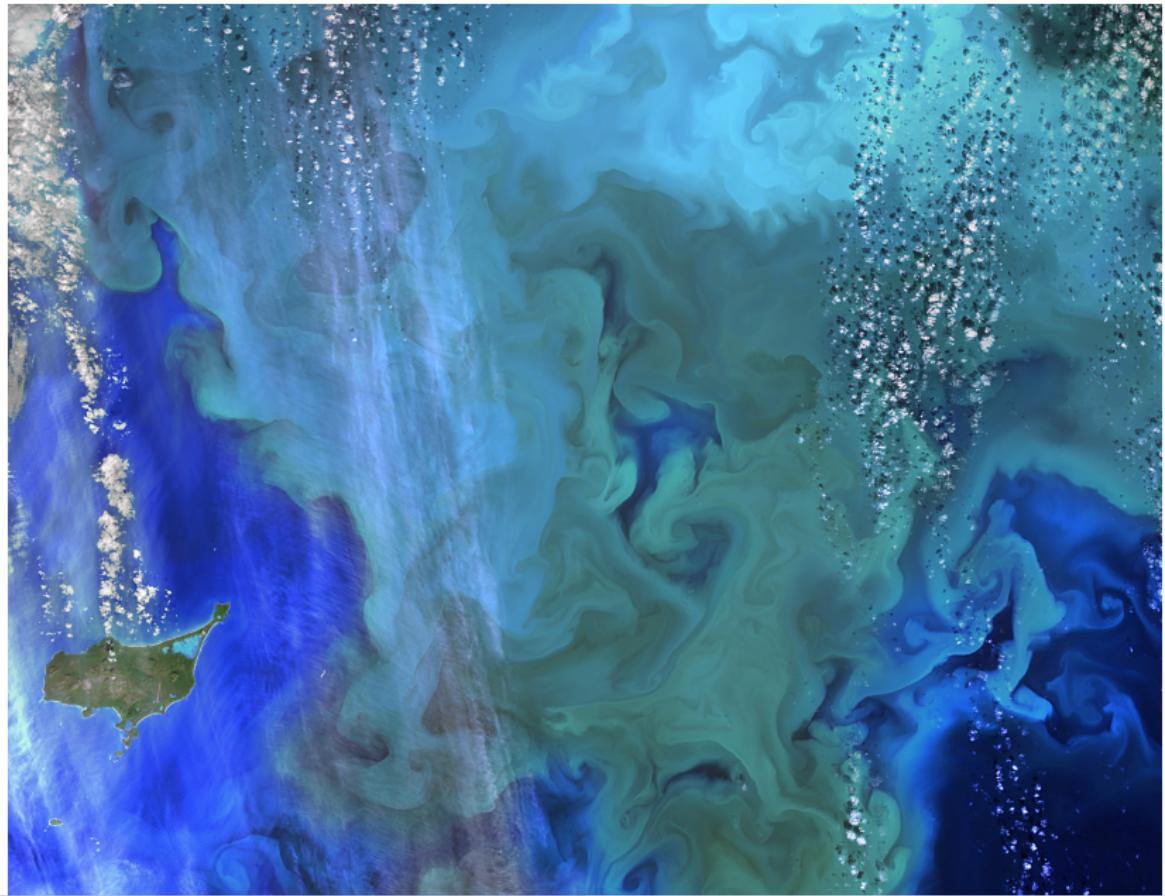


# Competizione per la luce in una popolazione di fitoplancton

Gabriele Labanca

September 19, 2018

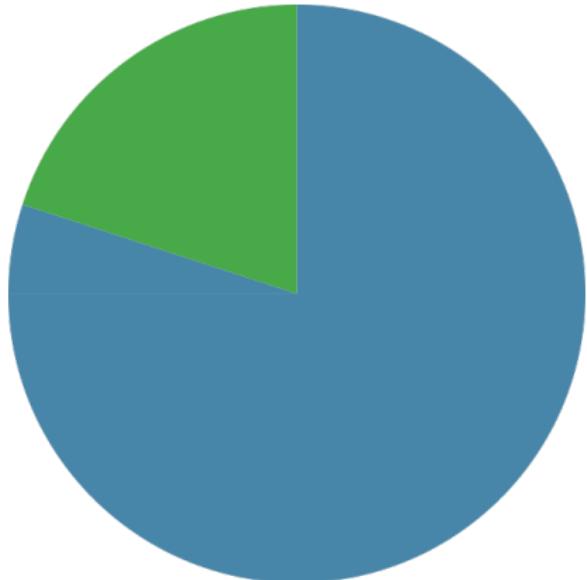
# Perché fisica e plankton?



# Perché fisica e plankton?



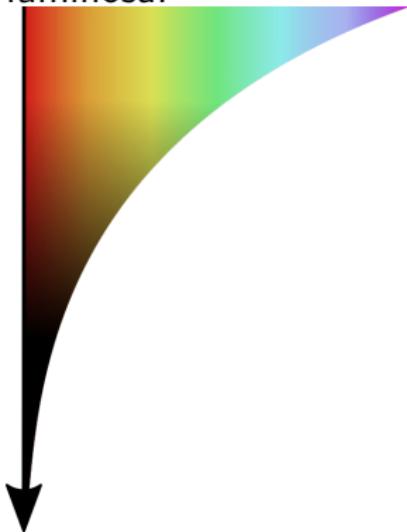
(<https://www.nytimes.com/2018/07/09/us/algae-blooms-florida-nyt.html>)



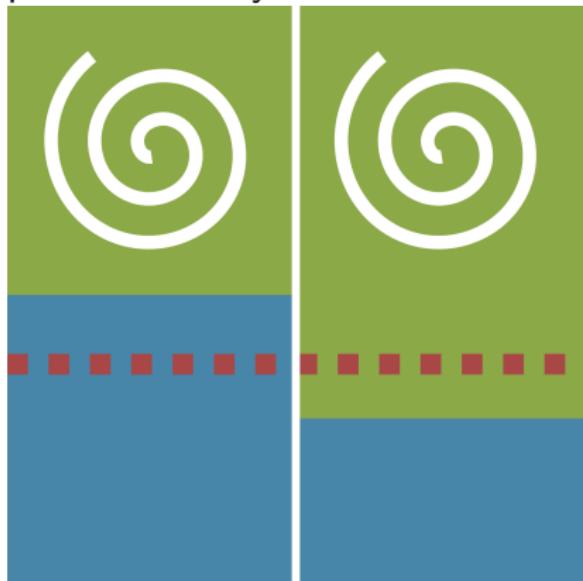
Sekerci, Y. and Petrovskii, S., 2015. Mathematical modelling of plankton–oxygen dynamics under the climate change. *Bulletin of mathematical biology*, 77(12), pp.2325–2353.

# Modello di Sverdrup (1953)

Penetrazione dell'intensità luminosa:



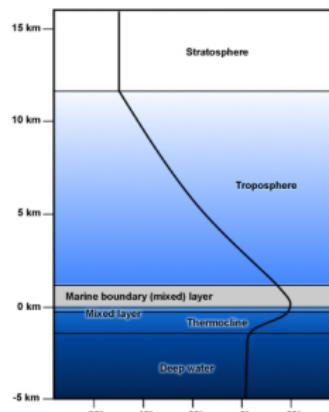
Alta turbolenza Profondità critica per il mixed layer



# Modello di Sverdrup (1953)

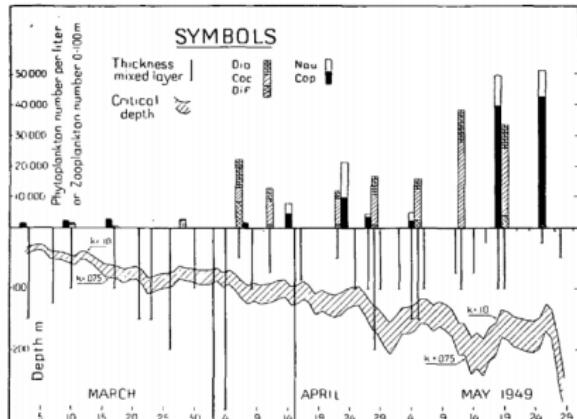
## Termocline e mixed layer

Temperature Profile from Seafloor to Stratosphere



©The COMET Program

## Risultati



# Modello di Sverdrup (1953)

Formula per la profondità critica:

$$\text{crescita netta} = \int_0^{z_c} \int_0^T (\lambda I_0(t) e^{kx} - \mu) dt dx \equiv 0$$

$$\frac{z_c}{e^{kz_c} - 1} = -\frac{\lambda}{\mu} \frac{\bar{T}}{k}$$

# Modello Shigesada-Okubo (1981)

$$n(z, t)$$

$$\partial_t n + v \partial_z n = D \partial_z^2 n + (g(z, n) - \mu) n$$

$$g(z, n) = \lambda \frac{I(z, t)}{I(z, t) + h}$$

$$I(z, t) = e^{-k_{bg}z - k_{as} \int_0^z n(z, t) dz}$$

# Condizioni al contorno

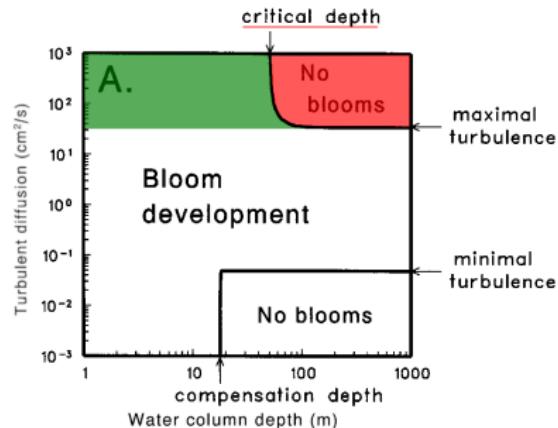
Riflettenti



Assorbenti



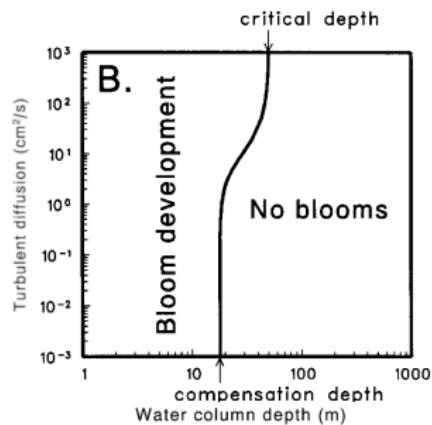
# Modello di Huisman (2002)



(Huisman 2002)

- Huisman, 1999: ipotesi della turbolenza critica; 2002: modello numerico
- parametri: profondità, turbolenza, velocità di affondamento
- profondità di compensazione: crescita locale netta nulla
- $D_{min} \propto v^2$

# Modello di Huisman (2002)

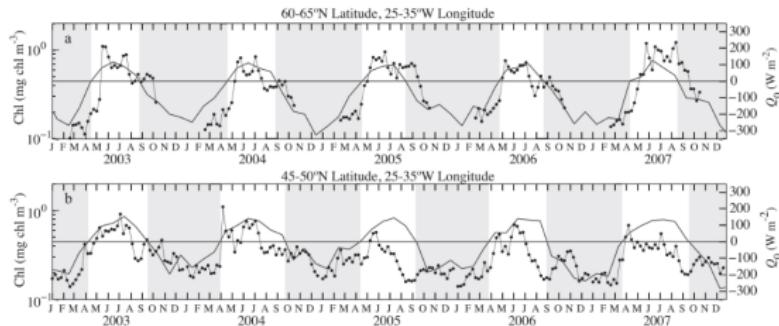


(Huisman 2002)

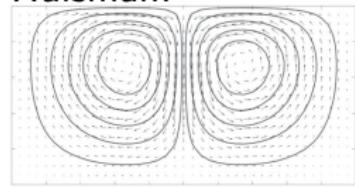
- Huisman, 1999: ipotesi della turbolenza critica; 2002: modello numerico
- parametri: profondità, turbolenza, velocità di affondamento
- profondità di compensazione: crescita locale netta nulla
- $D_{min} \propto v^2$

# Altri approcci numerici

Taylor, Ferrari, 2011: LES, correlazione con flusso di calore.



Lindemann, Visser et al., 2017: campo di velocità imposto, deviazioni da Huisman.



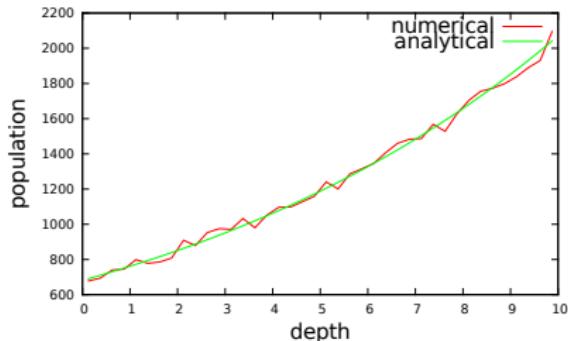
# Modello 1D

Equazione di Langevin:

$$x_i^{n+1} = x_i^n + v dt + \sqrt{2D \cdot dt} \zeta$$

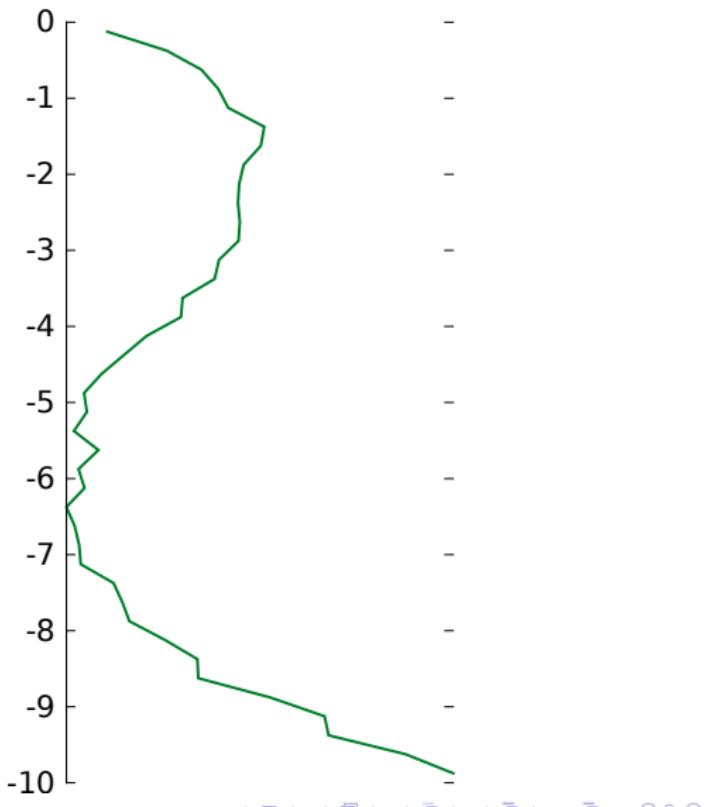
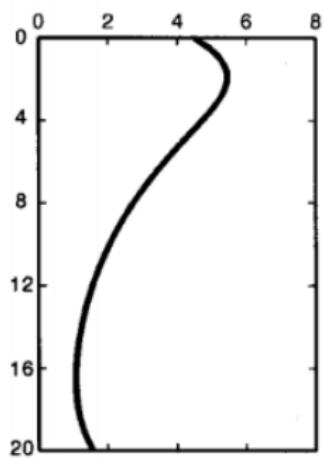
Nascita e morte: processi stocastici

Validazione delle condizioni al contorno  
(solo advezione + diffusione):



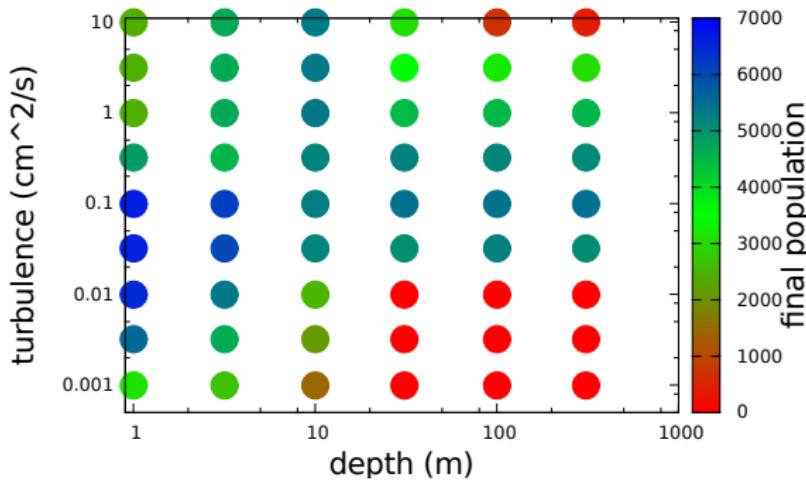
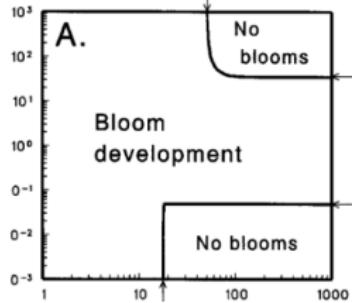
# Modello 1D

Riproduzione dei risultati di Huisman



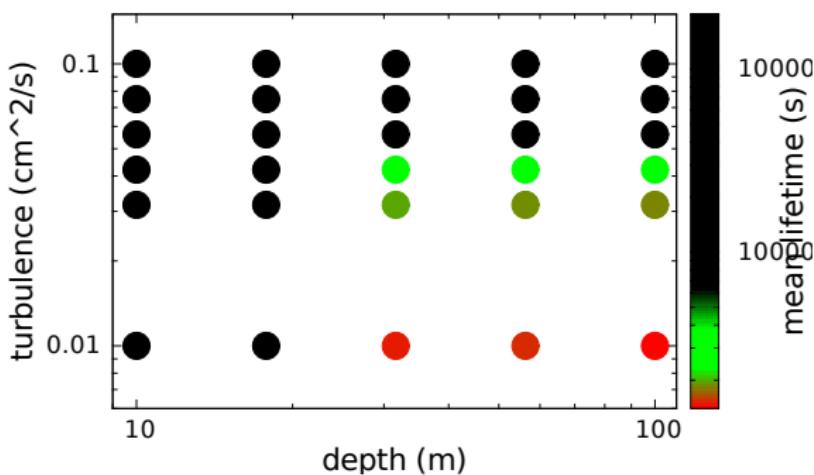
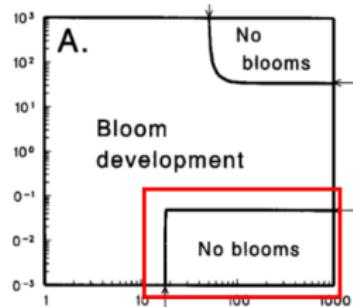
# Modello 1D

Riproduzione dei risultati di Huisman (no-flux)



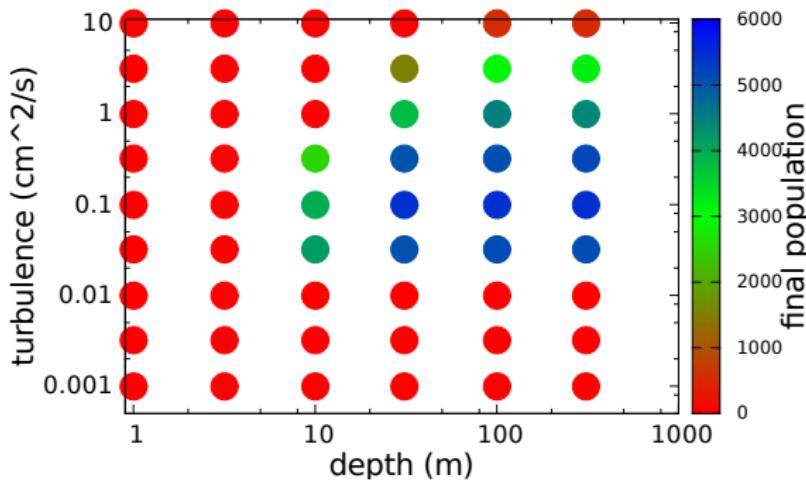
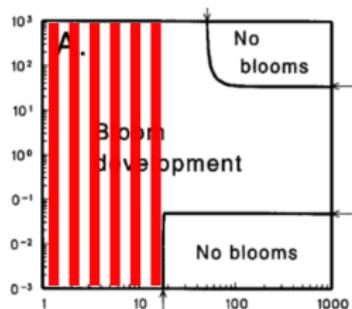
# Modello 1D

Tempo di vita  
medio



# Modello 1D

Esplorazione delle condizioni assorbenti



# Modello a trasporto lagrangiano

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

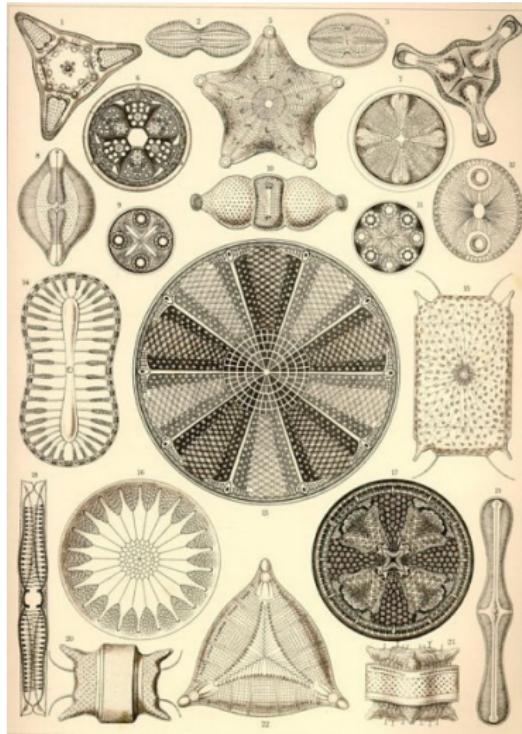
$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{u} + v_s \hat{\mathbf{k}}$$

Nascita e morte: processi stocastici

Risultati non soddisfacenti:  
imposizione delle condizioni al contorno



# Prossimi passi



- Riprodurre risultati con lagrangiano parallelo (e maggiore dettaglio)
- Coesistenza di due o più popolazioni

(Haeckel)

# Modello a trasporto lagrangiano

Incomprimibilità:  $u = \text{rot } b$  con  
gauge  $\text{div } b = 0$ .

$$\partial_t b_i - \text{rot}^{-1}(u \times \omega) = \nu \Delta b_i + f_b$$

- NLT calcolato nello spazio fisico ("pseudospettrale").
- Integrazione con Runge-Kutta.
- Antialiasing: taglio a  $\frac{2}{3} k_{max}$ .