

Università degli Studi di Catania
 Anno Accademico 2022-2023
Corso di Laurea in Informatica
 Esercizi di **Elementi di Analisi Matematica 2**

Equazioni differenziali

1 Trovare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

$$\begin{aligned}
 & \underline{y' = e^x (y - 2)} \\
 & \underline{y' - 2xy = x} \\
 & \underline{y'' - y' - 2y = e^{2x} (x + 3)} \\
 & \underline{y'' + 3y' - 4y = 2x e^{3x}} \\
 & \underline{y'' - 8y' + 16y = e^{-x}} \\
 & \underline{y'' - 2y' + y = e^x (x + 3)} \\
 & \underline{y'' - 9y = x + 1} \\
 & \underline{y'' + 2y' - 8y = e^x (x^2 + 1)} \\
 & \underline{y'' + 2y' - 15y = (2x + 1) e^x} \\
 & \underline{y'' + 3y' - 4y = x^2 e^x} \\
 & \underline{y'' + y' = x - 6} \\
 & y'' + 4y = \cos 2x - \sin 2x \\
 & y'' + 2y = 4 \sin \sqrt{2} x \Rightarrow 4e^{\sqrt{2}x} \cdot \sin \sqrt{2}x \\
 & y'' - 2y' - 3y = e^x (\cos x - 3 \sin x)
 \end{aligned}$$

2 Risolvere i seguenti problemi di Cauchy

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} y'' + 4y = xe^x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3 \end{array} \right. \\
 & \left\{ \begin{array}{l} y'' - 3y' = 3x + 1 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{array} \right. \\
 & \left\{ \begin{array}{l} y' + (\cos x)y = \cos x \\ y(\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{e} \end{array} \right. \\
 & \left\{ \begin{array}{l} y' - xy = 3x \\ y(1) = 0 \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

3 Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

(a) $y' = \frac{1}{xy}$

$$(b) \frac{y'}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}$$

$$(c) \frac{y'}{1+x^2} = -\frac{2x}{1+x^2}y + \frac{1}{x(1+x^2)}$$

4 Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

$$(a) y'' + y - 1 = x \sin x$$

$$(b) y'' - 2y' + 2y = -2(\sin x - \cos x)e^x$$

$$(c) y'' - 4y = 4xe^{2x}$$

5 Determinare la soluzione $y(x)$ dell'equazione

$$y'' - 2y' + 2y = 0$$

verificante le condizioni

$$y(0) = y(\pi) = 0, \quad \int_0^\pi y(x) dx = 2$$

6 Risolvere l'equazione differenziale

$$y' + y \tan x = -\frac{1}{\cos x}$$

7 Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = yx \sin x + e^{-x \cos x} \cos x \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' + \frac{6x}{1+3x^2}y = \arctan x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$