

# Capitolo 1

## Confronto tra metodi

Il modello STSR rappresenta una generalizzazione del caso puramente spaziale proposto in CITAZIONE NECESSARIA e non è l'unico modello disponibile per l'analisi di dati distribuiti sia in spazio che in tempo. Pertanto è necessario che sia valutata la bontà del modello attraverso il confronto con altri metodi esistenti e studiati in letteratura, al fine di poter dire se e quanto il modello STSR possa rappresentare un miglioramento in questo campo.

L'articolo CITAZIONE NECESSARIA propone l'analisi di dati di questo tipo attraverso modelli misti additivi generalizzati (GAMM) di interazione spazio-tempo. Questo metodo è generalizzato, quindi può essere usato per spiegare anche funzioni del valore atteso della risposta. Nel nostro caso, per avvicinarci al modello proposto, si ipotizza che la risposta sia pari alla somma di una funzione e di un eventuale termine con covariata. Alla funzione è associato un termine di smoothing derivante dal prodotto tensoriale dei termini marginali in spazio e tempo. Quindi la costruzione dei GAMM è molto simile a quella analizzata in STSR, e grazie al codice implementato nel pacchetto R *mgcv* è possibile scegliere tra più tipi di modelli marginali. In particolare ne saranno studiati due, i più simili al modello STSR:

- TPS, in cui sono poste marginalmente *cubic regression splines* in tempo e *thin plate splines* in spazio;
- SOAP, che considera *cubic regression splines* in tempo e *soap film smoothing* in spazio.

Un altro metodo da confrontare è sicuramente il kriging (KRIG) spazio-temporale. Le stime sono ottenute fissando un variogramma separabile e marginalmente esponenziale in spazio e tempo. I parametri dei variogrammi sono stimati dal variogramma empirico, e successivamente è possibile eseguire la stima grazie al codice implementato nel pacchetto R *spacetime*.

I quattro modelli sono confrontati sull'esempio del dominio a forma di C proposto precedentemente, poichè garantisce di poter conoscere in ogni

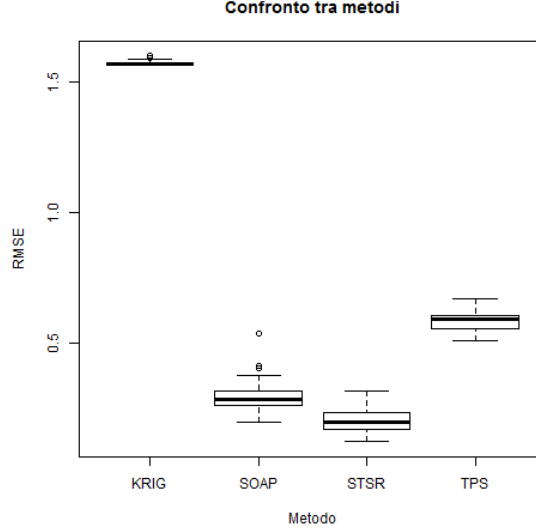


Figura 1.1: Confronto del RMSE, caso senza covariate

punto spaziale e ad ogni istante temporale il valore esatto della funzione. La triangolazione e i dati sono ricavati esattamente allo stesso modo di quanto fatto in *REFERENZA NECESSARIA*. In aggiunta è stata costruita una griglia spazio-temporale di punti per la validazione: sono stati presi 80 punti equispaziati in  $(-1, +3.5)$  per l'ascissa, 40 punti in equispaziati  $(-1, +1)$  per l'ordinata e 20 istanti in  $(0, 2\pi)$  per il tempo. Ovviamente la validazione è stata studiata soltanto sui punti che ricadevano all'interno del dominio a forma di C.

I modelli sono stati confrontati attraverso il Root Mean Square Error (RMSE) prodotto sui punti di validazione. Quindi se  $V$  è l'insieme dei punti della griglia interni al dominio, e  $\text{Mod}$  rappresenta la stima ottenuta dal modello, si avrà:

$$\text{RMSE}_V(\text{Mod}) = \sqrt{\frac{\sum_{(\underline{p}_i, t_i) \in V} (\text{Mod}(\underline{p}_i, t_i) - g(\underline{p}_i) \cos(t_i))^2}{\text{card}(V)}}$$

Il procedimento è stato iterato 50 volte, per poter escludere possibili andamenti particolari dovuti alla generazione del rumore.

## 1.1 Caso senza covariate

Nel caso in cui non siano poste covariate nell'analisi, si hanno i risultati riportati in figura 1.1. Sono stati tracciati i boxplot dei valori di RMSE calcolati ad ognuna delle 50 iterazioni. Si nota che l'errore commesso è più basso con il modello STSR