Capitolo 1

Simulazione del codice

Prima di provare il modello sul dominio della provincia di Venezia sono state eseguite delle prove su un caso noto e più semplice. Si è scelto il dominio a forma di C e la corrispondente funzione spaziale g descritti in CITAZIONE NECESSARIA e nel pacchetto R *mgcv* (in figura 1.1(a)), e si è introdotta una variazione temporale deformando con il coseno:

$$f(\underline{p}, t) = g(\underline{p})cos(t)$$

Su questo semplice caso sono stati eseguiti i primi tentativi.

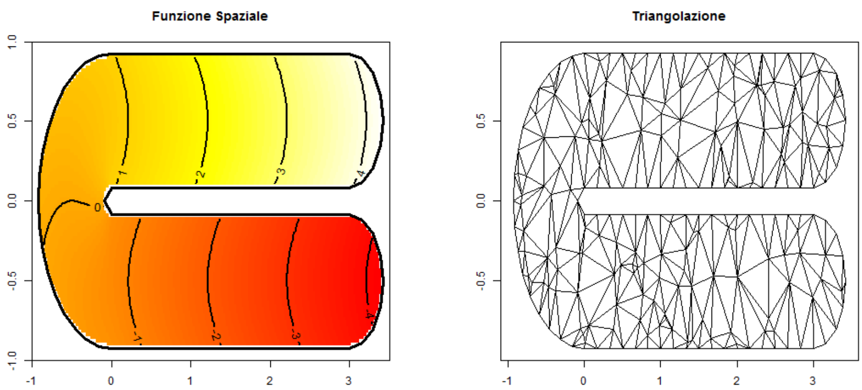
1.1 Triangolazione e istanti temporali

Non sono presenti in questo caso punti spaziali definiti dalla natura del problema (come possono essere i comuni per la provincia di Venezia), quindi è stato necessario ricavarli. Sono stati generati casualmente 150 punti all'interno del rettangolo $(-1, +3.5) \times (-1, +1)$, e di questi sono stati considerati validi solo quelli che ricadevano all'interno del dominio. Non è stata usata la descrizione della frontiera presente in *mgcv*, ma una versione diversa che permette di avere punti anche nella parte rettilinea del bordo. In figura 1.1(b) è riportata la triangolazione ottenuta grazie al pacchetto R *RTriangle*. In tutti gli esempi che seguiranno sarà considerata questa descrizione del dominio, che è formata da 241 punti (133 interni, 108 di frontiera) e 372 triangoli.

Come intervallo temporale di variazione dei dati è stato scelto $[0, 2\pi]$, per sfruttare la periodicità del coseno. All'interno di questo intervallo sono stati ricavati 9 istanti temporali equidistanti tra di loro, quindi uno ogni $\frac{\pi}{4}$.

1.2 Caso senza covariate

Come primo passo è necessario scegliere i valori per λ ottimizzando l'indice GCV($\underline{\lambda}$) come riportato in RIMANDO NECESSARIO. In queste analisi λ_S



(a) Funzione spaziale $g(\underline{p})$ (b) Triangolazione

Figura 1.1: Dominio a forma di C

e λ_T sono sempre espressi in potenze di 10. Dopo aver creato una griglia di valori in spazio e tempo, è stato ricercato il minimo sulla griglia. Il procedimento è stato eseguito più volte, rendendo la griglia sempre più fitta. In particolare, nel primo caso i valori sono distanziati di 1, poi (una volta che è possibile centrare gli intervalli in base al risultato precedente) di 0.25 e 0.125.

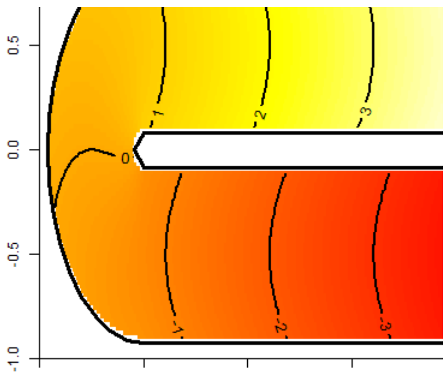
Intervalli per λ_S e λ_T	Miglior valore
$\lambda_S \in \{-5, -4, \ldots, +1\}$	$\underline{\lambda} = (0, -3)$
$\lambda_T \in \{-5, -4, \ldots, +1\}$	
$\lambda_S \in \{-1, -0.75, \ldots, +1\}$	$\underline{\lambda} = (-0.5, -3.25)$
$\lambda_T \in \{-4, -3.75, \ldots, -2\}$	
$\lambda_S \in \{-1, -0.875, \ldots, +0\}$	$\underline{\lambda} = (-0.375, -3.25)$
$\lambda_T \in \{-3.75, -3.625, \ldots, +2.75\}$	

Tabella 1.1: Analisi di GCV($\underline{\lambda}$)

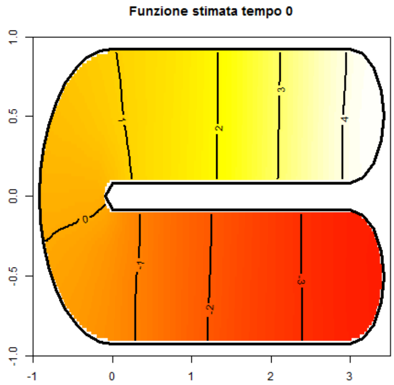
L'analisi è stata eseguita con $\underline{\lambda} = (-0.375, -3.25)$. I dati sono stati generati aggiungendo al valore vero (facilmente ricavabile, potendo conoscere $g(\underline{p})$) in ogni punto) un rumore generato da una normale di media nulla e deviazione standard σ pari a 0.5.

La stima della funzione si è rivelata molto buona. In figura 1.2 si riportano i confronti tra funzione reale e stimata in alcuni istanti di tempo (la scala di colori è stata resa uniforme tra tutti i grafici).

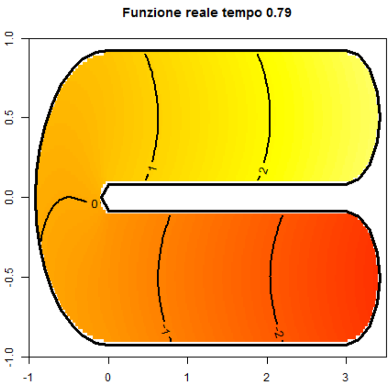
Dalla figura si può notare come la funzione stimata sia effettivamente molto simile a quella reale



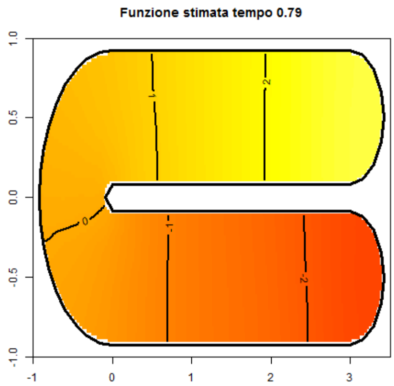
(a) Funzione reale a $t = 0$



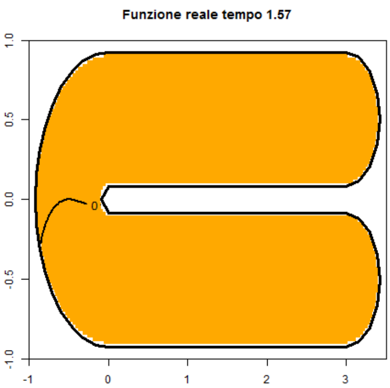
(b) Funzione stimata a $t = 0$



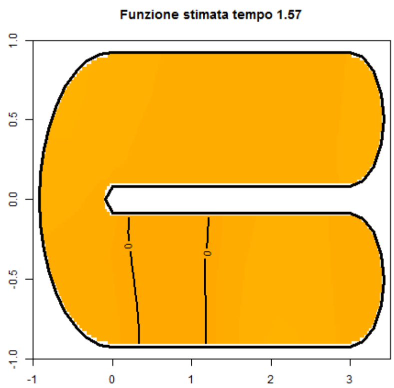
(c) Funzione reale a $t = \frac{\pi}{4}$



(d) Funzione stimata a $t = \frac{\pi}{4}$



(e) Funzione reale a $t = \frac{\pi}{2}$



(f) Funzione stimata a $t = \frac{\pi}{2}$

Figura 1.2: Stime della funzione $f(\underline{p}, t)$ ad alcuni istanti di tempo