



SAPIENZA  
UNIVERSITÀ DI ROMA

## MISURE DI *densità*

G. Galbato Muscio

L. Gravina

L. Graziotto

M. Rescigno

GRUPPO B2.3

Esperienza di laboratorio  
27 marzo 2017

Consegna della relazione  
3 aprile 2017

---

### Sommario

La densità è definita come il rapporto tra massa e volume, ed è una proprietà intensiva della materia.

$$\rho = \frac{m}{V} \quad [\rho] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

In questa esperienza ci proponiamo di compiere misure di densità di diversi campioni, adottando diversi procedimenti operativi e al fine di determinare il materiale di cui è composto un campione incognito.

## Indice

<b>0</b>	<b>Convenzioni</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>Scopo e descrizione dell'esperienza</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Apparato Sperimentale</b>	<b>3</b>
2.1	Strumenti . . . . .	3
2.2	Campioni . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Sequenza Operazioni Sperimentali</b>	<b>4</b>
3.1	Verifica degli strumenti . . . . .	4
3.2	Misura della densità di un singolo campione . . . . .	4
3.3	Misura della densità dei campioni A . . . . .	5

3.4	Misura della densità del campione B . . . . .	6
3.5	Misura della densità del campione C . . . . .	6
3.6	Misura della densità dei campioni A con metodo grafico . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Considerazioni finali</b>	<b>7</b>
<b>5</b>	<b>altre tabelle</b>	<b>7</b>

## 0 Convenzioni

In questa relazione verranno usate le seguenti convenzioni:

1. sarà usata la virgola [ , ] come separatore decimale;
2. l'approssimazione decimale della cifra 5 sarà fatta controllando, ove possibile, la cifra successiva (in ordine di lettura) al 5, in particolare se la cifra è compresa tra 0 e 4 (compresi) l'arrotondamento avverrà per difetto (es.  $0,153 \rightarrow 0,1$ ), se la cifra è invece compresa tra 5 e 9 l'arrotondamento sarà per eccesso (es.  $0,156 \rightarrow 0,2$ ), se non è possibile controllare la cifra successiva al 5 l'arrotondamento sarà fatto per difetto.

## 1 Scopo e descrizione dell'esperienza

L'esperienza si sviluppa secondo 5 operazioni sperimentali:

1. misura della densità di un singolo campione, al fine di determinare il materiale di cui è costituito;
2. misura di 30 campioni dello stesso materiale, per migliorare la stima precedente della densità;
3. misura di un campione dello stesso materiale dei precedenti, ma con dimensioni differenti, con l'obiettivo di verificare la compatibilità del materiale con quello costitutivo dei 30 campioni;
4. misura della densità di un singolo campione di materiale differente, al fine di identificarne la composizione;
5. determinazione della densità dei campioni già misurati nella seconda fase, utilizzando un metodo grafico.

## 2 Apparato Sperimentale

### 2.1 Strumenti

- Bilancia di precisione [risoluzione 0,001 g, incertezza 0,0003 g, portata 7500 g];
- Calibro a nonio ventesimale [divisione 0,05 mm, incertezza 0,05 mm];
- Calibro Palmer [divisione 0,01 mm, incertezza 0,001 mm];
- Provetta graduata [divisione 2 mL, incertezza 0,5 mL];

### 2.2 Campioni

- A: 30 cilindri di dimensioni variabili e materiale incognito (colore argentato lucido<sup>1</sup>);

---

<sup>1</sup>Utilizziamo il colore e l'aspetto dei campioni come *prior* per escludere materiali come legno, vetro o oro, e dunque per escludere eventuali evidenti errori nella misura.

- **B**: cilindro dello stesso materiale dei campioni **A**, ma di diversa dimensione;
- **C**: cilindro con foro prossimo alla base di diverso materiale rispetto ai precedenti (colore dorato lucido<sup>2</sup>).

## 3 Sequenza Operazioni Sperimentali

### 3.1 Verifica degli strumenti

Notiamo che il calibro a nonio non ha errore di offset in quanto a battuta l'indice segna 0; il Palmer presenta invece un offset stimato, prendendo la media di dieci misurazioni, in  $(0,006 \pm 1000,000)$  mm. La bilancia di precisione può essere tarata a 0 prima di ogni misurazione; la provetta graduata sarà invece riempita fino a un certo livello e si valuteranno le differenze di indicazioni segnate, permettendo dunque di escludere l'incertezza del valore considerato come 0.

### 3.2 Misura della densità di un singolo campione

Scegliamo come campione dal gruppo **A** il cilindro che abbiamo numerato 9. La procedura di misurazione consiste in:

1. misura ripetuta 30 volte dell'altezza del cilindro prima con il calibro a nonio e poi con il calibro Palmer;
2. misura ripetuta 30 volte del diametro del cilindro con il calibro Palmer. Avendo già effettuato una stima preliminare dell'incertezza sulla misura con il nonio e con il Palmer, abbiamo scelto il Palmer per misurare il diametro in quanto è più accurato;
3. misura ripetuta 30 volte della massa del cilindro con la bilancia di precisione;
4. calcolo della densità del campione per ognuna delle misure;
5. stima della densità con relativa incertezza.

Tutti i dati sono riportati nella tabella 1. Ricordiamo che l'incertezza degli strumenti è stata riportata nella sezione 2.1, e che la media viene calcolata con l'equazione

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i,$$

dove  $N = 30$  è il numero di misure, e gli  $x_i$  sono i singoli valori ottenuti. Nella tabella 2 vengono invece riportati anche i valori calcolati di varianza ( $\sigma^2$ ), deviazione standard ( $\sigma$ ) e il massimo e il minimo valore ottenuti nella misurazione. La varianza è calcolata con l'equazione

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2,$$

---

<sup>2</sup>vedi nota 1

mentre la deviazione standard con

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}.$$

Tabella 1: 30 misurazioni di altezza con Palmer e nonio, di diametro con Palmer e di massa sul cilindro 9 dei campioni A. Viene riportata in alto l'incertezza degli strumenti e la media delle misure.

	Altezza-Palmer(mm)	Altezza-nonio(mm)	Diametro-Palmer(mm)	Massa(g)
Incertezza:	0,0010	0,0500	0,0010	0,0003
Media:	20,0165	20,0867	11,9827	6,1080
1	20,0180	20,1500	11,9750	6,1070
2	20,0210	20,0500	11,9850	6,1080
3	20,0190	20,1000	12,0180	6,1070
4	20,0200	20,1000	11,9740	6,1070
5	20,0190	20,1000	11,9830	6,1080
6	20,0110	20,0500	11,9850	6,1080
7	20,0210	20,1000	11,9780	6,1050
8	20,0190	20,1000	11,9790	6,1080
9	20,0150	20,1000	11,9860	6,1070
10	20,0110	20,1500	11,9800	6,1090
11	20,0110	20,1000	11,9820	6,1090
12	20,0150	20,0500	11,9790	6,1090
13	20,0110	20,0500	11,9890	6,1080
14	20,0150	20,1000	11,9900	6,1090
15	20,0200	20,0500	11,9810	6,1090
16	20,0120	20,0500	11,9820	6,1080
17	20,0090	20,0500	11,9780	6,1070
18	20,0150	20,1000	11,9840	6,1090
19	20,0150	20,1000	11,9800	6,1090
20	20,0190	20,0500	11,9710	6,1080
21	20,0250	20,0500	11,9890	6,1090
22	20,0190	20,0500	11,9840	6,1080
23	20,0200	20,1000	11,9800	6,1070
24	20,0100	20,1000	11,9910	6,1080
25	20,0100	20,1000	11,9800	6,1070
26	20,0210	20,0500	11,9750	6,1080
27	20,0200	20,1000	11,9920	6,1090
28	20,0250	20,1000	11,9810	6,1100
29	20,0100	20,1000	11,9730	6,1080
30	20,0200	20,1500	11,9780	6,1080

### 3.3 Misura della densità dei campioni A

Effettuiamo ora la misura della densità di ognuno dei 30 campioni del gruppo **A**, seguendo il procedimento:

1. numerazione dei campioni;

Tabella 2: Riepilogo dei valori di altezza misurata con Palmer e nonio, diametro misurato con Palmer e massa del cilindro 9 dei campioni A

	Media	$\sigma^2$	$\sigma$	Max	Min
Altezza-Palmer(mm)	20,01653	0,00002	0,00468	20,02500	20,00900
Altezza-nonio(mm)	20,08667	0,00099	0,03198	20,15000	20,05000
Diametro-Palmer(mm)	11,98273	0,00007	0,00854	12,01800	11,97100
Massa(g)	6,10803	0,00000	0,00100	6,11000	6,10500

- misura della altezza e del diametro di ogni cilindro con il calibro Palmer, scelto in quanto presenta incertezza inferiore a quella del nonio, una sola volta per ciascuno;
- misura della massa di ogni cilindro con la bilancia di precisione;
- calcolo della densità di ogni campione.

I dati sono riportati nella tabella ??; poiché altezza e diametro sono stati misurati in mm, e volendo esprimere la densità nell'unità di misura  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ , la calcoliamo con l'equazione:

$$\rho = \frac{m}{\pi \cdot \left(\frac{D}{10}\right)^2 \cdot \frac{h}{10}},$$

dove indichiamo con  $m$  la massa in g, con  $D$  il diametro in mm e con  $h$  l'altezza in mm. Riportiamo quindi negli istogrammi ?? e ??, il primo disegnato a mano e il secondo generato con R, le frequenze con cui si ripetono i valori della densità per i campioni **A**. Concludiamo che il materiale di cui sono costituiti i campioni sia l'**alluminio**, in quanto la sua densità,  $\rho_{\text{Al}} = 2,70 \text{ g/cm}^3$ , è compatibile entro gli errori con il valore da noi ottenuto.

### 3.4 Misura della densità del campione B

Il campione B, che mostra lo stesso aspetto dei campioni **A**, è un cilindro con dimensioni maggiori rispetto ai precedenti. La procedura seguita per determinarne la densità è la seguente:

- misura unica dell'altezza con il calibro a nonio (in quanto è al di fuori della portata del calibro Palmer);
- misura unica del diametro con il calibro Palmer (in quanto più accurato del nonio);
- misura unica della massa con la bilancia di precisione.

I dati ottenuti sono riportati nella tabella ??.

### 3.5 Misura della densità del campione C

Il campione **C** è un cilindro che presenta un foro in prossimità della base, che approssimiamo a sua volta come un cilindro di altezza pari al diametro del campione, e di cui calcoliamo il diametro con il calibro a nonio. La procedura seguita per determinarne la densità è la seguente:

1. misura unica del diametro del campione con il calibro Palmer;
2. misura unica dell'altezza del campione con il calibro Palmer;
3. misura unica del diametro del foro con il calibro a nonio;
4. misura unica della massa del campione con la bilancia di precisione;
5. stima della densità con relativa incertezza e determinazione del materiale di cui il campione è costituito.

I dati ottenuti sono riportati nella tabella ??.

### 3.6 Misura della densità dei campioni A con metodo grafico

Adottiamo ora un altro metodo per determinare la densità dei campioni **A**, consistente nella misura del volume tramite una provetta graduata e la rappresentazione delle misure di massa e volume su un grafico, da cui ricaviamo la migliore retta di fit, il cui coefficiente angolare sarà legato alla densità dei campioni. La procedura seguita consiste in:

1. suddivisione dei 30 campioni del gruppo **A** in 10 sottogruppi da 3, e numerazione degli stessi con un numero ordinale (I, II, ..., IX, X);
2. misura in modo integrale della massa dei sottogruppi, ovvero misura della massa del sottogruppo I, dei sottogruppi I e II, dei sottogruppi I, II e III, ..., dei sottogruppi I, II, ..., X;
3. riempimento con acqua della provetta graduata e misura del livello raggiunto;
4. inserimento progressivo dei sottogruppi nello stesso ordine con cui ne è stata misurata la massa. Per ciascuno di essi, misura del livello raggiunto dall'acqua, prestando attenzione alla presenza del menisco (si sceglie di prendere come riferimento il punto più basso dello stesso);
5. rappresentazione sul grafico ??, con ascissa la massa e ordinata il volume, dei punti corrispondenti alle misure effettuate con relative incertezze;
6. estrazione della retta migliore che approssima l'andamento dei punti, stima dell'incertezza;
7. stima del coefficiente angolare della retta, il cui inverso è pari alla densità dei campioni.

I dati ottenuti sono riportati nella tabella ??, e nel già citato grafico ??. Per confronto con quanto realizzato a mano in laboratorio, si riporta il grafico ?? generato con R in un secondo momento.

## 4 Considerazioni finali

## 5 altre tabelle

Tabella 3: Singole misurazioni di altezza con Palmer e nonio, di diametro con Palmer e di massa sui 30 cilindri. Viene riportata in alto l'incertezza degli strumenti e la media delle misure.

	Altezza-Palmer(mm)	Diametro-Palmer(mm)	Massa(g)
Incertezza:	0,0010	0,0010	0,0003
Media:	20,0243	10,4997	4,7842
1	21,0600	11,9700	6,0960
2	20,0800	11,9600	6,0610
3	20,0120	7,9500	2,6940
4	19,8200	11,9150	5,9850
5	20,0190	9,9720	4,2630
6	20,0500	11,9550	6,1080
7	18,9050	8,0500	2,6000
8	20,0400	7,9700	2,7030
9	20,0170	11,9830	6,1070
10	18,1780	9,9350	3,8130
11	19,9900	7,9690	2,6940
12	19,9950	11,9600	6,0990
13	20,0300	9,9450	4,2180
14	20,0300	11,9450	6,1050
15	19,6940	11,9200	5,9330
16	20,0190	9,9550	4,2100
17	20,0050	11,9700	6,1110
18	20,5960	9,9520	4,3310
19	18,3200	11,9220	5,5110
20	19,9750	7,9600	2,6940
21	22,0200	8,0500	3,0420
22	20,7050	9,9600	4,3330
23	20,0200	11,9620	6,1060
24	20,7400	11,9400	6,2590
25	22,3720	9,9550	4,7090
26	20,0900	9,9890	4,0240
27	17,9450	8,0550	2,4620
28	20,0100	11,9600	6,0580
29	19,9700	11,9780	6,0890
30	20,0210	11,9850	6,1080



Tabella 4: Misure della variazione del livello dell'acqua in una provetta graduata in seguito all'inserimento graduale di 10 coppie di 3 cilindri.

	Massa(g)	Volume $V$ (ml)	Variazione volume $\Delta V$ (ml)
Incertezza:	0,0003	0,5000	0,5000
Condizione iniziale:	0,0000	115,0000	0,0000
1	11,2620	119,0000	4,0000
2	29,2920	126,0000	11,0000
3	44,0600	131,0000	16,0000
4	58,6300	136,0000	21,0000
5	69,8700	140,0000	25,0000
6	86,8000	146,0000	31,0000
7	101,0500	153,0000	38,0000
8	119,4800	159,0000	44,0000
9	134,1300	164,0000	49,0000
10	143,5400	168,0000	53,0000

Tabella 5: Misure di Offset registrate sul Palmer

Offset (mm)	
Media:	0,006
$\sigma$ :	0,004
1	0.005
2	0.009
3	0.009
4	0.005
5	0.005
6	0.001
7	0.000
8	0.009
9	0.010
10	0.009