Matrizes, Logaritmo e Função Logarítmica

Gabriel Oliveira Born

Objetivo

Compreender os conceitos de **matrizes** e determinantes e suas aplicações na resolução de situações-problema.

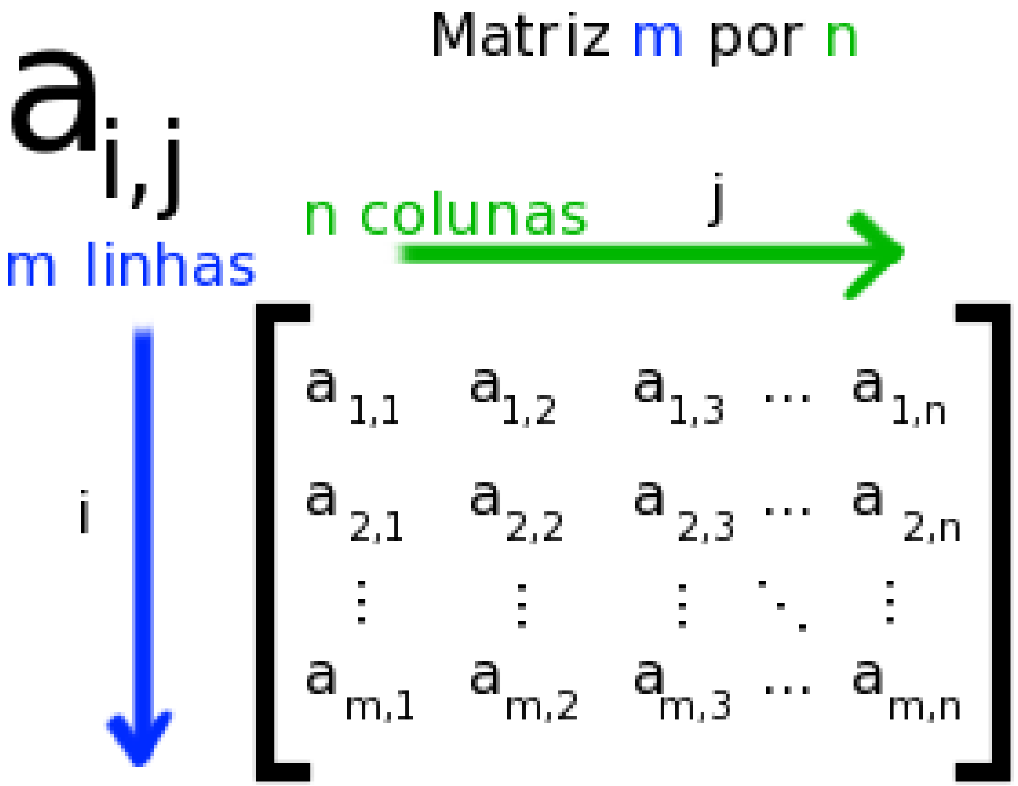
Compreender e utilizar **logaritmos** em questões tecnológicas e em outras ciências, para expressar grandezas cujo intervalo de variação é exponencial.

MATRIZES

Matrizes são arranjos retangulares de números organizados em linhas e colunas.
Cada número em uma matriz é chamado de elemento.

Exemplos:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$



$y = mx + b$

Operações com Matrizes

Adição e Subtração- Duas matrizes só podem ser somadas ou subtraídas se tiverem as mesmas dimensões. A operação é feita elemento a elemento.

$$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 12 \\ 14 & 16 & 18 \end{pmatrix}$$

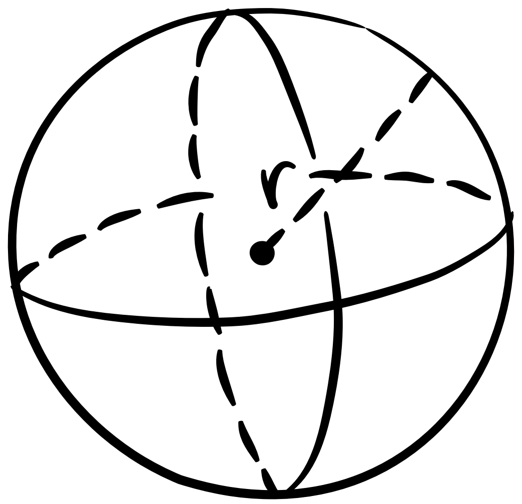
Multiplicação- Para multiplicar duas matrizes, o número de colunas da primeira matriz deve ser igual ao número de linhas da segunda matriz. O elemento **Cij** da matriz resultante é obtido pela soma dos produtos dos elementos da i-ésima linha da primeira matriz pelos elementos da j-ésima coluna da segunda matriz.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} (1 \cdot 2 + 2 \cdot 1) & (1 \cdot 0 + 2 \cdot 3) \\ (3 \cdot 2 + 4 \cdot 1) & (3 \cdot 0 + 4 \cdot 3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{2a}$$

$$y = mx + b$$



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Operações com Matrizes

Determinantes- O determinante é um valor especial que pode ser calculado a partir de uma matriz quadrada. Para uma matriz 2x2, é calculado como:

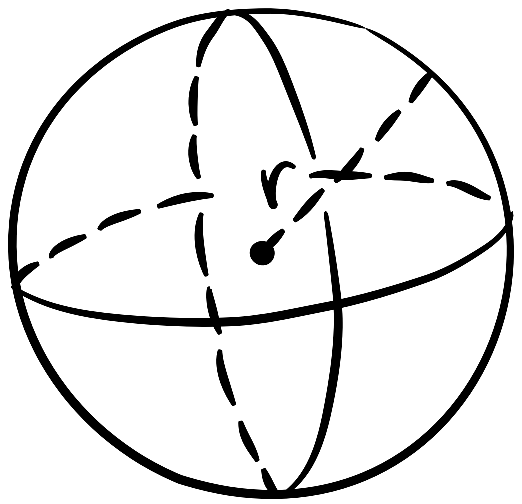
$$\mathrm{Det}(A) = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Para matrizes maiores, o cálculo envolve somas e produtos mais complexos, mas o princípio básico permanece o mesmo.

Aplicações de Matrizes- Matrizes são usadas para resolver sistemas lineares, transformações lineares na álgebra linear, e em muitas outras áreas como gráficos de computadores, física, economia, e estatísticas.

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4a}}{2a}$

$y = mx + b$

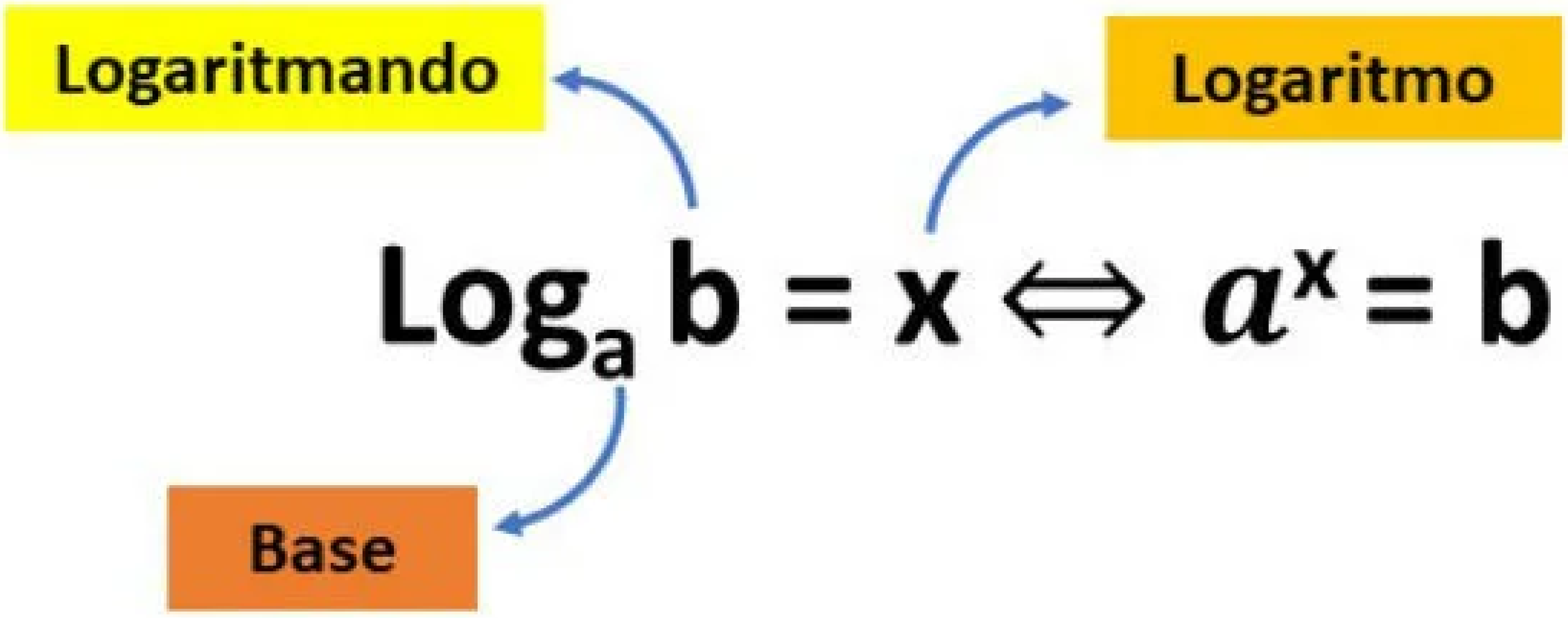


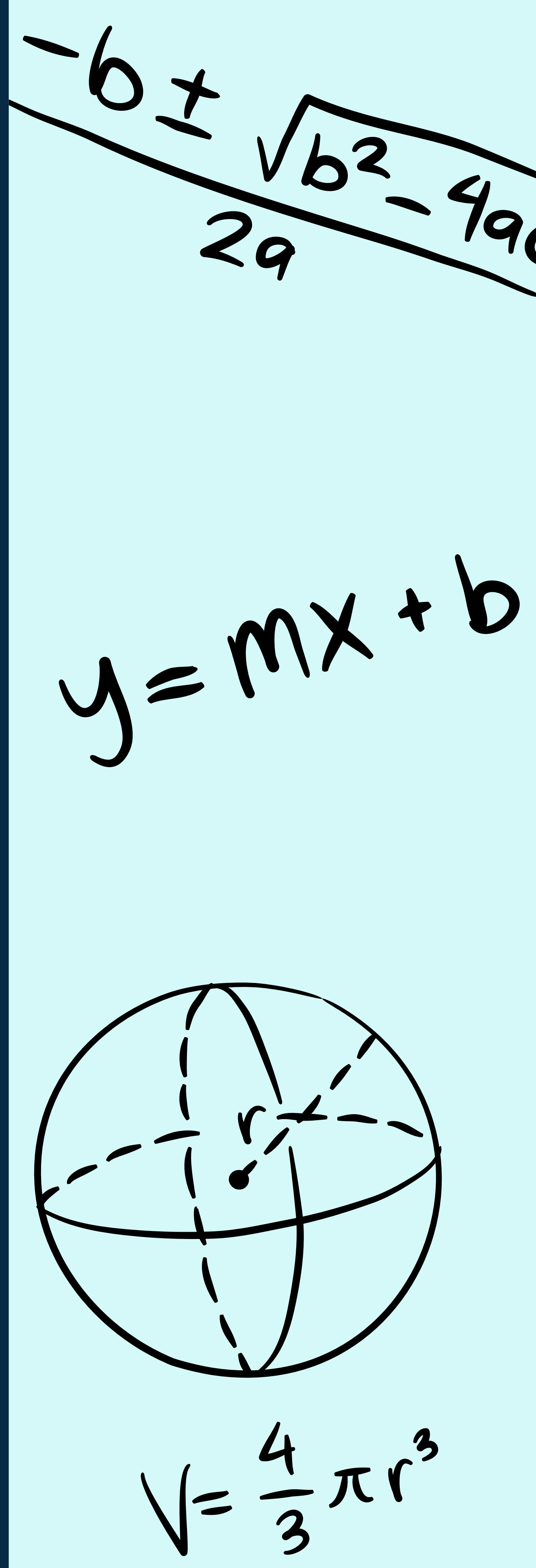
$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Logaritmos

Um logaritmo é o inverso de uma função exponencial. A que potência eu devo elevar um número para obter outro número?

Se $b^y = x$, então $\log_b(x) = y$.





Explicação

Vamos começar com uma equação exponencial: $5^2=25$

Isso significa que 5 elevado à potência 2 é igual a 25.

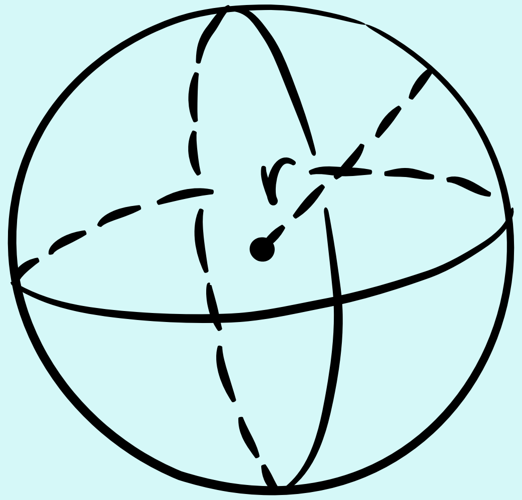
Agora, se quisermos perguntar de uma forma diferente: "5 elevado a qual número é igual a 25?" A resposta seria 2.

Em termos de logaritmo, escrevemos: $\log_5(25) = 2$

O "log" pergunta: "5 elevado a que número é igual a 25?"

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$y = mx + b$



$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Propriedades dos Logaritmos

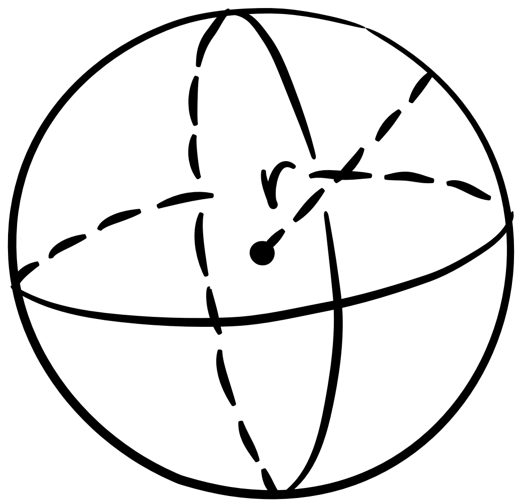
Produto- $$\log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$$

Quociente- $$\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b(x) - \log_b(y)$$

Potência- $$\log_b(x^k) = k \cdot \log_b(x)$$

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{2a}$

$y = mx + b$



$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

Função Logarítmica

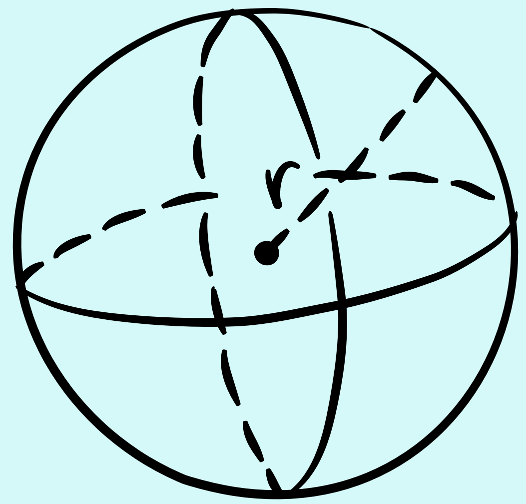
Uma função logarítmica é uma função que pode ser escrita na forma: $f(x) = \log_b(x)$

$b > 0$ e $b \neq 1$

Onde **b** é a base do logaritmo e **x** é o argumento da função.

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a}}{2a}$$

$$y = mx + b$$



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Gráfico da Função Logarítmica

O gráfico de uma função logarítmica $\log_b(x)$ possui algumas características importantes:

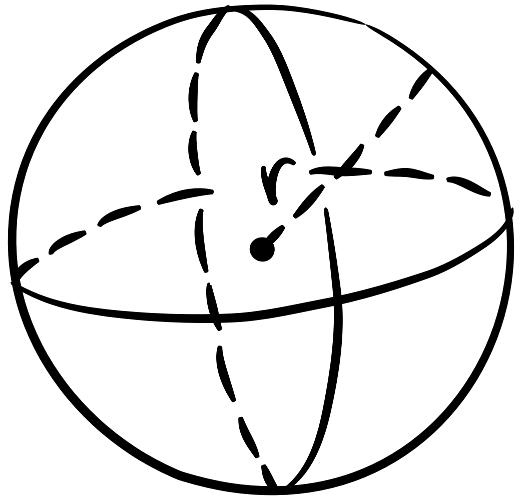
Domínio: O domínio da função logarítmica é , pois não podemos tirar o logaritmo de um número negativo ou zero.

Interceptação: A função logarítmica intercepta o eixo **x** no ponto **x = 1**, pois $\log_b(1) = 0$ para qualquer base bbb.

Forma do Gráfico: O gráfico é uma curva que cresce lentamente para valores maiores de **x** e se aproxima do eixo **y** quando **x** se aproxima de zero, mas nunca toca o eixo **y**.

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4a}}{2a}$$

$$y = mx + b$$

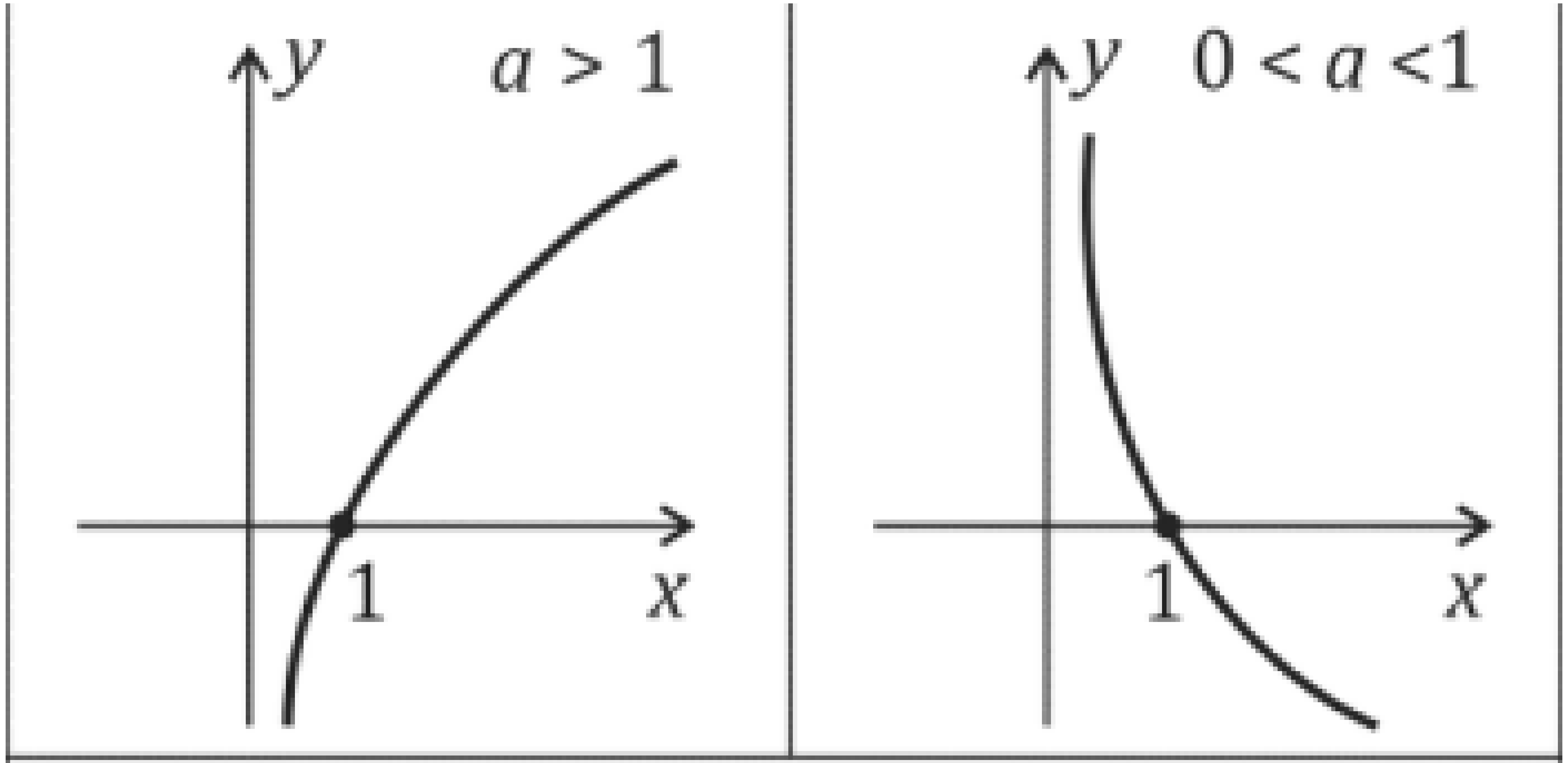


$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Propriedades das Funções Logarítmicas

Crescimento: Se B > 1, a função é crescente.

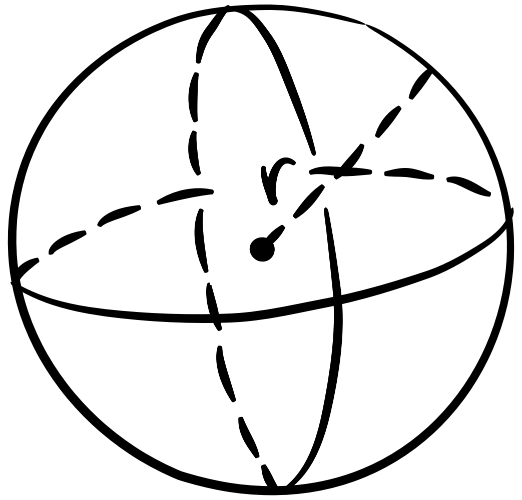
Decrescimento: Se 0 < b < 1, a função é decrescente.



Gráficos da função logarítmica de base *a*.

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = mx + b$$



$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

Exercícios

Link do vídeo.