Projecte Final de Carrera
ENGINYERIA INDUSTRIAL

Control d'un Quadcopter

Memòria

Autor: Gabriel de la Cal Mendoza
Director: Manel Velasco Garcia

Convocatòria: Data a presentar

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Barcelona

Resum

Índice

Índice de figuras

1. Prefaci

1.1. Motivació

La principal motivació d'aquest projecte és la d'aplicar els coneixements bàsics adquirits en aquests 6 anys de carrera, i més en particular en l'àrea del control en haver fet l'intensificació d'automàtica.

Llavors, a l'hora de plantejar un tema per al projecte ràpidament va sorgir la idea de realitzar-lo sobre el control d'un sistema, i més en particular sobre un que estigués actualment emergent tant en mercats com en el camp de l'investigació.

D'entre les diferents alternatives, un quadcopter és la més atractiva tant per la seva simplicitat constructiva com pel no excessiu cost. Existeixen actualment en el mercat infinitat de proveïdors dels components necessaris per a construïr un quadcopter, amb un gran ventall d'opcions per a escollir cada element com motors, bateries, electrònica, etc.

Les possibles aplicacions són nombroses, tant que encara no s'han ni tan sols explotat totes les possibles. Com a exemple: vigilància de superfícies obertes, transport de petits paquets, eina d'oci, entre d'altres.

El preu d'un quadcopter no es gaire elevat ja que un comercial com el $ARDrone2{,}0$ oscil·la els 300 € i en construïr un amb menys prestacions no hauria de superar aquest cost.

1.2. Requeriments previs

Com a requeriments previs és necessari tenir certs coneixements mínims en automàtica per tal de controlar el quadcopter, aíxí com l'inquietut per aprendre el que sigui necessari per a complir, en la mesura del possible, els objectius inicials del present projecte com superar les dificultats que hagin sorgit, tenint en compte que el fi no justifica els medis.

2. Introducció

Un Quadcopter es un vehicle volador no tripulat ($UnmannedAerialVehicle$) que es caracteritza per tenir quatre rotors a mode d'actuadors en comptes de dos com en el cas dels helicòpters. Aquest tipus d'autogir intenta obtenir una flotabilitat estable i vol precís balancejant les forces produïdes pels quatre motors.

Un dels avantatges que s'obtenen amb aquest canvi és la major capacitat de càrrega ja que es tenen 4 motors per a soportar el pes. L'estabilitat del vehicle millora en permetre aterratges i enlairaments verticals amb una major maniobrabilitat. També pot treballar en àreas de difícil accés o més agressives, com amb pluja i vent.

2.1. Estudi de l'art

2.2. Objectius del projecte

Esquemàticament es pot representar com una estructura en X amb el seu centre coincidint amb el centre de masses i quatre actuadors a les puntes de cada braç, tots ells apuntant en la mateixa direcció y sentit

descripción por encima
historia
estudio del arte
futuras aplicaciones

3. Definicio del model

3.1. Definició de les variables

Per a caracteritzar la planta amb la que es treballarà, és necessari obtenir un model del quadcopter. Les constants pròpies del model es deixaran en forma de paràmetres a calibrar una vegada es tingui l'objecte físic. D'aquesta manera el model serà general per a tot quadcopter que comparteixi la mateixa família de paràmetres. És necessari considerar dos marcs de referència: l'inercial format pels eixos x, y, z i el del cos (Body) format pels eixos x_B, y_B, z_B. El primer té la persepectiva de l'observador en terra, estàtic, mentre que el segon és solidari a l'estructura. Segons l'orientació del eixos del cos amb aquesta referència es poden donar els següents dos casos:

- *Crosstype*: Els eixos de coordenades coincideixen amb els braços de l'estructura ja que es tenen els actuadors a les puntes de cada braç.
- *X − type*: Els eixos i l'estructura formen 45º. Es tenen llavors dos motors al davant i dos al darrere.

Per ser més usual la primera opció, es decideix utilitzar la configuració *Crosstype* tal i com es té en la figura 1.

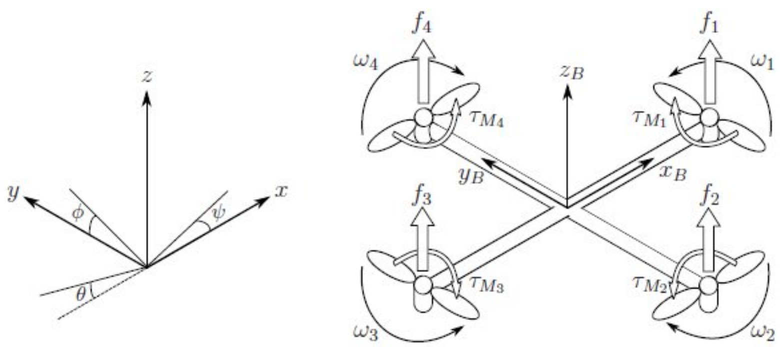


Figura 1: Marcs de referència en el quadcopter

Es suposa que l'objecte és un rotor esfèric, i per tant el seu tensor d'inèrcia és diagonal:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Es defineix la posició linear absoluta amb les coordenades x, y, z pel vector ξ i igualment per a la posició angular a partir de η segons:

$$\xi = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \eta = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} \xi \\ \eta \end{bmatrix} \tag{2}$$

on ϕ és l'angle de capcineig (Pitch), θ és el de balanceig (Roll) i ψ el de guiñada (Yaw). Per a l'orientació angular entre els dos marcs es té un sistema de referència amb angles Tait Bryan, on la matriu de transformació és:

$$R = \begin{bmatrix} C_\psi C_\theta & C_\psi S_\theta S_\phi - S_\psi C_\phi & C_\psi S_\theta C_\phi + S_\psi S_\phi \\ S_\psi C_\theta & S_\psi S_\theta S_\phi + C_\psi C_\phi & S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi C_\phi \\ -S_\theta & C_\theta C_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \tag{3}$$

amb $C_\phi = cos(\phi)$ i $S_\phi = sin(\phi)$.

Les velocitats lineals en el marc de referència del cos (Body Frame) es representen amb el vector v_B y les velocitats angulars amb γ segons:

$$v_B = \begin{bmatrix} v_{x,b} \\ v_{y,b} \\ v_{z,b} \end{bmatrix} \qquad \gamma = \begin{bmatrix} p \\ n \\ r \end{bmatrix} \tag{4}$$

En canvi, les velocitats en el marc de referència inercial (Inertial Frame) es representen per $\dot{\eta}$ per a les velocitats lineals i per $\dot{\xi}$ per a les angulars:

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \qquad \dot{\eta} = \begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{5}$$

Ja que la derivada dels angles ϕ, θ i ψ no és el vector de velocitats angulars és necessari tenir un canvi de base per relacionar el marc de referència inercial al del cos amb la matriu W_η:

$$W_\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -S_\theta \\ 0 & C_\phi & C_\theta S_\phi \\ 0 & -S_\phi & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \quad amb \quad \gamma = [W_\eta]\,\dot{\eta} \tag{6}$$

Les forces de sustentació i moments generats pels quatre actuadors són f_1, f_2, f_3, f_4 i w_1, w_2, w_3, w_4 respectivament. Seguint l'orientació de la figura 1, per tal de poder anular els moments produïts en l'eix z_B (en el marc del cos) el sentit de gir dels actuadors 4 i 2 és en el de les agulles del rellotge (clockwise) i els dels 1 i 3 en sentit contrari (counterclockwise).

Interessa conèixer quina força i moment aportarà cada motor per a una velocitat angular coneguda. Es tenen les següents relacions per a cada actuador:

$$\begin{aligned} f_i &= k w_i^2 \\ \tau_{M_i} &= b w_i^2 \end{aligned} \tag{7}$$

Per tant l'empenta total T_B proporcionada en la direcció z_B i els moments generats τ_B pels motors és:

$$T_B = k\left(\sum_{i=1}^{4} w_i^2\right) e_{z_B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=1}^{4} w_i^2 \end{bmatrix} \qquad \tau_B = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lk(w_4^2 - w_2^2) \\ lk(w_3^2 - w_1^2) \\ \sum_{i=1}^{4} \tau_{M_i} \end{bmatrix} \tag{8}$$

3.2. Obtenció del model

Les equacions que governen el sistema s'obtenen amb el mètode de Euler-Lagrange, pel que es parteix obtenint el Lagrangià del sistema:

$$\mathcal{L} = E_{cinetica} - E_{potencial} = (E_{translacio} + E_{rotacio}) - E_{potencial} \tag{9}$$

Substituïnt cada component per la seva expressió:

$$\mathcal{L}(q,\dot{q}) = \frac{m}{2}\dot{\xi}^T\dot{\xi} + \frac{1}{2}\gamma^T I \gamma - mgz \tag{10}$$

Es troba el vector de forçes i moments com:

$$F = \begin{bmatrix} f \\ \tau_B \end{bmatrix} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} \tag{11}$$

amb $q = [\; x \;\; y \;\; z \;\; \phi \;\; \theta \;\; \psi \;]^T$ i $\dot{q} = [\; \dot{x} \;\; \dot{y} \;\; \dot{z} \;\; \dot{\phi} \;\; \dot{\theta} \;\; \dot{\psi} \;]^T$.

En calcular F és necessari fer el canvi de variables de γ a $\dot{\eta}$ amb el canvi de base $\dot{\eta} = [W_\eta]^{-1}\gamma$ per tal de poder derivar el Lagrangià respecte $\dot{q}$, que són les variables pròpies del marc de referència inercial

$$\frac{1}{2}\gamma^T I\gamma = \frac{1}{2}(W_\eta\dot{\eta})^T I(W_\eta\dot{\eta}) = \frac{1}{2}\dot{\eta}^T(W_\eta^T I W_\eta)\dot{\eta} = \frac{1}{2}\dot{\eta}^T J\dot{\eta} \tag{12}$$

on la matriu J queda com

$$J = W_\eta^T I W_\eta = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx}S_\theta \\ 0 & I_{yy}C_\phi^2 + I_{zz}S_\phi^2 & (I_{yy} - I_{zz})C_\phi S_\phi C_\theta \\ -I_{xx}S_\theta & (I_{yy} - I_{zz})C_\phi S_\phi C_\theta & I_{xx}S_\theta^2 + I_{yy}S_\phi^2 C_\theta^2 + I_{zz}C_\phi^2 C_\theta^2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

i per tant el Lagrangià queda com:

$$\mathcal{L}(q,\dot{q}) = \frac{m}{2}\dot{\xi}^T\dot{\xi} + \frac{1}{2}\dot{\eta}^T J\dot{\eta} - mgz \tag{14}$$

Les components lineals y angulars no depenen unes de les altres, i per tant es poden estudiar per separat obtenint dos equacions: una per les forces lineals y un altre per als moments. Això vol dir que la força que exerceixen els actuadors no depenen de les velocitats angulars que es tinguéssin, i tampoc es tindran accel·leracions angulars diferents segons l'altura a la que es trobi el quadcopter: l'objecte girarà de la mateixa manera sigui quina sigui la seva posició en l'espai.

Llavors, fent la derivada parcial respecte $\dot{q}$ s'obté

$$F = \frac{d}{dt}\left(\frac{m}{2}(1\cdot\dot{\xi} + \dot{\xi}\cdot 1) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\dot{\eta}}(\dot{\eta}^T J\dot{\eta})\right) - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q} \tag{15}$$

Com que J és una matriux simètrica, es pot dir que $\frac{\partial}{\partial\dot{\eta}}(\dot{\eta}^T J\dot{\eta}) = 2\frac{\partial}{\partial\dot{\eta}}(\dot{\eta}^T J)\dot{\eta}$.

Demostració: Per probar això es veurà per al cas $\frac{\partial}{\partial x}(x^T Ax) = 2\frac{\partial}{\partial x}(x^T A)x$ amb

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \qquad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \tag{16}$$

Llavors

$$\frac{\partial}{\partial x}(x^T Ax) = \frac{\partial}{\partial x}\left([x_1 x_2 x_3]\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}\right) = \tag{17}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(x_1^2 a_{11} + x_1x_2a_{21} + x_1x_3a_{31} + x_1x_2a_{12} + x_x^2 a_{22} + x_2x_3a_{32} + x_1x_3a_{13} + x_2x_3a_{23} + x_3^2 a_{33}) = \tag{18}$$

Com que A és simètrica $a_{12} = a_{21}$, $a_{13} = a_{31}$ i $a_{23} = a_{32}$, i en fer la derivada direccional resulta

$$\frac{\partial}{\partial x}(x^T Ax) = \begin{bmatrix} 2x_1a_{11} + x_2a_{21} + x_3a_{31} + x_2a_{12} + x_3a_{13} \\ x_1a_{21} + x_1a_{12} + 2x_2a_{22} + x_3a_{32} + x_3a_{23} \\ x_1a_{31} + x_2a_{32} + x_1a_{31} + x_2a_{23} + 2x_3a_{23} \end{bmatrix} = 2\cdot\begin{bmatrix} x_1a_{11} + x_2a_{12} + x_3a_{13} \\ x_1a_{12} + x_2a_{22} + x_3a_{23} \\ x_1a_{13} + x_2a_{23} + x_3a_{23} \end{bmatrix} \tag{19}$$

I en avaluar l'altre costat de la igualtat es té el mateix resultat

$$2\frac{\partial}{\partial x}(x^T A)x = 2\frac{\partial}{\partial x}\left(\begin{bmatrix} x_1a_{11} + x_2a_{12} + x_3a_{13} \\ x_1a_{21} + x_2a_{22} + x_3a_{23} \\ x_1a_{13} + x_2a_{32} + x_3a_{33} \end{bmatrix}^T\right)x = \tag{20}$$

$$= 2\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 2\cdot\begin{bmatrix} x_1a_{11} + x_2a_{12} + x_3a_{13} \\ x_1a_{12} + x_2a_{22} + x_3a_{23} \\ x_1a_{13} + x_2a_{23} + x_3a_{23} \end{bmatrix} \tag{21}$$

$\blacksquare$

Com que $2\frac{\partial}{\partial \eta}(\dot{\eta}^T J)\dot{\eta} = 2J\dot{\eta}$ es té, aplicant la regla de la cadena en el producte $J\dot{\eta}$:

$$F = \frac{d}{dt}\left(m\dot{\xi} + J\dot{\eta}\right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = m\ddot{\xi} + J\ddot{\eta} + \dot{J}\dot{\eta} - \left(\frac{1}{2}2\frac{\partial}{\partial \eta}(\dot{\eta}^T J)\dot{\eta} - mg\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\right) \tag{22}$$

Per arribar a aquest resultat s'ha aplicat la derivada direccional a mgz:

$$D_q(mgz) = D_\xi(mgz) = mg\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{23}$$

Separant les components lineals i angulars en dues equacions:

$$f = m\ddot{\xi} + mg\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = RT_B \tag{24}$$

$$\tau = J\ddot{\eta} + \underbrace{\left(\dot{J} - \frac{\partial}{\partial \dot{\eta}}(\dot{\eta}^T J)\right)}_{C(\eta,\dot{\eta})}\dot{\eta} = J\ddot{\eta} + C(\eta,\dot{\eta})\dot{\eta} \tag{25}$$

On $C(\eta,\dot{\eta})$ és la matriu de Coriolis. Per obtenir el sistema d'equacions del model s'han d'aïllar les accel·leracions, i s'obté:

$$\begin{cases} \ddot{\xi} & = \frac{1}{m}RT_B - g\cdot\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \\ \ddot{\eta} & = J^{-1}\left(\tau - C(\eta,\dot{\eta})\dot{\eta}\right) \end{cases} \tag{26}$$

Per a realitzar el control será útil representar el sistema 26 en forma d'espai d'estats:

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{bmatrix} \xi \\ \dot{\xi} \\ \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \frac{1}{m}RT_B - g\cdot\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \\ \dot{\eta} \\ J^{-1}\left(\tau - C(\eta,\dot{\eta})\dot{\eta}\right) \end{bmatrix} \tag{27}$$

3.3. Representació del model amb Matlab

4. Disseny del controlador

5. Implementació del control

6. Construcció del Quadcopter

El conjunt de peces que formen aquest aparell estan conectades entre sí segons la funció que realitzen. Esencialment la Raspberry Pi controla els motors segons les señals que reb de l'IMU i el Receptor. Tot el conjunt és alimentat per una bateria LiPo i s'adapta el voltatge de 11.1V a 5V per mitjà d'un Regulador per tal d'alimentar a la Raspberry. Tots els components estan subjectats a una estructura (Frame) que també pateix les forces y moments.

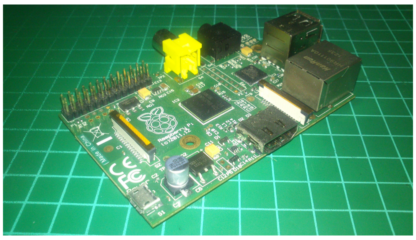
6.1. Descripció dels components

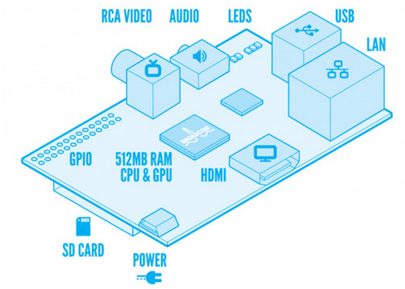
Es descriu tot seguit cada component i el criteri de sel·lecció que s'ha aplicat.

Raspberry Pi

Abreujat com a RPi, és un petit ordinador integrat en una sola placa (Single-Board Computer o SBC en anglès) del tamany d'una targeta de crèdit, és a dir, amb unes dimensions de 85.6cm x 53.98cm, desenvolupat per la Fundació Raspberry Pi amb l'intenció de promocionar les ciències computacionals a les escoles [2].

S'ha optat per aquesta opció pel seu econòmic preu, la velocitat de processament i baix consum. A més, s'ha volgut ampliar els coneixements d'aquest petit monstre. En particular s'utilitza la segona revisió del model B:



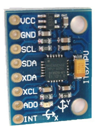


Té un System-on-Chip (SoC) Broadcom BCM2835 amb un ARM1176JZF-S a 700 Mhz, una GPU VideoCore IV i 512 MB de memòria RAM. Disposa de dos ports USB, una sortida mini-jack 3.5mm, sortida d'audio/vídeo HDMI, una sortida RCA i un port RJ45 10/100 d'Ethernet.

L'alimentació es realitza per mitjà d'un mini USB a 5V/700mA, amb un consum de 3.5W. El sistema operatiu és un Raspbian, gravat en una targeta SD de 4GB.

Disposa d'un conjunt de pins que permeten comunicació amb perifèrics de baix nivell UART, I2C, SPI i 8 pins de propòsit general (General Porpouse Input Output o GPIO).

GY-521 MPU-6050



Es tracta d'una Unitat de Mesura Inercial (IMU en anglès) que integra en un mateix encapsulat de 4x4x0.9mm un acceleròmetre i un giròscop, ambdós de 3 eixos. Disposa dun conversor ADC de 16 bits per a cada eix i es comunica mitjançant un protocol de comunicació I2C. S'ha optat per utilitzar aquest dispositiu pel seu baix cost i la fàcil comunicació que comporta amb la RPi.

Com a característiques dels sensors: el giròscop té un rang de $\pm 250, \pm 500, \pm 1000, \pm 2000$ graus/segon, i l'accel·leròmetre de $\pm 2g, \pm 4g, \pm 8g, 16g$. La tensió d'alimentació és del rang de 2.375V-3.46V.

Transmissor-Receptor

Turnigy 5X 5Ch Mini Transmitter and Receiver Amb aquest parell de components es transmet la consigna generada des del transmissor cap al receptor.

Bateria LiPo

Regulador Step-Down

Variadors ESC

Turnigy AE-20A Brushless ESC Specification: Output: Continuous 20A, burst 25A up to 10 seconds. Input Voltage: 2-4 cells lithium battery or 5-12 cells NIMH battery. BEC: Linear 2A @ 5V Control Signal Transmission: Optically coupled system. Max Speed: 2 Pole: 210,000rpm 6 Pole: 70,000rpm 12 Pole: 35,000rpm Size: 50mm (L) * 26mm (W) * 12mm (H). Weight: 19g.

Features: High performance microprocessor brings out the best compatibility with all kinds of motors and the highest driving efficiency. Wide-open heatsink design to get the best heat dissipation effect. Improved Normal, Soft, Very-Soft start modes, compatible with aircraft and helicopter. Smooth, linear, quick and precise throttle response. Multiple protection features: Low-voltage cut-off protection / Over-heat protection / Throttle signal loss protection Programable via transmitter Programming features: Brake setting (we recommend using brake for only folding props applications) Battery type(Li-xx or Ni-xx) Low voltage cutoff setting Factory default setup restore Timing settings (to enhance ESC efficiency and smoothness) Soft acceleration start ups (for delicate gearbox applications) Low voltage cutoff type (power reduction orirnmediate shutdown)

Factory default settings: Brake: off Battery type: Li-xx (Li-ion or Li-Po) Low voltage cutoff threshold: Soft cut-off (2.6V) Timing setup: Low Soft Acceleration Start Up: Normal Low voltage cutoff type: Medium

Motors //modelo

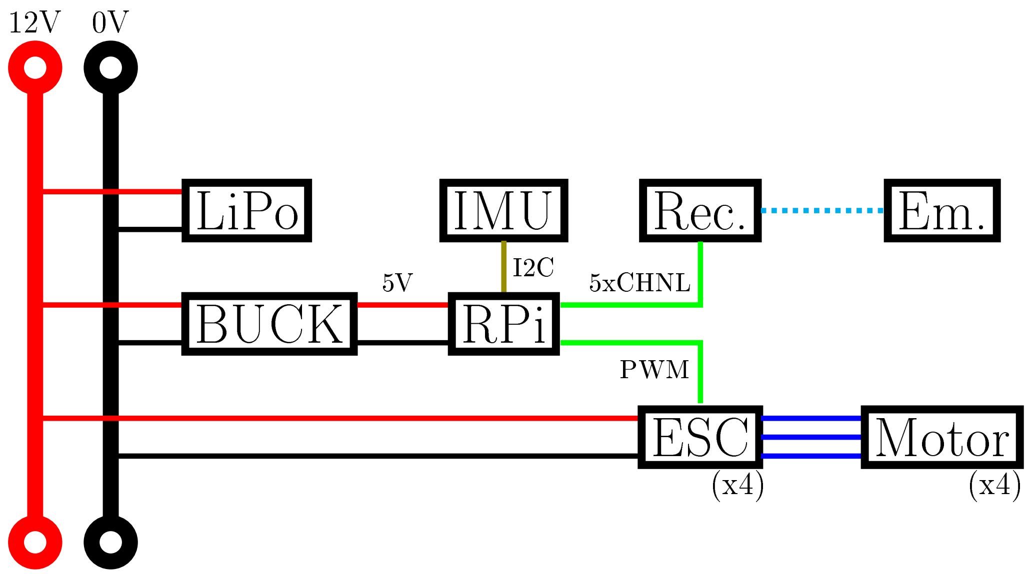
Turnigy 2213 20turn 1050kv 19A Outrunner Spec. Kv: 1050rpm/v Operating Current: 6A 16A Peak Current: 19A Weight: 56g Dimensions: 27.6 x 32mm Shaft Size: 3.175mm

Frame

Peso 190g

Hèlix

6.2. Muntatge


12V
0V
LiPo
IMU
Rec.
Em.
I2C
5V
5xCHNL
BUCK
RPi
PWM
ESC
Motor
(x4)
(x4)

7. Anàlisi econòmic

ANNEXES

Annex 1: Obtenció vector de forces

asdfasdf

Annex 2:

Referencias

[1] Teppo Luukkonen (August 22,2011). *Modelling and control of quadcopter*

[2] Wikipedia de la Raspberry Pi: http://en.wikipedia.org/wiki/Raspberry_Pi

[3] Accel·leròmetre i Giròscop MPU-6050 per a Arduino: http://playground.arduino.cc/Main/MPU-6050#.UzhsVCK9jb4

[4] MPU-6050 Product Specification (Datasheet): http://www.invensense.com/mems/gyro/documents/PS-MPU-6000A-00v3.4.pdf