

$$1) \neg(p \Rightarrow (q \wedge (\neg r \vee s)))$$

$$\neg(\neg p \vee (q \wedge (\neg r \vee s)))$$

$$p \wedge \neg(q \wedge (\neg r \vee s))$$

$$p \wedge (\neg q \vee (\neg r \wedge \neg s))$$

**CNF:**  $p \wedge (\neg q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg s)$

**DNF:**  $(p \wedge \neg q) \vee (p \wedge \neg r \wedge \neg s)$

$$2) (\neg q \wedge (\neg r \vee s)) \rightarrow p$$

$$\neg(\neg q \wedge (\neg r \vee s)) \vee p$$

$$\neg \neg q \vee \neg(\neg r \vee s) \vee p$$

$$\neg q \vee (\neg \neg r \wedge \neg s) \vee p$$

**GIA DNF**

$$(\neg q \vee \neg r) \wedge (\neg q \vee \neg s) \vee p$$

$$(p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee \neg s) \quad \boxed{\text{CNF}}$$

$$3) p \wedge (qr \wedge (\exists \wedge (\neg p \vee \neg q)))$$

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge \exists \wedge (\neg p \vee \neg q))$$

$$(p \wedge q) \vee (\cancel{p \wedge \exists} \wedge \cancel{\neg p}) \vee (p \wedge \exists \wedge \neg q) \quad \boxed{\text{DNF}}$$

PRINCIPIO DI NON CONTRADDIZIONE

$$(p \wedge q) \vee (\cancel{p \wedge \exists} \wedge \cancel{\neg q})$$

$$(p \vee p) \wedge (p \vee \exists) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (q \vee p) \wedge (q \vee \exists) \wedge (\cancel{q \vee \neg q}) \quad \text{PRINCIPIO DEL TERZO ESCLUSO}$$

$$p \wedge (p \vee \exists) \wedge (p \vee \neg q) \wedge (q \vee p) \wedge (q \vee \exists) \quad \boxed{\text{CNF}}$$

$$4) ((\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge s) \vee t$$

$$t \vee ((\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge s) \quad \frac{}{A} \quad \frac{}{B}$$

$$(t \vee A) \wedge (t \vee B)$$

$$(t \vee p \vee \neg q \vee r) \wedge (t \vee s) \quad \boxed{\text{CNF}}$$

$$(t \wedge t) \vee (t \wedge p) \vee (t \wedge \neg q) \vee (t \wedge r) \vee (s \wedge t) \vee (s \wedge p) \vee (s \wedge \neg q) \vee (s \wedge r)$$

$$t \vee (t \wedge p) \vee (t \wedge \neg q) \vee (t \wedge r) \vee (s \wedge t) \vee (s \wedge p) \vee (s \wedge \neg q) \vee (s \wedge r) \quad \boxed{\text{DNF}}$$

$R \subseteq U \times U$

E<sub>1</sub>) SE  $R \in S$  SONO RIFLESSIVE

- $R \cap S$  È RIFLESSIVA? SI

$$(x, x) \in R \Rightarrow (x, x) \in R \cap S$$

- $R \cup S$  È RIFLESSIVA? SI (non)

E<sub>2</sub>) SE  $R \in S$  SONO SIMMETRICHE

- $R \cap S$  È SIMMETRICA? SI

$$(x, y) \in R \Rightarrow (y, x) \in R$$

$$(x, y) \in S \Rightarrow (y, x) \in S \Rightarrow$$
 INTERS. SIMM.

- $R \cup S$  È SIMMETRICA? SI

E<sub>3</sub>) SE  $R \in S$  SONO TRANSITIVE

- $R \cap S$  È TRANSITIVA? SI

$$(x, y) \in R \cap S$$

$$(y, z) \in R \cap S$$

$$(x, z)?$$

$$(x, y) \in S \quad (y, z) \in S$$

$$(x, z) \in R \quad (x, z) \in S \Rightarrow R \cap S \text{ TRANSITIVA}$$

- $R \cup S$  È TRANSITIVA? NO, POTREI NON AVERE  $(x, z)$

$$(x, y), (y, z) \in R \cup S$$

$$(x, y) \in R \quad (y, z) \in S$$

E<sub>4</sub>)  $U$  È L'INSIEME DEI CITTADINI ITALIANI  $\in R(x, y)$  LA RELAZIONE  $x$  VIVE A MENO DI 10km DA  $y$

- RIFLESSIVA? SI, OGNIUNO VIENE A MENO DI 10km DA SE STESO

- SIMMETRICA? SI,  $R(x, y)$  VERO  $R(y, x)$  VERO

- TRANSITIVA? NO,



E<sub>5</sub>)  $U$ , UN INSIEME FINITO,  $P(U)$  L'INSIEME POTENZA  $\in R(X, Y)$  LA RELAZIONE.

$X \in Y$  SONO DISGIUNTI ( $X \cap Y = \emptyset$ )

- RIFLESSIVA? NO,  $X \cap X = X \neq \emptyset$

- SIMMETRICA? SI,  $X \cap Y = \emptyset \quad Y \cap X = \emptyset$

- TRANSITIVA? NO,



$X \in Z$  SI INTERSECANO

E<sub>6</sub>)  $U$  UN INSIEME FINITO,  $P(U)$  L'INSIEME POTENZA  $\in R(X, Y)$  LA RELAZIONE.

$X \in Y$  HANNO INTERSEZIONE NON VUOTA

- RIFLESSIVA? NO, PERCHE' C'E'  $\emptyset$

- SIMMETRICA? SI,  $X \cap Y = Y \cap X$  SE IL PRIMO NON E' VERO LO E' ANCHE IL SECONDO

- TRANSITIVA? NO

$X \cap Z = \emptyset$

E<sub>7</sub>)  $U$  UN INSIEME FINITO,  $P(U)$  L'INSIEME POTENZA  $\in R(X, Y)$  LA RELAZIONE.

$|X \setminus Y| \geq |Y \setminus X|$

- RIFLESSIVA? SI,  $|X \setminus X| = |X \setminus X|$

- SIMMETRICA? NO,  $|X| = 12 \quad |Y| = 6$

- TRANSITIVA? SI  $|X| = 12 \quad |Y| = 6 \quad |Z| = 5$