Contents

1 Foglio 1

1.1 1 - Osservatori uniformemente accelerati

Considero una particella P_0, uniformemente accelerata rispetto al sistema istantaneamente inerziale $\mathcal{I}$. Il sistema $\mathcal{I}$ va inteso come un insieme di sistemi di riferimento inerziali, tra i quali, per ogni tempo, si considera quello rispetto a cui la particella P_0 è istantaneamente ferma.

Particella accelerata Considero una generica particella P, con velocità u e accelerazione a nel sistema $\mathcal{I}$ Scrivo il boost a velocità inversa dal sistema in movimento $\mathcal{I}$ al sistema terra $\mathcal{T}$:

$$\begin{cases} \mathrm{d}x_T = \gamma(\mathrm{d}x + v\mathrm{d}t) \\ \mathrm{d}t_T = \gamma(\mathrm{d}t + v\mathrm{d}t) \end{cases} \tag{1}$$

$$u_T = \frac{\mathrm{d}x_T}{\mathrm{d}t_T} = \frac{u+v}{1+uv}$$

$$\mathrm{d}u_T = \frac{1-v^2}{(1+uv)^2}\mathrm{d}u$$

$$a_T = \frac{\mathrm{d}u_T}{\mathrm{d}t} = \frac{(1-v^2)^{3/2}}{(1+uv)^3}a \tag{2}$$

Volendo trovare la velocità della particella P_0, utilizzo l'equazione Equation 2 e la specializzo: la velocità u va posta nulla perchè considero la particella P_0, ferma in $\mathcal{I}$, e considero l'evoluzione temporale di $v(t_T)$, rispetto al sistema $\mathcal{T}$; la velocità della particella rispetto a $\mathcal{T}$ è adesso v e $a = a_0$:

$$a_T = \frac{\mathrm{d}v(t_T)}{\mathrm{d}t_T} = [1 - v^2 t_T]^{3/2} a_0$$

sostituisco v=cos(w) e poi? TODO [...]

$$v(t_T) = \frac{a_0 t_T}{\sqrt{a + (a_0 t_T)^2}}$$

Per trovare la legge oraria, considerando che $x_T(0) = v_T(0) = 0$,

$$\int_{x_T(0)}^{x_T(t_T)} \mathrm{d}x_T = \int_0^{t_T} \frac{a_0 t_T}{\sqrt{a + (a_0 t_T)^2}} \mathrm{d}t_T$$

Sostituendo prima $y = a_0 t_T$ e poi $y = \sinh(z)$ si ottiene

$$x_T(t_T) = \frac{1}{a_0} \int_{y_0}^{y} \frac{y}{\sqrt{1+y^2}} \mathrm{d}y$$

$$= \frac{1}{a_0} \int_{z_0}^{z} \sinh(z) \mathrm{d}z$$

$$= \frac{1}{a_0}[\cosh \sinh^{-1}(y) - \cosh \sinh^{-1}(y_0)]$$

$$= \frac{1}{a_0}[\cosh(\ln(y + \sqrt{1+y^2}) - 1]$$

$$= \frac{y^2 + y\sqrt{1+y^2} + 1 - y - \sqrt{1+y^2}}{a_0(y + \sqrt{1+y^2})}$$

$$= \frac{\sqrt{1+y^2} - 1}{a_0} = \frac{\sqrt{1+(a_0 t_T)^2} - 1}{a_0}$$