Classificação de Sítio

Cláudio Thiersch*

1 Método da diferença algébrica

1.1 Modelo de Schumacher

$$H = \beta_0 e^{\beta_1 (1/I)} \tag{1}$$

Para quaisquer dois pares (H_1, I_1) e (H_2, I_2), observados na mesma amostra tem-se:

$$H_1 = \beta_0 e^{\beta_1 (1/I_1)} \tag{2}$$
$$H_2 = \beta_0 e^{\beta_1 (1/I_2)} \tag{3}$$

1.1.1 Formulação anamórfica ou forma comum

Se β_0 é o parâmetro específico para o sítio e β_1 é comum a todos os sítios, então para qualquer par (H_i, I_i) resolvendo a equação 1 para β_0, tem-se:

$$\beta_0 = H_i e^{\beta_1 (1/I_i)} \tag{4}$$

Substituindo 4 na idade $i = 1$ na equação 3, obtemos o modelo de Schumacher Anamórfico:

$$H_2 = H_1 e^{\beta_1 \left(\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1}\right)} \tag{5}$$

1.1.2 Formulação polimórfica ou de intercepto comum

Considerando β_1 o parâmetro específico do sítio, então todos os sítios terão mesmo intercepto β_0. Isolando β_1 na equação 2 tem-se:

$$\begin{aligned} H_1 &= \beta_0 e^{\beta_1 (1/I_1)} \\ \frac{H_1}{\beta_0} &= e^{\beta_1 \frac{1}{I_1}} \end{aligned}$$

*Universidade Federal de São Carlos

Utilizando a transformação logarítmica na expressão tem-se:

$$\begin{aligned}
\ln\left(\frac{H_1}{\beta_0}\right) &= \ln\left(e^{\beta_1 \frac{1}{I_1}}\right) \\
\ln\left(\frac{H_1}{\beta_0}\right) &= \beta_1 \frac{1}{I_1} \\
\beta_1 &= \ln\left(\frac{H_1}{\beta_0}\right) I_1 \qquad (6)
\end{aligned}$$

Substituindo a equação 6 na equação 3, temos:

$$H_2 = \beta_0 e^{\ln\left(\frac{H_1}{\beta_0}\right)\frac{I_1}{I_2}}$$

Aplicando a propriedade $x^{ab} = (x^a)^b$, temos:

$$H_2 = \beta_0 \left(\frac{H_1}{\beta_0}\right)^{\frac{I_1}{I_2}}$$

1.2 Modelo de Chapman e Richards

$$H = \beta_0(1 - e^{\beta_1 I})^{\beta_2} + \epsilon \qquad (7)$$

1.2.1 Formulação anamórfica

Se β_0 é o parâmetro específico do sítio, então β_1 e β_2 são comuns para todos os sítios. Utilizando a equação 7, para qualquer par altura-idade (H_i, I_i) tem-se:

$$\beta_0 = H_i/(1 - e^{\beta_1 I_i})^{\beta_2} \qquad (8)$$

Para dois pares observados na mesma amostra (H_1, I_1) e (H_2, I_2), substituindo a equação 8 na idade $i = 1$ na equação 7 na idade $i = 2$, temos o modelo de Chapaman e Richards anamórfico dado por:

$$\begin{aligned}
H_2 &= [H_1/(1 - e^{\beta_1 I_1})^{\beta_2}](1 - e^{\beta_1 I_2})^{\beta_2} + \epsilon \\
H_2 &= \left(\frac{H_1(1 - e^{\beta_1 I_2})}{1 - e^{\beta_1 I_1}}\right)^{\beta_2} + \epsilon \qquad (9)
\end{aligned}$$

1.2.2 Formulação polimórfica

Se β_2 é o parâmetro específico do sítio então β_0 e β_1 serão iguais para todos os sítios e para qualquer par altura-idade (H_i, I_i) tem-se:

$$\beta_2 = \frac{\ln(H_i/\beta_0)}{\ln(1 - e^{\beta_1 I_i})} \qquad (10)$$

Substituindo na equação 7 com $i = 2$ a equação 10 com $i = 1$, tem-se:

$$H = \beta_0 (1 - e^{\beta_1 I})^{\frac{\ln(H_i/\beta_0)}{\ln(1-e^{\beta_1 I_i})}} + \epsilon \tag{11}$$
$$\tag{12}$$

Para encontrar a expressão que será utilizada, será aplicado na expressão 13 a transformação logarítmica:

$$\begin{aligned} \ln(H_2) &= \ln(\beta_0 (1 - e^{\beta_1 I_2})^{\frac{\ln(H_1/\beta_0)}{\ln(1-e^{\beta_1 I_1})}}) \\ \ln(H_2) &= \ln(\beta_0) + \frac{\ln(H_1/\beta_0)}{\ln(1 - e^{\beta_1 I_1})} \ln(1 - e^{\beta_1 I_2}) \end{aligned}$$

Aplicando a exponencial, temos:

$$H_2 = \beta_0 \left(\frac{H_1}{\beta_0} \right)^{\left(\frac{\ln(1-e^{\beta_1 I_2})}{\ln(1-e^{\beta_1 I_1})} \right)} \tag{13}$$

1.3 Modelo de Bailey e Clutter

$$\ln H = \beta_0 + \beta_1 (1/I)^{\beta_2} \tag{14}$$

1.3.1 Formulação anamórfica

Se β_0 é o parâmetro específico do sítio então β_1 e β_2 são comuns a todos os sítios, e para qualquer par altura-idade (H_i, I_i), calculando-se a exponencial do modelo 14 tem-se:

$$H_i = \beta_0 e^{\beta_1 (1/I_i)^{\beta_2}} \tag{15}$$

isolando o β_0,

$$\beta_0 = \frac{H_i}{e^{\beta_1 (1/I_i)^{\beta_2}}} \tag{16}$$

Para dois pares observados na mesma amostra (H_1, I_1) e (H_2, I_2), substituindo a equação 16 na idade $i = 1$ na equação 15 na idade $i = 2$, temos o modelo de Bailey e Clutter anamórfico dado por:

$$\begin{aligned} H_2 &= \frac{H_1}{e^{\beta_1 (1/I_1)^{\beta_2}}} e^{\beta_1 (1/I_2)^{\beta_2}} \\ H_2 &= H_1 e^{\beta_1 ((1/I_2)^{\beta_2} - (1/I_1)^{\beta_2})} \\ H_2 &= H_1 e^{\beta_1 (I_2^{-\beta_2} - I_1^{-\beta_2})} \end{aligned} \tag{17}$$

1.3.2 Formulação polimórfica

Considerando β_1 o parâmetro específico do sítio, então todos os sítios terão mesmo valor de β_0 e β_2. Isolando-se β_1 à partir da equação 15 , fazendo $i = 1$ tem-se:

$$\frac{H_1}{\beta_0} = e^{\beta_1 (1/I_1)^{\beta_2}}$$

Logaritmizando , temos:

$$\ln(\frac{H_1}{\beta_0}) = \ln(e^{\beta_1 (1/I_1)^{\beta_2}})$$

$$\beta_1 = \ln\left(\frac{H_1}{\beta_0}\right)(1/I_1)^{\beta_2} \tag{18}$$

Substituindo a equação 18 no modelo 15 para $i = 2$, temos:

$$H_2 = \beta_0 \left(\frac{H_1}{\beta_0}\right)^{(I_1/I_2)^{\beta_2}} \tag{19}$$