IFMT - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Mato Grosso

Álgebra Linear - 2º Semestre 2015

Profª Aline Brum Seibel

Subespaço gerado, base e dimensão

1) Verifique que $[(2,3,0),(4,-2,0),(-1,1,0)] = [(1,0,0),(0,1,0)]$.

2) Verifiuqe se os polinômios $t^3+2t+1, t^2-2t+2, t^3+2$ e $-t^3+t^2-5t+2$ geram P_3. O polinômio $p(t) = 3t^2-3t+1$ pertence ao subespaço gerado pelos polinômios anteriores?

3) Obtenha o subespaço do $\Re^3$ gerado pelos vetores $u = (1,1,1)$ e $v = (1,-1,1)$.

4) Dar exemplo de um conjunto de três vetores do $\Re^4$ que geram um subespaço de dimensão:

(a) 1 **(b)** 2 **(c)** 3

5) Para que valores de λ, o conjunto $\{t+3, 2t+\lambda^2+2\}$ de P_1 é linearmente independente?

6) Determine uma base e a dimensão dos seguintes subespaços de $\Re^4$:

(a) formado pelos vetores da forma (x,y,z,t), onde $t = x+y$.

(b) formado pelos vetores da forma (x,y,z,t), onde $z = x-y$ e $t = x+y$.

(c) formado pelos vetores da forma (x,y,z,t), onde $x-2y = 0$ e $z-3t = 0$.

7) Seja $S = \{(1,2,2),(3,2,1),(11,10,7),(7,6,4)\}$. Obtenha uma base e a dimensão para o subespaço $W = [S]$ em $\Re^3$.

8) Obtenha uma base para $\Re^3$ que contenha os vetores:
(a) $(1,0,2)$ **(b)** $(1,0,2)$ e $(0,1,3)$

9) Responda se os seguintes subconjuntos abaixo são subespaços de $M(2,2)$. Em caso afirmativo exiba os geradores

(a) $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ com } a,b,c,d \in \Re \mid b = c \right\}$

(b) $V = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ com } a,b,c,d \in \Re \mid b = c+1 \right\}$

10) Considere dois vetores (a,b) e (c,d) no plano. Se $ad-bc = 0$, mostre que eles são LD. Se $ad-bc \neq 0$, mostre que eles são LI.

11) Considere o subespaço de $\Re^4, S = [(1,1,-2,4),(1,1,-1,2),(1,4,-4,8)]$.
(a) O vetor $(\frac{2}{3},1,-1,2)$ pertence a S?
(b) O vetor $(0,0,1,1)$ pertence a S?

12) Seja $W = \left\{ \begin{bmatrix} 2a & a+2b \\ 0 & a-b \end{bmatrix} \text{ com } a,b \in \Re \right\}$

(a) $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in W$

(b) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \in W$

13) Quais são as coordenadas de $x = (1,0,0)$ em relação à base $\beta = \{(1,1,1),(-1,1,0),(1,0,-1)\}$?

14) Mostre que os polinômios $1-t^3, (1-t)^2, 1-t$ e 1 geram o espaço dos polinômios de grau ≤ 3.

15) Sejam $W_1 = \{(x,y,z,t) \in \Re^4 | x+y=0, z-t=0\}$ e $W_2 = \{(x,y,z,t) \in \Re^4 | x-y-z+t=0\}$ subespaços de $\Re^4$.

(a) Determine $W_1 \cap W_2$
(b) Exiba uma base para $W_1 \cap W_2$
(c) Determine $W_1 + W_2$
(d) $W_1 + W_2$ é soma direta? Justifique.
(a) $W_1 + W_2 = \Re^4$

16) Sejam $\beta = \{(1,0),(0,1)\}$,$\beta_1 = \{(-1,1),(1,1)\}$, $\beta_2 = \{(\sqrt{3},1),(\sqrt{3},-1)\}$ e $\beta_3 = \{(2,0),(0,2)\}$ bases ordenadas de $\Re^2$.

(a) Ache as matrizes mudança de base:
i) $[I]_{\beta}^{\beta_1}$ *ii)* $[I]_{\beta_1}^{\beta}$ *iii)* $[I]_{\beta_2}^{\beta}$ *iv)* $[I]_{\beta_3}^{\beta}$
(b) Quais são as coordenadas do vetor $v = (3,-2)$ em relação à base:
i) β *ii)* β_1 *iii)* β_2 *iv)* β_3
(c) As coordenadas de um vetor v em relação à base β_1 são dadas por

$$[v]_{\beta_1} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Quais são as coordenadas de v em relação à base:
i) β *ii)* β_2 *iii)* β_3

17) Se

$$[I]_{\alpha}^{\alpha'} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

ache

(a) $[v]_{\alpha}$ onde $[v]_{\alpha'} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ **(b)** $[v]_{\alpha'}$ onde $[v]_{\alpha} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

18) Se α é base de um espaço vetorial, qual é a matriz mudança de base $[I]_{\alpha}^{\alpha}$?