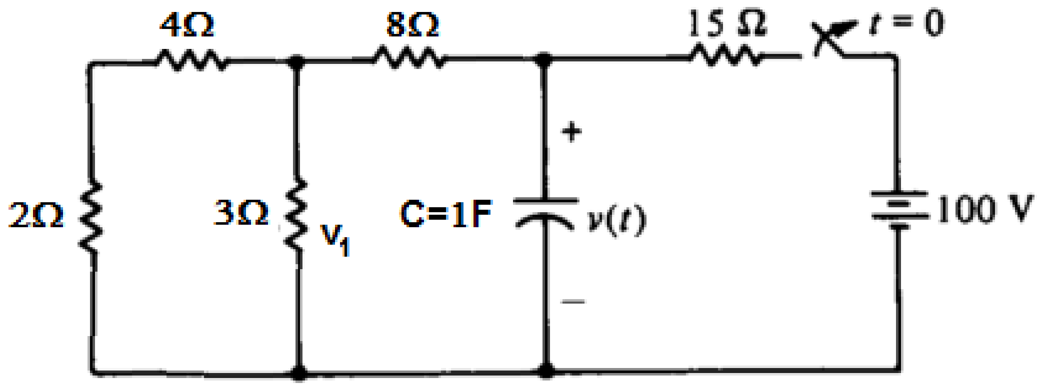



$$v_c = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad i = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$v_r = -V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

## 6.9 Constante de tempo

**Exemplo:** **Dado o circuito a baixo, determine *v* e $v_1$ no circuito *RC* genérico para o tempo t > 0. Considere que o circuito esteja em regime permanente em t = $0^-$.**




**Solução:**

**1º - A resistência equivalente vista pelos terminais do capacitor é:**

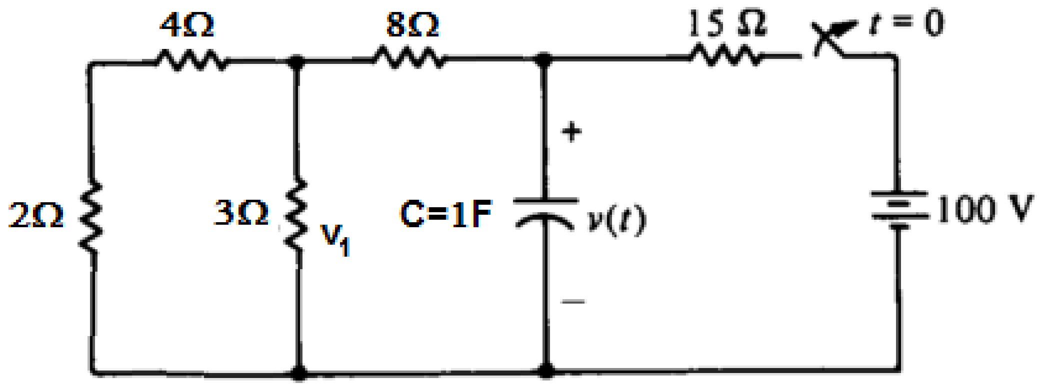
$$\mathrm{Re}\,q = 8 + \frac{3\cdot(4+2)}{3+(4+2)} = 10[\Omega]$$

**2º - Por divisor de tensão, tem-se:**

$$v\left(0^-\right) = \frac{10}{10+15}\cdot 100 = 40[V]$$

## 6.9 Constante de tempo

**Exemplo:** Dado o circuito a baixo, determine $v$ e $v_1$ no circuito *RC* genérico para o tempo t > 0. Considere que o circuito esteja em regime permanente em $t = 0^-$.




**Solução:**

3º - Como o capacitor não permite uma variação "brusca" de tensão então:

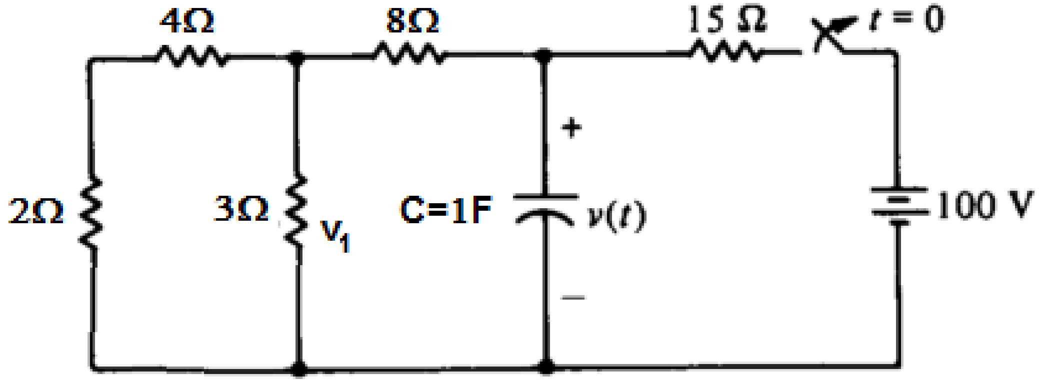
$$v\left(0^+\right) = v\left(0^-\right) = 40\left[V\right]$$

4º - A constante de tempo do circuito *RC* genérico, fica:

$$\tau = Req \cdot C = 10 \cdot 1 = 10\left[s\right]$$

## 6.9 Constante de tempo

**Exemplo:** **Dado o circuito a baixo, determine *v* e $v_1$ no circuito *RC* genérico para o tempo t > 0. Considere que o circuito esteja em regime permanente em t = $0^-$.**




**Solução:**

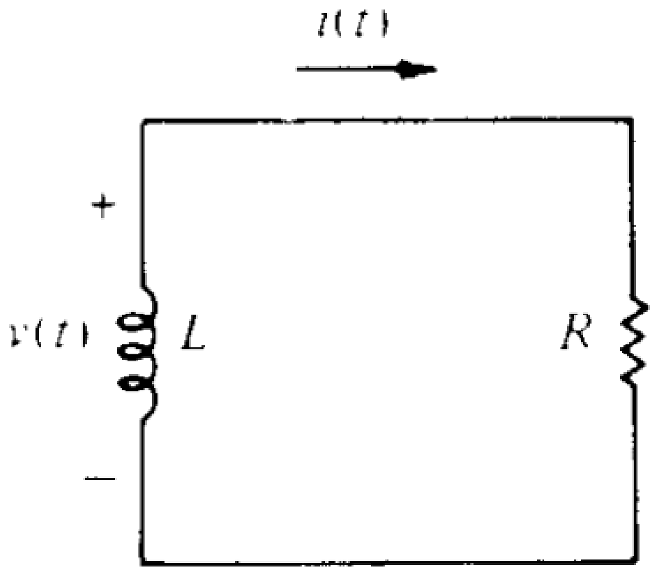
**5º - Portanto a tensão é:**

$$v(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 40e^{-\frac{t}{10}} = [V]$$

**6º - $v_1$ pode ser calculado usando divisor de tensão. Nota: v1 está sobre a resistência equivalente de (6.3) / (6+3) = 2Ω, então:**

$$v_1 = \frac{2}{2+8} \cdot v = \frac{2}{2+8} \cdot 40e^{-\frac{t}{10}} = 8e^{-\frac{t}{10}} [V]$$

## 6.10 Circuito *RL* sem Fontes




**Assumindo que o indutor está conduzindo uma corrente $I_o$ no tempo inicial ($t = 0$). Como no caso do circuito *RC* sem fonte, não existem fontes no circuito e a respostas de corrente e tensão são devidas somente à energia armazenada no indutor, representada por:**

$$w_L(0) = \frac{1}{2} L I_0^2$$

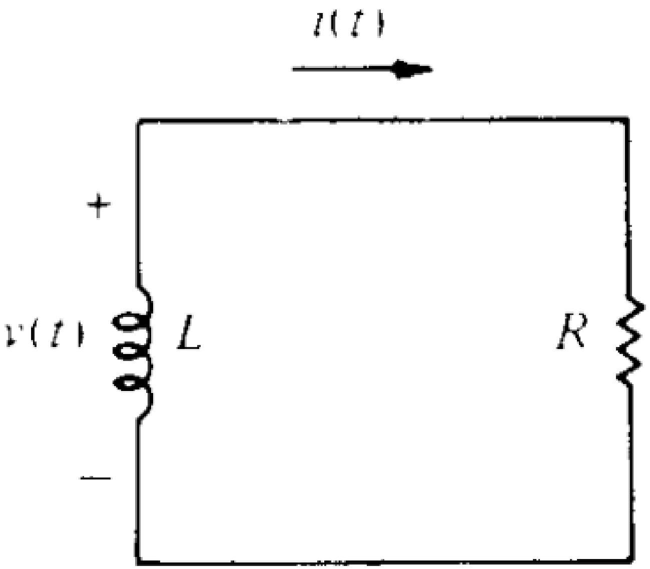
**Para determinar $v(t)$ e $i(t)$ para $t \geq 0$, aplica a LKT no circuito:**

$$L\frac{di}{dt} + Ri = 0 \qquad \rightarrow \qquad \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0$$

**Essa equação é diferencial de *primeira ordem*.**

## 6.10 Circuito *RL* sem Fontes

Resolvendo a equação $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = 0$ temos:



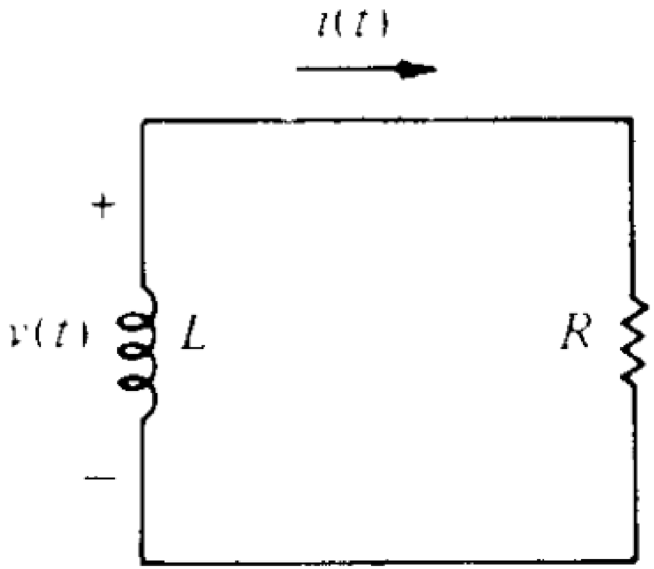

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L} i \quad \rightarrow \quad \frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt$$

Calculando a integral definida em cada lado:

$$\int \frac{di}{i} = -\frac{R}{L} \int dt \quad \rightarrow \quad \ln\ i = -\frac{Rt}{L} + k$$

Onde *k* é uma constante de integração

## 6.10 Circuito *RL* sem Fontes




$$\ln\ i = -\frac{Rt}{L} + k$$

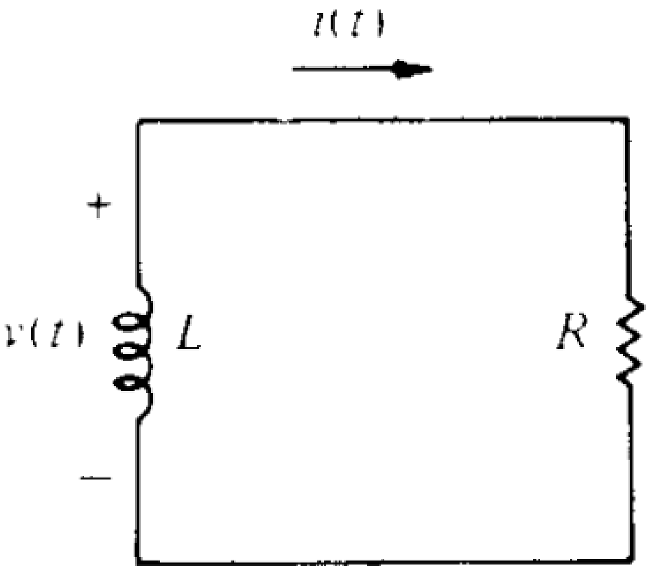
**Para que a solução acima seja válida em *t* ≥ 0, *K* deve ser escolhido tal que a condição inicial de *i*(0) = $I_0$ seja satisfeita. Portanto em *t* = 0, temos**

$$\ln\ i(0) = \ln\ I_0 = k$$

**Substituindo o valor de k na solução:** $$\ln\ i = -\frac{Rt}{L} + \ln\ I_0$$

$$\ln\ i - \ln\ I_0 = -\frac{Rt}{L} \qquad \rightarrow \qquad \ln\ \frac{\mathrm{i}}{I_0} = -\frac{Rt}{L}$$

## 6.10 Circuito *RL* sem Fontes




$$\ln\frac{i}{I_0} = -\frac{Rt}{L}$$

**Lembrado que :** $e^{\ln x} = x$

**Então:** $e^{\ln\frac{i}{I_0}} = e^{-\frac{Rt}{L}} \quad \rightarrow \quad \frac{i}{I_0} = e^{-\frac{Rt}{L}} \quad \rightarrow \quad i(t) = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$

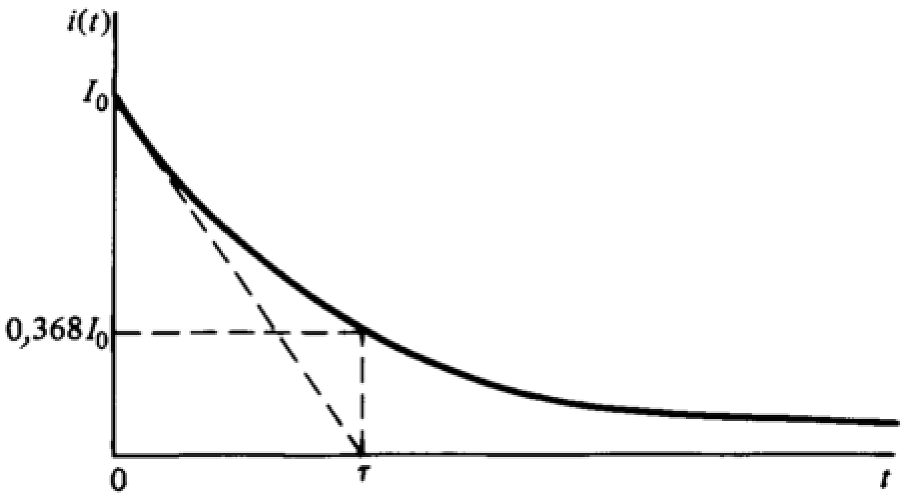
**Essa corrente é a do resistor, como pode ser observado no circuito acima, assim a tensão é**

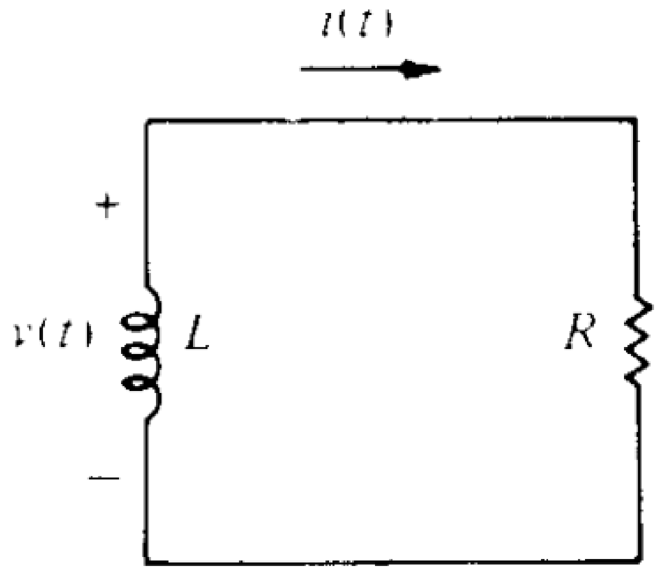
$$v(t) = R \cdot I(t) = R \cdot I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$$

# ELEMENTOS ARMAZENADORES DE ENERGIA - CIRC. DE 1º ORDEM

## 6.10 Circuito *RL* sem Fontes

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}} \qquad v(t) = R \cdot I(t) = R \cdot I_0 e^{-\frac{Rt}{L}}$$



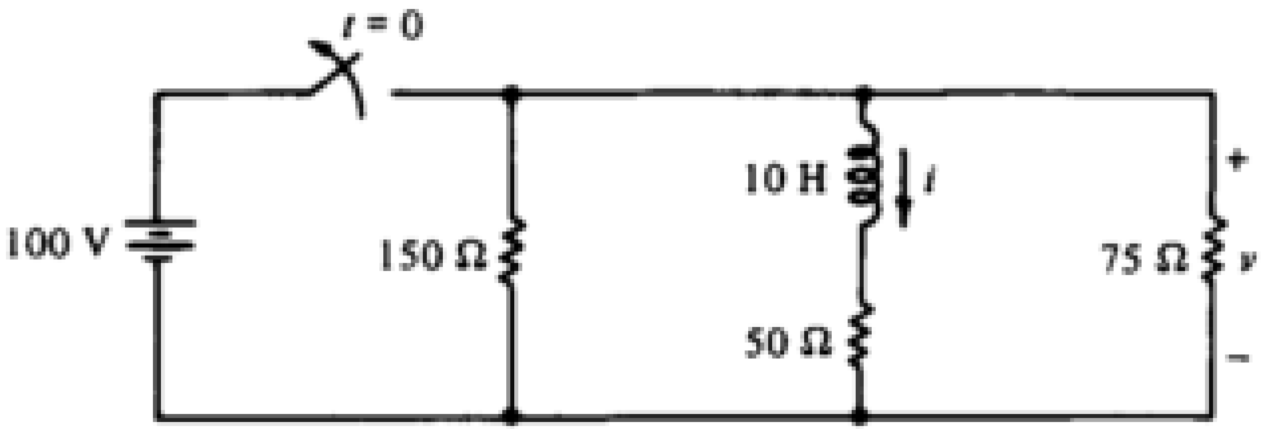




**No gráfico acima é possível observar que a corrente é inicialmente $I_o$ e que decai exponencialmente, tendendo a zero quando o tempo *t* cresce. A velocidade pela qual a corrente decai é determinada somente pelo produto dos valores da resistência e da indutância do circuito. Assim a *constante de tempo* da resposta natural do circuito pode ser escrita como:**

$$\tau = L/R$$

## 6.10 Circuito *RL* sem Fontes

**Exemplo:** Dado o circuito a baixo, determine *i* e *v* no circuito *RL* genérico para o tempo t > 0. Considere que o circuito esteja em regime permanente em t = $0^-$.




**Solução:**

1º - Em regime permanente o indutor é um curto-circuito então:

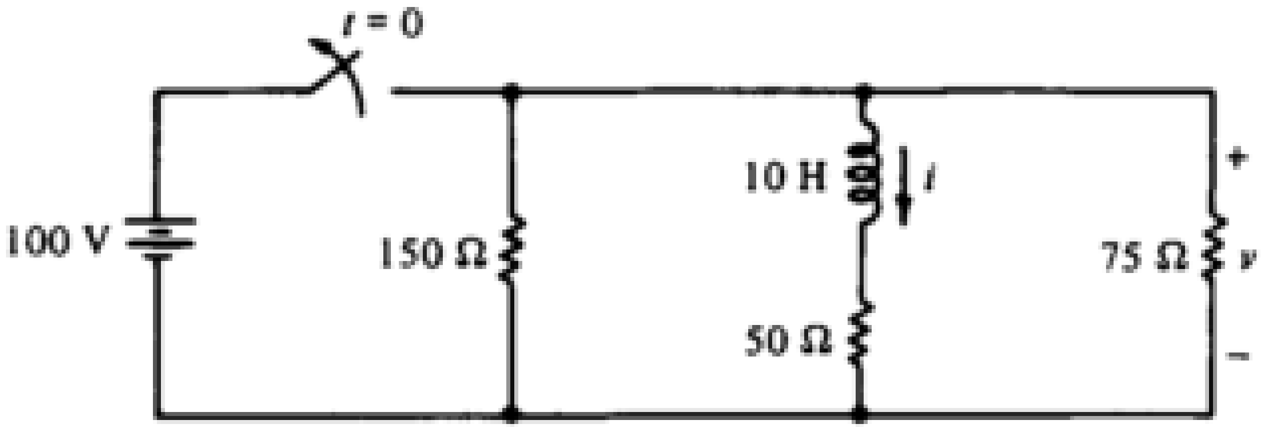
$$i\left(0^-\right) = \frac{100}{50} = 2\left[A\right]$$

2º - Como o indutor não permite uma variação "brusca" de corrente então:

$$i\left(0^+\right) = i\left(0^-\right) = 2\left[A\right]$$

## 6.10 Circuito *RL* sem Fontes

**Exemplo:** Dado o circuito a baixo, determine *i* e *v* no circuito *RL* genérico para o tempo t > 0. Considere que o circuito esteja em regime permanente em t = $0^-$.




**Solução:**

**3º - A resistência equivalente vista pelos terminais do indutor é:**

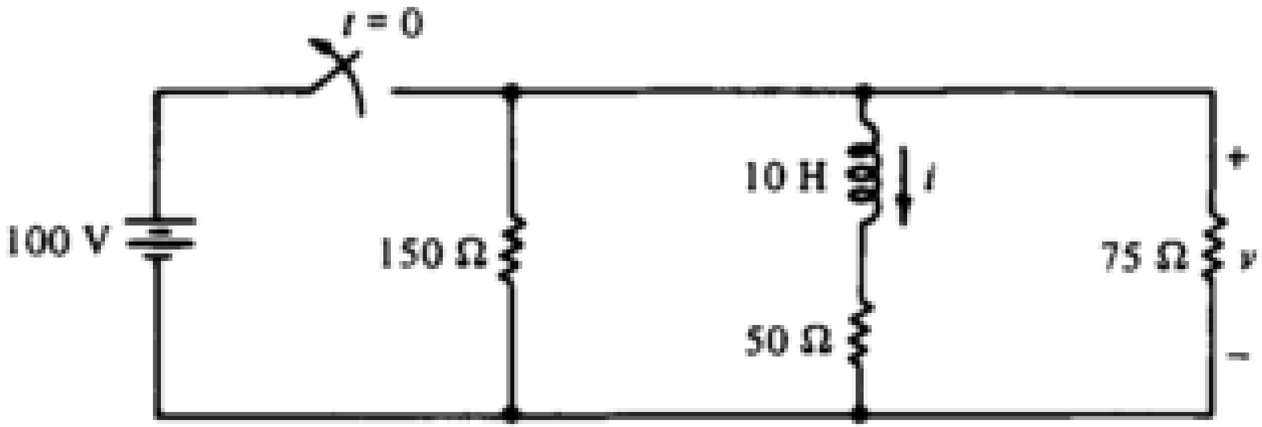
$$Req = 50 + \frac{75 \cdot 150}{75 + 150} = 100[\Omega]$$

**4° - Portanto a constante de tempo do circuito *RL* genérico, fica:**

$$\tau = \frac{L}{Req} = 0{,}1[s]$$

## 6.10 Circuito *RL* sem Fontes

**Exemplo:** **Dado o circuito a baixo, determine *i* e *v* no circuito *RL* genérico para o tempo t > 0. Considere que o circuito esteja em regime permanente em t = 0⁻.**



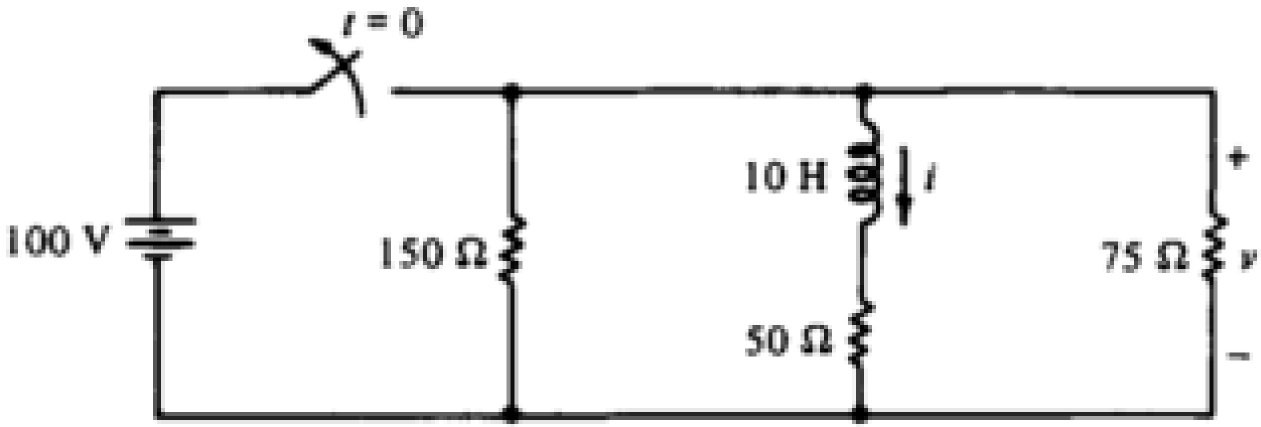

**Solução:**

**5º - Assim a corrente *i* será:**

$$i(t) = I_0 e^{-\frac{Rt}{L}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 2e^{-\frac{t}{0,1}} = 2e^{-10t}\,[A]$$

## 6.10 Circuito *RL* sem Fontes

**Exemplo:** Dado o circuito a baixo, determine *i* e *v* no circuito *RL* genérico para o tempo t > 0. Considere que o circuito esteja em regime permanente em t = $0^-$.




**Solução:**

6° - Já a tensão *v* será igual a soma das tensão no indutor e no resistor de *50*Ω:

$$v(t) = V_L + V_R = L\frac{di}{dt} + 50i = 10\frac{d\left(2e^{-10t}\right)}{dt} + 50 \cdot 2e^{-10t} =$$

$$v(t) = -200e^{-10t} + 100e^{-10t}\left[V\right] = -100e^{-10t}$$

**Nota: se** $f(x) = e^x \quad \rightarrow \quad f'(x) = e^x \cdot x'$ **, no nosso caso** $x = -10t$

# Referencia Bibliográfica:

HILBURN J. L., JOHNSON D. E., JOHNSON J. R., **Fundamentos de Análise de Circuitos Elétricos**. 4ªed., Rio de Janeiro: LTC, 1994.

BOYLESTAD, R. L. **Introdução à Análise de Circuitos**. Editora Pearson do Brasil, 10. ED., 2004