Duomenų analizės įvadas 2.2. dalis - R programavimas

Justas Mundeikis

VU EVAF

2019-04-04

Turinys

- Loop funkcijos
- 2 apply
- g rep
- sweep
- lapply
- sapply
- mapply
- 8 rapply
- tapply
- n split
- aggregate
- Distribucijos
- Binominis skirstinys

Loop funkcijos

Loop funkcijos

Rašant skriptus, for, while ir kiti loopai yra tinkami, bet jeigu norima parašyti kodą tiesiog konsolėje, tada susiduriama su daug problemų.

- lapply: loopina per list ir paleidžia funkciją kiekvienam elementui
- sapply: veikia kaip ir lapply tik supaprastina rezultatus
- apply: taiko funkciją masyvo stulepliams / eilutėms
- tapply: taiko funkciją vektoriaus dalims
- mapply: multivariatinė lapply versija

apply naudojama taikyti funkcijas dataframe, matricų eilutėms ar stulpeliams. apply iš esmės supaprastina for loop naudojimą.

```
args(apply)
## function (X, MARGIN, FUN, ...)
## NULL
# kur X yra array
# MARGIN=1 eilutėms
# MARGIN=2 stulpeliams
# FUN taikoma funkcija
```

```
x \leftarrow matrix(1:4,2,2)
х
## [,1] [,2]
## [1,] 1 3
## [2,] 2 4
apply(x, 1, mean) #1 - eiltuėms
## [1] 2 3
apply(x, 2, mean) #2 - stulpeliams
## [1] 1.5 3.5
apply(x, 1, sum)
## [1] 4 6
apply(x, 2, sum)
## [1] 3 7
```

Norint pritaikyti apply funkciją daugiau dimensijų turinčiam duomenų masyvui, būtina nurodyti vektorių, kurios dimensijos išlaikomos

```
x <- array(data=rnorm(40), dim = c(2,2,10))
apply(x, c(1,2), mean)
## [,1] [,2]
## [1,] -0.07282579 0.01602339
## [2,] -0.09809258 0.21179569</pre>
```

Exercice:

- create a sales dataframe
- calculate column then rowsums

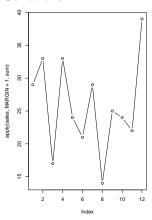
Solution:

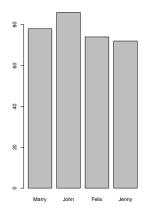
```
# sukuriame 5x6 matrica
set.seed(101)
sales <- data.frame(row.names = month.abb[1:12],</pre>
                Marry=sample(1:12,12, replace = TRUE),
                John=sample(1:12,12, replace = TRUE),
                Felix=sample(1:12,12, replace = TRUE),
                Jenny=sample(1:12,12, replace = TRUE))
apply(sales, MARGIN=1, sum)
## Jan Feb Mar Apr May Jun Jul Aug Sep Oct Nov Dec
   29 33 17 33 24 21 29 14 25 24 22 39
apply(sales, MARGIN=2, sum)
## Marry John Felix Jenny
     78
           86
                  74
                        72
##
```

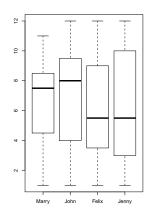
Exercice 1:

- nubraižykite linijinę diagramą visų pardavimų pamėnesiui
- nubraižykite stulpelinę diagramą kiekvienam pardarvėjui
- nubraižykite boxplotus kiekvienam pardavėjui

Sollutions







Jeigu norima apskaičiuoti dataframe / matricų eilučių ar stuleplių sumas / vidurkius, galima naudoti jau supaprastintas funckijas, jos veikia dar greičiau, nei originalas.

- rowSums=apply(x,1,sum)
- rowMeans=apply(x,1,mean)
- colSums=apply(x,2,sum)
- colMeans=apply(x,2,mean)

```
args(apply)
## function (X, MARGIN, FUN, ...)
## NULL
# for ... arguments of quantile function
apply(sales[,-1], 2, quantile, probs=c(0,0.25,0.5,0.75,1))
## John Felix Jenny
## 0% 1.00 1.00 1.0
## 25% 4.50 3.75 3.0
## 50% 8.00 5.50 5.5
## 75% 9.25 8.50 10.0
## 100% 12.00 12.00 12.0
apply(sales[,-1], 2, summary, digits=0)
## John Felix Jenny
## Min. 1
                1
## 1st Qu. 4 4
                     3
## Median 8 6
                     6
## Mean 7 6
                     6
## 3rd Qu. 9 8
                     10
## Max.
      10
                10
                     10
```

rep

rep

```
# Funkcija rep priima objektus ir replikuoja juos times arba each
args(rep)
## function (x, ...)
## NULL
?args
rep(c("a","b"), c(1,3))
## [1] "a" "b" "b" "b"
```

sweep

sweep

Return an array obtained from an input array by sweeping out a summary statistic.

```
args(sweep)
## function (x, MARGIN, STATS, FUN = "-", check.margin = TRUE, ...)
## NULL
```

sweep

• Kartais reikia naudotis normalizuotais duomenimis

```
• = \frac{X-\mu}{\sigma} PVZ:
```

```
sales
boxplot(sales)
sales_mean <- apply(sales,2 ,mean)
sales_sd <- apply(sales,2, sd)
df1 <- sweep(sales,2, sales_mean, "-")
df2 <- sweep(df1,2, sales_sd, "/")
boxplot(df2)</pre>
```

NULL

lapply priima 3 argumentus: (1) list objektą, (2) funkciją arba funkcijos pavadinimą, (3) galimus funkcijos papidlomus argumentus

Jeigu X nėra list, tada R bando paversti X list objektu.

```
args(lapply)
## function (X, FUN, ...)
```

```
Justas Mundeikis (VU EVAF)
```

lapply visad grąžina list klasės objektą

```
x <- list(a=1:10, b=rnorm(10), c=seq(from=100, to=200, by=2))
lapply(x, mean)
## $a
## [1] 5.5
##
## $b
## [1] 0.07560161
##
## $c
## [1] 150</pre>
```

```
x < -1:3
as.list(1:3) #taip lapply mato vektorių x konvertvus jį į list objektą
## [[1]]
## [1] 1
##
## [[2]]
## [1] 2
##
## [[3]]
## [1] 3
lapply(x, runif)
## [[1]]
## [1] 0.882948
##
## [[2]]
## [1] 0.9413468 0.2344180
##
## [[3]]
## [1] 0.9366658 0.5667020 0.8427904
```

lšnaudojant ... galime perleisti papildomus argumentus runif funckijai:

```
x <- 1:3
lapply(x, runif, min=5, max=10)
## [[1]]
## [1] 9.106506
##
## [[2]]
## [1] 6.399864 5.236506
##
## [[3]]
## [1] 6.124703 8.365463 9.794654</pre>
```

lapply ir kitos apply funkcijos gali naudotis USER DEFINED FUNCTION, t.y. niekur kitur nedefinuotomis funkcijomis

```
x \leftarrow list(a=matrix(1:9, nrow=3, ncol = 3),
          b=matrix(1:4, nrow = 2, ncol=2))
lapply(x, function(elt) elt[,1, drop=FALSE]) #elt yra anoniminė funkcija
## $a
## [,1]
## [1,]
## [2,] 2
## [3,]
##
## $b
       [,1]
##
## [1,] 1
## [2,] 2
```

Klausimas: ką generuoja ši lapply funkcija?

```
A <- matrix(sample(1:10,9),3,3)
B <- matrix(sample(1:10,9),3,3)</pre>
C <- matrix(sample(1:10,9),3,3)</pre>
MAT_LIST <- list(A,B,C)</pre>
lapply(MAT_LIST, "[", ,1)
## [[1]]
## [1] 7 10 9
##
## [[2]]
## [1] 1 6 8
##
## [[3]]
## [1] 1 10 2
```

- Ar galima pritaikyti lapply funkciją sales dataframe?
- Jeigu taip, kokia objekto klasė bus grąžinta?
- Išbandykite

Solution:

\$Marry

```
## [1] 78
##
## $John
## [1] 86
##
## $Felix
## [1] 74
##
## $Jenny
```

[1] 72

sapply bando supaprastinti lapply rezultatus (jeigu įmanoma)

- jeigu lapply grąžintų list, kurių kiekvienas elementas yra 1 ilgumo, tada sapply grąžina vektorių
- ullet jeigu lapply grąžintų list, kurių kiekvienas elementas yra $>\!1$ ir vienodo ilgumo, tada sapply grąžina matricą
- jeigu netinka pirma du variantai, grąžina list

```
x <- list(a=1:10, b=rnorm(10), c=seq(from=100, to=200, by=2))
lapply(x, mean)
## $a
## [1] 5.5
##
## $b
## [1] 0.2591564
##
## $c
## [1] 150</pre>
```

```
sapply(MAT_LIST,"[",1,1, simplify = TRUE) # nepriima tuščių argumentų
## [1] 7 1 1
sapply(MAT_LIST,"[",1,1, simplify = FALSE) # nepriima tuščių argumentų
## [[1]]
## [1] 7
##
## [[2]]
## [1] 1
##
## [[3]]
## [1] 1
```

- Ar galima pritaikyti sapply funkciją sales dataframe?
- Jeigu taip, kokia objekto klasė bus grąžinta?
- Išbandykite

Solution:

```
## Marry John Felix Jenny
## 78 86 74 72
```

- mapply taiko paraleliai (vienu metu) funckiją skirtingiems argumentams arba list arba vektoriams
- m multivariate

```
str(mapply)
## function (FUN, ..., MoreArgs = NULL, SIMPLIFY = TRUE, USE.NAMES = TRUE)
```

- FUN yra funkcija, kuri bus taikoma
- ... argumentai, kuriais naudojamasi funkcijoje
- MoreArgs kiti FUN argumentai
- SIMPLIFY ar rezultatas turėtų būti simplifikuotas kaip sapply

Jeigu norime sukurti tokį list objektą, 4 kartus rašome rep(), su argumentais 1-4 ir 4-1

```
list(rep(1,4), rep(2,3), rep(3,2), rep(4,1))
## [[1]]
## [1] 1 1 1 1
##
## [[2]]
## [1] 2 2 2
##
## [[3]]
## [1] 3 3
##
## [[4]]
## [1] 4
```

Supaprastinant galima naudoti mapply funkciją, kurios argumentai rep funckija ir du vektoriai 1:4 ir 4:1

```
mapply(rep, 1:4, 4:1)
## [[1]]
## [1] 1 1 1 1
##
## [[2]]
## [1] 2 2 2
##
## [[3]]
## [1] 3 3
##
## [[4]]
## [1] 4
```

Funkcija noise generuoja n atsitiktinių normaliojo skirstinio skaičių su vidurkiu mean ir standaritiniu nuokyrpiu sd

Šioje vietoje galima naudotis mapply tam kad funkcija primtų argumentus iš vektorių

```
noise <- function(n, mean, sd){</pre>
        rnorm(n, mean, sd)
}
# list(noise(1,1,0.1),noise(2,2,0.1),noise(3,3,0.1),noise(4,4,0.1))
mapply(noise, 1:4, 1:4, 0.1)
## [[1]]
## [1] 1.015169
##
## [[2]]
## [1] 2.318956 2.130100
##
## [[3]]
## [1] 3.024953 3.212102 3.065213
##
## [[4]]
   [1] 4.226947 4.091738 4.044441 4.071369
```

Exercise Generate following matrix using mapply (hint: use rep())

```
## [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,] 1 2 3 4
## [2,] 1 2 3 4
## [3,] 1 2 3 4
## [4,] 1 2 3 4
```

rapply yra recursive apply ir taikoms list objektams

```
args(rapply)
## function (object, f, classes = "ANY", deflt = NULL, how = c("unlist",
## "replace", "list"), ...)
## NULL

#pvz:
x <- list(1,2,3,4)
rapply(x, function(x){x^2})
## [1] 1 4 9 16</pre>
```

Exercise: * Calculate the bonus for each salesperson * Bonus =0.15 * average sales of the year (use rapply and either lapply or sapply)

```
## Marry John Felix Jenny
## 0.975 1.075 0.925 0.900
```

Papildomi rapply pvz., savistudijoms https://www.r-bloggers.com/rapply-function-explanation-and-examples

Apply a function to each cell of a ragged array, that is to each (non-empty) group of values given by a unique combination of the levels of certain factors.

```
str(tapply)
## function (X, INDEX, FUN = NULL, ..., default = NA, simplify = TRUE)
```

- X yra vektorius
- INDEX faktorius arba faktorių list
- FUN taikoma funkcija
- ... papildomi FUN argumentai
- simplify ar supaprastinti rezultatus

```
x \leftarrow c(rnorm(10), runif(10), rnorm(10,1))
х
   [1] -0.67383319 -2.38267820 -1.24680374 -0.82496053 -2.13228424
##
   [6] -0.61403748 -0.20734092 1.28162501 -0.09783121 0.15755788
##
## [11] 0.22614243 0.98355758 0.09838715 0.87955170 0.23345948
## [16] 0.77239607 0.47185934 0.40884825 0.82322317 0.53497093
## [21] 0.97796802 1.36601687 1.08631503 -0.74613833 0.97936851
## [26] 0.84474013 0.10847413 -0.05660892 1.89043338 0.52272172
# Generate factors by specifying the pattern of their levels.
\#ql(n, k, length = n*k, labels = seq len(n), ordered = FALSE)
f \leftarrow gl(3,10)
f
   ##
## Levels: 1 2 3
tapply(x, f, mean)
                               3
##
## -0.6740587 0.5432396 0.6973291
```

```
tapply(x, f, mean, simplify = FALSE)
## $`1`
## [1] -0.6740587
##
## $`2`
## [1] 0.5432396
##
## $`3`
## [1] 0.6973291
```

```
tapply(x, f, summary)
## $`1`
## Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
## -2.3827 -1.1413 -0.6439 -0.6741 -0.1252 1.2816
##
## $`2`
## Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
## 0.09839 0.27731 0.50342 0.54324 0.81052 0.98356
##
## $`3`
## Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
## -0.7461 0.2120 0.9114 0.6973 1.0596 1.8904
```

split padalina vektorių arba kitą objektą į grupes priklausomai nuo faktorių arba faktorių list

```
str(split)
## function (x, f, drop = FALSE, ...)
```

- x vektorius / list / dataframe
- f faktorius arba faktorių list
- drop indikuoja, ar tušti faktoriai turėtų būti panaikinti

```
split(x, f)
## $`1`
##
    [1] -0.67383319 -2.38267820 -1.24680374 -0.82496053 -2.13228424
##
    [6] -0.61403748 -0.20734092 1.28162501 -0.09783121 0.15755788
##
## $`2`
##
    [1] 0.22614243 0.98355758 0.09838715 0.87955170 0.23345948 0.77239607
##
    [7] 0.47185934 0.40884825 0.82322317 0.53497093
##
## $\3\
    [1]
       0.97796802 1.36601687 1.08631503 -0.74613833 0.97936851
##
    [6] 0.84474013 0.10847413 -0.05660892 1.89043338 0.52272172
##
# dabar galima naudoti lapply / sapply
```

Taigi galime suskaidyti x į 3 list objektus ir tada kiekvienam atlikti lapply arba

```
head(airquality)
##
     Ozone Solar.R Wind Temp Month Day
## 1
        41
               190 7.4
                          67
                                 5
## 2
        36
               118 8.0
                         72
               149 12.6
                        74
                                     3
## 3
        12
                                 5
                                     4
        18
               313 11.5
                        62
                                 5
                                     5
## 5
        NA
                NA 14.3
                          56
## 6
        28
                NA 14.9
                          66
                                     6
```

```
s <- split(airquality, airquality$Month)</pre>
lapply(s, function(x) colMeans(x[,1:4]))
## $`5`
##
      Ozone
            Solar.R
                          Wind
                                    Temp
                  NA 11.62258 65.54839
##
         NΑ
##
## $`6`
##
       Ozone
               Solar.R
                             Wind
                                        Temp
          NA 190.16667 10.26667
                                  79.10000
##
##
## $`7`
##
                 Solar.R
        Ozone
                                Wind
                                            Temp
           NA 216.483871 8.941935 83.903226
##
##
## $`8`
##
       Ozone
               Solar.R
                             Wind
                                        Temp
##
          NA
                     NA 8.793548 83.967742
##
## $`9`
##
      Ozone
            Solar.R
                          Wind
                                    Temp
```

```
s <- split(airquality, airquality$Month)</pre>
lapply(s, function(x) colMeans(x[,1:4], na.rm=TRUE))
## $`5`
##
       Ozone
               Solar.R
                            Wind
                                       Temp
   23.61538 181.29630 11.62258 65.54839
##
##
## $`6`
##
       Ozone
               Solar.R
                            Wind
                                       Temp
   29.44444 190.16667 10.26667 79.10000
##
##
## $`7`
##
                 Solar.R
        Ozone
                               Wind
                                           Temp
   59.115385 216.483871 8.941935 83.903226
##
##
## $`8`
##
        Ozone
                 Solar.R
                               Wind
                                           Temp
##
   59.961538 171.857143 8.793548 83.967742
##
## $ 9
##
       Nzone
               Solar.R
                            Wind
                                       Temp
```

Justas Mundeikis (VU EVAF)

```
s <- split(airquality, airquality$Month)</pre>
sapply(s, function(x) colMeans(x[,1:4], na.rm=TRUE))
##
                   5
                             6
                                                   8
                                                             9
## Ozone
           23.61538 29.44444
                               59.115385
                                          59.961538
                                                      31.44828
## Solar.R 181.29630 190.16667 216.483871 171.857143 167.43333
## Wind
           11.62258 10.26667
                                8.941935
                                            8.793548
                                                      10.18000
## Temp
           65.54839 79.10000 83.903226
                                          83.967742 76.90000
```

```
head(x, 15)
##
     metai regionas lytis
                                bvp vartojimas
## 1
       2013
            Vilnius
                         M 152.1847
                                     0.9810854
            Vilnius
## 2
      2014
                         V 120.3190 -0.6616053
      2015
            Vilnius
                         M 165.3160 -0.7724177
## 3
## 4
      2016
            Vilnius
                         V 127.7222 -2.0184735
      2017
            Vilnius
## 5
                         M 140.8674 -0.5335854
## 6
      2013
            Vilnius
                         V 152.1847 0.4347283
## 7
      2014
             Vilnius
                         M 120.3190 -0.7711673
## 8
      2015
             Vilnius
                         V 165.3160 -0.7539408
## 9
       2016
             Vilnius
                         M 127.7222 -0.2993578
## 10
       2017
             Vilnius
                         V 140.8674 1.6639664
       2013
                         M 152.1847 -1.2443298
## 11
              Kaunas
## 12
      2014
                         V 120.3190 -0.7831344
              Kaunas
      2015
                         M 165.3160 0.2448306
## 13
              Kaunas
## 14
      2016
                         V 127.7222 -0.1438872
              Kaunas
## 15
      2017
              Kaunas
                         M 140.8674 -1.6086314
```

```
head(s,2)
## $Kaunas.M
     metai regionas lytis
##
                             bvp vartojimas
      2013
            Kaunas
                      M 152.1847 -1.2443298
## 11
## 13 2015
            Kaunas
                      M 165.3160 0.2448306
     2017
            Kaunas
                      M 140.8674 -1.6086314
## 15
## 17 2014
            Kaunas
                      M 120.3190 -1.8191317
## 19 2016
                      M 127.7222 1.8871394
            Kaunas
##
  $Klaidpėda.M
##
     metai
           regionas lytis
                              bvp vartojimas
      2013 Klaidpėda M 152.1847 -0.3805995
##
  21
      2015 Klaidpėda M 165.3160 -0.3380941
  23
##
  25 2017 Klaidpėda M 140.8674 0.2175429
##
      2014 Klaidpėda
## 27
                       M 120.3190 -0.2878594
## 29
      2016 Klaidpėda
                       M 127.7222 -0.4700714
```

```
sapply(s, function(x) mean(x[,4]))
     Kaunas.M Klaidpėda.M Vilnius.M
##
                                      Kaunas.V Klaidpėda.V
                                                            Vilnius.V
     141.2819
                141.2819 141.2819
                                      141.2819
                                                  141.2819
                                                             141,2819
##
sapply(s, function(x) colMeans(x[,4:5]))
##
               Kaunas.M Klaidpėda.M
                                    Vilnius.M
                                                 Kaunas.V Klaidpėda.V
## bvp
            141.2818817 141.2818817 141.2818817 141.2818817
                                                          141.281882
             -0.5080246 -0.2518163 -0.2790886
                                                0.6597898
                                                           -0.284219
## vartojimas
##
            Vilnius.V
## bvp
          141.281882
## vartojimas -0.267065
```

aggregate

agregate

Splits the data into subsets, computes summary statistics for each, and returns the result in a convenient form.

```
args(aggregate)
## function (x, ...)
## NULL
?aggregate
```

- x an R object.
- by- a list of grouping elements, each as long as the variables in the data frame x. The elements are coerced to factors before use.

agregate

```
aggregate(airquality,
         list(airquality$Month), #jeiqu nebus list() mes klaid, nes tada b
         mean, na.rm=TRUE)
                                          Temp Month Day
##
    Group.1
               Ozone Solar.R Wind
          5 23.61538 181.2963 11.622581 65.54839
                                                   5 16.0
## 1
## 2
          6 29.44444 190.1667 10.266667 79.10000 6 15.5
## 3 7 59.11538 216.4839 8.941935 83.90323 7 16.0
## 4
          8 59.96154 171.8571 8.793548 83.96774 8 16.0
## 5
          9 31.44828 167.4333 10.180000 76.90000 9 15.5
# tik vienam kintamajam
aggregate(airquality$0zone, list(airquality$Month), FUN=mean, na.rm=TRUE)
##
    Group.1
                  X
## 1
          5 23.61538
          6 29.44444
## 2
        7 59.11538
## 3
        8 59.96154
## 4
          9 31.44828
## 5
```

agregate

```
aggregate(iris,
        list(iris$Species),
        mean, na.rm=TRUE)
## Warning in mean.default(X[[i]], ...): argument is not numeric or logical
## returning NA
## Warning in mean.default(X[[i]], ...): argument is not numeric or logical
## returning NA
## Warning in mean.default(X[[i]], ...): argument is not numeric or logical
## returning NA
      Group.1 Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
##
## 1
     setosa
                5.006
                             3.428 1.462
                                                   0.246
                                                             NA
                5.936 2.770 4.260 1.326
                                                            NA
## 2 versicolor
## 3 virginica 6.588 2.974 5.552 2.026
                                                            NA
```

Ne retai atliekant įvarius tyrimus ar skaičiuojant tikimybes statistikoje, reikės remtis tam tikrais skirstiniais. R gali generuoti įvarius skirstinius (distributions) ?distributions

- dnorm
- dgamma
- beta
- dpois

ir t.t.

Šioje dalyje aptarsime

- Binomial Distribution
- Poisson Distribution
- Continuous Uniform Distribution
- Exponential Distribution
- Normal Distribution

Visos distribucijos galimos su 4 funkcijomis:

```
# ?dnorm

dnorm(x, mean = 0, sd = 1, log = FALSE)
pnorm(q, mean = 0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
qnorm(p, mean = 0, sd = 1, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
rnorm(n, mean = 0, sd = 1)
```

- d density
- p cumulative distribution
- q quantile function
- r random number generation

set.seed(...)

Tyrimuose naudojant sugeneruotus atsitiktinius skaičius iš tam tikro skirstinio, būtina naudoti set.seed(), tam, kad tyrimas būtų atkartojamas.

```
set.seed(1)
rnorm(n=5, mean=5, sd=2)
## [1] 3.747092 5.367287 3.328743 8.190562 5.659016
rnorm(n=5, mean=5, sd=2)
## [1] 3.359063 5.974858 6.476649 6.151563 4.389223
set.seed(1)
rnorm(n=5, mean=5, sd=2)
## [1] 3.747092 5.367287 3.328743 8.190562 5.659016
```

Dichotomine matavimų skale matuojamų požymių reikšmių skirstinys. Skirstinys yra diskretus ir apibūdinamas parametrais n ir p. Parametras $n \geq 0$ reiškia bandymų skaičių, o p – požymio tikimybę įgyti vieną iš dviejų galimų reikšmių.

Binominio skirstinio pasiskirstymo tankio funkcija (tikimybė gauti \times reikmšę su n bandymų ir p tikimybės reikmše):

$$f(x) = \binom{n}{x} p^{x} (1-p)^{n-x} \text{ kur } x = 1, 2, 3, ..., n$$

Tarkime duomenų analizės teste yra 10 klausimų, kurių kiekvienas turi 4 galimus atsakymus, iš kurių tik vienas yra teisingas. Tarkime studentas atėjo visiškai nepasiruošęs ir visiškai atsitiktinai pasirinks atsakymus. Norint išlaikyti testą, reikia teisingai astakyti į ne mažiau kaip 5 klausimus. Kokia tikimybė, jog studentas neišlaikys testo?

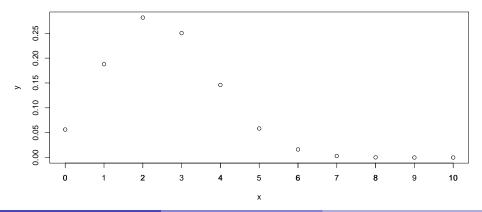
- p = 1/4 = 0.25 ir (1-p)=1-0.25=0.75
- n = 10
- x=4

```
• p = 1/4 = 0.25 ir (1-p) = 1-0.25 = 0.75
```

- n = 10
- x=4

```
# tikimybė jog studentas atsakys lygiai 4 teisingai
dbinom(x=4, size = 10, prob = 0.25)
## [1] 0.145998
```

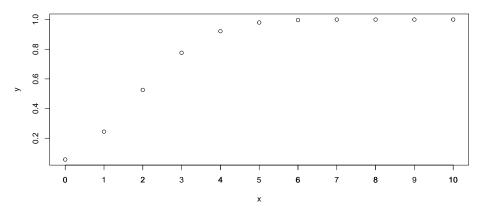
```
x <- seq(from=0, to=10, by=1)
y <- dbinom(x, size=10, prob=0.25)
plot(x,y, type = "p")
axis(side = 1, at = x,labels = T)</pre>
```



Tačiau norint žinoti visas vertes iki 4

```
# todėl norint žinoti tikimybę jog studentas atsakys į 4 arba mažiau
dbinom(x=0, size = 10, prob = 0.25) +
        dbinom(x=1, size = 10, prob = 0.25)+
        dbinom(x=2, size = 10, prob = 0.25)+
        dbinom(x=3, size = 10, prob = 0.25) +
        dbinom(x=4, size = 10, prob = 0.25)
## [1] 0.9218731
# alternatyviai galima pasinaudoti pbinom()
pbinom(q=4, size= 10, prob = 0.25, lower.tail = TRUE)
## [1] 0.9218731
# tačiau piktajį dėstytoją domina,
# kokia tikimybė, jog studentas "praslys":
pbinom(q=4, size= 10, prob = 0.25, lower.tail = FALSE)
## [1] 0.07812691
```

```
x <- seq(from=0, to=10, by=1)
y <- pbinom(x, size=10, prob=0.25)
plot(x,y, type = "p")
axis(side = 1, at = x,labels = T)</pre>
```

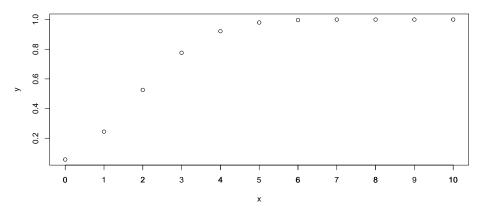


Tarkime dėstytojas nori nustatyti ribą, į kiek klausimų turi teisingai atsakyti studentai, kai:

- studentai turėdami 4 galimus pasirinkimus (daugiau alternatyvių atsakymų dėstytojas nenori sugalvoti, nes tingi)
- destyjas nenori, kad studentai praslystų pro testą didesne nei 10% tikimybe
- destytojas tingi galvoti daugiau nei 10 klausimų

```
qbinom(0.1, 10, 0.25, lower.tail = FALSE)
## [1] 4
```

```
x <- seq(from=0, to=10, by=1)
y <- pbinom(x, size=10, prob=0.25)
plot(x,y, type = "p")
axis(side = 1, at = x,labels = T)</pre>
```



Dichotomine matavimų skale matuojamų požymių reikšmių skirstinys. Skirstinys yra diskretus ir apibūdinamas parametrais n ir p. Parametras $n \geq 0$ reiškia bandymų skaičių, o p – požymio tikimybę įgyti vieną iš dviejų galimų reikšmių.

Poisson skirstinio pasiskirstymo tankio funkcija:

$$f(x) = \frac{\lambda^{x} e^{-\lambda}}{x!} \text{ kur } x = 1, 2, 3, ..., n$$

Poisson distribucija

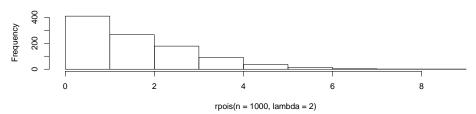
```
# ?dpois

dpois(x, lambda, log = FALSE)
ppois(q, lambda, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
qpois(p, lambda, lower.tail = TRUE, log.p = FALSE)
rpois(n, lambda)
```

Poisson distribucija, kur λ yra vidutinė įvykio tikimybė per tam tikrą laikotarpį

```
rpois(n=10, lambda = 1)
## [1] 0 0 1 1 2 1 1 4 1 2
rpois(n=10, lambda=2)
## [1] 4 1 2 0 1 1 0 1 4 1
hist(rpois(n=1000, lambda=2))
```

Histogram of rpois(n = 1000, lambda = 2)



dpois(5, 50) ## 5 Pr(x=5), lambda=50

Skambučių centras per valandą sulaukia 50 skambučių. *Maximum capacity* yra 65 skambučiai per valandą. Tada skambučiai nukreipiami į alternatyvų skambučių centrą, kuriame dirba beždžionėlės, tad klientai visad lieka nepatenkinti. Klausimas, kokia yra tikimybė, jog per sekančią valandą skambučių centras sulauks: 5, 30, 60 (arba mažiau skambučių):

```
## [1] 5.022786e-16
dpois(30 , 50) ## 30 Pr(x=30), lambda=50
## [1] 0.0006771985
dpois(60, 50) ## 60 Pr(x=50), lambda=50
## [1] 0.02010487

ppois(5, 50) ## 5 arba mažiau skambučių Pr(x<=5), lambda=50
## [1] 5.567756e-16
ppois(30, 50) ## 30 arba mažiau skambučių Pr(x<=30), lambda=50
## [1] 0.001594027
ppois(60, 50) ## 60 arba mažiau skambučių Pr(x<=50),lambda=50
## [1] 0.9278398</pre>
```

Kokia tikimybė, jog skambučių centras sulauks daugiau skaimbučių nei skabučių centro maksimalus aptarnavimo limitas? Jeigu įmonės išsikeltas tiklsas, jog nepatenkintų klientų būtų mažiau nei 0.1%, ar patartumėte vadovybei plėsti skambučių centro galimybes? Kiek papildomų darbuotojų reikia nusamdyti skambučiui centrui, jeigu 1 darbuotojas gali priimti po 5 skambučius per valandą?

Tolygusis skirstinys (Continuous uniform distribution)

Tolygusis skirstinys (Continuous uniform distribution)

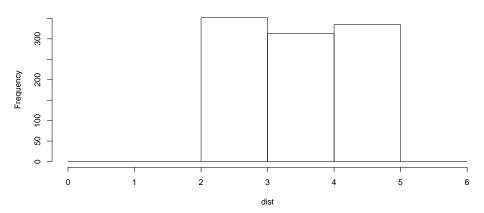
Skirstinys su vienoda tikimybe visiems skaičiams tarp a ir b. Visais kitais atvejais tikimybė =0.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{when } a \le x \le b \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

Tolygusis skirstinys (Continuous uniform distribution)

```
dist <- runif(n=1000, min=2, max=5)
hist(dist, breaks = seq(from=0, to=6, by=1))</pre>
```

Histogram of dist



$$f(x,\lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{when } x \ge 0\\ 0, x < 0 \end{cases}$$

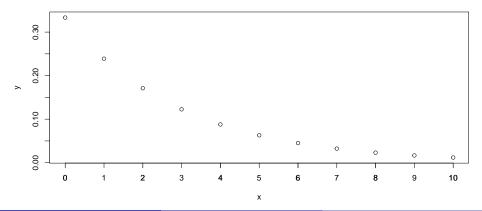
$$f(x,\mu) = \begin{cases} \frac{1}{\mu}e^{-x/\mu}, & \text{when } x \ge 0\\ 0, x < 0 \end{cases}$$

PVZ: Tarkime kasininkas aptarnauja vieną klientą per vidutiniškai 3 minutes. Žinoma, kad aptarnavimo laikas turi eksponentinį skirstinį. Kokia tikimybe sekantis klientas bus aptarnautas per mažiau nei 2 minutes

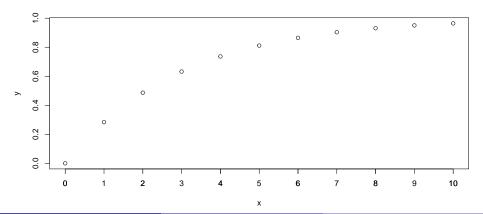
• vidutinis aptarnavimo greitis: 1/3=0.333 klientų per minutę

```
pexp(2, rate=1/3)
## [1] 0.4865829
```

```
x <- seq(from=0, to=10, by=1)
y <- dexp(x, rate=1/3)
plot(x,y, type = "p")
axis(side = 1, at = x,labels = T)</pre>
```



```
x <- seq(from=0, to=10, by=1)
y <- pexp(x, rate=1/3)
plot(x,y, type = "p")
axis(side = 1, at = x,labels = T)</pre>
```

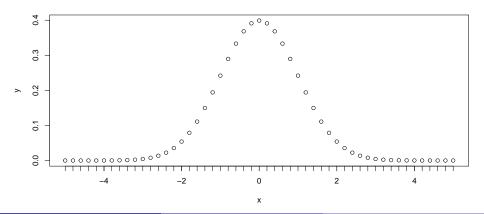


Sakysime, kad atsitiktinis dydis x turi normalųjį skirstinį, jei jo tankis

$$\varphi_{\mu,\sigma}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)} \text{ for } -\infty < x < \infty; -\infty < \mu < \infty, \sigma^2 > 0$$

Sakysime, kad atsitiktinis dydis x turi standartinį normalųjį skirstinį, jeigu $\mu=0,\sigma^2=1$

```
x <- seq(from=-5, to=5, by=0.2)
y <- dnorm(x)
plot(x,y, type = "p")
axis(side = 1, at = x,labels = F)</pre>
```



```
x <- seq(from=-5, to=5, by=0.2)
y <- pnorm(x)
plot(x,y, type = "p")
axis(side = 1, at = x,labels = F)</pre>
```

