

aula 11

Gabriel de Freitas Pereira

Índice

1	Definição PO (Pesquisa Operacional)	1
2	Metodologias	1
2.1	Programação linear	1
2.1.1	Ideia geral	2
2.1.2	Exercício 1	2
2.1.3	Exercício 2	4
2.1.4	Alguns casos especiais da Programação linear (PL)	6
2.1.5	Exercício 3	8
2.2	Programação linear inteira	9
2.3	Programação dinâmica	9
2.4	Heurística	9
2.5	Redes neurais	9
2.6	Algoritmos genéticos	9

1 Definição PO (Pesquisa Operacional)

PO é o campo de estudos em que são aplicados métodos analíticos para ajudar os executivos a tomar as melhores decisões.

Importante: a solução ótima matemática não retira a necessidade da avaliação da viabilidade técnica de eventos modeláveis ou não modeláveis.

2 Metodologias

2.1 Programação linear

Metodologia mais popular, sendo as principais características:

- a) combinações de variáveis que podem ser maximizadas ou minimizadas. Para estas combinações dá-se o nome função objetivo. Ex.: $(a + b + c)$.
- b) Um certo nº de restrições, expressas na forma de equações ou inequações matemáticas. Ex.: $(a + b + c)$ e suas restrições para alcançar menor custo (ou qualquer que seja o objetivo).

2.1.1 Ideia geral

Maximizar ou minimizar a função objetivo ao mesmo tempo obedecendo a todas as restrições. O nome linear vem do fato de que tanto a expressão que forma a função objetivo e quanto as restrições são expressas linearmente, ou seja, todas as **variáveis** aparecem com expoente igual a unidade (elevado a 1).

2.1.2 Exercício 1

Produto	Máquina 1 (horas gastas)	Máquina 2 (horas gastas)	Demanda	Lucro Unitário (reais)
x	4	4	Ilimitada	80
y	6	2	3	60
Disponíveis	24	16		

Função Objetivo (FO): maximizar $80x + 60y$

Sujeito A:

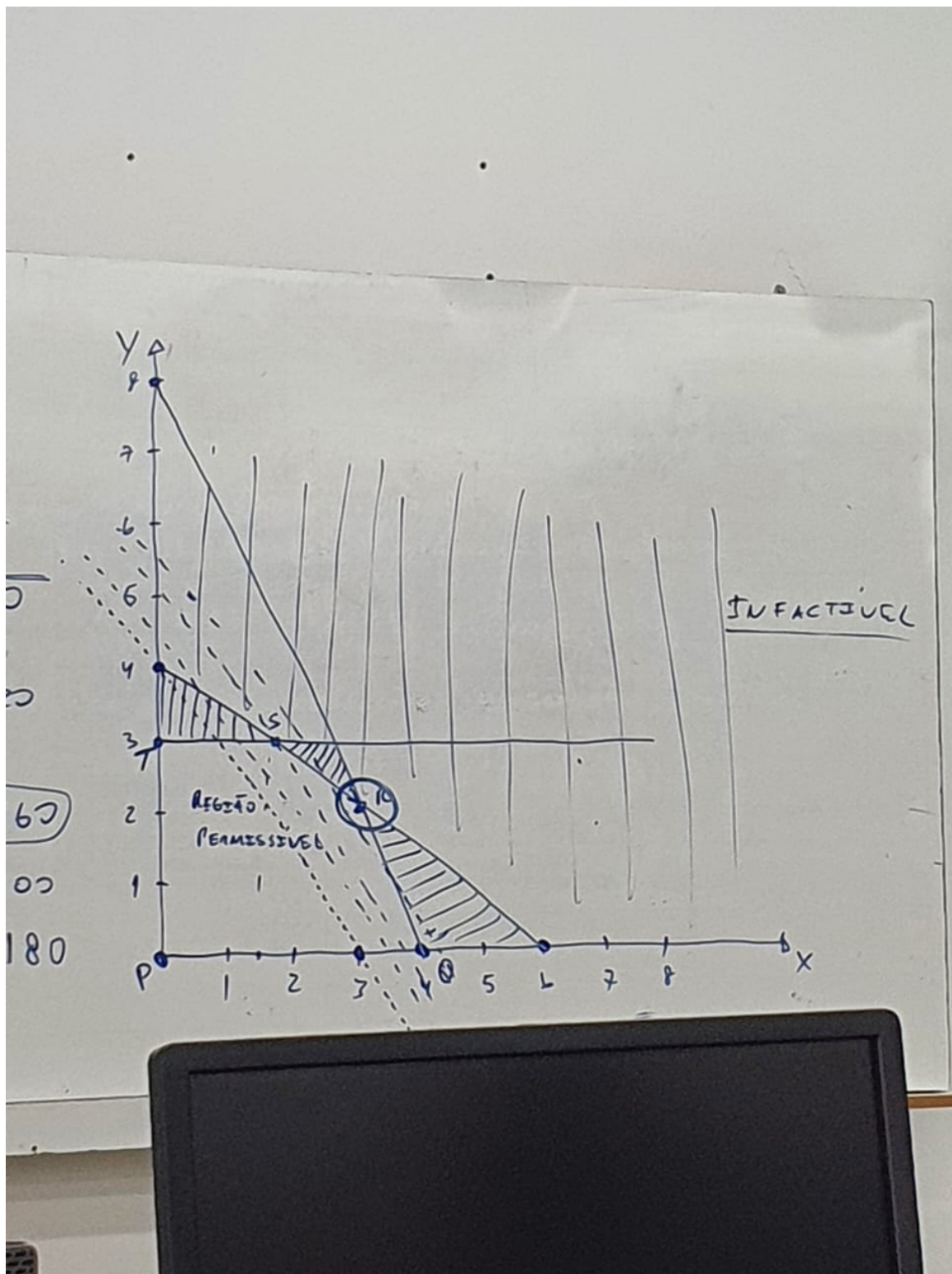
$$4x + 6y \leq 24$$

$$4x + 2y \leq 16$$

$$0x + 1y \leq 3$$

Resolvendo primeira equação graficamente: Se $y = 0$, $x = 6$; se $x = 0$, $y = 4$. Só traçar a reta. Resolvendo segunda equação graficamente: Se $y = 0$, $x = 4$; se $x = 0$, $y = 8$. Só traçar a reta. Resolvendo terceira equação graficamente: Se $y = 0$, $x = 0$; se $x = 0$, $y = 3$. Só traçar a reta.

Agora basta ver onde as retas se cruzaram, como na figura abaixo, e eliminar regiões posteriores à reta:



	x	y	FO
P	0	0	0
Q	4	0	320
R	3	2	360
S	1.5	3	300
T	0	3	180

Sendo assim a solução seria comprar 3 de 80 e 2 de 60.

2.1.3 Exercício 2

Nutriente	Adubo 1 (reais)	Adubo 2 (reais)	Composição mínima
N	10	20	180
P	40	40	600
K	45	25	450
Custo por kg	6	8	

Função Objetivo (FO): minimizar $6x + 8y$

Sujeito A:

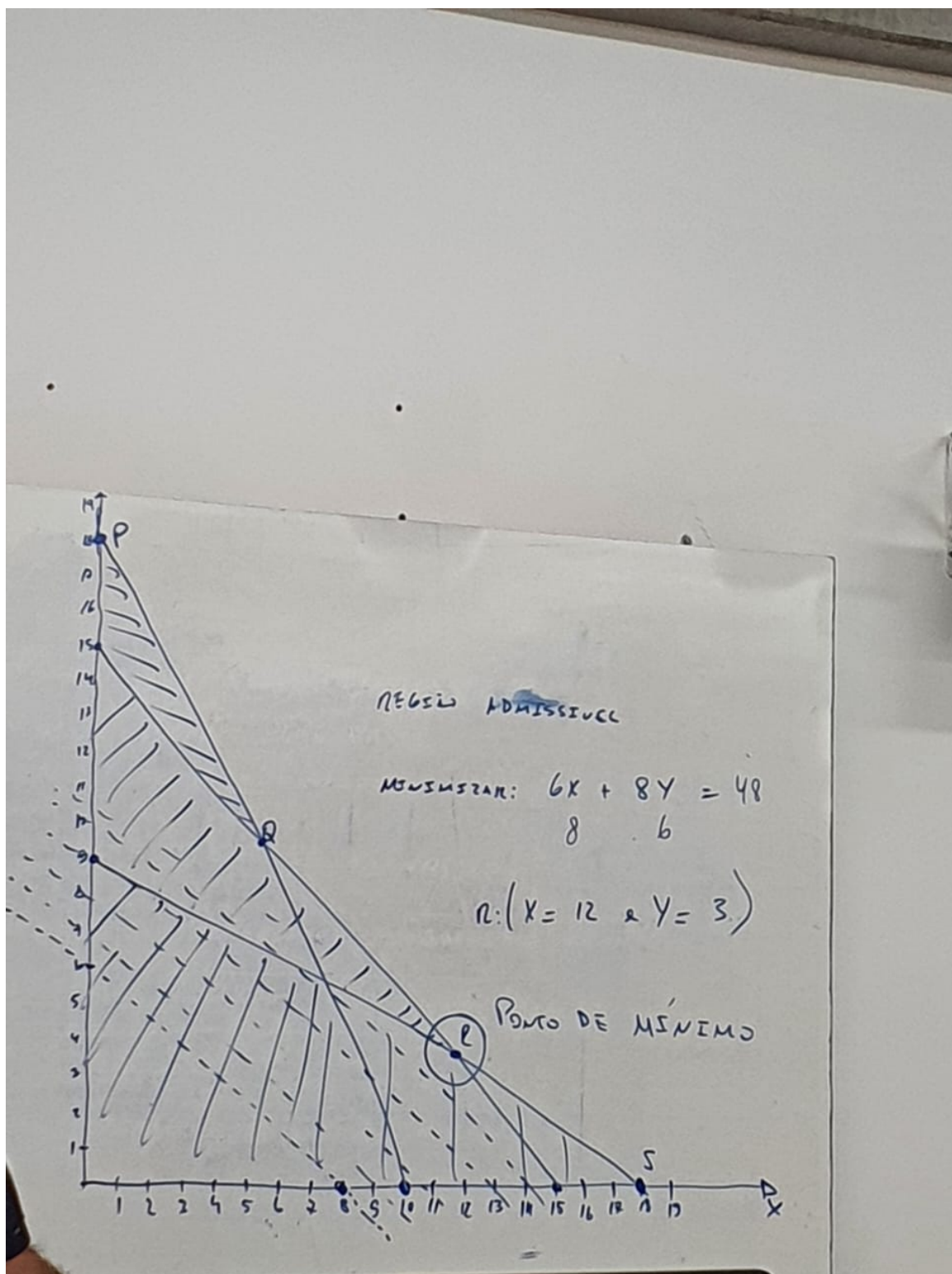
$$10x + 20y \geq 180$$

$$40x + 40y \geq 600$$

$$45x + 25y \geq 450$$

Resolvendo primeira equação graficamente: Se $y = 0$, $x = 18$; se $x = 0$, $y = 9$. Só traçar a reta.
 Resolvendo segunda equação graficamente: Se $y = 0$, $x = 15$; se $x = 0$, $y = 15$. Só traçar a reta.
 Resolvendo terceira equação graficamente: Se $y = 0$, $x = 10$; se $x = 0$, $y = 18$. Só traçar a reta.

Agora basta ver onde as retas se cruzaram, como na figura abaixo, e eliminar regiões anteriores à reta. Para isso é necessário escolher um valor qualquer para igualar a função objetiva, como $6x + 8y = 48$ e encontrar os valores de x e y , como fizemos anteriormente, com isso temos:



A solução portanto é gastar 12 kg do adubo 1 e 3 kg do adubo 2, que chegamos com as retas paralelas.

2.1.4 Alguns casos especiais da Programação linear (PL)

1) Restrições incompatíveis

maximizar: $1x + 1y$

Sujeito A:

$$4x + 3y \leq 12$$

$$y \geq 5$$

$$x \geq 4$$

2) Solução sem fronteira

maximizar: $4x + 1y$

Sujeito A:

$$x \geq 2$$

$$y \leq 3$$

Pois, x tende ao infinito, necessitaria alguma restrição para x .

3) Redundância

Maximizar: $3x + 2y$

Sujeito A:

$$10x + 5y \leq 50$$

$$1x + 1y \leq 7$$

$$0x + 1y \leq 15$$

4) Soluções alternativas

Quando tem mais de uma resposta, e possivelmente as restrições devem ser incrementadas.

Maximizar: $4x + 12y$

Sujeito A:

$$1x + 3y \leq 6$$

$$5x + 3y \leq 15$$

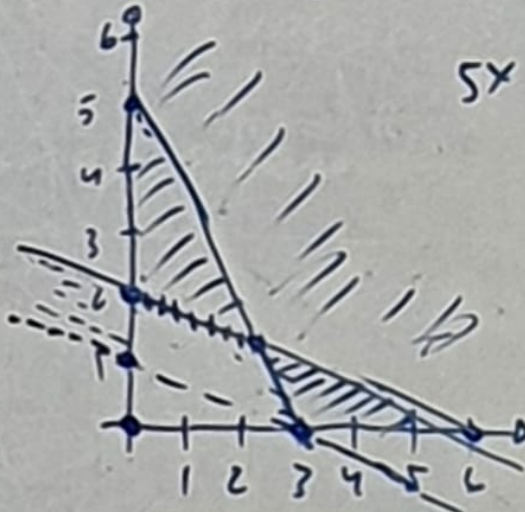
Repetir o passo a passo que fizemos nos outros exercícios. Com isso, chegamos em qualquer valor, das duas retas, pois a reta paralela passa em cima dos 2. Resolução a seguir:

4) SOLUÇÕES ALTERNATIVAS

MAXIMIZAR $4X + 12Y = 12$

SUJEITO A: $1X + 3Y \leq 6$

$5X + 3Y \leq 15$



50 ;

7

15

2.1.5 Exercício 3

Problemas de transporte e designação

10000 F1 D1 8000

15000 F2 D2 4000

5000 F3 D3 7000 D4 11000

Col1	D1	D2	D3	D4	Produção
F1	13	8	9	12	10000
F2	12	9	10	14	15000
F3	8	8	9	6	5000
Demanda	8000	4000	7000	11000	

Minimizar: $13x_{11} + 8x_{12} + 9x_{13} + 12x_{14} + 12x_{21} + 9x_{22} + 10x_{23} + 14x_{24} + 8x_{31} + 8x_{32} + 9x_{33} + 6x_{34}$

Sujeito A:

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 10000$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \leq 15000$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \leq 5000$$

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} = 8000$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} = 4000$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} = 7000$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} = 11000$$

Resolver esse problema no R ou Lingo ou Lindo.

2.2 Programação linear inteira

2.3 Programação dinâmica

2.4 Heurística

2.5 Redes neurais

2.6 Algoritmos genéticos