

**MO824/MC859 – Tópicos em Otimização Combinatória**  
Segundo semestre de 2025

**Atividade 3**

*Entrega: 26 de setembro de 2025, até meio-dia*

Prof. Fábio Luiz Usberti (fusberti@ic.unicamp.br)  
Prof. Celso Cavellucci (celsocv@ic.unicamp.br)

---

## 1 Objetivo

O objetivo desta atividade consiste na implementação (em grupos de **três** alunos) de uma metaheurística “Busca Tabu” (*Tabu Search*) para a solução de um problema de maximização de uma função binária quadrática (“quadratic binary function” – QBF).

## 2 Busca Tabu

Para esta atividade é essencial a leitura da seguinte referência:

**Título:** Tabu Search

**Autores:** Michel Gendreau and Jean-Yves Potvin

**Capítulo 2 do livro:** M. Gendreau, J.-Y. Potvin (eds.), Handbook of Metaheuristics, International Series in Operations Research & Management Science 146, DOI 10.1007/978-1-4419-1665-5 10.

## 3 Problema MAX-QBF

Uma função binária quadrática (QBF) é uma função  $f : \mathbb{B}^n \rightarrow \mathbb{R}$  que pode ser expressa como uma soma de termos quadráticos:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j$$

Onde  $a_{ij} \in \mathbb{R}$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ) são os coeficientes da função  $f$ . Em notação matricial, uma QBF pode ser expressa como:

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{x}' \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}$$

Por exemplo:

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & x_1 & (2x_1 + 3x_2 + 4x_3) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \\ &= x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2x_3 + 4x_3^2 \end{aligned}$$

O problema de maximização de uma função binária quadrática (MAX-QBF) pode ser expresso como:

$$Z = \max_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) ,$$

O MAX-QBF é um problema NP-difícil [1], mesmo que nenhuma restrição adicional seja imposta sobre as variáveis binárias  $\mathbf{x}$ . No entanto, se os coeficientes  $a_{ij}$  forem todos não-negativos, o problema torna-se trivial, uma vez que  $x_i = 1$  ( $i = 1, \dots, n$ ) é uma solução ótima.

## 4 Problema MAX-QBF com Set Cover

No problema MAX-SC-QBF, desejamos maximizar uma função binária quadrática sujeita a restrições de cobertura de conjuntos, onde o universo a ser coberto é o próprio conjunto de variáveis da QBF.

Seja  $N = \{1, \dots, n\}$  o conjunto de variáveis da QBF. Seja  $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_n\}$  uma coleção de subconjuntos  $S_i \subseteq N$ , representando as variáveis que o subconjunto  $i$  cobre. Cada subconjunto  $i$  está associado a uma variável binária  $x_i$  indicando sua seleção. Para cada par  $(i, j)$  de subconjuntos, temos um coeficiente  $a_{ij} \in \mathbb{R}$  que representa o ganho (positivo ou negativo) por selecionar ambos simultaneamente.

Nosso objetivo é selecionar subconjuntos de forma que:

- todas as variáveis da QBF sejam cobertas, ou seja, para todo  $k \in N$ , exista ao menos um  $S_i$  tal que  $k \in S_i$  e  $x_i = 1$ ;
- seja maximizado o ganho quadrático total derivado das interações entre subconjuntos selecionados.

## 5 Requisitos da atividade

Esta atividade envolve a implementação de uma metaheurística de Busca Tabu como um método de solução para o MAX-SC-QBF. Para esta atividade você pode utilizar como base o Framework de Busca Tabu em Java, disponível no ensino aberto, desenvolvido pelos docentes desta disciplina.

Para esta atividade é necessário a implementação de pelo menos duas *estratégias tabu alternativas*, dentre as opções abaixo:

1. *Probabilistic TS*
2. *Intensification by Restart*
3. *Intensification by Neighborhood*
4. *Diversification by Restart*
5. *Strategic Oscillation*
6. *Surrogate Objective*

A atividade exige a entrega do código-fonte e de um relatório (de aproximadamente 5 páginas) descrevendo brevemente as seguintes informações:

- **Distribuição de tarefas:** incluir um parágrafo redigido por cada aluno descrevendo suas contribuições para a realização da atividade.
- **Descrição do problema:** variáveis de decisão e modelo matemático.

- **Metodologia:** descrição da heurística construtiva, lista tabu (estrutura e atualização), critério de aspiração, operadores de busca local, métodos de busca (*first-improving* e *best-improving*), critérios de parada, estratégias tabu alternativas.
- **Resultados:** tabela de resultados e análise dos desempenhos obtidos para cada metodologia.

Devem ser avaliados dois métodos de busca (*first-improving* e *best-improving*), dois valores para o parâmetro “tabu tenure” (tamanho da lista tabu) e três estratégias tabu (padrão e duas alternativas). Desse modo, uma sugestão de possíveis configurações são:

1. PADRÃO: Busca Tabu com método de busca *first-improving*, “tabu tenure” igual a  $T_1$ , estratégia tabu padrão.
2. PADRÃO+BEST: Busca Tabu PADRÃO mas com método de busca *best-improving*.
3. PADRÃO+TENURE: Busca Tabu PADRÃO mas com novo valor de “tabu tenure” igual a  $T_2$ .
4. PADRÃO+METHOD1: Busca Tabu PADRÃO mas com estratégia tabu alternativa 1.
5. PADRÃO+METHOD2: Busca Tabu PADRÃO mas com estratégia tabu alternativa 2.

Procure organizar os resultados em tabelas/gráficos, avaliando o desempenho de cada estratégia.

## 6 Instâncias

Testes computacionais devem ser realizados com um conjunto de pelo menos 15 instâncias que foram desenvolvidas na Atividade 1. Adote um tempo de execução para cada instância de pelo menos 30 minutos.

## 7 Referências

1. Kochenberger, et al. The unconstrained binary quadratic programming problem: a survey. **J Comb Optim** (2014). 28:58–81. DOI:10.1007/s10878-014-9734-0.
2. Michel Gendreau e Jean-Yves Potvin. Tabu Search. In: M. Gendreau, J.-Y. Potvin (eds.), **Handbook of Metaheuristics**, International Series in Operations Research & Management Science 146, DOI: 10.1007/978-1-4419-1665-5.