Cláudio Roberto Thiersch

Projeção do crescimento e produção de florestas nativas

CAPÍTULO 1

Método de Condit, Hubber e Foster

1.1 Introdução

Com o objetivo de selecionar espécies arbóreas para a recuperação de áreas degradadas no Panamá, CONDIT, HUBBEL e FOSTER (1993), desenvolveram uma metodologia para estimar curvas de crescimento, para as espécies de uma floresta tropical úmida daquele país. O objetivo da construção destas curvas foi selecionar as espécies que apresentassem crescimento mais rápido e consequentemente, utilizá-las na recuperação de áreas degradadas com maiores possibilidades de sucesso.

Segundo os autores, estimar o crescimento de longo prazo em florestas nativas, só é possível extrapolando os registros de crescimento de curto prazo, já que a maioria das espécies não possuem anéis de crescimento. Um dos métodos é encontrar a taxa de crescimento anual das árvores, em diferentes classes diamétricas e depois calcular o tempo que uma árvore levaria para alcançar classes de diâmetros sucessivas, mantendo-se a mesma taxa de crescimento. Os autores utilizaram o conceito do método de movimentação de diâmetros junto com análise de regressão para ajustar estimativas de crescimento como uma função contínua de Dap. Depois, para calcular as mudanças instantâneas de Dap bastou tratar a curva de crescimento como uma equação diferencial.

A utilização da técnica de regressão facilita o trabalho com amostras menores podendo eliminar flutuações irregulares de crescimento nessas amostras. Outra vantagem do método é que também podem calcular taxas de crescimento para classes de diâmetro onde faltam dados (CONDIT; HUBBEL; FOSTER, 1993).

Utilizando essa metodologia os autores calcularam a idade na qual as espécies que compuseram o estudo alcançariam valores de Dap pré-especificados, tanto para crescimento médio como para crescimento acelerado.

1.2 Apresentação do método e propostas de modificações

O método inicia-se calculando a taxa de crescimento anual em *Dap*, para cada árvore das espécies de interesse. Faz-se a transformação logarítmica dos Dap_S individuais com o intuito de melhorar o ajuste das equações quadráticas, pois o uso dos valores logaritmizados proporciona uma dispersão mais homogênea dos dados, ao longo das curvas produzidas pelas equações.

A taxa de crescimento (g) anual, em *Dap*, de qualquer fuste pode ser calculada por meio da diferença entre o *DAP* da segunda medição (Dap_2) e o *Dap* da primeira medição (Dap_1), dividida pelo intervalo de tempo (t) entre as duas medições (equação 1.1).

$$g = \frac{Dap_2 - Dap_1}{t} \tag{1.1}$$

Como, nesse caso, os Dap_s foram logaritmizados, a taxa de crescimento pode ser assim definida:

$$g = \frac{\ln Dap_2 - \ln Dap_1}{t} \tag{1.2}$$

Como,

$$\ln Dap_2 - \ln Dap_1 = \ln\left(\frac{Dap_2}{Dap_1}\right)$$

Finalmente a taxa de crescimento de cada fuste (taxa de crescimento individual) pode ser calculada de acordo com a equação 1.3.

$$g = \frac{\ln\left(\frac{Dap_2}{Dap_1}\right)}{t} \tag{1.3}$$

onde:
Dap_1 = Diâmetro à altura de 1,30 m do solo, no primeiro levantamento;
Dap_2 = Diâmetro à altura de 1,30 m do solo, no segundo levantamento;
t = Intervalo de tempo entre os levantamentos;
ln = Logaritmo neperiano.

O segundo passo é o ajuste das equações quadráticas para o cálculo do crescimento médio e crescimento acelerado (média mais um desvio), em função do diâmetro (*Dap*). Os autores afirmam que, embora outros modelos possam se ajustar de forma mais precisa aos dados, o modelo quadrático foi escolhido por se ajustar melhor do que o modelo linear e possuir soluções claras para as integrais das equações (trajetórias de *Dap*). As integrais para polinômios de graus mais elevados não possuem soluções tão claras. O modelo para o ajuste da regressão da taxa de crescimento médio em função do *Dap* é expresso pela equação 1.4.

$$g = aL^2 + bL + c \tag{1.4}$$

onde:
g = Taxa de crescimento médio;
a, b e c = Parâmetros da regressão quadrática de crescimento médio;
$L = \ln(Dap_1)$

As curvas de crescimento para as espécies devem ser elaboradas em duas etapas. Primeiramente, ajusta-se uma regressão quadrática para os dados das taxas de crescimento em função dos diâmetros logaritmizados, resultando em uma equação que relaciona o crescimento médio ao *Dap*. Em seguida, ajusta-se uma segunda regressão para o crescimento acelerado. Para tal fim, basta adicionar, a cada observação individual, o valor absoluto do seu resíduo em relação à primeira equação. Para os novos valores assim encontrados, ajusta-se uma nova regressão quadrática que relaciona o crescimento acelerado ao *Dap*. Esse crescimento acelerado representaria condições melhores de crescimento, propiciadas por intervenções silviculturais.

Os parâmetros a, b e c, resultantes das duas equações, serão posteriormente utilizados para se obter, por cálculo diferencial, as curvas de diâmetro em função do tempo, ou "trajetórias de diâmetro", tanto para crescimento médio como para o acelerado, a partir de um limite inferior do *Dap* (diâmetro mínimo dos fustes medidos no campo). As trajetórias fornecem estimativas do tempo necessário para as árvores crescerem a partir do limite inferior estabelecido até qualquer *Dap*.

Para aplicação das equações diferenciais, existem três situações possíveis:

i) Se $b^2/4a^2 < c/a$ e $a \neq 0$, utiliza-se as expressões:
$k^2 = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}$ e
$t = \frac{1}{ak} \arctan\left[\frac{(L+\frac{b}{2a})}{k}\right] + m$
onde:
t = tempo após Dap_min
m = constante que zera o crescimento em t=0
L = Logaritmo do diâmetro

ii) Se $b^2/4a^2 > c/a$ e $a > 0$, utiliza-se as expressões:
$k^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$ e
$t = \frac{1}{2ak} \ln\left[\frac{(L+\frac{b}{2a}-k)}{(L+\frac{b}{2a}+k)}\right] + m$

iii) Se $b^2/4a^2 > c/a$ e $a < 0$, utiliza-se as expressões:
$k^2 = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$ e
$t = -\frac{1}{2ak} \ln\left[\frac{(L+\frac{b}{2a}+k)}{(-L-\frac{b}{2a}+k)}\right] + m$

1.2.1 Primeira opção de modificação

O método original de Condit, Hubber e Foster utiliza um modelo parabólico para estimativa das taxas de crescimento(g). Esse modelo, dependendo da base de dados, propicia equações que estimam taxas de crescimento negativas, o que é incoerente do ponto de vista biológico. Esse fato pode ser observado na Figura 1, para uma base de dados de Xylopia brasiliensis, obtida a partir de medições realizadas em 1996 e remedidas em 2000, em um fragmento de Floresta Estacional Semidecidual Montana, situado no Campus da Universidade Federal de Lavras (UFLA).

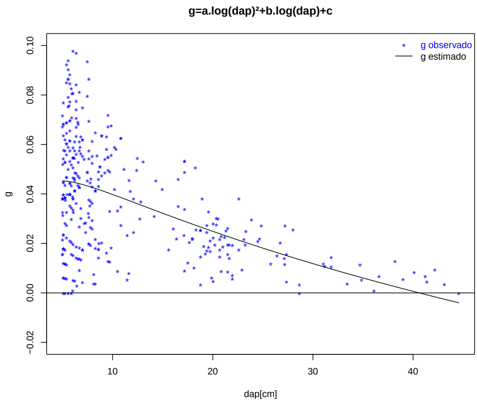

Figura 1 – Modelo parabólico ajustado para estimativa da taxa de crescimento de *Xylopia brasiliensis*

Propôs-se então a substituição do modelo parabólico

$$g = a(\ln(Dap_1))^2 + b\ln(Dap_1) + c$$

pelo modelo da exponencial negativa, onde a variável dependente é a taxa de crescimento (g) e a variável independente é o logaritmo neperiano do diâmetro $\left(g = ae^{b\ln(Dap_1)}\right)$.

Por sua vez, como pode ser observado na Figura 2, ocorre uma superestimativa da taxa de crescimento dos maiores indivíduos ao se utilizar esse novo modelo.

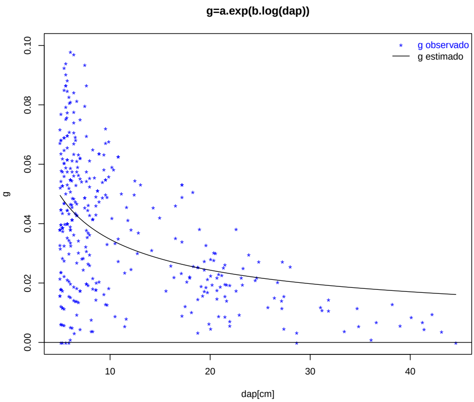

Figura 2 – Modelo exponencial negativa utilizando a variável independente $\ln(Dap)$ ajustado para estimativa da taxa de crescimento de Xylopia brasiliensis

Considerando esse modelo satisfatório ao compará-lo com o modelo parabólico, as deduções das fórmulas para definir a idade das árvores e também para projetar o diâmetro das mesmas, são apresentadas a seguir:

Sendo $\ln(Dap) = L$ e $\dfrac{\ln(Dap_2) - \ln(Dap_1)}{t_2 - t_1} = \dfrac{dL}{dt}$, temos:

$$\begin{aligned}
\frac{dL}{dt} &= ae^{bL} \\
dt &= \frac{1}{a^{bL}} dL \\
\int dt &= \int \frac{1}{ae^{bL}} dL \\
\int dt &= \frac{1}{a} \int \frac{1}{e^{bL}} dL
\end{aligned}$$

Fazendo $x = -bL$, $dx = -bdL$ e $dL = -\frac{dx}{b}$, temos:

$$\begin{aligned}
t &= \frac{1}{a} \int_{L_1}^{L_2} e^{x} \left(-\frac{dx}{b}\right) \\
t &= -\frac{1}{ab} e^{-bL} \Big|_{L_1}^{L_2} \\
t &= -\frac{1}{ab} e^{-bL_2} + \frac{1}{ab} e^{-bL_1}
\end{aligned}$$

Sendo $m = \frac{1}{ab} e^{-bL_1}$, onde L_1 é o logaritmo neperiano do diâmetro na segunda medição, temos:

$$
\begin{aligned}
t &= -\frac{1}{ab}e^{-bL_2} + m \\
\frac{1}{ab}e^{-bL_2} &= m - t \\
e^{-bL_2} &= ab(m-t) \\
-bL_2 &= \ln(ab(m-t)) \\
L_2 &= \frac{\ln(ab(m-t))}{-b} \\
Dap_2 &= e^{\frac{\ln(ab(m-t))}{-b}}
\end{aligned}
$$

1.2.2 Segunda opção de modificação

Propôs-se então a substituição do modelo parabólico

$$g = a(\ln(Dap_1))^2 + b\ln(Dap_1) + c$$

pelo modelo da exponencial negativa, onde a variável dependente é a taxa de crescimento (g) e a variável independente é o diâmetro ($g = ae^{bDap_1}$).

Como pode ser observado na Figura 3, utilizando esse modelo obteve-se estimativas mais coerentes e não se detectou os problemas mencionados nas duas alternativas anteriores.

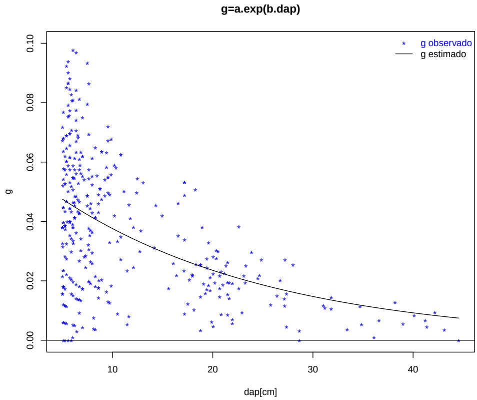

Figura 3 – Modelo exponencial negativa utilizando a variável independente *Dap* ajustado para estimativa da taxa de crescimento de Xylopia brasiliensis

Sendo $\ln(Dap) = L$ e $\dfrac{\ln(Dap_2) - \ln(Dap_1)}{t_2 - t_1} = \dfrac{dL}{dt}$, temos:

$$\frac{dL}{dt} = ae^{bL}$$
$$dt = \frac{1}{a^{bL}} dL$$
$$\int dt = \int \frac{1}{ae^{bL}} dL$$
$$\int dt = \frac{1}{a} \int e^{-bL} dL$$

Fazendo $y = e^{L_1}$, $\dfrac{dy}{dL} = e^L \longrightarrow \dfrac{dy}{dL} = y \longrightarrow dL = \dfrac{dy}{y}$, temos:

$$t = \frac{1}{a}\int e^{-by}\left(\frac{dy}{y}\right)$$
$$t = \frac{1}{a}\int \frac{e^{-by}}{y}dy$$

$$t = \frac{1}{a}\left(\ln e^L + \left(\frac{-be^L}{1.1!}\right) + \left(\frac{(-be^L)^2}{2.2!}\right) + \ldots\right)$$
$$t = \frac{1}{a}\left(\ln Dap + \left(\frac{-bDap}{1.1!}\right) + \left(\frac{(-bDap)^2}{2.2!}\right) + \ldots\right)\Bigg|_{Dap_1}^{Dap_2}$$

Sendo Dap_{min} = diâmetro mínimo e

$$m = \ln Dap_{min} + \left(\frac{-bDap_{min}}{1.1!}\right) + \left(\frac{(-bDap_{min})^2}{2.2!}\right) + \ldots$$

temos:

$$t = \frac{1}{a}\left(\ln Dap + \left(\frac{-bDap}{1.1!}\right) + \left(\frac{(-bDap)^2}{2.2!}\right) + \ldots - m\right)$$

Quanto maior for a série, maior será a precisão do cálculo da idade (t). Considerando que, para o cálculo da idade, não há necessidade de precisão superior a 2 casas decimais, pode-se utilizar um polinômio de grau 3.

Para a projeção dos diâmetros deverá ser utilizada a equação de projeção do tempo, utilizando métodos iterativos para a estimativa dos diâmetros a várias idades. Os diâmetros estimados para diferentes idades pode ser visto na Figura 4.

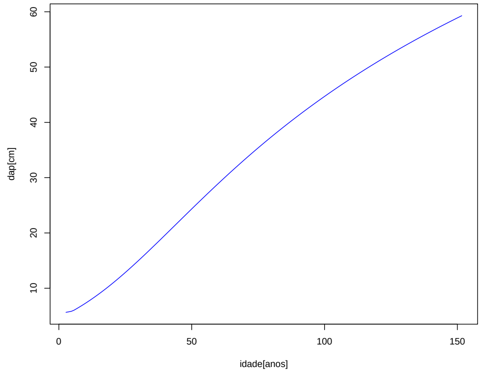

Figura 4 – Prognose dos diâmetros para diferentes idades.

Referências

CONDIT, R.; HUBBEL, S. P.; FOSTER, R. B. Identifying fast-growing native trees from the neotropics using data from a large, permanent census plot. *Forest Ecology Management*, v. 62, p. 123–143, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 2.